

〈論 文〉

단일계수적응을 통한 강건한 적응제어기의 설계 및 안정성 해석

吳 俊 鎬*

(1989년 11월 15일 접수)

Robust Adaptive Control by Single Parameter Adaptation and the Stability Analysis

Jun Ho Oh

Key Words : Adaptive Control(적응제어), Parameter Adaptation(계수추정), Stability(안정성), Robustness(강건성), Minimum Variance Control(최소분산제어), Single Parameter Adaptation(단일계수적응), Hyperstability(초안정성), Sector Stability Theory(섹터안정이론)

Abstract

In adaptive control, the lack of persistent and rich excitation causes the estimated parameters to drift, which degrades the performance of the system and may introduce instability to the system in a stochastic environment. To solve the problem of the parameter drift, the concept of single parameter adaptation is presented. For the parameter identification, a priori error is directly used for adaptation error. The structure of the controller is based upon the minimum variance control technique. The stability and robustness analysis is carried out by the sector stability theorem for the second order system. The computer simulation is performed to justify the theoretical analysis for the various cases.

1. 서 론

적응제어 기법이 관련 이론의 급격한 발달에도 불구하고 실제상황에 적용되어 사용되는 예는 극히 제한적이다. 그 이유는 기존의 적응제어 알고리즘이 주변의 잡신호 또는 이상화된 모델과 실제모델과의 불일치 등에 대하여 매우 민감하며 입력조건, 잡신호의 성질 등의 특정한 조건에서 불안정을 유발할 수 있기 때문이다. 이는 적응제어기 고유의 비선형성 알고리즘에 기인하는 것으로 이해되어지고 있다^(1,2).

특히 잡신호는 적응제어 알고리즘에 포함되어 있는 계수 추정 연산부에 큰 영향을 미쳐 추정된 계수들이 특정한 값으로 수렴하지 못하거나, 혹은 수렴하더라도 그 값이 실제값과 다르게 되는 경우가 대부분이다^(3,4). 이에 대한 고전적인 접근으로는 평형 적응제어 시스템(parallel model reference adaptive system) 또는 계측변수법(instrumental variable method) 등이 있으나 이들은 매우 제한적인 조건에서만 그 효능을 나타낼 뿐이며 계수추정 알고리즘이 제어시스템과 온-라인으로 작용할 때에는 앞서 지적한 것과 같은 문제에 부딪치게 된다. 이를 해결하기 위하여는 주로 잡신호가 백색(white) 혹은 입력신호와 상관성이 없다는 가정하에 잡신호에 대한 영향이 계수추정 연산부에 누

*정회원, 한국과학기술원 생산공학과

적되지 못하게 하는 시도가 사용되고 있다⁽⁵⁾. 실제 모델과의 불일치로부터 기인하는 문제를 주로 다룬 연구^(6,7)가 있으나 이러한 방법들은 통상 입력의 영속적인 풍부한 여진(persistent and rich excitation)을 전제로 하고 있으며, 만약 그러한 조건이 만족되지 못할 경우 계수는 결코 실제치에 접근할 수 없게 된다. 이 때에는 계수가 수렴하기 위한 평형점 대신에 평형면이 생기게 되며 계수들은 이러한 평형면상을 움직이게(drift)된다. 이러한 현상은 전체 제어계의 안정성에 영향을 미치지 않는한, "제어"의 측면에서 볼 때 크게 문제시 될 수 없다. 그러나 평형면상을 움직이던 계수들이 안정조건을 벗어나는 경우가 생기면, 전체적응제어계는 안정을 잃고 발산하거나, 원하는 성능을 얻을 수 없게 된다. 이러한 경우는 참고입력(desired reference input)이 상수이거나 계단형등으로 변하는 경우 흔히 발생하는 것으로, 제어입력이 충분히 풍부(rich)하지 못하기 때문이다^(8,9).

본 연구에서는 단일계수적응법을 제시하고 이를 이용하여 잡신호 및 풍부하지 못한(poor) 제어입력에 대하여 보다 강건한 적응제어 알고리즘을 제시하려 한다. 본 연구에서는 일반적으로 널리 사용되는 2차계 시스템에 대하여 제어 알고리즘을 개발하고 안정성 해석을 위하여는 섹터 안정이론(sector stability theorem)을 사용하였다.

2. 2차계 모델에 대한 단일계수적응

2.1 최소분산제어기(Minimum Variance Controller)⁽¹⁰⁾

2차 시스템에 대한 최소분산제어계를 Fig. 1과 같이 하였을 때 제어계의 각 다항식은 다음과 같다.

$$A(q^{-1}) = 1 - a_1q^{-1} - a_2q^{-2},$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1}$$

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1q^{-1},$$

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1q^{-1} + d_2q^{-2}$$

여기서 q^{-1} 은 1차 지연, $R(q^{-1})$ 은 궤환제어기, $D(q^{-1})$ 은 입력 필터, 그리고 $A(q^{-1})$ 과 $B(q^{-1})$ 은 피제어계의 분모 및 분자 다항식이다. 각 다항식의 차수는 최소 분산제어기에 있어 각 계수들간의 관계가 유일하게 되도록 선택되었다. 피제어계의 전달함수 $G(q^{-1})$ 은 최소 위상계로서 다음과 같다.

