

〈論 文〉

# 유한요소를 이용한 유연성 간극기구의 동적 해석

길 계 환\* · 윤 용 산\*\*

(1989년 11월 14일 접수)

## Dynamic Analysis of Flexible Mechanisms with Clearances Using Finite Elements

K.H. Kil and Y.S. Yoon

**Key Words :** Four-Bar Mechanism(4절기구), Dynamic Analysis(동적해석), Clearance(간극), Flexible(유연성), FEM(유한요소해석)

### Abstract

The method of analyzing flexible mechanisms with clearances was studied considering flexibility of beams in the mechanism using finite elements. Both ends of a beam were modeled as free following Dubowsky's impact pair model. Instead some force constraints were imposed at the connections between adjoining links. Coulomb model has been developed using dry frictions in place of tangential damping forces in the impact pair model and the contact compliance and damping coefficient approximated in a form of root function were used. As examples, impacts of a rigid ball in a cylinder, impact beam model and four-bar mechanisms made up of three flexible links with clearance connections were simulated numerically. The results from examples showed similar but a little bit smaller magnitude of impact forces compared with published studies.

### 기 호 설 명

$c$  : 접촉감쇠계수  
 $\{d\}$  : 변위 벡터  
 $F$  : 접촉력  
 $k$  : 접촉 컴플라이언스  
 $[k]$  : 강성행렬  
 $[N]$  : 형상함수 행렬  
 $p$  : 가진주기  
 $R$  : 공칭기구의 접촉력  
 $\{R\}$  : 절점좌표  
 $\{Q\}$  : 힘벡터  
 $T$  : 운동에너지  
 $[T], [TR]$  : 변환행렬

$U$  : 변형에너지  
 $U_i, \{U\}$  : 전체좌표 변위벡터  
 $u_i, \{u\}$  : 국부좌표 변위벡터  
 $Y_{max}$  : 가진 폭  
 $\epsilon$  : 간극  
 $\zeta$  : 손실계수  
 $\nu$  : 포와송비  
 $\phi$  : 형상함수

### 1. 서 론

상대운동하는 기계요소의 연결부에는 기구의 운동을 원활하게 하기 위한 최소한의 간극과 가공공차, 혹은 마모 등에 기인한 간극이 존재한다. 산업 생산성이 제고됨에 따라 기계기구가 고성능, 고속

\*포항공대 방사광 가속기 연구소

\*\*정회원, 한국과학기술원 기계공학과

력화하면서 간극으로 인한 예측 밖의 동적현상이 자주 발생되어 왔다. 증폭된 기계진동과 소음, 기구운동의 부정확, 응력증가, 기계기구의 신뢰성 저하 및 기계기구의 수명 단축 등이 문제점으로 나타났다<sup>(1)</sup>. 간극으로 인해 연결부의 기계요소들 사이에 충격이 발생하면서 공칭기구 수준의 수배 이상으로 접촉력이 증가하고 기계요소의 변형이 일어나며 응력이 상승한다. 분포된 질량과 기계요소의 유연성 사이의 상호작용 그리고 연결부의 간극이 이러한 문제의 주요인으로 인식되어 왔다. 그러나 상대운동하는 연결부의 간극을 제거하는 것은 비경제적이며 일반적으로 불가능하다. 이와 같은 간극의 기계기구에 대한 악영향을 제거하기 위해서 먼저 간극효과의 적절한 해석이 필요하며 그에 기초한 설계기준이 제시되어야 하겠다. Dubowsky가 1971년에 충격대우모델(impact pair model)이라 하는 2차원적 모델<sup>(4)</sup>과 1974년에 1차원적 모델<sup>(5)</sup>을 발표하면서 간극을 가진 기구에 대한 연구가 활발하게 진행되었다<sup>(1,2,5,9,10,11,14)</sup>. 특히 Dubowsky와 Gardner<sup>(6,7)</sup>는 IBM(impact beam model)에 보의 탄성을 고려함으로써 강체해석시에 비해 충격력이 보다 작은 값으로 예측됨을 보여 주었다. 그들의 연구에서는 보의 유연성을 고려하기 위해 단순지지의 경계조건으로부터 구한 변위함수(displacement function)를 사용하였다. 그러나 그때 사용되는 단순지지의 경계조건이 자유비행 혹은 충격중에도 사용되는 것은 바람직하다고 볼 수 없다.

본 연구에서는 보를 유한요소(finite element)로 표시하고 보양단에서 변형변위가 자유롭다는 점과 충격대우모델을 연결하여 보의 양단을 자유단으로 모델링하고, 힘 구속조건(force constraint)을 연결된 보 사이의 구속 조건으로 사용하여 유연성 간극기구 문제를 구성하였다. 또한 Dubowsky의 충격대우모델의 원주방향의 감쇠력 대신에 Coulomb 마찰력으로 대체하여 비교하여 보았으며 일반적으로 상수로 단순화하여 사용되는 접촉강성계수와 접촉감쇠계수를 제곱근꼴 함수로 근사시켜 사용하여 보았다.

## 2. 충격대우모델과 Coulomb 모델

유연성 간극기구를 해석하기 위해 다음과 같은 가정을 사용한다.

- (1) 모든 링크는 전단변형이 작아 Euler beam

theory를 사용할 수 있다.

- (2) 4절기구의 입력 각속도는 일정하다.

(3) 구동속도가 큼으로 중력의 영향을 무시할 수 있다.

- (4) 링크의 양단에서만 외력이 작용한다.

(5) 연결부의 간극은 2차원 pin joint에 국한하며, 간극의 모양은 원형으로 제한한다.

