

〈論 文〉

난류선회제트 계산에 관한 난류모델 비교 연구

최동규* · 최도형** · 신현동** · 김문언***

(1989년 10월 30일 접수)

Comparison of Various Turbulence Models for the Calculation of Turbulent Swirling Jets

D.K. Choi, D.H. Choi, H.D. Shin and M.U. Kim

Key Words : Turbulent Swirling Jet(난류선회제트), Turbulence Model(난류모델), Anisotropic Turbulence(비등방 난류), Streamline Curvature Effect(유선곡률효과)

Abstract

Comprehensive numerical computations have been made for four turbulent swirling jets with and without recirculation to critically evaluate the accuracy and universality of several existing turbulence models as well as of the modified $k-\epsilon$ model proposed in the present study. A numerical scheme based on the full Navier-Stokes equations has been developed and used for this purpose. Inlet conditions are given by experiments, whenever possible, to minimize the error due to incorrect initial conditions. The standard $k-\epsilon$ model performs well for the strongly swirling jets with recirculation while it underpredicts the influence of swirl for weakly swirling jets. Rodi's swirl correction and algebraic stress model do not exhibit universality for the swirling jets. The present modified $k-\epsilon$ model derived from algebraic stress model accounts for anisotropy and streamline curvature effect on turbulence. This model performs consistently better than others for all cases. It may be because these flows have a strong dependence of stresses on the local strain of the mean flow. The predictions of turbulence intensities indicate that this model successfully reflect the curvature effect in swirling jets, i.e. the stabilizing and destabilizing effects of swirl on turbulence transport.

기 호 설 명

$C_1, C_2, C_\mu, C_s, C_\epsilon, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$: 모델상수

D : 노즐의 직경

g^{ij}, g_{ij} : Metric 텐서의 contravariant 및 covariant 성분

k : 난류운동에너지, $= 1/2 g^{ij} \overline{u_i u_j}$

p, p' : 평균 및 교란압력

P : k 의 생성률

P^{ij} : 레이놀즈응력의 생성률

Ri : Richardson수, 식 (24)~(28)

Ri_f : 플릭스 Richardson수, 식 (11)

S_{ij} : 평균변형률 텐서, $= 1/2(U_{i,j} + U_{j,i})$

U^i, u^i : 평균 및 교란속도

$\overline{u^i u^j}, \overline{u_i u_j}$: 레이놀즈응력 텐서

u, v, w : x, r, θ 방향의 교란속도

$\overline{u^2}, \overline{v^2}, \overline{w^2}$: 레이놀즈 수직응력

$\overline{uw}, \overline{vw}, \overline{ww}$: 레이놀즈 전단응력

U, V, W : x, r, θ 방향의 평균속도

x^i, x_i : Contravariant 및 covariant 좌표성분

*한국과학기술원 기계공학과

**정회원, 한국과학기술원 기계공학과

***정회원, 한국과학기술원 응용수학과

- x, r, θ : 원통좌표계에서의 축방향, 반경방향 및 접선방향 좌표
- ϵ, ϵ^{ij} : k 와 $\overline{u^i u^j}$ 의 소멸률
- ν : 동점성계수
- ν_e : $\nu + \nu_t$
- ν_t : 와점성계수
- ρ : 유체밀도
- $\sigma_k, \sigma_\epsilon$: k - ϵ 모델에서의 모델상수

하첨자

- CL : 중심선(center line)상에서의 값
- exp : 실험치
- m : 임의의 x 점에서의 최대값
- o : 노즐 출구에서의 최대값
- $xr, r\theta, \theta x$: 2차 텐서의 $xr, r\theta, \theta x$ 성분

1. 서 론

선회제트는 일반환형제트에 비해 난류강도가 크고 혼합이 활발하므로 공학적으로 많이 응용되는 유동이다. 특히, 가스터빈, 보일러 등의 연소실에서 존재하는 강한 선회류는 혼합을 활발하게 할 뿐 아니라 화염의 안정화에 기여하는 재순환 영역을 형성하여 연소효율을 증가시키는 데 기여한다⁽¹⁾.

실험적인 연구⁽²⁻⁷⁾는 선회도(degree of swirl)가 커질수록 제트의 폭과 유입유량이 증가하여 제트의 전개가 빨라지고 난류강도가 커진다는 것을 보여준다. 또한, 선회제트에서는 선회속도에 의해 반경방향과 축방향으로 역압력구배가 형성되는데 강선회제트의 경우는 강한 역압력구배로 인해 노즐근처에서 재순환영역이 형성된다^(4,7,8).

강선회제트에서는 이와같이 재순환영역이 존재하므로 유동의 지배방정식은 타원형방정식(elliptic equation)이 되어 모든 레이놀즈 응력항들이 중요하게 된다. 반면, 더 작은 선회도에서는 재순환영역이 존재하지 않아 경계층근사(fairly thin shear layer approximation)에 의해 지배방정식을 포물형이 되어 마칭형(marching type)의 해법으로 풀 수 있으나 2차원 경계층유동과는 달리 두 개의 레이놀즈 전단응력항이 중요하게 된다. 그런데, 실험과⁽⁸⁾ 이론적인 연구들^(9,11)의 결과에 의하면 강선회제트와 약선회제트 모두 난류구조가 비등방성(anisotropy)을 가지므로 선회제트의 예측에 있어서는 k - ϵ 모델등의 등방 와점성계수형의 모델을 적

용하는 것은 실제 유동장의 예측에 적합하지 않을 것으로 예상된다. 이와 관련하여 Lilley⁽¹⁰⁾, Koo-sinlin과 Lockwood⁽¹¹⁾등은 선회류의 예측에 있어서는 비등방성을 갖는 난류모델이 필요함을 주장하였다.

또한, 선회제트의 경우 유선이 나선형(helical)의 경로를 그리므로 이와같은 곡률영향은 그간 많은 연구가 되어온 축방향의 곡률효과(longitudinal curvature effect)에 못지않게 유동의 난류구조에 큰 영향을 미칠 것으로 예상되는데⁽¹²⁻¹⁴⁾ 2차원 경계층유동의 해석을 위해 고안된 혼합거리모델이나 2방정식모델(2equation model)은 이와같은 잉여변형률(extra strain rates)의 영향을 실험적인 수정없이 잘 예측하지 못한다는 것이 알려져 있다^(12,15-18). 선회류에서 이 효과를 고려해 주기 위한 실험적인 곡률수정모델은 Launder⁽¹⁶⁾과 Rodi에 의해⁽¹⁹⁾ 제시된 바 있으나 Chen⁽²⁰⁾, Leschziner와 Rodi⁽¹⁹⁾등의 연구에 의해 이 모델들이 일반성을 갖추지 못했음이 밝혀졌고 최근에 Kim⁽²¹⁾은 대수응력모델로부터 유도한 새로운 곡률수정모델을 제시했으나 그의 모델은 강선회제트의 경우에는 만족스럽지 못했음을 밝힌 바 있다.

전술할 바를 종합할 때, 선회제트에 대해 일반성을 갖춘 난류모델이 필요하며 이 모델은 선회제트의 특성인 비등방성 및 곡률효과를 잘 반영할 수 있어야 할 것임을 알 수 있다. 이와같은 견지에서 레이놀즈응력모델이 적절한 것으로 보이나 공학적인 입장에서 과도한 노력이 필요할 것으로 예상되며 Launder와 Morse⁽²²⁾의 연구결과, 레이놀즈응력모델을 약선회제트의 해석에 적용할 경우 압력변형률상관모델(pressure-strain correlation model)의 부정확성으로 인하여 레이놀즈응력 성분 중 \overline{uw} 의 예측이 매우 부정확해지며 \overline{uw} 가 \overline{uv} 식의 생성항에 포함되므로 결과적으로 예측의 정확도를 떨어뜨린다는 것이 밝혀졌다. 따라서, 선회제트의 해석에 있어서는 각 응력 간의 커플링이 배제된 난류모델이 바람직함을 알 수 있다. 또한, 실험⁽⁸⁾과 이론적인 연구⁽⁹⁾들의 결과, 약선회 및 강선회제트 모두 각 응력들이 평균유동의 변형률에 크게 의존하므로 와점성계수형의 모델이 적절한 것이다. 본 연구에서는 전술한 요건 즉, 비등방성을 가지며 선회류에서의 잉여변형률영향이 고려되는 와점성계수형의 모델을 대수응력모델로 부터 유도하고 그 일반성을 시험하고자 하였다.