$$y(i) = \frac{q^{-1}B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(i) = G(q^{-1}) u(i) \quad (1)$$

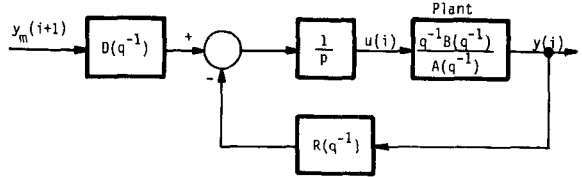


Fig. 1 Minimum variance control system for the second order plant

여기서 다항식 $A(q^{-1})$ 과 $B(q^{-1})$ 은 상호 공통인자를 포함하고 있지 않다. 이때 출력오차 및 필터오차를 다음과 같이 한다.

$$\varepsilon(i) = y(i) - y_m(i) \quad (2)$$

$$\varepsilon^f(i) = D(q^{-1})\varepsilon(i) \quad (3)$$

여기서 $y_m(i)$ 는 참고입력(desired reference input)이다.

이때 피제어계의 계수 a_1, a_2, b_0, b_1 을 모두 알고 있을 경우 필터오차의 자승합, 즉

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} e^f(i)^2 \quad (4)$$

을 최소로 하는 입력 $u(i)$ 는 다음 식과 같이 되며

$$u(i) = \frac{D(q^{-1})y_m(i+1) - \theta_1^T \phi_1(i)}{p} \quad (5)$$

여기서 $\theta_1^T = [b_1, r_0, r_1]$

$\phi_1^T = [u(i-1)y(i)y(i-1)]$ 이다.

이때 제어기 다항식의 계수, 즉 p, b_1, r_0, r_1 은 다음식을 만족한다.

$$p + b_1q^{-1} = B(q^{-1}) \quad (6)$$

$$D(q^{-1}) = A(q^{-1}) + q^{-1}R(q^{-1})$$

식 (5)와 같은 제어법칙에 의하여 피제어계의 필터 출력(filtered output)은

$$D(q^{-1})y(i+1) = pu(i) + \theta_1^T \phi_1(i) \quad (7)$$

이 되도록 보장된다.

2.2 단일계수적응

실제적응에 있어 피제어계의 계수를 알지 못할 경우 식 (6)으로부터 제어기의 계수 θ_1 및 p 를 구할 수 없게 된다. 따라서 식 (5)와 같이 표현된 제어입력 $u(i)$ 역시 구할 수 없게 된다. 이러한 이유로 식 (5)를 현실화시키기 위하여 일반적으로 p_1, b_1, r_0, r_1 을 $\hat{p}_1(i), \hat{b}_1(i), \hat{r}_0(i), \hat{r}_1(i)$ 로 대체하여 다음과 같이 표현하고 있다.

$$u(i) = \frac{D(q^{-1})y_m(i+1) - \hat{\theta}_1^T(i)\phi_1(i)}{\hat{p}(i)} \quad (8)$$

여기서 $\hat{\theta}_1^T(i) = [\hat{b}_1(i) \hat{r}_0(i) \hat{r}_1(i)]$

그러나 이와같이 추정계수가 2개 이상이 될 경우 서론에서 언급한 바와 같이 입력신호의 연속적인 풍부성이 요구되므로 입력신호가 풍부하지 못할 경우 제어기의 강건성이 부족하게 된다. 이에 본 논문에서는 p 를 제외한 제어기계수 b_1 , r_0 , r_1 를 임의의 값 \bar{b}_1 , \bar{r}_0 , \bar{r}_1 로 대체하고 p 는 $\hat{p}(i)$ 로 하여 단일계수적응제어법칙을 다음과 같이 나타내었다.

$$u(i) = \frac{D(q^{-1})y_m(i+1) - \bar{\theta}_1^T \phi_1(i)}{\hat{p}(i)} \quad (9)$$

여기서

$$\bar{\theta}_1^T = [\bar{b}_1, \bar{r}_0, \bar{r}_1]$$

식 (9)를 살펴보면 4개의 모르는 계수중 3개는 임의로 선택하고 제어기의 이득($1/\hat{p}(i)$)만 적응하도록 되어있다. 이때 만약 $\bar{\theta}_1$ 가 θ_1 으로 선택되어진다면 이상적일 것이나, 이는 실제적용에 있어 가능하지 못하다.

