

〈論 文〉

질량감도 해석에 의한 2차원 연속계의 진동특성에 관한 연구

이정윤*, 박 호*, 오재응**

(1989년 11월 21일 접수)

A Study on the Identification of Characteristics for the 2 Dimensional Continuous Vibration System by Mass Sensitivity Analysis

Jung Yoon Lee, Ho Park and Jae Eung Oh

Key Words : Transfer Matrix Method(전달행렬법), Modal Parameter(모우드파라미터), Modal Analysis(모우드해석), Transfer Function(전달함수), Equivalent Mass(등가질량), Vibrational Mode(진동모우드)

Abstract

Techniques which are able to predict and control dynamic characteristics, not affecting the vibrational characteristics on the modification of structural design, are being studied. As one of these techniques, experimental modal analysis is widely applied by many researchers. In this study, modal analysis is performed using transfer matrix method by a micro computer. The developed program would estimate the structural modal parameters precisely, and the validity of this program is certified by comparing with the experimental results of Γ shape structure. Estimated modal parameters(natural frequency, vibrational mode, equivalent mass, etc.) are in accord with the experimental results. Also, the optimal location of the additive mass is determined by the evaluation of the vibrational mode and the equivalent mass. The relation between the additive mass and the equivalent mass is specified, and we come to know that the ratio of equivalent mass to additive mass alter linearly within the range of 20%.

1. 서 론

기계 구조물의 진동해석은 일반적으로 재료자체는 내부감쇠가 아주 작고, 동시에 경량화가 요구되고 있기 때문에 이와 같은 제약 속에서 요구되는 동특성을 만족시키기 위해서는 구조물의 동특성을 명확히 분석할 수 있는 기술의 개발이 연구되고 있으며, 특히 실험에서 구한 진동 데이터로 기계 구조물의 수학적 모델을 작성하여 진동원인을 규명하

고 필요한 대책을 강구하는 실험적 모우드해석의 연구가 활발히 진행되고 있다⁽¹⁻³⁾.

그러나 현재까지의 실험적 모우드 해석은 단순히 구조물의 모우드 파라미터(고유 진동수, 감쇠비 및 진동모우드 등)를 정도높게 구하는 데에 중점을 두어왔고 [예 : 참고문헌 (4)], 구조물의 어떤 부분이 요구되는 진동특성 변화에 대해서 민감한가를 결정하는 것은 해석자의 경험과 판단에 의존하고 있는 실정이다.

한편 연속계의 Γ 형 구조물의 등가 질량의 계산 및 동흡진기 부착후 동특성 변화에 관해서는 일본의 Seto의 2명이 연구하였으나⁽⁶⁾, 부가질량에 대한

*한양대학교 대학원

**정회원, 한양대학교 공과대학 기계공학과

등가질량의 관계 및 임의의 위치에 질량을 부가시 동특성 변화에 대해서는 연구가 없었다.

본 연구에서는 마이크로 컴퓨터를 이용하여 구조물의 진동특성을 예측하고 제어할 수 있는 기술의 하나로서, 전달매트릭스법을 이용한 2차원 연속체인 Γ 형 구조물의 질량감도해석법을 수행하였다⁽⁶⁾.

Γ 형 구조물의 형태는 드릴머신 밀링등 공작기계 및 산업용 로봇의 기본형태의 하나로 볼 수 있기 때문이다.

즉, 전달매트릭스법을 모우드해석에 적용하여 구조물의 동특성을 계산한 후 구조물 각 부분의 부가질량에 대한 감도를 해석하여 동특성 변화 즉 고유진동사 변화에 최적한 질량 부가의 위치를 결정하고 질량 부가후의 동특성 변화의 예측 및 부가질량과 등가질량과의관계를 규명하고 Γ 형구조물에 이론해석과 실험적해석을 적용하여 그 타당성을 검증하였다.

2. 이론해석

2.1 전달매트릭스법을 이용한 모우드해석

보에 관한 전달매트릭스는 Fig. 1에 나타난 변수와 좌표의 정의를 기준하면, 점 $i, i+1$ 사이의 전달매트릭스는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\{Z\}_i = [B]_i \{Z\}_{i+1} \quad (1)$$

여기서 B_i 와 Z_i 는 i 번째 요소의 전달매트릭스 및 상태벡터를 나타내며, B_i 는 다음과 같은 매트릭스로 유도된다. 즉, 보의 분포질량을 고려한 경우는 단위길이당 분포질량을 $\gamma A/g$ 로 하고 전단변형과 회전관성을 무시하면, 기초식은

$$EI \partial^4 v / \partial x^4 = -(\gamma A/g) (\partial^2 v / \partial t^2) \quad (2)$$

$$EA \partial^2 u / \partial x^2 = (\gamma A/g) (\partial^2 u / \partial t^2) \quad (3)$$