또한, Leschziner와 Rodi⁽¹⁹⁾의 연구결과 강선회

제트의 예측에서 입구조건이 매우 중요하다는 것이 밝혀졌으나 그들의 연구에 사용된 실험은 계산입구에서의 실험치가 불충분하였으므로 확실한 결론을 내리기에는 무리가 있다고 보여진다. 그런데 Sislian과 Cusworth⁽⁶⁾는 모든 평균속도와 레이놀즈 응력을 측정하였으므로 정확한 입구조건을 가지고 계산을 수행할 수 있었다.

본 연구에서는 위에서 언급한 수정 $k-\epsilon$ 모델 외에도 표준 $k-\epsilon$ 모델, Rodi의 선회수정모델 등을 약 선회로부터 강선회에 이르는 4종의 선회제트의 예측에 적용하고 2개의 약선회 및 강선회제트에 대수 응력모델을 적용하여 수치계산을 수행함으로써 각 난류모델의 선회제트에 관한 일반성을 시험하였다. 단, 전술한 모델들을 적용함에 있어 입구경계조건을 실험치로부터 얻고 수치적 오차를 최소로 하여 예측의 정확도는 단지 난류모델에만 의존하게 하고 평균유동변수 즉, 반폭, 축방향속도 감쇠율, 선회 속도 감쇠율 외에도 난류강도를 실험치와 비교함으로써 각 난류모델이 어느 정도 유동의 물리적인 특성을 예측하는 가를 고찰하였고 이 목적을 위해 CELS알고리즘⁽²³⁾을 채용한 Navier-Stokes방정식의 수치해석 프로그램을 개발하였다.

2. 이론

2.1 지배방정식

정상, 비압축성, 축대칭, 등온유동의 평균유동 지배방정식은 다음과 같다.

연속방정식

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rV) = 0 \quad (1)$$

U 운동량방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(U^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rUV) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x}\left(\nu \frac{\partial U}{\partial x}\right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r\nu \frac{\partial U}{\partial r}\right) \\ &- \frac{\partial}{\partial x}(\overline{u^2}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\overline{ruv}) \end{aligned} \quad (2)$$

ν 운동량방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(UV) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rV^2) &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \\ &+ \frac{W^2}{r} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\nu \frac{\partial V}{\partial x}\right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r\nu \frac{\partial V}{\partial r}\right) \\ &- \nu \frac{V}{r^2} \end{aligned}$$

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\overline{uv}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\overline{rv^2}) + \frac{\overline{w^2}}{r} \quad (3)$$

rw 운동량방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(rUW) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r^2VW) &= \frac{\partial}{\partial x}\left(\nu \frac{\partial rW}{\partial r}\right) \\ &\times \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r\nu \frac{\partial rW}{\partial r}\right) - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r}(\nu rW) \\ &- r \frac{\partial}{\partial x}(\overline{uw}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r^2\overline{vw}) \end{aligned} \quad (4)$$

위에서 기술한 식들의 해를 구하기 위해서는 운동량방정식의 항 중 레이놀즈 응력항들을 평균유동변수와 적절한 난류량들의 식으로 표현하여 계(system)를 지배하는 방정식을 매듭짓게 해주는 난류모델이 필요하다.

2.2 난류모델

(1) 표준 $k-\epsilon$ 모델 (standard $k-\epsilon$ model)

구성방정식 (constitutive equation)

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}$$

여기서

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

k 와 ϵ 의 전달방정식 (transport equation)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(Uk) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rVk) &= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x}\right) \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r\nu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial r}\right) + P - \epsilon \\ \frac{\partial}{\partial x}(U\epsilon) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rV\epsilon) &= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\nu_e}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x}\right) \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r\nu_e}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial r}\right) + \frac{\epsilon}{k}(C_{\epsilon 1} P - C_{\epsilon 2} \epsilon) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서

$$\nu_e = \nu + \nu_t$$

P 는 평균속도구배에 의한 난류에너지 생성항인데 다음 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} P = \nu_t \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{V}{r} \right)^2 \right] \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 \right. \\ \left. + \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{W}{r} \right) \right]^2 \right\} \end{aligned}$$

각 모델계수들은 다음과 같다⁽¹⁹⁾.

$$\begin{aligned} C_\mu &= 0.09, \\ \sigma_k &= 1.0, \\ \sigma_\epsilon &= 1.22, \\ C_{\epsilon 1} &= 1.44, \end{aligned}$$

$$C_{\epsilon 2}=1.92$$

(2) Rodi의 선회수정 (Rodi's swirl correction)

선회에 의한 곡률효과를 고려해주기 위해 Rodi는 부력과 선회와의 상사성에 착안하여 플릭스 Richardson수를 정의하고 ϵ 식의 부력항이 들어가는 곳에 보정항을 첨가하는 k - ϵ 모델의 수정모델을 제안하였다.

즉, ϵ 식에서 $C_{\epsilon 1}$ 대신 $C'_{\epsilon 1}$ 로 다음과 같이 수정한다.

$$C_{\epsilon 1}=C_{\epsilon 1}(1+0.9Ri_f) \quad (8)$$

여기서 Ri_f 는

$$Ri_f=2v_t W \frac{\partial(W/r)}{\partial r} / P \text{ 로 정의된다}^{(19)}.$$

(3) 대수응력모델

Lee⁽²⁴⁾의 연구에서 제안된 모델 중, "Model 2"를 따르면 레이놀즈응력모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (U^k \overline{u^i u^j})_{,k} - C_s \left(\overline{u^k u^i} \frac{k}{\epsilon} (\overline{u^j u^i})_{,1} \right)_{,k} = \\ P^{ij} - \frac{2}{3} g^{ij} \epsilon - C_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\overline{u^i u^j} - \frac{2}{3} g^{ij} k \right) \\ - C_2 \left(P^{ij} - \frac{2}{3} g^{ij} P \right) \end{aligned} \quad (9)$$

여기서

$$\begin{aligned} P &= -g_{km} \overline{u^k u^i} U^m \\ P^{ij} &= -\overline{u^k u^j} U^i_{,k} - \overline{u^k u^i} U^j_{,k} \end{aligned}$$

위의 레이놀즈 응력모델을 적용하기 위해서는 평균유동의 미분방정식 외에도 난류응력들 및 난류소멸항을 지배하는 총 7개의 타원형 편미분방정식을 더 풀어야 하며 각 응력들이 강하게 커플되어 있으므로 그에 따르는 수치적 어려움도 예상된다. 그런데 대류항과 확산항이 위의 식들을 미분방정식으로 만들므로 두 항을 적당하게 근사시키면 위의 식들을 대수방정식으로 만들 수 있다. Rodi⁽²⁵⁾는 각 레이놀즈응력의 전달량은 k 의 전달량과 비례하고 그 비례상수는 $\overline{u^i u^j}/k$ 라는 가정을 도입하였다. 이 가정을 적용하면 다음과 같은 대수응력모델을 얻을 수 있다.

$$\frac{\overline{u^i u^j}}{k} = \lambda_1 \frac{P^{ij}}{\epsilon} + \lambda_2 g^{ij} \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{1-C_2}{\frac{P}{\epsilon} + C_1 - 1}, \\ \lambda_2 &= \frac{2}{3} \frac{C_2 \frac{P}{\epsilon} + C_1 - 1}{\frac{P}{\epsilon} + C_1 - 1} \end{aligned}$$

k 와 ϵ 의 전달방정식은 Hanjalic과 Launder⁽²⁶⁾의 모델을 적용하면

$$(U^j k)_{,j} = C_s \left(\frac{k}{\epsilon} \overline{u^i u^j} k_{,1} \right)_{,j} + P - \epsilon \quad (11)$$

$$\begin{aligned} (U^j \epsilon)_{,j} &= C_\epsilon \left(\frac{k}{\epsilon} \overline{u^i u^j} \epsilon_{,1} \right)_{,j} \\ &+ (C_{\epsilon 1} P - C_{\epsilon 2} \epsilon) \frac{\epsilon}{k} \end{aligned} \quad (12)$$