초기 연구에서 A.E. Kobrinskii와 V.I. Babitsky는 충격을 여러 반발계수를 가진 강체의 충돌로서 모델링한 1차원 간극의 역학적인 모델을 고안하였다<sup>(4)</sup>. 이 모델에서는 한번 충돌이 일어나면 반발계수가 0이 아닌 한 충돌이 그치지 않아 실험과 상이한 결과를 나타내며 또한 표면강성이 없기 때문에 해석상에서 동적결합(dynamic coupling), 응력 그리고 충격의 시간지연 등을 고려할 수 없었다. Dubowsky와 Freudenstein<sup>(4)</sup>은 위의 단점을 해결하기 위해 상기의 Kobrinskii 모델을 확장하고 접촉강성을 도입하여 충격대우모델(impact pair model)을 제안하였다. 2차원 충격대우모델은 2차원 간극 연결부를 스프링과 감쇠기로 치환한 것으로서 간극 연결부를 통해 전달되는 힘은 베어링 벽의 탄성 변형에 의한 스프링 힘과 베어링 재료의 물질감쇠(material damping)에 의한 힘을 접촉강성계수에 의존하는 선형감쇠로 모델링한 감쇠력의 합이다. 이때 충격대우모델의 한 요소에 걸리는 힘의 방향은 대우요소에 대한 그 요소의 상대변위의 반대방향으로 스프링 힘이 작용하고 상대속도의 반대방향으로 감쇠력이 작용한다. 그리고 상대 변위의 수직방향으로 작용하는 건조 표면 마찰력은 일반적으로 무시되어 왔다. 그러나 간극원에서의 두 대우 요소 간의 운동은 접촉분리가 발생하더라도 재빨리 지속접촉상태로 수렴하여 대부분의 시간동안 미끄러짐운동을 하며 감쇠력의 계산에 사용되는 접촉감쇠계수는 접촉강성계수에 의존하는 양으로서 접촉강성계수가 충격대우모델의 원심방향 힘변형관계에 의하여 계산되었으므로 상대속도에 의한 감쇠력의 원주방향성분을 접촉감쇠계수로부터 구한다는 것은 그 이론적인 근거가 희박하다.

본 연구에서는 스프링 힘과 상대변위 방향의 감쇠력은 Dubowsky의 충격 대우모델을 그대로 따르고 원주방향의 감쇠력은 Coulomb 마찰력으로 고려한 모델을 Coulomb 모델이라 하고 Fig. 1과 같은 충격보 모델(impact beam model)과 Fig. 2와 같은 여러 간극을 가진 4절기구에 대하여

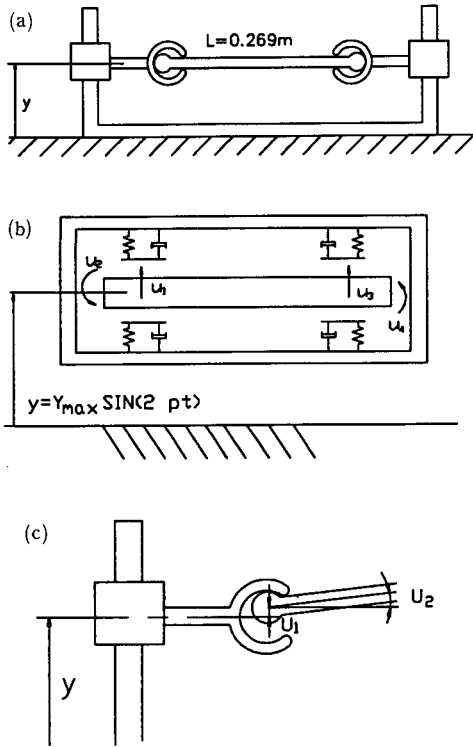


Fig. 1 (a) Impact beam model(IBM)  
 (b) Model of IBM  
 (c) The detailed connection of IBM

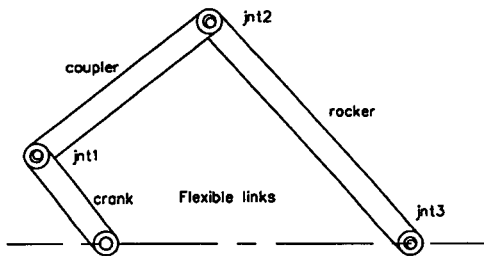


Fig. 2 4-bar mechanism

Dubowsky의 모델의 결과와 비교하였다. 이때 Coulomb 마찰력의 수직항력은 스프링힘과 상대변위 방향의 감쇠력의 합을 이용하였고 마찰계수는 철과 철의 운동마찰계수인 0.4를 사용하였다. 2차원 충격대우모델에서 접촉 변형량  $\delta$ 와 접촉력  $F$  사이의 관계는 Hertz의 접촉 이론으로부터 다음과 같이 구해진다<sup>(10)</sup>:

$$\delta = \frac{2(1-\nu^2)}{\pi E l_B} F \left( 1 + \ln \frac{\pi \epsilon E l_B^3}{2F(1-\nu^2)r_B^2} \right) \quad (1)$$

여기서  $r_B$ 는 핀의 반경,  $\epsilon$ 은 간극의 크기,  $l_B$ 는 핀의 길이이며  $E$ 는 탄성 계수(Young's modulus)이다. 식 (1)은 비선형식이므로 운동방정식의 수치적분 단계에서 매번  $\delta$ 에 해당하는  $F$ 를 Newton-Rapson 방법으로 풀고 그로부터 접촉강성계수  $k$ 를  $F/\delta$ 로 구해야 하나<sup>(10)</sup>, 본 연구에서는 식 (1)을  $F$ 의 사용치범위에서 다음과 같은 근의 함수로 근사화하였다.