이므로 진동수 ω 로 진동하는 경우의 일반해는 다음과 같이 된다.

$$v(x, t) = Y(x) T(t)$$

$$u(x, t) = X(x) T(t)$$

$$Y(x) = C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x + C_3 \cosh \lambda x + C_4 \sinh \lambda x \quad (4)$$

$$X(x) = C_5 \cos \beta x + C_6 \sin \beta x \quad (5)$$

$$\lambda = \sqrt[4]{(\gamma A \omega^2 / gEI)} = \sqrt[4]{(M_b \omega^2 / EI)}$$

$$\beta = \sqrt{(\gamma A \omega^2 / gEA)} = \sqrt{(M_b \omega^2 / EA)}$$

$$\text{단, } M_b = \gamma A l / g$$

한편 i 번째 요소의 양단의 상태벡터를 고려하여, i 번째 요소의 전달매트릭스 B_i 는

$$B_i = \begin{bmatrix} P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S & -T/\lambda & U/EI\lambda^2 \\ 0 & -\lambda V & S & -T/EI\lambda \\ 0 & EI\lambda^2 U & -EI\lambda V & S \\ 0 & -EI\lambda^3 T & EI\lambda^2 U & -\lambda V \\ Q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R \\ -V/EI\lambda^3 & 0 \\ U/EI\lambda^2 & 0 \\ -T/\lambda & 0 \\ S & 0 \\ 0 & P \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서

$$S = (\cosh \lambda l + \cos \lambda l) / 2$$

$$T = (\sinh \lambda l + \sin \lambda l) / 2$$

$$U = (\cosh \lambda l - \cos \lambda l) / 2$$

$$V = (\sinh \lambda l - \sin \lambda l) / 2$$

$$P = \cos \beta l$$

$$Q = -EA\beta \sin \beta l$$

$$R = \sin \beta l / EA\beta$$

로 유도된다. 한편, 좌표변환요소는 교차하는 두 요소의 각도를 α 라 하고 Fig. 2의 변수와 좌표의 정의를 사용하고 기하학적 및 역학적 조건을 고려하면, 좌표변환요소의 전달매트릭스 T_i 는 다음 같다.

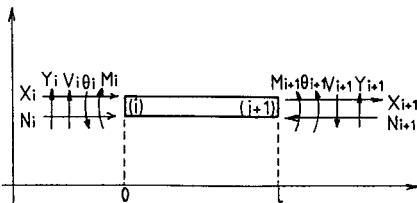


Fig. 1 Definition of coordinate and variables for a beam.

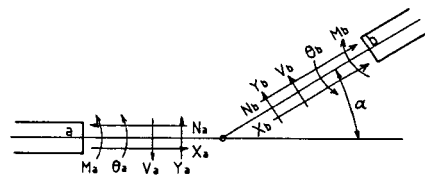


Fig. 2 Definition of coordinate and variables for coordinate transformation

$$T_i = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (7)$$

이와 같이 상태벡터를 Z_i , 보와 좌표변환요소의 전달메트릭스를 B_i, T_i 라 정의하면, 이 구조물은 Fig. 3과 같은 전달메트릭스의 결합으로 표시되며, 순차적으로 연산을 행하면 각 요소의 상태벡터는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$Z_1 = [H] Z_{15} \quad (8)$$

여기서

$$[H] = B_1 B_2 B_3 T_1 B_4 \cdots B_7 T_2 B_8 \cdots B_{12}$$

한편 양단의 상태 벡터 Z_1, Z_{15} 는 Γ 형 구조물의 경계 조건(여기서는 fixed-free 상태)으로 부터 다음 식과 같다.

$$Z_1 = \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ \theta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad Z_{15} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ M \\ V \\ N \end{Bmatrix} \quad (9)$$

여기서

- X : 축방향 변위
- Y : 횡방향 변위
- θ : 기울기
- M : 굽힘 모우멘트
- V : 전단력
- N : 축력

여기서 식 (9)를 식 (8)에 대입하여 정리하고, 유용해(nontrivial solution)를 갖기 위한 조건으로부터

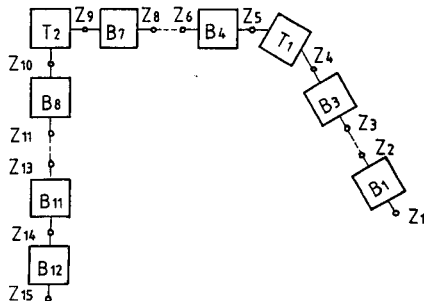


Fig. 3 Model of Γ shape for transfer matrix method.