단, 식 (10)의 응력들을 그대로 평균유동 운동량방정식에 대입하면 각 운동량 방정식은 생성항 (source term)이 지배하는 식이 되므로 수치적인 불안정성 (numerical instability)을 갖게 된다. 따라서, 안정성 (stability)을 위하여 각 응력항들을 다음과 같이 분해하여 적용한다⁽²⁷⁾.

$$-\overline{u^i u^j} = \nu_t(i, j) g^{jk} U^i_{,k} + R(i, j) \quad (13)$$

여기서

$\nu_t(i, j)$; pseudo-eddy viscosity tensor

$R(i, j)$; residuaries

식 (13)를 고려하여 각 응력항들을 평균유동 운동량방정식에 대입하고 정리하면 다음 식들을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} (U^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rUV) \\ - \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(2\lambda_1 \frac{k}{\epsilon} \overline{u^2} + \nu \right) \frac{\partial U}{\partial x} \right] \\ - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\lambda_1}{\gamma_{xr}} \frac{k}{\epsilon} \overline{v^2} + \nu \right) \frac{\partial U}{\partial r} \right] \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\nu \frac{\partial V}{\partial x} \right) \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\lambda_1 \frac{k}{\epsilon} \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{2}{3} \left(k - \lambda_1 \frac{k}{\epsilon} P \right) \right] \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\lambda_1}{\gamma_{xr}} \frac{k}{\epsilon} \left(\overline{u^2} \frac{\partial V}{\partial x} - \overline{uv} \frac{W}{r} \right) \right] \quad (14) \\ \frac{\partial}{\partial x} (UV) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV^2) - \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\lambda_1}{\gamma_{xr}} \frac{k}{\epsilon} \overline{u^2} \right. \right. \\ \left. \left. + \nu \right) \frac{\partial V}{\partial x} \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(2\lambda_1 \frac{k}{\epsilon} \overline{v^2} + \nu \right) \frac{\partial V}{\partial r} \right] \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{W^2}{r} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial U}{\partial r} \right) \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r\nu \frac{\partial V}{\partial r} \right) - 2\nu \frac{V}{r} + \frac{\overline{w^2}}{r} \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\lambda_1}{\gamma_{xr}} \frac{k}{\epsilon} \left(\frac{\partial U}{\partial r} \overline{v^2} - \frac{W}{r} \overline{uw} \right) \right] \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(2\lambda_1 \frac{k}{\epsilon} \overline{uv} \frac{\partial V}{\partial x} - 2\lambda_1 \frac{k}{\epsilon} \overline{vw} \frac{W}{r} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2}{3} \left(k - \lambda_1 \frac{k}{\epsilon} P \right) \right) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(rUW) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 VW) \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\lambda_1}{\gamma_{\theta x}} \frac{k}{\epsilon} \overline{u^2} + \nu \right) \frac{\partial rW}{\partial x} \right] \\ & - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\lambda_1}{\gamma_{r\theta}} \frac{k}{\epsilon} \overline{v^2} + \nu \right) \frac{\partial rW}{\partial r} \right] \\ & = - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\nu rW) \\ & + r \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\lambda_1}{\gamma_{\theta x}} \frac{k}{\epsilon} \left(\frac{\partial W}{\partial r} \overline{uw} \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\partial U}{\partial r} \overline{uw} \right) \right] - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\lambda_1}{\gamma_{r\theta}} \frac{k}{\epsilon} \overline{v^2} rW \right) \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\lambda_1}{\gamma_{r\theta}} \frac{k}{\epsilon} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \overline{uv} \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{W}{r} \overline{w^2} + \frac{\partial V}{\partial x} \overline{uw} \right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

여기서

$$\begin{aligned} r_{xr} &= \left(1 - \lambda_1 \frac{k}{\epsilon} \frac{V}{r} \right), \\ \gamma_{r\theta} &= \left(1 - \lambda_1 \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial x} \right), \\ \gamma_{\theta x} &= \left(1 - \lambda_1 \frac{k}{\epsilon} \frac{\partial V}{\partial r} \right) \end{aligned}$$

위의 대수응력모델을 적용함에 있어 사용된 모델 상수들은 다음과 같다⁽²⁷⁾.

$$\begin{aligned} C_1 &= 1.8, \quad C_2 = 0.6, \quad C_3 = 0.22, \quad C_\epsilon = 0.15, \\ C_{e1} &= 1.44, \quad C_{e2} = 1.92 \end{aligned}$$

(4) 수정 $k-\epsilon$ 모델 (modified $k-\epsilon$ model)

대수응력모델의 유도에서 전단응력항에 대해 국소응력평형(local stress equilibrium) 가정을 적용하여 대류항과 확산항을 무시하면 레이놀즈 전단응력은 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\overline{u^i u^j}}{k} = \lambda_3 \frac{P^{ij}}{\epsilon} \quad (17)$$

여기서

$$\lambda_3 = \frac{1 - C_2}{C_1}$$

그런데 실험⁽⁸⁾ 및 이론적인 연구⁽⁹⁾에 의해 선회 제트의 경우 난류전단응력이 평균유동의 변형률에 크게 의존함이 알려졌다으므로 식 (17)에서 Boussinesq 근사에 해당하는 항의 비중이 상대적으로 클 것이다. 다만, 선회류에서의 잉여변형률 $\partial W/\partial r$ 과 W/r 를 고려해 주기 위해 Boussinesq 근사에 해당하는 항과 전술한 두 변형률을 가진 항만을 고려하여 식 (17)을 정리하면 각 전단응력은 다음과 같다.

$$\overline{uv} = - \frac{\lambda_1 \lambda_4}{1 + \lambda_3^2 Ri} \frac{k^2}{\epsilon} \left(\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (18)$$

$$\overline{vw} = - \frac{\lambda_1 \lambda_4}{1 + 4\lambda_1 \lambda_3 Ri} \frac{k^2}{\epsilon} \left(\frac{\partial W}{\partial r} - \frac{W}{r} \right) \quad (19)$$

$$\overline{uw} = - \frac{\lambda_1 \lambda_4}{1 + \lambda_3^2 Ri} \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial W}{\partial x} \quad (20)$$

여기서

$$Ri = \frac{k^2}{\epsilon^2} \frac{W}{r} \frac{\partial W}{\partial r}$$

따라서, 아래와 같이 C_μ 가 Richardson 수와 P/ϵ 의 함수로 표현되고 표준 $k-\epsilon$ 모델에서는 고려되지 못하는 C_μ 의 비등방성이 고려되는 $k-\epsilon$ 모델의 수정모델을 얻는다.

$$\nu_{t,xr} = \nu_{t,\theta x} = C_{\mu 1} \frac{k^2}{\epsilon} \equiv \nu_{t1} \quad (21)$$

$$\nu_{t,r\theta} = C_{\mu 2} \frac{k^2}{\epsilon} \equiv \nu_{t2} \quad (22)$$

여기서

$$C_{\mu 1} = \frac{\lambda_1 \lambda_4}{1 + \lambda_3^2 Ri},$$

$$C_{\mu 2} = \frac{\lambda_1 \lambda_4}{1 + 4\lambda_1 \lambda_3 Ri},$$

$$\lambda_4 = \frac{\lambda_3 \lambda_2}{\lambda_1}$$

레이놀즈 수직응력에 관해서는 표준 $k-\epsilon$ 모델에서와 같이 식 (5)를 사용한다. 이 모델을 적용하면 선회류에 대한 평균유동 운동량방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(U^2) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rUV) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_e \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \nu_{e1} \frac{\partial U}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_e \frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \nu_{e1} \frac{\partial V}{\partial x} \right) \\ & - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(UV) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rV^2) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_{e1} \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \nu_e \frac{\partial V}{\partial r} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_{e1} \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \nu_e \frac{\partial V}{\partial r} \right) \\ & - 2\nu_e \frac{V}{r} - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial r} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(rUW) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 VW) \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_{e1} \frac{\partial rW}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \nu_{e2} \frac{\partial rW}{\partial r} \right) \\ & - \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\nu_{e2} rW) \end{aligned} \quad (25)$$

여기서

$$\begin{aligned} \nu_e &= \nu_t + \nu, \\ \nu_{e1} &= \nu_{t1} + \nu, \\ \nu_{e2} &= \nu_{t2} + \nu \end{aligned}$$

모델상수 C_1 과 C_2 는 대수응력모델에서와 같다. 이 모델을 적용하기 위해 필요한 k 와 ϵ 에 관한 식은 (6)과 (7)을 사용한다. 다만, 와점성계수가 비등방이므로 난류에너지 생성항 P 에 약간의 수정을 해야 한다.