$$k = A(\delta)^{1/n} \quad (1')$$

여기서 두 개의 변수  $A$ 와  $n$ 은 식 (1)을 근사화하도록 최소자승법을 이용하여 구하였으며 그 값은 각각 3.7033E8과 9.8이다. 또한 베어링의 물질감쇠를 고려하기 위해 감쇠계수  $c$ 가 다음과 같은 식으로 도입된다<sup>(10)</sup>:

$$c = \zeta \sqrt{m_e k} \quad (2)$$

이 식에서  $m_e$ 와  $\zeta$ 는 각각 베어링과 관련된 등가 질량과 손실계수를 나타내는 것으로 공히 Shin과 Kwak<sup>(10)</sup>의 예를 따랐다. 식 (2)의 감쇠계수는 식 (1)'에서 근사된  $k$ 를 다음식에 대입하여  $\bar{c}$ 로서 근사한다.

$$\bar{c} = B\sqrt{k} \quad (2')$$

윗 식에서  $B$ 는 0.027058이다. 위의 식 (1)'과 식 (2)'를 이용하여 운동방정식의 수치적분중에 접촉변형량  $\delta$ 가 0보다 크면  $\delta$ 에 대하여  $k$ 와  $\bar{c}$ 를 구해 접촉력 계산에 사용한다.

### 3. 운동방정식의 유도

본 연구에서는 간극원(clearance circle)에서의 두 링크의 상대운동과 그 접촉력이 주요 관심사이고, 연결부에 존재하는 간극으로 인하여 두 이웃하는 링크의 연결부에서의 변위는 서로 독립적이므로 일반적인 구속조건을 적용시킬 수 없다. 이는 각 링크의 운동방정식을 독립적으로 풀어야 함을 의미하며 따라서 구속조건을 부과하기 위하여 각 링크의 운동방정식을 관성좌표계 혹은 통일된 특정 좌표계로 변환하여 전체 계(system)에 대한 운동방정식을 구성할 필요가 없다. 이 특징을 이용하면 시간마다 변화된 변환행렬을 질량행렬과 강성행렬 등의 행렬들에 곱해줄 필요가 없으므로 계산 시간의 단축 효과를 가져온다. 또한 공칭기구의 위치, 속도 및 가속도는 쉽게 구할 수 있고 간극기구의 운동이 관성좌표계로부터 관찰할 때 공칭기구의 운동과 상당히 유사하므로 공칭기구의 링크에

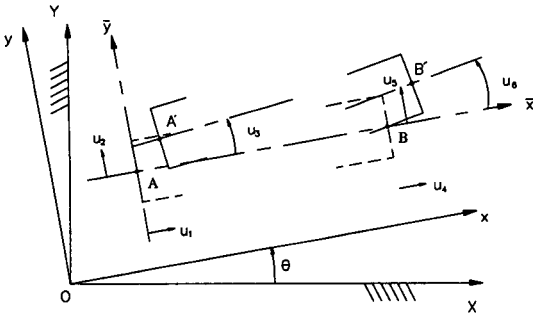


Fig. 3 Lagrangian coordinate system

Lagrangian 좌표계를 부착하면 공칭기구에 상대적인 간극기구의 운동을 선형이론의 범위 내에서 표현할 수 있다. 따라서 본 논문에서는 공칭기구의 각 링크에 Lagrangian 좌표계를 부착하여 사용한다.

Fig. 3에서 동일한 원점을 가진 관성좌표계  $O_{xy}$ 와 회전된 좌표계  $O_{\bar{x}\bar{y}}$ 가 나타나 있다. 여기서  $u_1, u_2, \dots, u_6$ 는 A절점과 B절점이 공칭기구로부터 변형 변위된 양을 국부좌표계  $O_{xy}$ 에서 표시하는 양이다. 유연링크의 운동학방정식은 잘 알려져 있으며<sup>(13)</sup> 링크 좌표계의 변형 변위 벡터  $\{u_a\}$ 로 표시하면

$$[m]\{\ddot{u}_a\} + [m']\{\dot{u}_a\} + [k]\{u\} = \{Q\} \quad (3)$$

여기서  $\{Q\}$ 는 일반화된 힘이고,  $[m]$ '는 운동에너지가 변위  $\{u\}$ 의 함수이기 때문에 생기는 항으로서  $(\partial\{\dot{u}_a\}^T / \partial\{u\})[m]$ 으로부터 유도된다.

간극기구의 연결부에는 간극이 존재하므로 두 이웃하는 링크의 연결부에서의 변위는 서로 독립적인 관계를 가지고 있다. 따라서 일반적인 구속조건을 적용시킬 수 없으므로 충격대우모델에 입각한 힘구속조건을 적용시킨다. 특정 시간  $t$ 에서  $i$ 링크와  $i+1$ 링크의 연결부에서의 변위  $\{u\}_i, \{u\}_{i+1}$ 와 그들의 속도  $\{\dot{u}\}_i, \{\dot{u}\}_{i+1}$ 를 다음과 같이  $\{U\}_i, \{\dot{U}\}_i$ 와  $\{U\}_{i+1}, \{\dot{U}\}_{i+1}$ 로 변환시키면

$$\begin{aligned} \{U\}_i &= [T]_i \{u\}_i \\ \{U\}_{i+1} &= [T]_{i+1} \{u\}_{i+1} \\ \{\dot{U}\}_i &= [\dot{T}]_i \{u\}_i + [T]_i \{\dot{u}\}_i \\ \{\dot{U}\}_{i+1} &= [\dot{T}]_{i+1} \{u\}_{i+1} + [T]_{i+1} \{\dot{u}\}_{i+1} \end{aligned} \quad (4)$$

또한 각 링크에 작용하는 일반화된 힘을 관성좌표계에서 구하고 그 힘을 각 링크의 국부좌표계로 역변환시켜 각 링크의 운동방정식에 작용시킨다. 가상일의 원리를 이용하여 물체에 작용하는 힘을 좌표계에 맞도록 등가의 힘을 구한다. 가상일은 힘의