고유진동수에 관한 n 차 방정식이 다음과 같이 구해진다.

$$(\omega) = \begin{vmatrix} H_{44} & H_{45} & H_{46} \\ H_{54} & H_{55} & H_{56} \\ H_{64} & H_{65} & H_{66} \end{vmatrix} = 0 \quad (10)$$

이 방정식의 n 개의 해를 연속체의 고유진동수라 하며, 각 진동모우드에 대한 각 요소의 상태벡터중 선형변위를 나타내는 i 차 모우드에 대한 축방향(X) 및 횡방향(Y)의 열벡터는 다음과 같이 표현되며 이를 그 진동모우드에 대한 고유벡터라 한다.

$$[\phi]_i = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 \cdots X_n \\ Y_1 & Y_2 & Y_3 \cdots Y_n \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

2.2 질량감도법

모우드해석의 결과에 기초하여 모우드질량에 물리적으로 의미가 부여된 등가질량을 구하는 것은 제진장치설계에 있어서 대단히 중요하다. 등가질량을 계산할 때 집중중수계나 이산화 가능한 진동계에서는 고유벡터법이 유효이지만, 보 구조물과 같은 연속체의 경우는 실제의 질량메트릭스가 사전에 준비되어 있지 않기 때문에, 이와 같은 경우 부가질량에 의한 고유진동수의 변화로부터 미지의 등가질량을 계산하는 질량감도법이 편리하다.

i 번째 진동형에 대한 연속체의 일반질량(generalized mass) m_{ii} 는 다음 식으로 나타낸다⁽⁷⁾.

$$m_{ii} = \int m(x) \phi_i^2 dx + m_a \phi_i^2(n) \quad (12)$$

여기서 $m(x)$: 질량/길이

ϕ_i : i 차 고유진동모우드(진동 방향)

m_a : n 점의 부가질량

$\phi_i(n)$: i 차 고유진동모우드의 n 점의 고유벡터(진동방향)

i 차 고유진도 모우드에 대한 연속체의 일반강성도(generalized stiffness) k_{ii} 및 고유진동수 ω_i 는 다음 식으로 나타낸다.

$$k_{ii} = \int \phi_i \partial^2 / \partial x^2 (EI \partial^2 \phi_i / \partial x^2) dx \quad (13)$$

$$\omega_{ii}^2 = k_{ii} / m_{ii} \quad (14)$$

지금 부가질량이 없을 때의 i 차 모우드의 고유진동수를 ω_{oi} , 일반질량을 m_{oi} , 일반강성도를 k_{oi} , 고유벡터를 ϕ_{oi} 라 하고, 질량 m_a 를 위치 n 에 부가시의 고유진동수를 ω_i , 일반질량을 m_{ii} , 일반강성도를 k_{ii} , 고유벡터를 ϕ_i 라 하면 식 (14)로부터

$$\begin{aligned} \omega_{ii}^2 &= \frac{k_{ii}}{m_{ii}} = \frac{k_{ii}}{\int m(x) \phi_i^2 dx + m_a \phi_i^2(n)} \\ &\approx \frac{k_{oi}'}{m_{oi}' + m_a \phi_i^2(n)} \end{aligned} \quad (15)$$

으로 된다. 한편 부가질량에 의해 변경된 일반질량 m_{oi}' 를 m_{oi} 와 m_a 의 함수라 가정하면

$$m_{oi}' = m_{oi} + f(m_a) \quad (16)$$

Maclaurin 정리에 의해 급수전개하고, 경계조건 및 m_a 를 미소량으로 가정하여 2차 이상을 무시하면

$$m_{oi}' = m_{oi} + m_a f'(0)$$

식 (17)을 Fig. 4에 나타내면

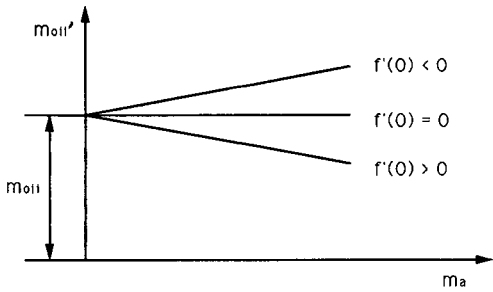


Fig. 4 Relation between equivalent mass and additive mass

한편, 부가질량이 적을 때 진동모우드의 변화가 거의 없다고 가정하면

$$k_{oi}' = \omega_{oi}^2 m_{oi}' \quad (18)$$

식 (18)을 식 (15)에 대입하고 정리하면

$$m_{oi}' = \frac{\omega_{ii}^2}{(\omega_{oi}^2 - \omega_{ii}^2)} m_a \phi_i^2(n) \quad (19)$$

여기서

ω_{oi} : 부가질량이 없을 때 i 차모우드의 고유진동수

이므로, 식 (19)을 이용하여 m_{oi}' 를 구할 수 있다.