이 모델은 선회속도에 의한 잉여변형률이 Richardson수를 통해 고려되며 와점성계수가 비등방성을 갖게된다는 점에서 선회류의 특성을 잘 반영할 수 있으리라 기대된다.

3. 수치계산상의 세부사항

3.1 경계조건 및 계산영역과 격자분포

입구경계조건의 불확실성으로 인해 야기되는 오차를 피하기 위해 가능한 한 모든 변수의 입구조건을 실험치로 부터 얻는다. 단, 입구에서 V 의 실험치가 없는 Pratte와 Keffer⁽⁶⁾의 제트에 관해서는 $V=0$ 로 하여 계산하였다. ϵ 의 입구조건은 \overline{uv} 의 실험치가 있을 경우에는 식 (5)에서 $\frac{\partial V}{\partial x}$ 를 무시하여 얻은 식 $\epsilon = -C_\mu \frac{k^2}{\overline{uv}} \frac{\partial U}{\partial r}$ 을 사용하여 얻고 \overline{uv} 의 실험치가 없는 Park과 Shin⁽²⁸⁾의 제트에 대해서는 Leschziner와 Rodi⁽¹⁹⁾의 연구에서 사용한 $\epsilon = k^{3/2}/L$ 을 적용하여 얻는다. 여기서 $L=0.75\delta_{0.1}/C_\mu^{3/4}$ 이고 $\delta_{0.1}$ 은 $U=0.1U_{max}$ 가 되는 제트의 폭으로 정의된다. 그 이외의 경계에서의 경계조건은 Table 1에 나타낸 것과 같다.

격자계는 비균일 직각 격자계(nonuniform rec-

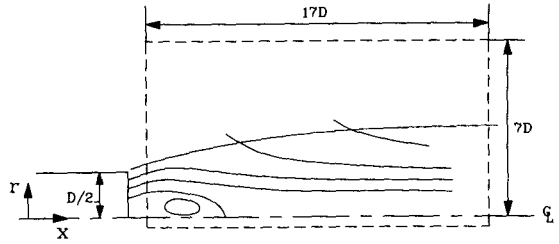


Fig. 1 Flow configuration and computational domain for the strongly swirling jets

tangular grid system)를 사용하였다.

(1) 강선회제트

노즐출구에서 가장 가까운 실험치가 있는 곳을 계산의 입구경계로 하였다. 계산영역은 제트의 성장이 상당히 빠를 것으로 예상되므로 약선회 단축제트의 경우보다 작게 잡아 축방향으로 17D반경방향으로 7D정도로 하였고(Fig. 1) 수치확산(numerical diffusion)에 의한 오차를 줄이기 위해 재순환 영역에 조밀한 격자를 구성하였다. 격자확장계수(grid expansion factor)는 1.15이하로 하여 축방향으로 38개 반경방향으로 38개의 격자선을 분포시켰다.

(2) 약선회 단축제트

계산영역은 축방향으로 30D, 반경방향으로 15D 정도로 하였고 최대 격자확장계수는 1.1로 하여 38×35의 격자계를 구성하였다.

(3) 약선회 동축제트

계산영역은 축방향으로 16D, 반경방향으로 7D 정도이고 최대 격자확장 계수는 1.1로 하여 38×35의 격자계를 구성하였다.

Table 1 Boundary conditions for swirling jets

Boundary	U	V	W	k	ϵ
Inlet	From experiment	(a)	From experiment	From experiment	(a)
Axis of symmetry	$\frac{\partial U}{\partial r} = 0$	0	$\frac{\partial r W}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial k}{\partial r} = 0$	$\frac{\partial \epsilon}{\partial r} = 0$
outlet	$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0$	(b)	$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0$	$\frac{\partial k}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial \epsilon}{\partial x} = 0$
Entrainment boundary	0	$\frac{\partial r V}{\partial r} = 0$	0	0	0

(a) Should be referred to section 3.1

(b) From continuity

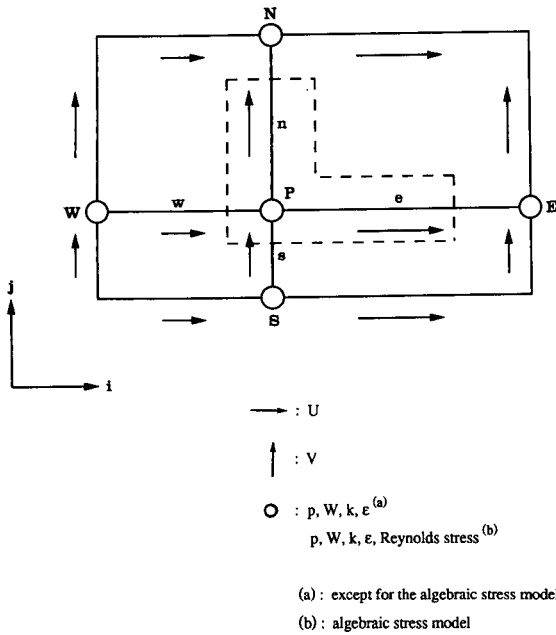


Fig. 2 Staggered grid and locations of variables

3.2 계산방법 및 알고리즘

대류항 및 확산항의 유한차분 방법은 혼합 중앙 전진 차분법 (hybrid central/upwind difference scheme)⁽²⁹⁾을 사용하였다.

또한, 연속방정식에서의 속도구배항과 운동량방정식에서의 압력구배항을 중앙차분함으로써 발생할 수 있는 수치적 불안정성을 방지하기 위해 엇물림 격자계 (staggered grid system)⁽²⁹⁾를 사용하였다. 대수응력모델을 적용함에 있어, 각응력의 격자점은 엇물리게 하지 않고 압력과 같은 점으로 하였다 (Fig. 2).

수치해법 (solution algorithm)은 Galpin 등⁽²³⁾이 제안한 CELS (coupled equation line solver)를 사용하였다. 축방향으로 전진하며 반복계산 (iteration)할 경우의 해법은 Fig. 3과 같다.

수렴조건은 계산영역상의 모든 점에서 무차원화된 U, V, W의 변화율이 0.1%이하이고 무차원화된 압력수정이 0.05%이하일 때로 하였다.

4. 결과 및 고찰

4.1 강선회제트

강선회제트에 관해서는 선회수 0.73인 Sislian과 Cusworth⁽⁸⁾의 실험 및 선회수 1.87인 Park과 Shin⁽²⁸⁾의 실험에 대하여 계산을 수행하였다.

Fig. 4, 5, 6은 Sislian과 Cusworth의 실험치와 각 모델에 의한 계산결과를 보여주는 데 표준 $k-\epsilon$ 모델이 평균유동속도 U, W를 비교적 잘 예측함을 알 수 있다. (Fig. 4, 5) 이 모델에 의해 제트의 전 영역에서 U가 만족스럽게 예측되며 W의 계산 결과도 만족할 만하다. 수정 $k-\epsilon$ 에 의한 계산 결과는 제트의 전개가 실제보다 약간 빠르게 예측됨을 보여준다. 대수응력모델에 의한 U의 예측을 고려하면 제트의 외곽부분에서는 만족스러운 결과를 주나 중심축 근처에서의 예측이 부정확함을 볼 수 있다. Rodi의 선회수정은 제트의 전 영역에서 과도한 난류 확산 (turbulent diffusion)을 예측함으로써 제트의 전개가 지나치게 빠르게 계산되게 한다. 난류운동에너지의 예측을 고려하면 (Fig. 6) 전 영역에서 수정 $k-\epsilon$ 모델에 의해 가장 만족스러운 수치해가 얻어짐을 알 수 있다. U 및 W의 예측은 표준 $k-\epsilon$ 모델이 가장 정확하였으나 k의 예측은 수정 $k-\epsilon$ 모델이 더 정확한 것은 이 모델이 선회류에서의 곡률효과 즉 각운동량 구배에 따른 유동의 안정