2.3 계수추정연산

식 (9)를 실시간으로 구현하기 위하여는 제어기 이득의 역, 즉 $\hat{p}(i)$ 를 순환적으로 적응시켜야 한다. 본 논문에서는 궁극적인 제어목적

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \epsilon^f(i) = 0 \quad (10)$$

을 수행하기 위한 $\hat{p}(i)$ 의 적응 알고리즘을 다음과 같이 제안한다.

$$\begin{aligned} \hat{p}(i) &= \hat{p}(i-1) + f(i)u(i-1)\epsilon^*(i), \\ \hat{p}(0) &= p_0 < \infty \end{aligned} \quad (11.a)$$

$$\begin{aligned} f(i) &= \frac{f(i-1)}{\lambda_1 + \lambda_2 f(i-1)u(i-1)^2}, \\ f(0) &= f_0 > 0 \end{aligned} \quad (11.b)$$

$$\begin{aligned} \epsilon^*(i) &= \epsilon^f(i), \\ \lambda_2 &> 0, \quad 0 < \lambda_1 \leq 1 \end{aligned}$$

여기서 $\epsilon^f(i)$ 는 식 (3) 및 식 (9)로부터

$$\begin{aligned} \epsilon^f(i) &= D(q^{-1})y(i) - \hat{p}(i-1)u(i-1) \\ &\quad - \bar{\theta}_1^T \phi_1(i-1) \end{aligned} \quad (12)$$

으로 계산된다. 식 (12)를 다시 살펴보기 위하여 이 식에 식 (7)을 대입하면

$$\begin{aligned} \epsilon^f(i) &= (p - \hat{p}(i-1))u(i-1) \\ &\quad + (\theta_1 - \bar{\theta}_1)^T \phi_1(i-1) \end{aligned} \quad (13)$$

이 된다.

식 (11)의 알고리즘에서 유의할 것은 적응오차 (adaptation error) $e^*(i)$ 를 구함에 있어 기존의 알고리즘에서 흔히 사용하는 "a posteriori" 오차 ($e^*(i) = (p - \hat{p}(i))u(i-1) + (\theta_1 - \bar{\theta}_1)^T \phi_1(i-1)$) 대신에 "a priori" 오차 $\epsilon^f(i)$ 를 직접 사용한다는 점

이다. 이것은 다음장에서 구체적으로 언급될 안정성 해석과도 밀접한 관계가 있다.

3. 안정성 해석

먼저 식 (9)의 제어법칙을 피제어계에 적용하여 피제어계의 공칭이득(nominal gain) $\bar{p}(i)$ 을 구한다. 즉 식 (9)에서 $y_m(i+1) = y(i+1)$ 로 하면 공칭 이득 $\bar{p}(i)$ 와 입력 $u(i)$ 의 관계는 다음과 같다.

$$u(i) = \frac{D(q^{-1})y(i+1) - \bar{\theta}_1^T \phi_1(i)}{\bar{p}(i)} \quad (14.a)$$

또는

$$\bar{p}(i)u(i) = D(q^{-1})y(i+1) - \bar{\theta}_1^T \phi_1(i) \quad (14.b)$$

식 (14.b)와 식 (9)로부터 식 (3)의 필터오차는

$$\begin{aligned} \epsilon^f(i) &= D(q^{-1})\epsilon(i) \\ &= D(q^{-1})y(i) - D(q^{-1})y_m(i) \\ &= (\hat{p}(i-1) - \bar{p}(i-1))u(i-1) \end{aligned} \quad (15)$$

로 표현될 수 있다.

식 (15)와 식 (13)의 근본적인 차이점은 식 (13)이 시불변계수(time invariant parameter) p 와 알려지지 않은 동특성 $(\theta_1 - \bar{\theta}_1)^T \phi_1(i-1)$ 으로서 표현된 반면, 식 (15)는 단지 시변공칭계수(time varying nominal parameter) $\bar{p}(i-1)$ 만으로서 나타내어져 있다는 점이다. 그러나 식 (15)는 입력 $\{u(i-1), u(i-2)\dots\}$ 와 밀접하게 결부(couple)된 시변계수 $\bar{p}(i-1)$ 을 포함하고 있으므로 직접적인 안정해석이 어렵다.

그러므로 안정해석을 위하여는 식 (15)를 다시 적절한 형태로 변환시켜야 한다. 이를 위하여 먼저 $\bar{p}(i)$ 와 $u(i)$ 의 결부관계를 식 (14.b)와 식 (1)로부터 관계식을 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \bar{p}(i)u(i) &= [-\bar{b}_1 q^{-1} + G(q^{-1})(qD(q^{-1}) \\ &\quad - \bar{R}(q^{-1}))]u(i) \\ &= p_0 E(q^{-1})u(i) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서

$$\begin{aligned} E(q^{-1}) &= \frac{1}{p_0} [-\bar{b}_1 q^{-1} + G(q^{-1})(qD(q^{-1}) \\ &\quad - \bar{R}(q^{-1}))] \end{aligned} \quad (17.a)$$

그리고 p_0 는 $E(1) = 1$ 이 되도록 다음과 같이 결정된다.

$$p_0 = -\bar{b}_1 + G(1)(D(1) - \bar{R}(1)) \quad (17.b)$$

식 (16)을 식 (15)에 대입하면 필터오차는

$$\epsilon^f(i) = (p_0 - \hat{p}(i-1))u(i-1)$$

$$+ p_0 E^*(q^{-1}) u(i-1) \quad (18.a)$$

$$\text{여기서 } E^*(q^{-1}) = E(q^{-1}) - 1 \quad (18.b)$$

가 된다. 한편 식 (18.b)의 $E^*(q^{-1})$ 은

$$\lim_{z^{-1} \rightarrow 1} E^*(z^{-1}) = \lim_{z^{-1} \rightarrow 1} E(z^{-1}) - 1 = E(1) - 1 = 0$$