따라서 i 차 모우드 임의의 점 n 에 미소질량 m_a 를 부가하고, 최대진폭이 발생하는 지점을 p 라 하고, 크기 $\phi_i(p)$ 를 1이 되도록 정규화(normalization)하면 i 차 모우드의 m_{oi}' 는 다음 식으로 한다.

$$\begin{aligned} m_{oi}' &= \frac{\omega_{ii}^2 \cdot m_a}{\omega_{oi}^2 - \omega_{ii}^2} \cdot \frac{\phi_i^2(n)}{\phi_i^2(p)} \\ &\doteq \frac{\omega_{oi} \cdot m_a}{2(\omega_{oi} - \omega_{ii})} \cdot \frac{\phi_i^2(n)}{\phi_i^2(p)} \end{aligned} \quad (20)$$

따라서

$$\omega_{oi} - \omega_{ii} \doteq \frac{\omega_{oi} \cdot m_a}{2m_{oi}'} \cdot \frac{\phi_i^2(n)}{\phi_i^2(p)} \quad (21)$$

으로 된다. 한편 $m_a \approx 0$ 일때 m_{oi}' 즉 m_{oi} 를 증가질량이라고 정의하면 부가질량에 따른 진동수의 변화는 부가질량에 비례하고, 증가질량에는 반비례하며 고유벡터 진폭크기의 자승에 비례함을 알 수 있다. 따라서 고유진동수를 이동시키기 위해서는 최대 진폭이 발생하는 지점에 질량을 부가하는 것이

효과적임을 알 수 있다.

3. 컴퓨터 시뮬레이션

3.1 전달 매트릭스법을 이용한 구조물의 모우드 해석

전달매트릭스법을 이용한 모우드 해석법을 Γ 형 구조물에 적용하여 고유진동수, 진동모우드 등의 모

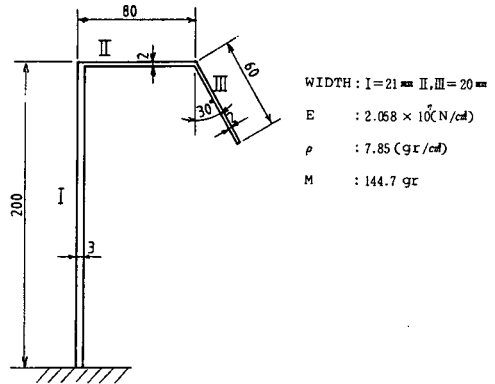


Fig. 5 Specification of the Γ shape model.

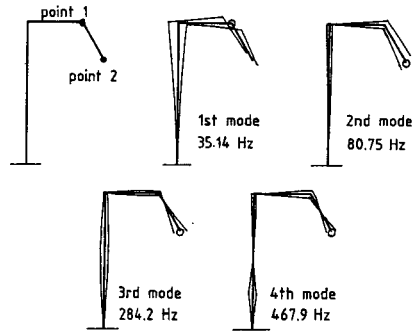


Fig. 6 Modeshape of the Γ shape model by computer simulation (o: the point of maximum amplitude of each mode)

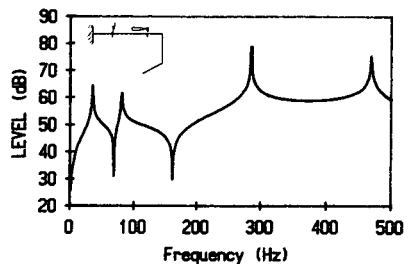


Fig. 7 Transfer function by computer simulation

Table 1 Eigen vector of point 1 and point 2 by computer simulation

Mode	Eigen vector	(A)	(B)	$\left(\frac{A}{B}\right)^2$
		Point 1	Point 2	
1st	ϕ_x	-0.2652×10	-0.2862×10	
	ϕ_y	0.1545×10	-0.2674×10	
	$\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}$	0.3069×10	0.2874×10	1.140
2nd	ϕ_x	-0.2338×10	0.8146×10	
	ϕ_y	0.8810×10	-0.1798×10	
	$\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}$	0.9115×10	0.1974×10	0.2132
3rd	ϕ_x	0.1528×10	0.4287×10	
	ϕ_y	-0.5525×10	0.1362×10	
	$\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}$	0.5732×10	0.1428×10	0.1611
4th	ϕ_x	0.3589×10	-0.2466×10	
	ϕ_y	0.5701×10	-0.8419×10	
	$\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}$	0.6737×10	0.8772×10	0.5898