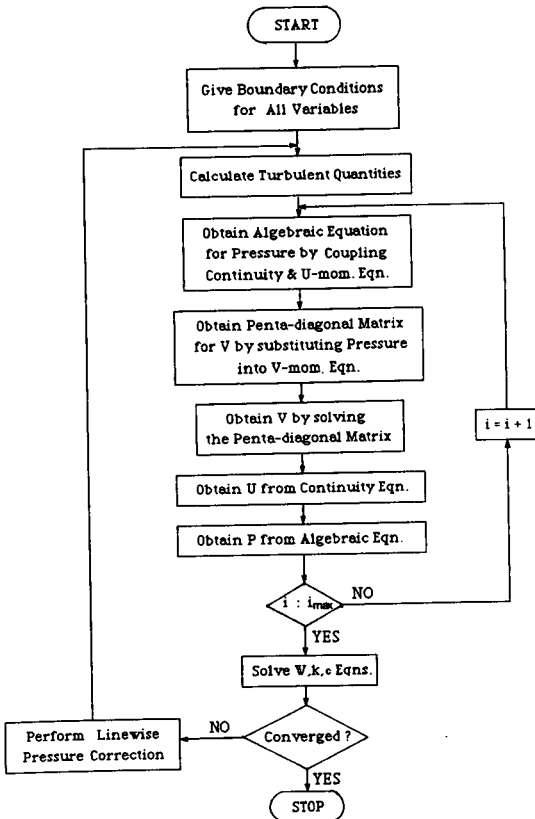


Fig. 3 Flow chart

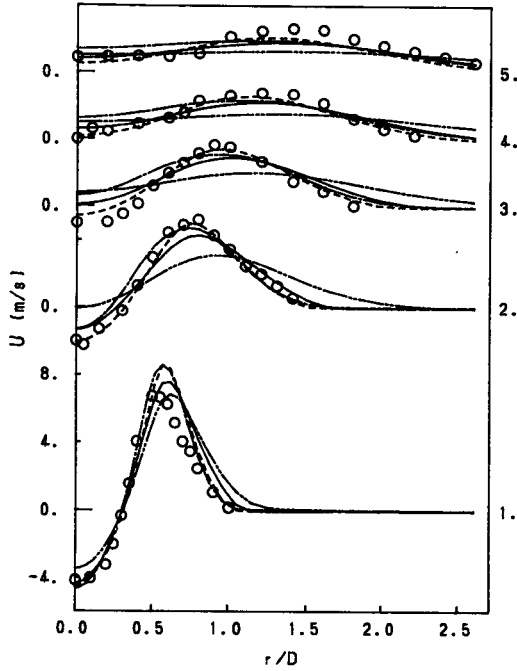


Fig. 4 Axial velocity profiles of strongly swirling jet
 (○ : experiment⁽⁶⁾, ---- : standard $k-\epsilon$,
 - · - · : Rodi's correction,
 - - - : ASM, — : modied $k-\epsilon$

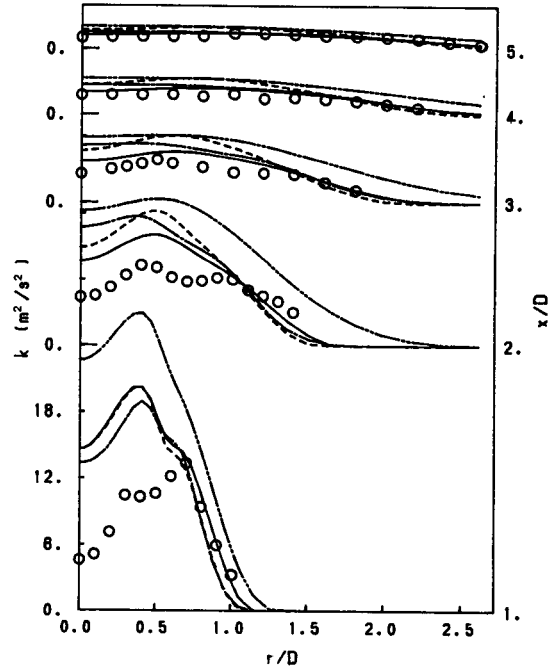


Fig. 6 Turbulent kinetic energy profiles of strongly swirling jet (Notation as in Fig. 4)

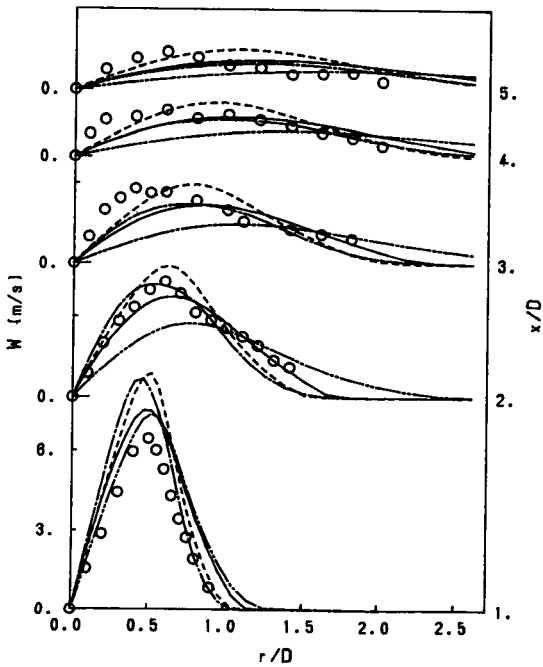


Fig. 5 Tangential velocity profiles of strongly swirling jet (Notation as in Fig. 4)

화 및 불안정화 효과를 더 잘 반영한다는 것을 보여준다. 대수응력모델은 제트의 중심축 부근을 제외한 부분에서는 표준 $k-\epsilon$ 모델보다 향상된 결과를 주나 제트의 중심축 근처에서 과장된 k 값을 예측한다. 이로 인해 이 부분에서 U 의 예측이 부정확해지는 것으로 보인다. Rodi의 선회수정은 제트의 전 영역에서 과도한 난류생성을 예측함으로써 k 가 매우 크게 예측되며 이러한 경향은 노즐근처 즉, 선회속도가 큰 영역에서 두드러진다.

Fig. 7, 8, 9에 Park과 Shin의 실험을 바탕으로 수행한 수치해석 결과를 도시하였다. 이 실험에 대한 결과는 U , W , k 모두 수정 $k-\epsilon$ 모델에 의한 수치해가 가장 정확함을 보여준다. 또한, 그 수치해가 재순환영역의 크기 및 U 의 최대값, W 의 최대값 등을 잘 표현해주고 있음을 볼 수 있다. Sislian과 Cusworth의 제트에서와 같이 Rodi의 수정모델에 의한 예측은 매우 부정확하며 k 의 예측을 고려하면 특히, 음의 각 운동량 구배에 의해 유동의 불안정이 예상되는 제트의 외곽부분에서 지나친 난류생성을 예측함을 알 수 있다.

위의 결과들을 종합하면 강선회제트에 관해 수정

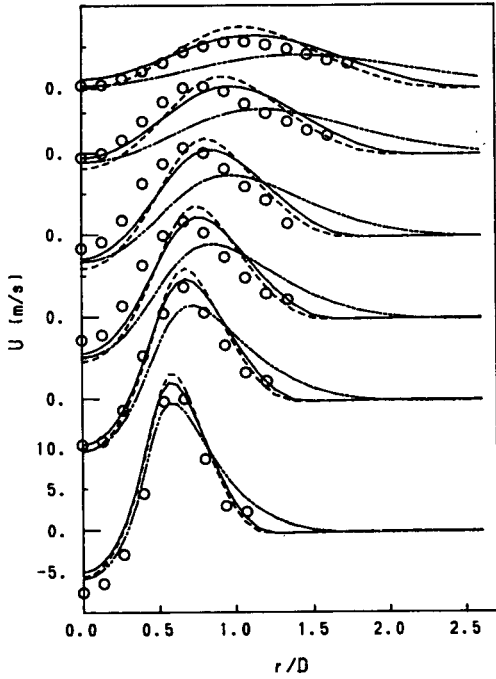


Fig. 7 Axial velocity profiles of strongly swirling jet (○ : experiment⁽²⁸⁾, ---- : standard $k-\epsilon$, - · - : Rodi's correction, — : modified $k-\epsilon$)