가 되는 고통과 필터(high pass filter)로 작용한다. 한편 식 (14.b)의 형태를 달리 표현하기 위하여

$$0 = D(q^{-1}) y_m(i+1) - D(q^{-1}) y_m(i+1)$$

를 명목상 더하여 주면

$$\begin{aligned} \tilde{p}(i) u(i) &= \epsilon^f(i+1) + D(q^{-1}) y_m(i+1) \\ &\quad - \bar{\theta}_1^T \phi_1(i) \end{aligned} \quad (19)$$

가 되고 좌면에 식 (16)의 관계식을 대입하여 정리하면 입력 $u(i)$ 는

$$u(i) = \frac{\epsilon^f(i+1) + D(q^{-1}) y_m(i+1) - \bar{\theta}_1^T \phi_1(i)}{p_0 E(q^{-1})} \quad (20)$$

이 된다. 또한 $\bar{\theta}_1^T \phi(i-1)$ 을 입력구동(input drive)형으로 다시 표현하면

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_1^T \phi(i-1) &= \bar{b}_1 q^{-1} u(i) + (\bar{r}_0 + \bar{r}_1 q^{-1}) y(i) \\ &= \bar{b}_1 q^{-1} u(i) + (\bar{r}_0 + \bar{r}_1 q^{-1}) G(q^{-1}) u(i) \\ &= L(q^{-1}) u(i) \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 $L(q^{-1}) = \bar{b}_1 q^{-1} + \bar{r}_0 G(q^{-1}) + \bar{r}_1 q^{-1} G(q^{-1})$ 으로 나타나질 수 있다. 식 (21) 및 식 (20)을 식 (18.a)에 대입하여 정리하면 마지막으로 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon^f(i) &= (1 + \tilde{E}(q^{-1})) (p_0 - \tilde{p}(i-1)) u(i-1) \\ &\quad + \tilde{E}(q^{-1}) y_m(i) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\text{여기서 } \tilde{E}(q^{-1}) = \frac{E^*(q^{-1})}{1 + L(q^{-1})/p_0}$$

$\tilde{E}(q^{-1})$ 은 p_0 가 0이 아닌 이상 $\lim_{z^{-1} \rightarrow 1} \tilde{E}(z^{-1}) = 0$ 가 되는 고통과 필터이며 식 (22)의 두번째항은 $y_m(i)$ 에만 의존하는 적응과 무관한 독립항이다. 이 식을 살펴보면 필터오차, 즉 본 논문에서의 적응오차 $\epsilon^f(i)$ 는 시불변 계수 p_0 에 대한 계수추정 문제로 단순화된다.

● 섹터 안정이론(Sector stability theorem)⁽¹¹⁾의 적용

계수추정연산법칙 식 (11.a)의 양변에서 p_0 를 빼어준 후 다시 쓰면

$$\tilde{p}(i) = \tilde{p}(i-1) + f(i) u(i-1) \epsilon^f(i) \quad (23)$$

여기서 $\tilde{p}(i) = \tilde{p}(i) - p_0$ 이다.

식 (22)와 식 (23)으로부터 계수추정오차 $\tilde{p}(i)$ 의 안정성 해석을 위한 등가계환시스템(equivalent

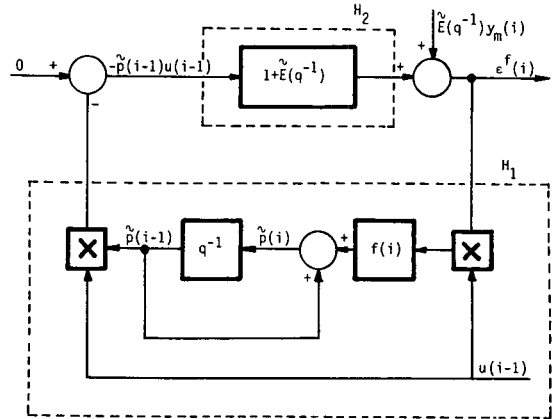


Fig. 2 Equivalent feedback system for the adaptive mechanism

feedback system)을 구성하면 Fig. 2와 같이 된다. 여기서 H_1 블럭은 계수추정을 위한 적응연산부이고, H_2 블럭은 적응오차의 동특성 모델이며, $\tilde{E}(q^{-1}) y_m(i)$ 는 외란으로 간주된다. 이러한 등가계환시스템에 대하여 Popov의 초안정성 이론(Hyperstability theorem)⁽⁶⁾을 적용할 경우 초안정성을 확보하기 위하여는 비선형계환블럭 H_1 이 Popov의 부등식을 만족하고, 선형블럭 H_2 가 양실수성(positive realness)을 갖고 있어야 한다. 그러나 불행히도 이 등가시스템의 경우 H_1 이 Popov의 부등식을 만족하지 못하고 있다. 왜냐하면 적응오차 $\epsilon^*(i)$ 로서 "a priori" 오차인 필터오차 $\epsilon^f(i)$ 를 직접 사용하고 있기 때문이다.