작용선을 향한 변위와 힘의 곱으로 표시되므로 물체의 절점  $i$ 에 작용하는 외력을  $\{F\}$ 라 하면 가상일은

$$\delta W = \{F\}_i^T \{\delta R\} \quad (5)$$

여기서

$$\{R\} = \{R_0\} + [T]\{u\} = \{R_0\} + \{U\} \quad (6)$$

이므로 양변에 변분을 취하면

$$\{\delta R\} = \{\delta R_0\} + \{\delta U\} = \{\delta U\} \quad (7)$$

그러므로

$$\delta W = \{F\}_i^T \{\delta U\} = \{Q\}_i^T \{\delta U\} \quad (8)$$

$$\{Q\}_i = \{F\}_i \quad (9)$$

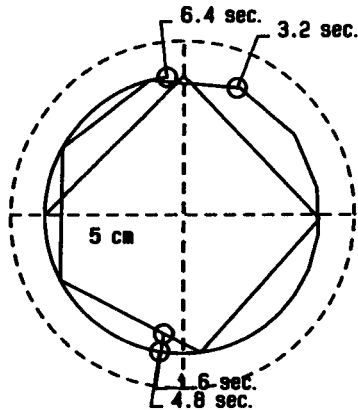
여기서 사용된 운동방정식은 비선형 2차 미분방정식으로 해석적인 해가 불가능하므로 2계의 1차 미분방정식으로 전환시킨 후 4차 Runge-kutta 수치적분방법을 이용하여 해를 구하였다. 그리고 간극에 의한 충격력의 산정등은 간극을 가진 강체 사절기구의 해석과 동일한 방법을 사용하였다<sup>(1,4,10,11,14)</sup>.

#### 4. 결과 및 고찰

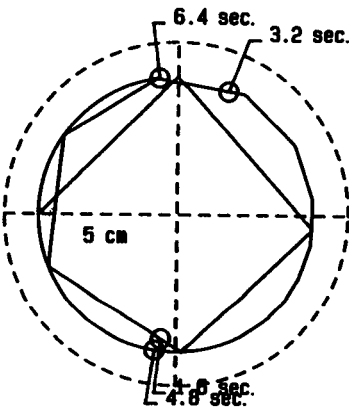
간극기구의 초기치 설정은 정상상태를 얻기 위하여 매우 중요한 문제이다. 특히 운동방정식이 전체 좌표계에서 유도되었을 경우 잘못된 초기치는 충격을 계속 일으키는 과도상태를 야기한다<sup>(11)</sup>. 그러나 정확한 초기치의 계산은 많은 시간을 요하는 힘든 작업이다. 본 연구에 있어서는 거의 모든 운동방정식이 미소변위에 대하여 유도된 까닭으로 초기 변위를 간극원 내에 임의적으로 위치시키고 초기속도를 0으로 놓으면 약 1/4주기의 과도응답을 거친 뒤에는 명백한 정상상태로 수렴하였다. 이러한 재빠른 정상상태로의 수렴은 기구의 구동력이 상당히 큰 것과 접촉감쇠계수의 감쇠작용 때문이다.

Fig. 4는 원통 내에서 강체구의 충돌운동을 Dubowsky모델과 Coulomb모델로써 수치해석한 결과를 강체구의 중심 좌표로 표시한 것으로서 원통의 내경은 10cm이며 구의 외경은 2cm이다. 강체구는 초기에  $-0.04(m)_i$ 의 좌표에서 초기 각속도 없이  $0.1(m/sec)_i + 0.1(m/sec)_j$ 의 초기 속력으로 발사된다. 따라서 0.4초 간의 자유비행 후에 벽면과의 최초의 충돌을 일으킨다. 충돌 지점에서 강한 충격을 받은 강체구는 그 충격력으로 인해 양의 방향의 각속도를 지닌 채 45도보다 약간 큰 반사각 방향으로 튀어 나온다.

최초의 충돌 이후에 Dubowsky모델에서는 원주



(a) Dubowsky model



(b) Coulomb model

Fig. 4 Impact motion of a rigid ball in a cylinder

방향 마찰력에 의해 Coulomb 모델에서는 Coulomb 마찰력에 의해 강체구는 양의 방향의 각속도를 얻는다. 각속도를 가지고 두번째 충돌을 일으키면 반사각은 그 입사각에 비해 감소하기 시작한다. 두번째 충돌 이후 계속 충돌시의 반사각이 입사각보다 작아지며 결국 강체구는 원통의 벽면을 타고 미끄러짐 운동을 하게 된다. 이 미끄러짐 운동 중에 강체구는 부단히 충돌과 튀김을 반복하며 잠시 동안의 자유비행 끝에 원통의 곡률로 인하여 낮은 입사각의 충돌을 하게 된다. 이 계산에서 사용된 접촉강성계수와 접촉감쇠계수는 Hertzian 접촉이론으로부터 간극이 매우 작은 연결부에 대하여 계산된 힘-변위 관계식을 이용했으나 전체적으로 원통 내에서의 강체 구의 운동을 잘 나타내고 있다고 생각한다. 이러한 모델링은 적절한 접촉강성계수와

Table 1 Mechanical properties of models

	IBM	Four-bar	unit
Material	Steel	Steel	
Density	7.79E+3	7.79E+3	kg/m <sup>3</sup>
Young's modulus	2.065E+11	2.065E+11	N/m <sup>2</sup>
Area of cross-section	4.9E-5	4.9E-5	m <sup>2</sup>
Moment of inertia	2.0E-10		m <sup>4</sup>
Link length	269	650,127,254,229	mm
Forcing frequency	10.0		Hz
Forcing amplitude	0.254		m
Driving speed		300	rpm
Compliance	7.25E+6		N/m
Damping coefficient	69.4		N.sec/m

접촉감쇠계수가 구해진다면 여타의 충돌문제에도 적용될 수 있고 충돌의 시간지연, 강체에 작용하는 모우멘트를 고려할 수 있으며, 충격력을 손쉽게 계산할 수 있는 이점이 있다. 이 모델링에 의한 수치 계산과 실험의 결과를 비교함으로써 역으로 접촉강성계수나 접촉감쇠계수를 구할 수도 있을 것이다.