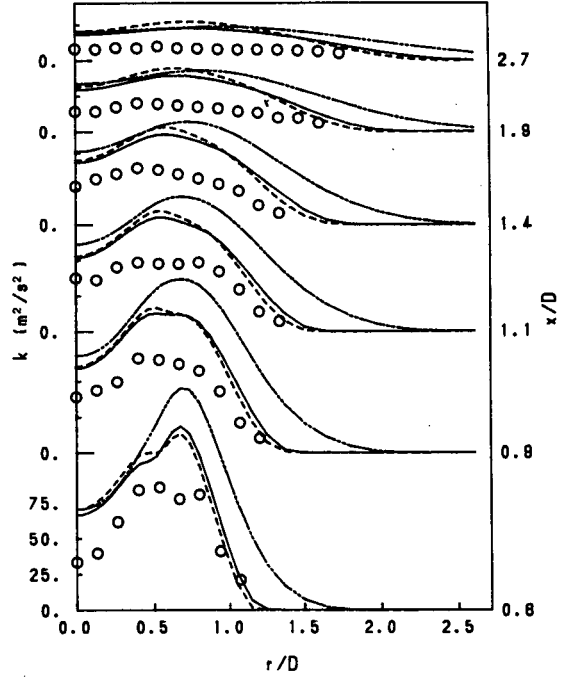


Fig. 9 Turbulent kinetic energy profiles of strongly swirling jet (Notation as in Fig. 7)

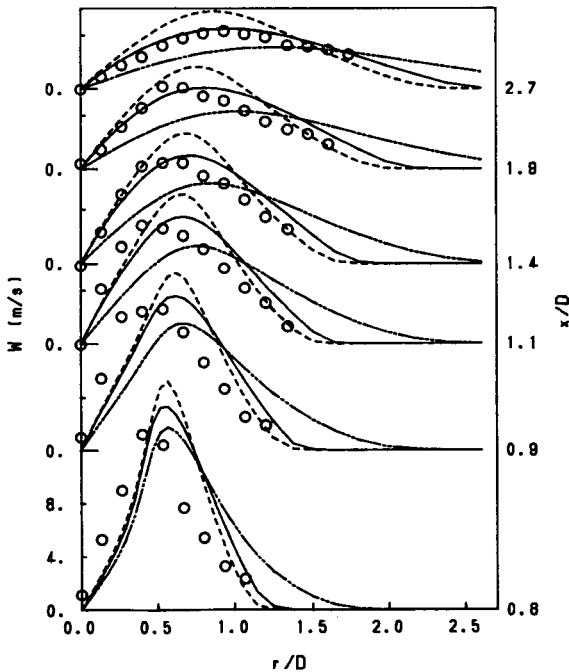


Fig. 8 Tangential velocity profiles of strongly swirling jet (Notation as in Fig. 7)

$k-\epsilon$ 모델 및 표준 $k-\epsilon$ 모델은 만족할 만한 수치해를 주며 특히, 이전의 수치적 연구^(7,19)에서 얻지 못했던 재순환영역의 정확한 예측은 연소공학의 측면에서 의미있는 일이라 생각된다. 다만, k 의 예측에 있어서는 수정 $k-\epsilon$ 모델이 표준 $k-\epsilon$ 모델에 비해 더 좋은 결과를 주었는데 이는 이전의 연구 결과에서와 같이 표준 $k-\epsilon$ 모델이 폭발영향을 제대로 반영하지 못함에 기인 하는 것으로 보인다. 그럼에도 불구하고 이 모델에 의한 평균 속도장의 예측이 만족할만한 것은 강선회제트의 노즐 근처에서의 유동은 압력구배항 및 관성항에 의해 지배되므로⁽⁹⁾ k 값의 다소간의 오차는 평균유동의 예측에 크게 기여하지 못할 것이기 때문이다. 대수응력모델의 결과들은 제트의 중심축 근처에서의 예측이 만족스럽지 못함을 보여주는데, 선회없는 자유제트의 예측에 대수응력모델을 적용할 경우 이와 같은 결과가 얻어진다는 것은 잘 알려져 있다^(30,31). 이와 관련하여 다음과 같은 Rodi근사의 문제점을 지적하고 싶다. 즉, Rodi의 근사는 $\overline{u^i u^j} / k$ 가 상수가 아닐 경우에 부정확해 지는데⁽³¹⁾ 환형제트의 중심축 근처에서는 전단응력과 k 의 경향이 다르므로 이 영역에서는

Rodi의 근사가 적절하지 못하다는 것이다. 선회자유제트에서 대수응력모델에 의한 결과가 만족스럽지 못한 것은 전술한 문제점에도 그 원인이 있을 것으로 생각된다. Rodi의 수정모델은 두 개의 강선회제트 모두에서 매우 부정확한 수치해를 주었는데 이는 이 모델이 선회류에서의 잉여변형률을 표현하는 Richardson수에 관한 1차 선형 수정(first-order linear correction)의 성격을 가지므로 강선회제트와 같이 잉여변형률이 매우 큰 유동에 대해서는 이와 같은 수정이 적당하지 않을 것이기 때문이다⁽³²⁾.

들의 결과를 보여주는데, 이전의 연구들에서와 같이 표준 $k-\epsilon$ 모델은 제트의 전개율을 상당히 증가시키는 선회효과를 제대로 반영하지 못하여 U_{cl} 의 감쇠율, 반폭의 증가율, W_m 의 감쇠율 등이 실제보다 작게 계산되게 한다. 수정 $k-\epsilon$ 모델 및 Rodi의 수정모델은 U_{cl} 및 W_m 을 같은 정도로 만족스럽게 예측하며 반폭의 예측을 고려하면 Rodi의 수정모델이 좀 더 정확한 결과를 준다. 대수응력모델은 표준 $k-\epsilon$ 모델에 비해서는 개선된 결과를 주나 전술한 두 모델 즉 수정 $k-\epsilon$ 모델과 Rodi의 수정모델에 비해 정확도가 떨어진다. Fig. 13의 k 의 예측

4.2 약선회제트

선회수 0.3인 Pratte와 Keffer⁽⁵⁾의 단축제트 및 선회수 0.26인 Ribeiro와 Whitelaw⁽⁶⁾의 동축제트에 대해 계산을 수행하였다.

Fig. 10, 11, 12는 단축제트에 관한 평균유동변수

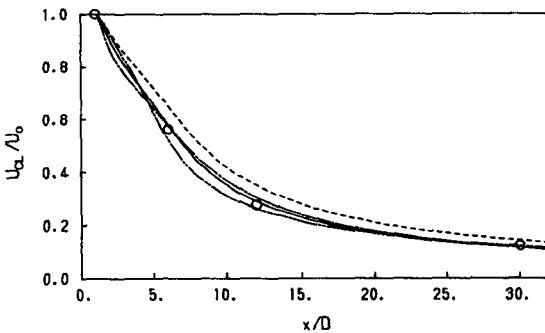


Fig. 10 Centerline axial velocity profiles of weakly swirling single jet (○ : experiment⁽⁶⁾, ---- : standard $k-\epsilon$, - · - · : Rodi's correction, ···· : ASM, — : modified $k-\epsilon$)

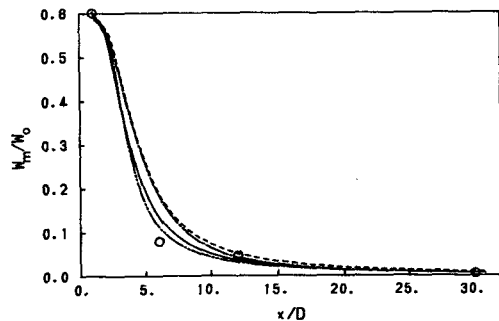


Fig. 11 Maximum tangential velocity profiles of weakly swirling single jet (Notation as in Fig. 10)

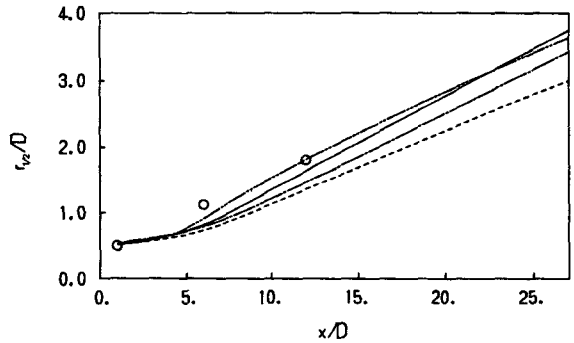


Fig. 12 Half width profiles of weakly swirling single jet (Notation as in Fig. 10)