Table 2 The change of natural frequency and equivalent mass due to additive mass on point 1

	Mode	Additive mass (gr)			
		0	10	20	30
Natural frequency (Hz)	1st	35.14	32.40	30.20	28.40
	2nd	80.74	75.95	71.94	68.52
	3rd	284.2	277.9	273.2	269.6
	4th	467.8	431.5	408.5	392.8
Equivalent mass (gr)	1st	56.93	56.72	56.51	56.50
	2nd	16.34	16.38	16.42	16.46
	3rd	31.04	35.13	39.22	43.44
	4th	29.04	33.64	37.88	42.30

우드 파라미터를 구한 다음, 각 모우드의 최대 진폭점에 질량을 추가시켜 등가질량을 구하고, 모우드벡터를 이용하여 임의의 점에 대해 질량을 추가할 경우의 등가질량을 예측하였다. Fig. 5는 모델로 택한 I형 구조물의 형태이다.

컴퓨터 시뮬레이션의 결과 500Hz 범의 내에 4개의 고유진동수가 존재하였으며 각 차모우드의 고유진동수 및 진동모우드형을 Fig. 6에 전달함수는 Fig. 7에 나타내었다.

3.2 진동 모우드형에 따른 등가질량의 계산

Fig. 6에 각차 진동모우드형의 최대진폭점에 부가질량 10g, 20g, 30g을 부가한 세가지 경우에 대해

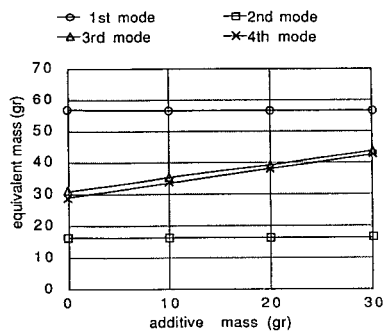


Fig. 8 The change of equivalent mass due to additive mass on point 1

Table 3 The change of natural frequency and equivalent mass due to additive mass on point 2

	Mode	Additive mass(gr)			
		0	10	20	30
Natural frequency (Hz)	1st	35.14	32.67	30.61	28.86
	2nd	80.74	63.63	54.33	48.31
	3rd	284.2	252.2	235.0	224.0
	4th	467.8	430.6	419.2	413.7
Equivalent mass(gr)	1st	56.61	55.90	55.19	54.53
	2nd	16.24	16.39	16.54	16.73
	3rd	30.88	37.06	43.24	49.20
	4th	29.42	55.48	81.53	107.66

서 컴퓨터 시뮬레이션을 실시하였으며 point 1 및 point 2에 대한 고유벡터는 Table 1에 나타내었다. 또한 등가질량은 식 (20)에 의해 계산되며 부가질량이 없을 때의 등가질량은 10g 및 20g질량 부가시 계산된 등가질량으로부터 보간법으로 산출하였다. Table 2와 Fig. 8 및 Table 3과 Fig. 9에 그 계산 결과를 나타내었다.

Table 2와 Table 3으로부터 등가질량을 나타내면 Table 4와 같고, 식 (20)을 이용하여 각점의 고유벡터 크기를 고려하면 부가질량이 적을때의 등가질량은 부가질량의 위치에 관계없이 일정함을 알 수 있다.

따라서 한점의 부가질량에 대한 고유진동수의 변화 및 각점에 대한 고유벡터가 주어지면 임의의 점에 부가질량에 대한 고유진동수의 변화를 구할 수 있다. 한편 식 (21)으로 부터 부가질량에 대한 고유진동수의 변화율은 고유벡터가 최대인 점이 가장 크다는 것을 알 수 있다. 따라서 어떤 주목하는 모우드의 고유진동수를 이동시키고자 할 때 그 모우드의 고유벡터가 최대인 점에 부가질량을 부가하면 가장 효과적임을 알 수 있다.

Table 4 Comparison of equivalent mass due to additive mass on point 1 and 2

Mode	Equivalent mass		(A) (B)
	Point 1 (A)	Point 2 (B)	
1	56.93	56.61	1.005
2	16.34	16.24	1.006
3	31.04	30.88	1.005
4	29.40	29.42	1.000

4. 실험

전달메트릭스법에 의해 예측한 모우드 파라미터의 신뢰성을 확인하고 질량부가등의 구조변경에 따른 모우드 파라미터를 산정하기 위하여 모우드 해석법을 Γ 형 구조물에 적용하여 다음과 같은 실험을 행하였다.

4.1 실험장치 및 방법

본 실험에서 사용된 Γ 형 구조물의 형상은 Fig.