그러나 한편 비선형 계환블럭 H_1 은 다음과 같은 섹터특성(Sector property)를 가지고 있다⁽¹¹⁾.

$$\|\psi(i) + \frac{1}{\lambda_2} \epsilon^f(i)\|^2 \geq \frac{\sqrt{1-\lambda_2 \bar{\sigma}}}{\lambda_2} \|\epsilon^f(i)\|^2 \quad (24)$$

여기서 $\bar{\sigma} = \max(\sigma(i))$

$$\sigma(i) = f(i) u(i-1)^2 \in (0, \lambda_2) \quad (25)$$

$$\psi(i) = \tilde{p}(i-1) u(i-1)$$

섹터 안정이론에 의하면 Fig. 2의 등가계환시스템이 안정하기 위하여는 H_1 이 식 (24)와 같은 섹터특성을 가지고 있을 경우 시불변 선형 블럭 H_2 는 다음 충분조건을 만족하여야 한다.

(1) $1 + \tilde{E}(q^{-1})$ 의 Nyquist 선도가 중심이 $c_1 = 1/\bar{\sigma}$, 반경이 $r_1 = \frac{\sqrt{1-\lambda_2 \bar{\sigma}}}{\bar{\sigma}}$ 로 주어지는 원(c_1, r_1) 내부에 존재하여야 한다.

(2) $\tilde{E}(q^{-1}) y_m(i) \in \ell^2$ (elements of ℓ^2 -space)

이 조건을 만족하면 등가계환시스템의 입·출력 변수 $\phi(i)$ 및 $\epsilon^f(i)$ 가 점근적으로 0으로 수렴하게 된다.

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \phi(i) = \lim_{i \rightarrow \infty} \tilde{\rho}(i-1) u(i-1) = 0 \quad (26.a)$$

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \epsilon^f(i) = 0 \quad (26.b)$$

여기서 두 개의 충분조건중 만약 $\tilde{E}(q^{-1})$ 이 1의 조건을 만족한다면 $\tilde{E}(q^{-1})$ 은 유한이득(finite gain)을 갖는 것을 의미한다. 또한 $\tilde{E}(q^{-1})$ 은 고통과 필터이므로 만약 $y_m(i)$ 가 유한이며 "piecewise" 연속이라면 2)의 조건은 자동적으로 만족된다. 여기서 $y_m(i)$ 는 조작자(operator)에 의하여 인가되는 참고입력이므로 이러한 조건을 만족하도록 하는 것은 매우 용이한 일이다.

그러나 여기서 간과할 수 없는 중요한 문제점은 원(c_I, r_I)가 입력 $u(i)$ 와 무관하게 결정되어질 수 없다는 점이다. 다시말하여 특정한 입력시퀀스 $u(i)$ 에 의하여 $\lambda_2 \bar{\sigma}$ 가 1에 접근한다면 $r_I \approx 0$ 가 될 것이고 이 경우 계의 안정성을 보장하는 원(c_I, r_I)는 실질적인 의미를 상실하게 된다.

그러므로 본 연구에서는 $\bar{\sigma}$ 를

$$\bar{\sigma} = \max(\sigma(i)) \equiv \frac{\alpha}{\lambda_2}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (27)$$

가 되도록 $\bar{\sigma}(i)$ 를 구속하였다. 이를 위하여는 제어입력 $u(i)$ 가 식 (11.b), 식 (25)로부터

$$u(i)_{\max} = \sqrt{\frac{\lambda_1 \alpha}{\lambda_2 f(i) (1-\alpha)}} \quad (28)$$

를 만족하여야 한다. 이렇게 $u(i)$ 를 구속할 경우 Nyquist 공간에서의 안정영역 원(c_I, a_I)는

$$c_I = \frac{\lambda_2}{\alpha}, \quad r_I = \frac{\lambda_2 \sqrt{1-\alpha}}{\alpha} \quad (29)$$

가 된다. 여기서 α 값은 0과 1 사이에서 임의로 선택되어질 수 있으나 그 값은 전체제어계의 강건성 및 응답속도에 직접적인 영향을 주게 된다. 즉 α 값이 0에 가까워지면 c_I 및 r_I 의 값이 크게 되고 이는 전체제어계를 강건(robust)하게 만드는 반면 제어입력을 지나치게 구속하게 되어 계의 응답성이 저하하게 된다. 한편 1에 근접하는 α 값은 $u(i)$ 에 대한 구속이 거의 없으므로 제어특성은 향상되나 반면 제어계의 강건성은 저하하게 된다.