Fig. 5는 충격 보 모델의 간극의 크기를 변화시키며 그 시간응답의 변화를 나타낸 것이다. 간극의 크기가 증대함에 따라 그 충격력이 증가한다. 예제에서 간극이 0인 경우는 유연성 공칭기구에 해당하는 것으로 부드러운 미끄럼 운동을 나타내고 있다. 충격으로 인한 변형은 접촉시의 상대속도에 크게 좌우된다는 점을 고려한다면 이것은 섭동(perturbation)의 속력이 가속할 시간적인 그리고 공간적인 여유를 주지 않기 때문임을 알 수 있다. 충격보 모델을 yoke를 통하여 보의 양단에서 구동시키는 외부운동은 충격보모델의 시간응답에서 그대로 전체적인 주기를 이루고 있으며 충격 및 접촉중에도 고주파수의 요동이 나타나고 있다. 이 접촉영역의 초기에는 되튀김 현상 때문에 보의 양단에서 자유경계조건도 나타나지만 대부분의 영역에서 스프링 지지 조건이 우세하므로 스프링지지의 경계조건으로부터 고유진동수를 구하면 421.705Hz의 최저 고

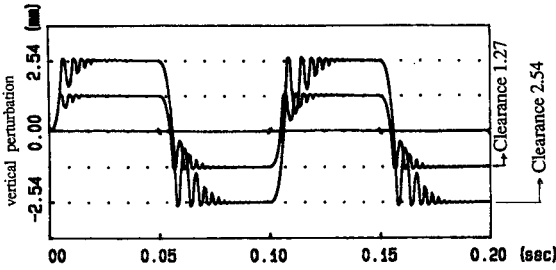


Fig. 5 Vertical perturbation of IBM with varying clearances

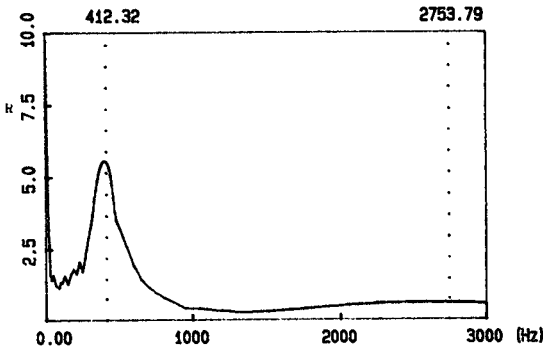


Fig. 6 Magnification factor vs excitation frequency of IBM

유진동수를 구할 수 있다. 충격보모델의 시간응답에서 한 주기당 40여 개의 요동이 일어나는 것과 잘 일치하고 있다.

Fig. 6은 충격보모델의 구동주파수와 최대 충격력 사이의 관계를 살피기 위해 구동주파수  $\rho$ 를 변화시키며 스프링 지지의 경계조건으로 가정한 후 단조화진동의 증폭계수(magnification factor)에 해당하는 다음의 값을 구한 것이다.

$$R = \frac{2ky_{\max}}{m\dot{Y}_{\max}(2\pi\rho)^2} \quad (10)$$

여기서  $k$ 는 접촉강성계수,  $y_{\max}$ 는 변형량의 최대치,  $m$ 은 보의 질량,  $\dot{Y}_{\max}$ 는 외부 구동의 진폭 그리고  $\rho$ 는 구동주파수이다. 0 근처의 구동주파수에서 피크를 나타내는데 이는 수치계산 중에 한 주기를 일정한 갯수(2000)로 시간분할했기 때문에 나타나는 오차이다. 즉 저 구동주파수에서는 고구동주파수에 비해 상대적으로 시간분할이 크기 때문에 truncation error가 크다. 또한 수치계산에서 사용된 보의 자유-자유 경계조건과도 관련이 있을 것이며 이 영역은 중력의 영향도 무시할 수 없는 영역

이다. 일정 주파수 이상에서는 거의 균일한 주파수 응답을 보이다가 421.705Hz의 최저 고유진동수 부근에서 공진현상이 나타난다. 이때 스프링과 함께 감쇠기가 존재하므로 magnification factor가 무한대의 값을 갖지 않는다. 회전변위와 관련된 두번째 고유진동수 1422.649에서는 회전변위가 보의 변형 에너지 흡수에 관여하고 양단의 횡축방향변위에는 영향을 주지 않으므로 공진현상이 나타나지 않았으며 횡축방향변위와 관련된 세번째 고유진동수 2753.79Hz에서도 미세한 증가에 그쳐 그 이후의 고유진동수에서도 감쇠의 영향이 크리라 생각된다.