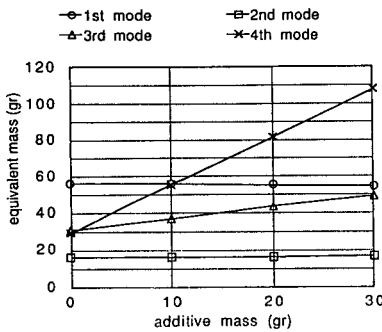


Fig. 9 The change of equivalent mass due to additive mass on point 2

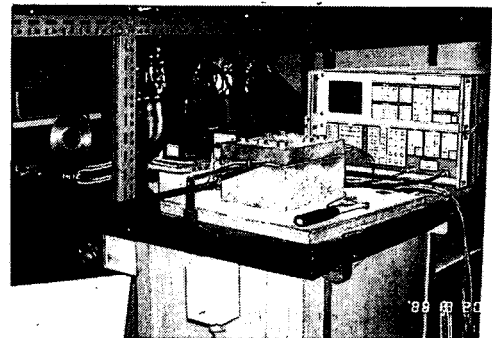


Fig. 10 Testing of Γ shape model

5에 나타난 형상과 동일하며 12등분으로 분할하여 충격가진에 대한 가속도 응답을 측정하였다. 각 모우드의 최대진폭점에 각각 10g, 20g, 30g의 질량을 부가하여 실험을 행하였으며, 부가질량은 다른 요소의 영향을 받지않도록 점질량 형식으로 양면테이프를 사용하여 부착하였다. Fig. 10은 Γ 형 구조물에 부가질량을 부착하여 실험을 실시하는 장면을 보여주고 있다.

4.2 측정계 및 데이터 해석법

본 실험에서 사용된 측정계 및 데이터 분석의 계통도를 Fig. 11에 나타내었다. 충격 가진기(PCB 086)의 가진신호 및 가속도 픽업(Piezo Electric Co. PCB 303 A)에 의해 측정된 신호는 Charge Amp.(PCB 4808)와 Conditioning Amp.(B & K 2626)로 증폭되어 2-Channel 신호 분석기(Scientific Atlanta, SD-375)에서 불규칙 신호의 오차를 줄이기 위해 30회의 평균화를 행하였고 전달함수를 모니터링하면서 각각의 신호는 IEEE-488인터페이스 버스에 의해 A/D변환되어 마이크로 컴퓨터(IBM-AT, PC-981)에 전송, 입력된다. 입력된 데이터는 개발된 프로그램으로 여러가지 계산과정을 수행한 후, 전달함수등을 X-Y플로터(DXY-980A)로

출력시킨다.

한편, Γ 형 구조물의 진동형을 산정하기 위하여 신호 분석기로 부터 컴퓨터에 전송, 입력된 입출력의 파워 스펙트럼과 크로스 스펙트럼의 실수부, 허수부를 이용하여 전달함수가 계산되며, 전달함수의 허수부로 부터 진동형을 계산한다.

즉, Γ 형 구조물의 12점에 대한 데이터로 부터 각 모우드에 대한 전달함수의 허수부 크기 및 부호를 찾아내어 최대값에 대해 다른 점에서의 크기를 정규화(normalization)하여 진동형을 결정한다.

4.3 실험결과 및 고찰

Γ 형 구조물에 대한 가진 실험 결과 500Hz 범위 내에 4개의 고유진동수가 존재하였다. 각 고유진동수 및 진동모우드형을 Fig. 12에 전달함수는 Fig.