4. 시뮬레이션

전장에서 언급한 제어알고리즘 및 안정성 해석은 2차계 모델에 대한 것들이었다. 본 장에서는 고찰

의 복잡성을 피하기 위하여 1차계에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 피제어계의 전달함수 $G(q^{-1})$ 및 필터다항식 $D(q^{-1})$ 이

$$G(q^{-1}) = \frac{q^{-1}B(q^{-1})}{A(q^{-1})} = \frac{b_0 q^{-1}}{1 - a_1 q^{-1}} \quad (30)$$

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1}$$

와 같이 주어졌을 때 최소분산제어기의 다항식은 간단하게

$$\bar{R}(q^{-1}) = \bar{r}_0 \quad (31)$$

가 된다. 이 경우 $\lambda_2 = 1, \alpha = 0.8$ 을 선택하였을 경우 식 (29)에 의하여

$$c_I = 1.25, \quad r_I = 0.559$$

가 되고 안정영역은 원(1.25, 0.559) 즉 Fig. 3에서의 1점 쇄선 내부가 된다. 제어계의 안정을 보장하기 위하여는 $1 + \tilde{E}(q^{-1})$ 의 Nyquist 선도가 이 원내에 존재하도록 하여야 한다. 식 (30), (31)과 같은 1차계에 대한 $1 + \tilde{E}(q^{-1})$ 은 식 (22)에 의하여

$$1 + \tilde{E}(q^{-1}) = K_e \frac{1 + d_1 q^{-1}}{1 - (a_1 - K_e \bar{r}_0) q^{-1}},$$

$$K_e = \frac{1 - a_1}{1 + d_1 - \bar{r}_0} \quad (32)$$

이 된다. 이 함수는 피제어계의 계수와는 무관하고, d_1 은 제어기속에 포함된 알고있는 상수이므로, 이 함수의 Nyquist 선도를 결정하는 변수는 a_1 과 \bar{r}_0 이다. 만약 \bar{r}_0 가 식 (6)에 의하여

$$d_1 = \bar{r}_0 - a_1 \quad (33)$$

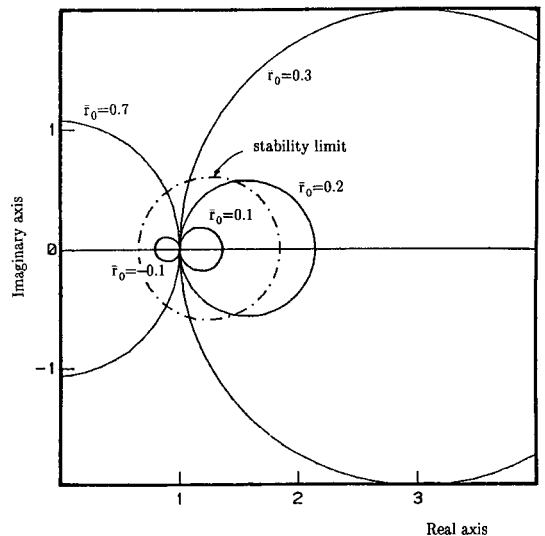


Fig. 3 Stability criteria in the frequency domain

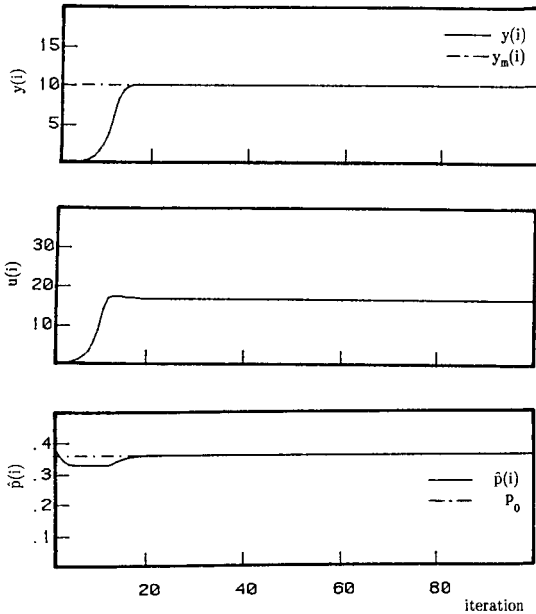


Fig. 4 Simulation results for $D(q^{-1})=1-0.5q^{-1}$, $\lambda_1=0.5$, $\lambda_2=1$, $\alpha=0.8$, and $\bar{r}_0=-0.1$

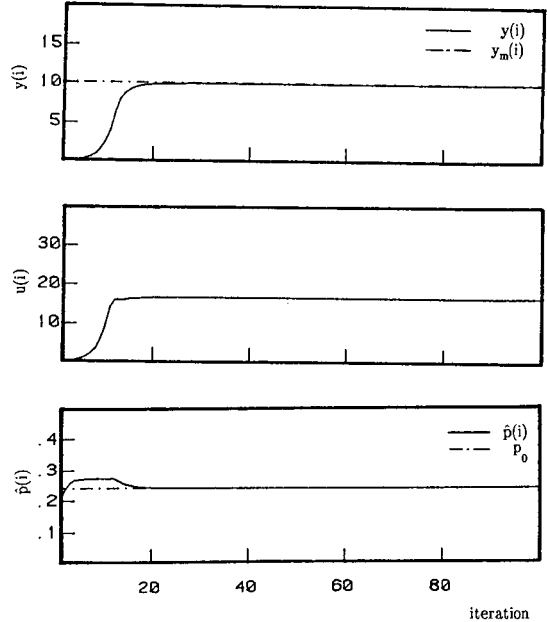


Fig. 5 Simulation results for $D(q^{-1})=1-0.5q^{-1}$, $\lambda_1=0.5$, $\lambda_2=1$, $\alpha=0.8$, and $\bar{r}_0=0.1$