Fig. 7과 8은 4절기구를 공칭기구, 강체 간극기구, Dubowsky모델과 Coulomb모델의 유연성 간극기구로 모델링하여 수치계산한 각 간극에서의 접촉력을 시간축에 대해 나타낸 것이다. 공칭기구에서는 접촉력이 부드럽게 변하고 있다. 이에 비해 강체 간극기구, Dubowsky모델의 유연성 간극기구, Coulomb모델의 유연성 간극기구에서는 공칭기구의 접촉력이 다른 영역에 비해 낮아졌다가 높아가는 부분에서 심한 충돌현상을 나타낸다. 접촉력이 0으로 떨어지는 부분이 접촉분리영역이며 접촉력이 증폭하는 부분이 충돌영역이다. 본 연구에서 사용한 강체간극기구 해석방법은 Shin과 Kwak<sup>(10)</sup> 및 홍형주<sup>(14)</sup>의 전체 좌표로 기술된 운동방정식과 달리 섭동을 도입하여 유도된 까닭으로 초기치 설정이 상당히 편리한 이점이 있다. 위의 연구들에서는 빠른 정상상태로의 수렴을 위해서 부차적인 초기치 계산이 필요했으나 본 연구에서는 초기치로서 섭동과 섭동의 속력을 0으로 놓고 수치적분하면 1/4주기 정도의 과도응답 후에는 명백한 정상상태로 수렴하였다. 강체 간극기구의 충격력은 유연성 간극기구에 비해서 매우 큰 충격력을 나타내고 있다. 이는 동일한 등가 공칭기구를 가진 강체 간극기구와 유연성 기구에 동일한 구동 각속도가 주어지면 유연성 간극기구는 강체 간극기구와 달리 충격 중에 변형을 통하여 충격의 강도를 완화시키기 때문이다. 강체 간극기구나 Dubowsky모델의 유연성 간극기구의 경우 Dubowsky<sup>(7)</sup>, 홍형주<sup>(14)</sup>의 결과에 비해 상당히 접촉력이 낮다. 특히 홍형주<sup>(14)</sup>의 결과와는 대부분의 영역에서 유사한 경향을 나타내나 0.29초 부근에서 부차적인 접촉분리 현상이 나타나고 있다. 이 부차적인 충돌에서는 0.21초 부근의 주 접촉분리 영역에 비해 그 충격력의 최대 크기는 훨씬 작다. 이 부차적인 충돌이 나타나는 이유는