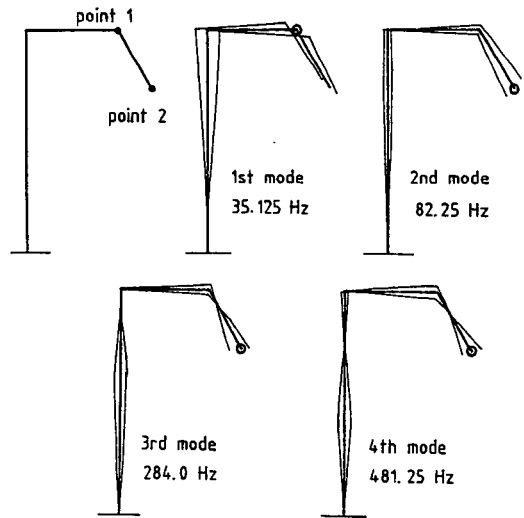


Fig. 12 Modeshape of each mode by experiment

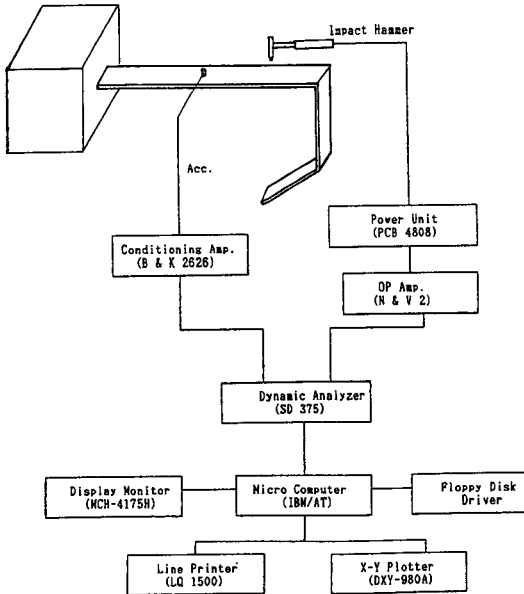


Fig. 11 Schematic diagram of experimental apparatus

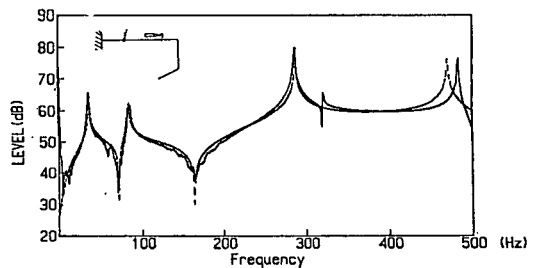


Fig. 13 Comparison of transfer functions (— : experiment, : computer simulation)

Table 5 Comparison of theoretical and experimental natural frequency (Hz)

Mode	Computer simulation (A)	Experiment (B)	Rate (B/A)
1	35.14	35.125	1.000
2	80.74	82.25	1.018
3	284.2	284.0	1.000
4	467.8	481.25	1.028

13에 실험과 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 전달함수를 비교해 표시하였으며, 서로 잘 일치함을 알 수 있다. 이론해석과 실험에서 나타난 고유진동수의 비교를 Table 5에 나타내었고, 최대 3%미만의 오차 범위에서 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 이론과

실험의 차이는 시편의 제작오차, 증탄성계수의 추정 및 감쇠효과를 무시하였기 때문에 발생하는 오차라고 생각된다.

Table 6은 실험에 의한 point 1 및 point 2의 고유벡터크기를 나타낸다. 컴퓨터 시뮬레이션과 같이 최대진폭점이 생기는 위치에 질량 10g, 20g, 30g을 부가시키는 세가지 경우에 대하여 실험을 실시하였고, 각 점에 대한 등가질량은 식 (20)에 의해 계산하여 Table 7과 Fig. 14 및 Table 8과 Fig. 15에 나타내었다. Table 7과 Table 8로 부터 등가질량을 나타내면 Table 9와 같다.

Table 9에서 보는 것처럼 수치해석 결과와 같이 식 (20)을 이용하여 각 점에서 고유벡터의 크기를 고려하면 부가질량이 적을때의 등가질량은 부가질량

Table 6 Eigen vector of point 1 and point 2 by experiment

Mode	Eigen vector	(A) Point 1	(B) Point 2	$\left(\frac{A}{B}\right)^2$
1st	ϕ_x	-0.5094	-0.5190	
	ϕ_y	0.2739	-0.1016	
	$\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}$	0.5784	0.5288	1.196
2nd	ϕ_x	-0.0703	0.2590	
	ϕ_y	0.1880	-0.3241	
	$\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}$	0.2007	0.4148	0.2341
3rd	ϕ_x	0.0833	0.0234	
	ϕ_y	-0.1740	0.4754	
	$\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}$	0.1929	0.4759	0.1643
4th	ϕ_x	0.1300	-0.0397	
	ϕ_y	0.2554	-0.354	
	$\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}$	0.2866	0.3562	0.6469

Table 7 The change of natural frequency and equivalent mass due to additive mass on point 1

	Mode	Additive mass(gr)			
		0	10	20	30
Natural frequency (Hz)	1st	35.125	32.375	30.125	28.375
	2nd	82.25	77.25	73.0	69.25
	3rd	284.0	278.5	274.0	260.0
	4th	481.25	445.0	430.0	402.5
Equivalent mass (gr)	1st	57.29	56.46	55.63	56.35
	2nd	17.64	17.50	17.36	17.09
	3rd	38.17	41.19	44.21	46.33
	4th	34.94	38.14	41.35	45.17

Table 8 The change of natural frequency and equivalent mass due to additive mass on point 2

	Mode	Additive mass(gr)			
		0	10	20	30
Natural frequency (Hz)	1st	35.125	32.625	30.625	38.875
	2nd	82.25	65.00	55.50	49.50
	3rd	284.0	254.0	236.0	225.0
	4th	481.25	438.75	421.25	412.50
Equivalent mass(gr)	1st	53.52	53.99	54.46	53.72
	2nd	16.55	16.63	16.71	17.03
	3rd	35.31	39.97	44.63	50.57
	4th	32.92	49.23	65.54	83.08

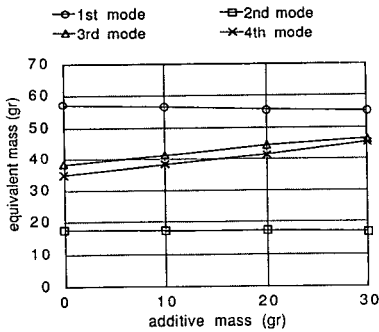


Fig. 14 The change of equivalent mass due to additive mass on point 1.