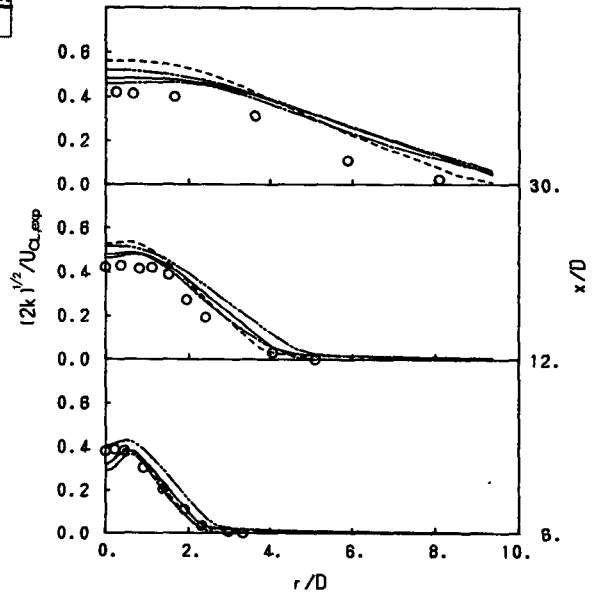


Fig. 13 Turbulent kinetic energy profiles of weakly swirling single jet (Notation as in Fig. 10)

을 고려하면, 수정 $k-\epsilon$ 모델 및 대수응력모델에 의해 만족스러운 수치해가 얻어짐을 알 수 있다. 평균 유동변수들의 예측은 Rodi의 수정모델이 가장 정확했음에도 불구하고 이 모델은 제트의 전 영역에서 실제보다 과장된 k 값을 예측한다. 특히, $D/x=6$, 12인 부분에서는 네 모델 중 가장 부정확한 예측을 한다. 표준 $k-\epsilon$ 모델은 특히 제트의 중심축 근처에서의 예측이 부정확하다.

동축제트에 관한 결과에서 (Fig. 14, 15, 16, 17), 비등방 $k-\epsilon$ 모델과 Rodi의 수정모델은 W_m 및 $r_{1/2}$ 을 매우 정확히 예측하나 U_{CL} 의 예측은 두 모델 모두 부정확함을 알 수 있다. 함께 도시한 Gibson과 Younis⁽¹³⁾가 레이놀즈 응력모델로 계산한 결과는 U_{CL} 이 정확한 데 반해 W_m 및 $r_{1/2}$ 은 본 연구에서 전술한 두 모델로 계산한 결과에 비해 부정확하

다. 따라서, 평균 유동변수들 전부를 정확하게 예측하는 것은 어려운 것으로 생각된다. Fig. 17은 k 의 예측을 보여주는데, 표준 $k-\epsilon$ 모델은 k 를 실제보다 작게 예측하여 전술한 바와 같이 제트의 전개가 느리게 계산되게 한다. 단축제트에서와 같이 Rodi의 수정모델은 k 값을 실제보다 크게 예측하며 수정 $k-\epsilon$ 모델은 매우 정확한 예측을 한다. 전술한 바를 종합하면, 약선회제트에서 표준 $k-\epsilon$ 모델은 부정확하며 대수응력모델은 표준 $k-\epsilon$ 모델보다 나

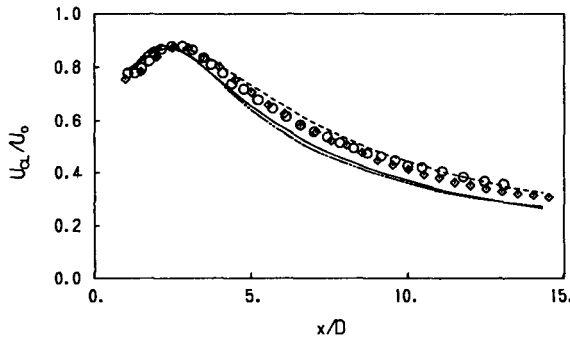


Fig. 14 Centerline axial velocity profiles of weakly swirling coaxial jet (○ : experiment⁽⁶⁾, ◇ : Gibson & Younis by RSM⁽³⁾, ---- : standard $k-\epsilon$, - · - · : Rodi's correction, — : modified $k-\epsilon$)

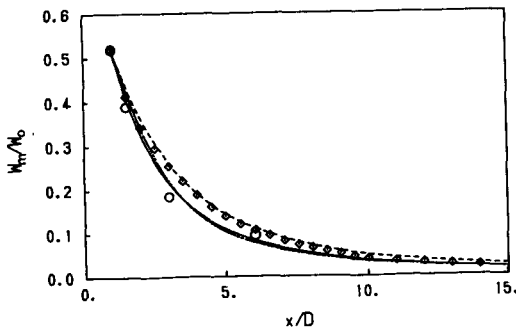


Fig. 15 Maximum tangential velocity profiles of weakly swirling coaxial jet (Notation as in Fig. 14)

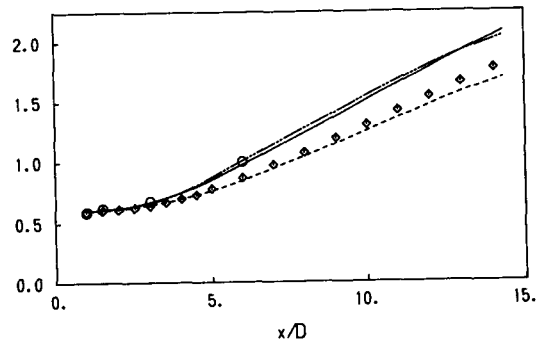


Fig. 16 Half width profiles of weakly swirling coaxial jet (Notation as in Fig. 14)

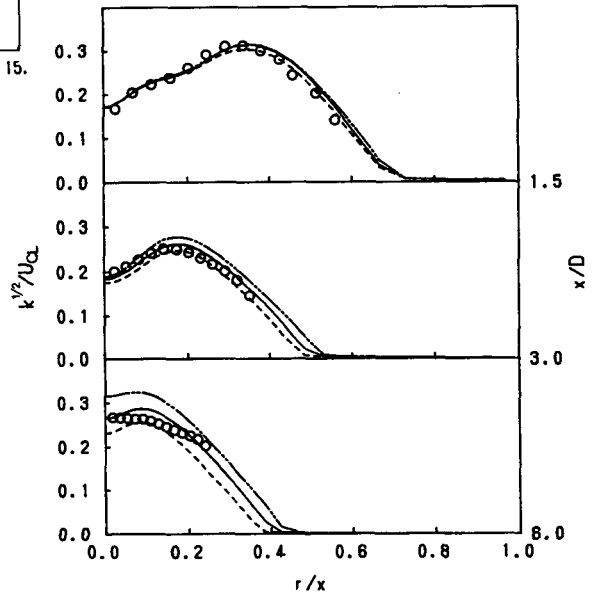


Fig. 17 Turbulent kinetic energy profiles of weakly swirling coaxial jet (○ : experiment⁽⁶⁾, ---- : standard $k-\epsilon$, - · - · : Rodi's correction, — : modified $k-\epsilon$)

은 예측을 하나 만족스러울 정도라 볼 수 없다. 난류강도의 예측을 고려할 때, Rodi의 수정모델이 평균유동변수들을 잘 예측한 것은 ϵ 식의 생성항을 수정함으로써 k 값을 실제보다 크게 계산되게 하여 얻어진 결과임을 알 수 있다. 따라서, 이 모델은 선회유동의 물리적인 특성을 잘 표현하는 모델이라 볼 수 없다. 수정 $k-\epsilon$ 모델은 평균유동변수들을 만족스럽게 예측할뿐 아니라 선회곡률영향을 잘 반영하여 난류강도를 가장 정확히 예측한다.