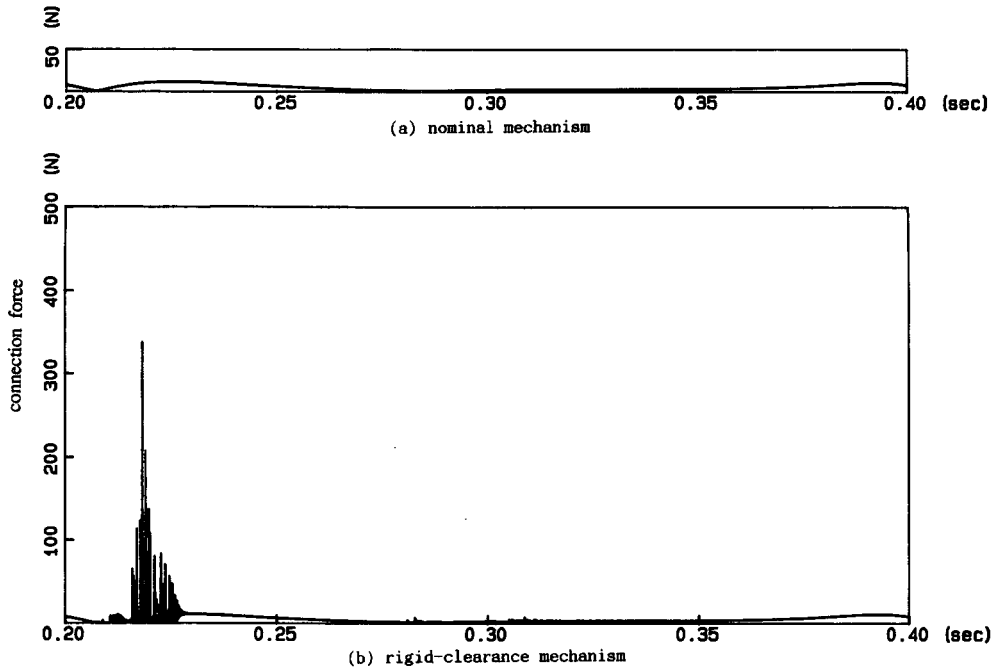


Fig. 7 Connection forces at joint 1 of rigid 4-bar mechanism

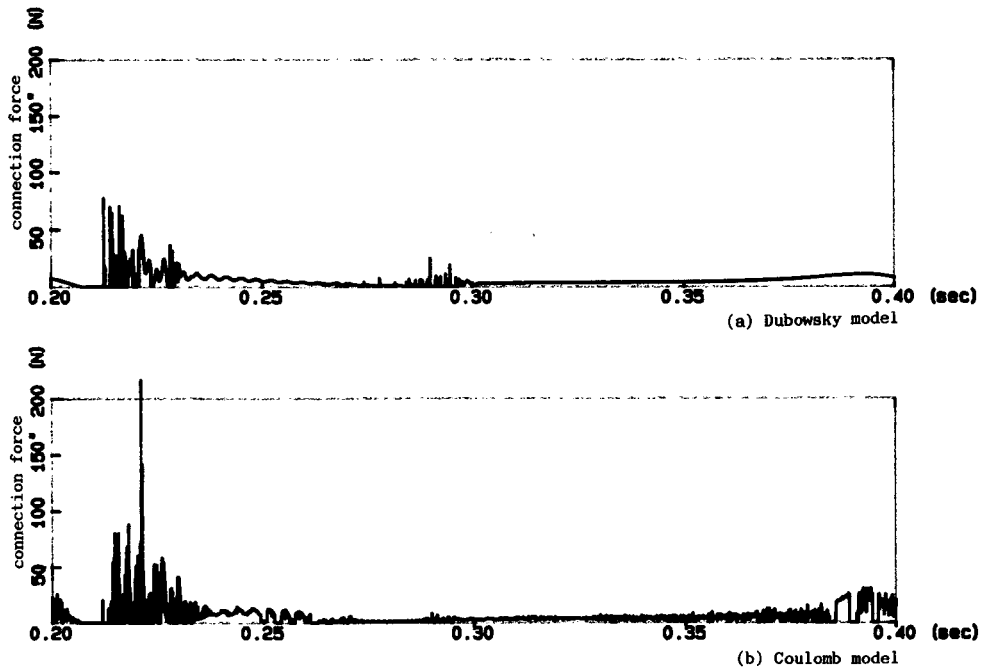


Fig. 8 Connection forces at joint 1 of flexible 4-bar mechanism

**Table 2** Averages of maximum impact forces with varying clearances of 4-bar mechanism

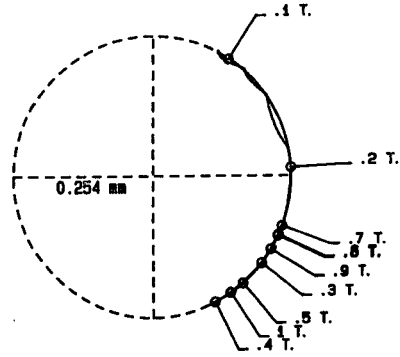
clr.(mm)	Dubowsky(N)	Coulomb(N)
0.0	10.4674	12.2319
0.254	88.6558	139.5028
0.5	135.9105	256.3270
1.0	458.6248	351.0844
drv.spd	300 (rpm)	

**Table 3** Averages of maximum impact forces with varying driving speeds of 4-bar mechanism

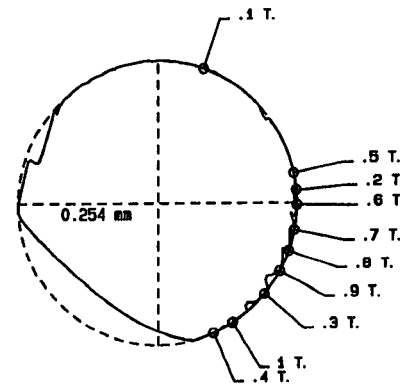
Driving speed(rpm)	Dubowsky(N)	Coulomb(N)
300	88.6558	139.5028
600	105.7481	252.7889
900	192.6665	449.6020
1200	329.3921	616.5497
Clearance	0.254 (mm)	

공칭기구로부터 구한  $|\dot{\gamma}/R|_{max}$ 의 크기가 큰 영역에서 접촉분리가 잘 일어난다는 Earles & Wu의 접촉분리 판별식으로 설명될 수 있다. 지속접촉 영역에서 Dubowsky모델과 Coulomb모델을 비교하면 접촉력은 비슷하지만 Coulomb모델에서는 끊임없는 소충돌이 나타나고 있다. Dubowsky모델에는 속도에 비례하는 원주방향 감쇠력이 작용하는 반면 Coulomb모델에서는 원심방향 힘에 비례하는 마찰력이 원주방향 상대 속도의 반대방향으로 작용하고 있다. 어느 모델이 실제 현상에 가까운 것인지는 실험 연구가 한정되어 있어 쉽게 판단할 수 없다.

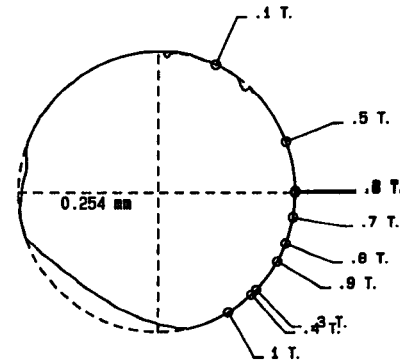
Fig. 9는 간극원에서의 두 대우 요소의 접촉관계를 제 1 간극에서는 크랭크에 대한 상대좌표로써, 제 2 간극에서는 커플러에 대한 상대좌표로써, 제 3 간극에서는 로커에 대한 상대좌표로써 표시한 것이다. 원은 간극원을 나타내는 것으로 그 반경이 간극의 크기와 동일하고 이 예제에서는 0.254mm이다. 간극원 내에서의 운동중 자유비행 상태에서 직선운동을 하지 않고 비행의 각도가 요동하는 것은



(a) Rigid clearance



(b) Dubowsky model



(c) Coulomb model

**Fig. 9** Relative motions at joint 1 of 4 bar mechanism

특정 간극의 자유비행 중에 이웃 간극에서 충돌이 일어나 연결부의 회전 변위가 진동함에 따라 간극 원의 좌표 자체가 흔들리기 때문이다.

Fig. 10은 커플러에 대해서 종축방향 변형에너지와 횡축방향 변형에너지를 구하여 나타낸 것이다.