의 관계식을 만족한다면 식 (32)는 단지 1이 될 것이며 이 경우는 당연히 안정조건을 만족하게 된다. 본 논문에서는 먼저 \bar{r}_0 가 식 (33)을 만족하지 못할 때의 안정성을 살펴봄으로써 강건성을 입증하려 한다. 즉 $a_1=0.5$, $b_0=0.3$, $d_1=-0.5$ 일 때 $\bar{r}_0=-0.1$, 0.1 , 0.3 인 경우에 대하여 살펴보았다. Fig. 3은 각 \bar{r}_0 에 대한 $1+\bar{E}(q^{-1})$ 의 Nyquist 선도이다. 여기서 $\bar{r}_0=-0.1$ 과 0.1 인 경우는 안정하고 $\bar{r}_0=0.3$ 인 경우는 안정성이 보장되지 못하고 있다. 이를 시간 영역에서의 시뮬레이션으로 시험한 결과는 Fig. 4, 5, 6에서 보이고 있다. 이 그림들은 출력 $y(i)$, 제어입력 $u(i)$ 및 적응계수 $\hat{p}(i)$ 의 계단입력에 대한 응답곡선을 그린 것이다. 즉 Fig. 4, 5에서 보이듯이 $\bar{r}_0=-0.1$ 및 0.1 인 경우는 안정하였고 Fig. 6의 $\bar{r}_0=0.3$ 인 경우는 "Limit Cycle"을 갖는 불안정함을 보이고 있다.

한편 Fig. 4, 5에서 보이듯이 계수 $\hat{p}(i)$ 는 식 (17.b) 즉

$$p_0 = G(1)(D(1) - \bar{R}(1)) = \frac{b_0(1+d_1-\bar{r}_0)}{1-a_1} \quad (34)$$

을 향하여 수렴하는 것을 알 수 있다. 이는 곧 식 (26.b)가 만족되고 있음을 의미한다.

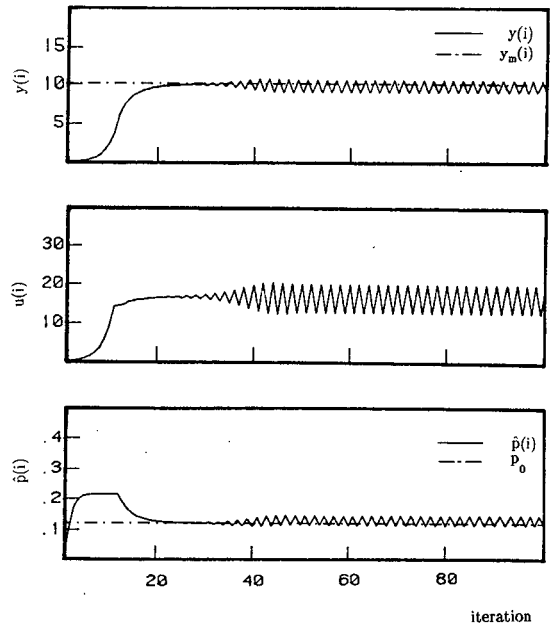


Fig. 6 Simulation results for $D(q^{-1})=1-0.5q^{-1}$, $\lambda_1=0.5$, $\lambda_2=1$, $\alpha=0.8$, and $\bar{r}_0=0.3$

Fig. 7에서는 $\bar{r}_0=0.1$ 로 고정되어 있고 피제어계의 계수 a_1 , b_0 가 Table 1과 같이 시간에 따라 변하고 있으며 정상백색잡신호(stationary white

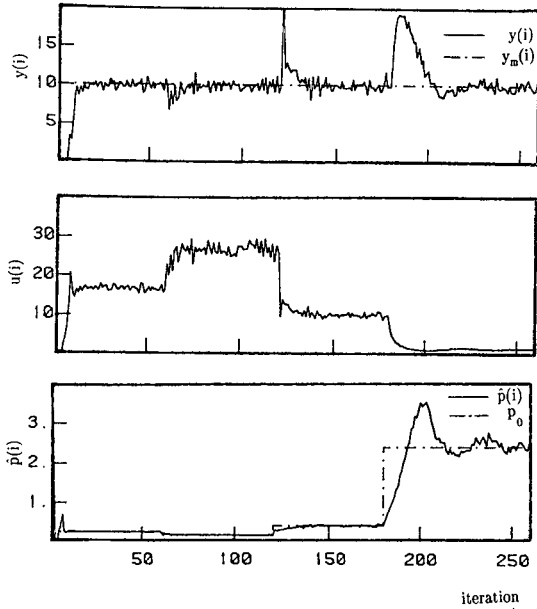


Fig. 7 Simulation results for the time varying system with a random noise $n(0, 0.5) : D(q^{-1}) = 1 - 0.5q^{-1}$, $\lambda_1 = 0.7$, $\lambda_2 = 1$, $\alpha = 0.8$, and $\bar{r}_0 = 0.1$