대수응력모델로부터 유도한 수정 $k-\epsilon$ 모델이 대수응력모델보다 더 좋은 결과를 주는 것은, 전술했던 제트의 중심축 근처에서 Rodi근사의 문제점을 고려하여 수정 $k-\epsilon$ 모델의 유도과정에서는 Rodi근사를 적용하지 않고 국소응력평형 가정을 적용하여 전단응력식에서 대류항과 확산항을 무시했던 것이 좋은 방향으로 작용했기 때문이라 생각된다. 실제로 Rodi 근사를 적용하여 유도한 수정 $k-\epsilon$ 모델을 적용해 본 결과 만족스럽지 않은 예측이 늘어났다. 또한 서론에서 언급한 바와 같이, Launder와 Morse⁽²²⁾, Sislian과 Cusworth⁽⁶⁾의 연구를 종합할 때 선회제트의 예측에 있어서는 각 응력 간의 커플링이 없는 와점성계수형의 모델이 적절할 것이기 때문이다.

5. 결 론

본 연구의 결론은 다음과 같다.

(1) 강선회제트의 경우 계산입구에서의 경계조건이 매우 중요하며 정확한 입구조건 하에서 표준 $k-\epsilon$ 모델은 Rodi의 수정모델이나 대수응력모델에 비해 더 정확히 평균유동을 예측한다. 그러나 난류강도의 예측을 고려하면 이 모델은 선회제트에서의 곡률효과를 잘 반영하지 못한다는 것을 알 수 있다. 이로인해 약선회제트의 경우에는 부정확한 평균유동변수의 예측이 얻어진다.

(2) Rodi의 수정모델은 강선회제트에서 매우 부정확한 예측을 하며 약선회제트의 경우에도 평균유동변수의 예측은 만족할만 하나 선회효과를 실제보다 과장함으로써 인해 난류강도의 예측은 부정확하다.

(3) 대수응력모델은 강선회제트에서 표준 $k-\epsilon$ 모델보다 부정확한 예측을 하나 약선회제트에서는 개선된 결과를 준다.

(4) 본 연구에서는 선회류의 비등방성 및 유선곡

률효과가 고려되는 수정 $k-\epsilon$ 모델을 제시하였는데, 이 모델은 네 개의 강선회 및 약선회제트 들의 평균유동변수들을 만족스럽게 예측하였으며 선회에 의한 잉여변형률영향을 잘 반영하여 난류강도를 가장 정확히 예측하였다. 이는, 이들 유동에서의 각 응력들이 평균유동의 변형률에 크게 의존하므로 와점성계수형의 수정이 적절할 것이기 때문이다.

참 고 문 헌

- (1) Gupta, D. G., Lilley, D. G. and Syred, N., "Swirl Flows", ABACUS PRESS
- (2) Rose, W. G., 1962, "A Swirling Round Turbulent Jet", J. Appl. Mech., Vol. 29, pp.616~625.
- (3) Chigier, N. A. and Beer, J. M., 1964 "Velocity and Static Pressure Distributions in Swirling Air Jets Issuing from Annular and Divergent Nozzles", Journal of Basic Engineering, Vol. 86, No. 4, pp.788~798.
- (4) Chigier, N. A. and Chervinsky, A. 1967, "Experimental Investigation of Swirling Vortex Motion in Jets", J. Appl. Mech., Vol. 34, pp.443~451.
- (5) Pratte, B.D. and Keffer, J.F., 1972, "The Swirling Turbulent Jet", Journal of Basic Engineering, Vol. 94, pp.739~748.
- (6) Ribeiro, M.M. and Whitelaw, J. H., 1980, "Coaxial Jets with and without Swirl", J. Fluid Mech., Vol. 96, Part 4, pp.769~795.
- (7) Komori, S. and Ueda, H., 1985, "Turbulent Flow Structure in the Near Field of a Swirling Round Free Jet", Physics of Fluids, Vol. 28, pp.2075~2082.
- (8) Sislian, J. P. and Cusworth, R. A., 1986, "Measurements of Mean Velocity and Turbulent Intensities in a Free Isothermal Swirling Jet", AIAA Journal, Vol. 24, No. 2 pp.303~309.
- (9) Lilley, D. G. and Chigier, N. A., 0000, "Nonisotropic Turbulent Stress Distribution in Swirling Flows from Mean Value Distributions", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 14, pp. 573~585.
- (10) Lilley, D. G., 1973, "Prediction of Inert Turbulent Swirl Flows", AIAA Journal, Vol, 11, No. 7., pp.955~960.
- (11) Koolsinlin, M. L. and Lockwood, F. C., 1974, "The Prediction of Axisymmetric Turbulent Swirling Boudary Layers", AIAA Journal, Vol. 12, No. 4., pp. 547~554.
- (12) Bradshaw, P., 1973, "Effects of Streamline Curvature on Turbulent Flow", AGARDograph No. 169.
- (13) Gibson, M. M. and Younis, B.A., 1986, "Calcula-

- tion of Swirling Jets with a Reynolds Stress Closure”, *Physics of Fluids*, Vol. 29, No. 1, pp.38~48.
- (14) Sloan, D. G., Smith, P. J. and Smoot, D., 1986, “Modeling of Swirl in Turbulent Flow Systems”, *J. Energy Combust. Sci.*, Vol. 12, pp.163~250.
- (15) Irwin, H. P. A. H. and Arnot Smith, P., 1975, “Prediction of the effect of Streamline curvature on Turbulence”, *Physics of Fluids*, Vol. 18, No. 6, pp.624~630.
- (16) Launder, B. E., Priddin, C.G. and Sharma, B. I., 1977, “The Calculation of Turbulent Boundary Layers on Spinning and Curved Surfaces”, *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 99, pp.231~239.
- (17) Leschziner, M. A. and Rodi, W., 1981, “Calculation of Annular and Twin Parallel Jets Using Various Discretization Schemes and Turbulence-Model Variations”, *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 103, pp.352~360.
- (18) Gibson, M. M. and Younis, B. A., 1982, “Modelling the Curved Turbulent Wall Jet”, *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 12, pp.1707~1712.
- (19) Leschziner, M. A. and Rodi, W., 1984, “Computation of Strongly Swirling Axisymmetric Free Jets”, *AIAA Journal*, Vol. 22, No. 12, pp.1742~1747.
- (20) Chen, C.P., 1986, “Calculation of Confined Swirling Jets”, *Communications in Applied Numerical Methods*, Vol. 2, pp.333~338.
- (21) Kim, K. Y., 1987, “Computational Study on the Swirling Turbulent Flow with Recirculation”, Ph. D. thesis, KAIST.
- (22) Launder, B. E. and Morse, A. P., 1977, “Numerical Prediction of Axisymmetric Free Shear Flows with a Reynolds Stress Closure”, *Turbulent Shear Flows I*, Springer Verlag, pp.279~294.
- Prediction of Axisymmetric Free Shear Flows with a Reynolds Stress Closure”, *Turbulent Shear Flows I*, Springer Verlag, pp.279~294.
- (23) Galpin, P.F., Van Doormaal and Raithby, G. D., 1985, “Solution of The Incompressible Mass and Momentum Equation by Application of a Coupled Equation Line Solver”, *Int. J. Numerical Methods in Fluids*, Vol. 5, pp.615~625.
- (24) Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W., 1975, “Progress in The Development of a Reynolds Stress Turbulence Closure”, *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, part 3, pp. 537~566.
- (25) Rodi, W., 1984, “Turbulent Models and Their Application in Hydraulics-A State of The Art Review”, 2nd Edition.
- (26) Hanjalic, K. and Launder, B. E., 1972, “A Reynolds Stress Model of Turbulence and Its Application to Thin Shear Flows”, *J. Fluid Mech.*, Vol. 53, part 4, pp.609~638.
- (27) Kang, S.H. and Lee, C. H., 1987, “Application of an Algebraic Stress Model to Axisymmetric Flows in an Engine-Like Cylinder”, 2nd Int. Symposium on Transport Phenomena in TURBULENT FLOWS, The University of Tokyo, Japan.
- (28) Park, S. H. and Shin, H. D., to be appeared.
- (29) Patankar, S. V., 1980, “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow”, McGraw-Hill.
- (30) Launder, B. E., 1983, “A Generalized Algebraic Stress Transport Hypothesis”, *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 3, pp. 436~437.
- (31) Lakshminarayana, B., “Turbulence Modeling for Complex Shear Flows”, *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 12, pp.1900~1917.
- (32) Bradshaw, P., 1975, “REVIEW-Complex Turbulent Flows”, *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 97, pp. 146~154.