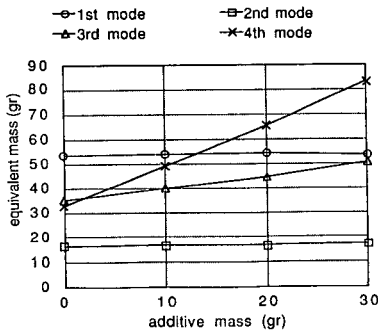


Fig. 15 The change of equivalent mass due to additive mass on point 2.

Table 9 Comparison of equivalent mass due to additive mass on point 1 and 2

Mode	Equivalent mass		$\frac{(A)}{(B)}$
	Point 1 (A)	Point 2 (B)	
1st	57.29	53.52	1.07
2nd	17.64	16.55	1.06
3rd	38.17	35.31	1.08
4th	34.94	32.92	1.06

의 위치에 관계없이 일정함을 나타낸다. 위치간 비율에 대한 오차가 수치해석보다 최대 8% 증가한 이유는 부가질량의 부차상태가 불완전하고, 부가질량의 접촉길이를 20mm로하여 분포질량의 효과가 발생하였기 때문이라고 생각된다.

5. 결 론

전달매트릭스법을 이용한 모우드해석과 질량감도 해석을 2차원 연속체 구조물에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 공장기계, 산업용 로봇트 같은 2차원 연속체인 I형 구조물에 대하여 부가질량과 등가질량의 관계를 규명하였으며, 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험에 의해 그 타당성을 입증하였다.
 - (2) 등가질량을 질량감도법을 통해 효과적으로 구할 수 있었으며 부가질량이 적은 범위에서 질량부가 위치의 고유벡터 제곱을 고려하면 등가질량은 질량부가 위치에 관계없이 일정함을 규명하였다.
 - (3) 질량부가 전후의 진동특성의 변화에 따른 응답특성에 있어서 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험에 의한 결과가 잘 일치하고 있음을 검증하였다.
- 본 이론은 2차원 구조물에 적용되므로 3차원 구조물에 대해서는 추후 연구가 필요하다고 생각된다.

참 고 문 헌

(1) Kung, Chaw-Hua and Singh, Rajendra, 1985, "Experimental Modal Analysis Technique for Three Dimensional Accoustic Cavities", J.Acoust. Soc. Am. pp.731~738.
 (2) Oh, Jae Eung and Yum, Sung Ha, 1985, "A Study

- to Identify Dynamic Characteristics of the Tennis Racket by Modal Analysis”, Trans, of JSME, Vol. 51, No. 471, pp.2966~2973.
- (3) Oh, Jae Eung, Lee, You Yub, Yum, Sung Ha and Lee, Jang Moo, 1987, “The Estimation of Modal Parameter due to the Change of Sweet Spot by the Strucural Modification of Tennis Racket”, Trans, of JSME, Vol. 53, No. 488, pp.940~945.
- (4) Brown, D. I., Allemang, R.J. and Ray, Zimmernan, 1987, “Parameter Estimation Techniques for Modal Analysis”, SAE.
- (5) Kazuto, Seto, Kouichi, Iwanami and Yoshihiro, Takita, 1985, “Vibration Control of Multi-Degree of Freedom Systems by Dynamic Absorbers”, Trans. of JSME, Vol.50, No. 458, pp.1962~1969.
- (6) Oh, Jae Eung, Park, Ho, Hong, Ha Yoon and Yum, Sung Ha, 1987, “A Study on the Vibration Control of Multi-Degree of Freedom System by Mass Sensitivity Analysis”, KSME/JSME Vib. Conference, pp.60~73.
- (7) R.E.D Bishop, 1979, “The Matrix Analysis of Vibration”, Cambridge University Press.
- (8) 오재응, 1985. “구조물 모우드 해석의 기초와 응용” 회성출판사, 서울.
- (9) Yum, Sung Woo, 1986, “A Study on the Dynamic Characteristics for Structure with Additive Mass by Transfer Matrix Method”, M.S. Dissertation of Hanyang University.