Table 1 Parameter variations in the plant

Iteration	0	60	120	180
a_1	0.5	0.2	0.2	0.9
b_0	0.3	0.3	0.8	0.6
p_0	0.24	0.15	0.4	2.4

noise)가 추가되었을 경우의 제어 결과이다. 잡신호의 크기는 정규분포로서 평균은 0이고 표준편차는 0.5인 값을 사용하였다. Table 1에서는 시간에 따라 변하는 a_1 , b_0 에 대한 p_0 의 값을 식 (33)에 의하여 계산된 결과를 같이 보이고 있다. Fig. 7에서 보이는 바와 같이 피제어계가 시변이고 잡신호가 추가된 경우에도 제어기는 강건하게 작동되고 있음을 알 수 있다. 이러한 시뮬레이션 결과는 3장에서 수행한 안정성 해석이 타당함을 입증하고 있다.

5. 결론 및 고찰

본 연구에서는 단일계수 적응에 의한 보다 강건

한 제어 알고리즘을 개발하였다. 본 알고리즘의 특징은 첫째로 적응에 있어 단일 계수만을 사용하였다는 점이며 둘째로는 적응오차로서 “a priori” 오차를 직접 사용하였다는 점이다. 이를 위한 안정성 해석은 흔히 사용되는 Popov의 초안정성 이론이나 Lyapunov의 안정성을 사용치 않고 섹터안정이론을 이용하였다.

본 논문에서 제시한 안정조건은 실제로 매우 까다로운 조건이다. 그러나 이 안정조건은 계의 안정성을 보장하기 위한 충분조건이기 때문에, 이 조건을 만족하지 못한다 하여 곧 불안정하게 되는 것은 아니다. 시뮬레이션 경험상으로는 이러한 조건을 만족시키지 못하더라도 많은 경우에 대하여 안정한 결과를 관측할 수 있다. 뿐만 아니라 본 논문에서는 2차계 시스템에 대한 해석을 수행하였으나 고차계 시스템에 대하여도 같은 개념의 접근이 가능하리라 본다.

시뮬레이션 결과에서 보여주듯이 본 알고리즘은 외부의 잡신호 및 시변(time varying) 시스템에 대하여 강건하며, 입력이 풍부하지 못한 경우에 대하여 적응계수가 “drift”하는 현상을 배제하고 있다.

본 알고리즘은 상기 나열한 강건성에 대한 장점 뿐 아니라 단일계수만을 적응하기 때문에 행렬연산을 포함하고 있지 않으므로 연산이 매우 간편하여 계산시간이 단축되므로 실시간제어에 용이하다.

참고 문헌

- (1) Ljung, L. and Anderson, B., 1984, “Adaptive Control, Where Are We?”, Automatica, Vol. 20.
- (2) Wittenmart, B. and Astrom, K.J., 1982, “Implementation Aspects of Adaptive Controllers and Their Influence on Robustness”, Proc. 21st IEEE CDC.
- (3) Rohrs, C.E., Valavani, L., Athans, M. and Stein, G., 1982, “Robustness of Adaptive Control Algorithms in the Presence of Unmodeled Dynamics”, Proc., 21st IEEE CDC.
- (4) Ortega, R. and Landau, I.D., 1983, “On the Design of Robustly Performing Adaptive Controllers for Partially Modeled System”, Proc. 22nd IEEE CDC.
- (5) Landau, I.D., 1979, Adaptive Control-The Model Reference Adaptive Approach, Marcel and Dekker Inc., New York.
- (6) Taylor, D.G., Kokotovic, P., Marino, R. and Kanelakopoulos, I., 1989, “Adaptive Regulation of Non-linear System with Unmodeled Dynamics”, IEEE

- Trans. on Automatic Control, Vol. 34, No. 4.
- (7) Mason, J.E., Bai, E.W., Fu, L., Bodson, M. and Sastry, S.S., 1988, "Analysis of Adaptive Identification in the Presence of Unmodeled Dynamics: Averaging and Tuned Parameters", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 33, No. 10.
- (8) Boyd, S. and Sastry, S.S., 1984, "Necessary and Sufficient Condition for Parameter Convergence in Adaptive Control", American Control Conference, Vol. 1.
- (9) Narendra, K.S. and Annaswamy, A.M., 1984, "Persistent Excitation in Dynamic Systems", American Control Conference, Vol. 1.
- (10) Lozano, R. and Landau, I.D., 1981, "Redesign of Explicit and Implicit Discrete Time Model Reference Control Scheme", Int. J. of Control, Vol. 33, No. 2.
- (11) Safonov, M.G., 1980, Stability and Robustness of Multivariable Feedback System, MIT Press.