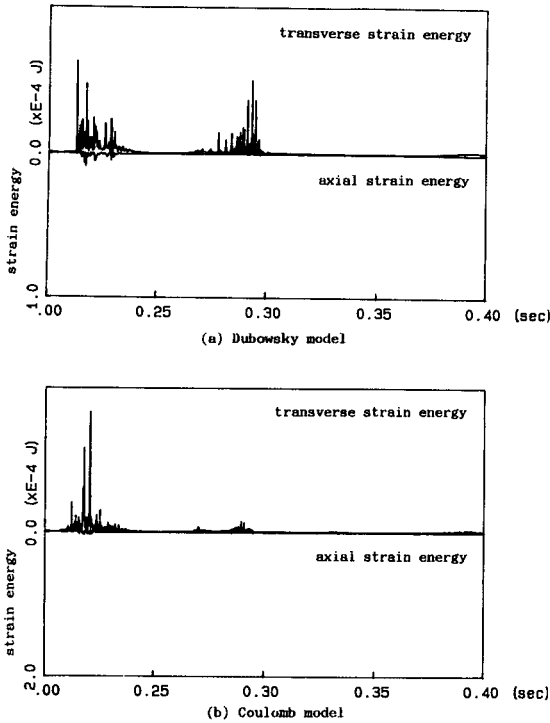


Fig. 10 Comparison of strain energy in the coupler of 4-bar mechanism

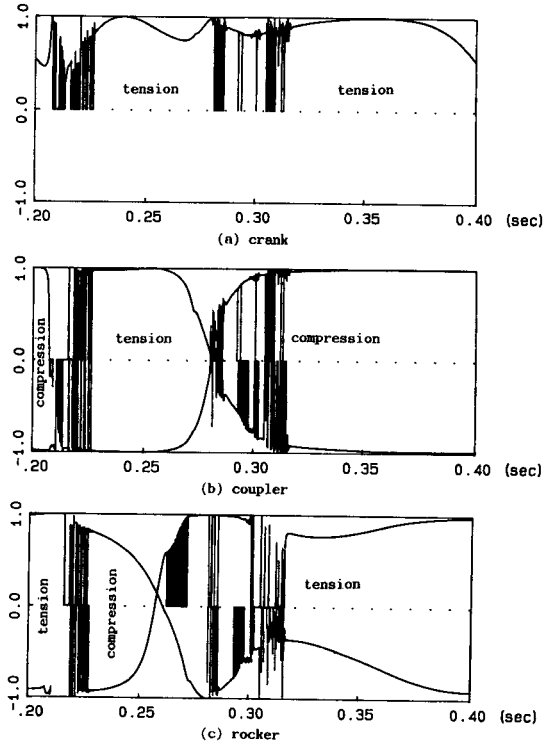


Fig. 11 Direction cosines of forces at both ends of links in 4-bar mechanism

크랭크와 로커에서는 횡축방향 변형에너지가 종축방향 변형에너지에 비해 50배 가량 크다. 이것은 크랭크와 로커가 원운동과 원주운동을 하는 것과 관련이 있다. 커플러는 이와 달리 원주운동을 하지 않기 때문에 종축방향 변형에너지가 횡축방향 변형에너지의 1/5 정도이다. 크랭크, 커플러, 로커 공히 종축방향 변형에너지가 횡축방향 변형에너지에 비해 작으나 이것만으로 4절기구에서 종축방향의 유연성을 고려할 필요가 없다고 결론지을 수 없다.

Fig. 11에는 양단에서 각 링크의 종축방향으로 작용하는 힘을 간극에 작용하는 전체 힘으로 나누어준 방향 cosine이 나타나 있다. 그림으로부터 방향 cosine이 1 혹은 -1 근처인 부분이 주기의 대부분을 차지함을 알 수 있으며 이는 곧 링크에 작용하는 힘의 대부분이 인장력 내지 압축력을 의미한다. 종축방향 변위는 바로 접촉강성계수와 곱해져 접촉력을 계산하게 되므로 이 종축방향 변형을 고려하지 않았을 경우 2차원 접촉의 4절기구에서는 상당한 충격력의 증폭된 양을 계산하게 된다. 이의 근거는 Dubowsky의 결과 및 홍형주의 결과

에서 4절기구의 각속도를 2배로 해줄 경우 최대 충격력이 3배 정도로 증가했으나 본 논문의 결과에서는 2배 이하의 증가현상을 나타낸다. 이는 2차원 간극기구 해석상에서 링크의 종축방향 변위를 고려하는 것이 중요함을 설명해주고 있다. 즉 4절기구에서와 같은 2차원 연결부를 가진 간극기구의 경우 종축방향 변형에너지가 실제로 크지 않더라도 종축방향 변위 자체는 횡축방향의 변위와 마찬가지로 충격력 계산에 있어서 큰 영향을 미치므로 고려해 주어야 한다.

### 5. 결 론

본 연구에서는 링크의 유연성을 고려하여 각 조인트에 간극이 존재하는 기구를 해석함에 있어 Dubowsky가 사용한 보의 양단의 지지조건을 수정하고 충돌시에 마찰력을 도입하여 해석하였으며 이로부터 다음의 결론을 얻었다.

(1) Dubowsky의 모델과 비교하여 입력 링크에서 큰 충격력(본 예제의 경우 세배 정도)을 얻었으며

접촉분리 현상도 한 주기 전반에 걸쳐 일어나고 있음을 보여주고 있다.

(2) 간극기구의 확대계수(magnification factor)는 스프링지지의 경계조건으로부터 구한 고유진동수와 관련이 깊으며 그 최저고유진동수에서 공진현상이 관찰된다.

(3) 중량이 작은 간극기구는 접촉분리가 잘 일어나는 반면 등가의 공칭기구에서 전체적인 접촉력은 감소한다.

(4) 사절기구와 같은 2차원 간극기구의 경우 횡축 변형뿐만 아니라 종축방향 변형도 중요하다. 종축방향 변위를 고려함으로써 사절기구의 최대접촉력이 감소한다.

### 참 고 문 헌

- (1) Dubowsky, S., Deck, J.F. and Costello, H., 1987, "The Dynamic Modeling of Flexible Spatial Machine Systems with Clearance Connection", ASME J. of Mech. Design, pp. 87~94.
- (2) Haines, R.S., 1980, "2-Dimensional Motion and impacts at Revolute Joints", Mechanism and Machine Theory, Vol. 15, pp. 361~370.
- (3) Dubowsky, S., 1974, "On Predicting the Dynamic Effects of Clearances One-Dimensional Closed Loop Systems", ASME J. of Tran., pp. 324~329.
- (4) Dubowsky, S. and Freudenstein, F., 1971, "Dynamic Analysis of Mechanical Systems with Clearances, Part I : Formation of Dynamic Model and Part II : Dynamic Response", ASME J. of Engng. Ind., pp. 305~316.
- (5) Earles, S.W.E. and Wu, C.L.S., 1977, "A Determination of Contact Loss at a Bearing of a Linkage Mechanism", ASME J. of Engng. for Ind., pp. 375~380.
- (6) Dubowsky, S. and Gardner, T.N., 1975, "Dynamic Interactions of Link Elasticity and Clearance Connection", ASME J. of Engng. for Ind., pp. 652~661.
- (7) Dubowsky, S. and Gardner, T.N., 1977, "Design and Analysis of Multilink Flexible Mechanisms with Multiple Clearance Connections", ASME J. of Engng. for Ind., pp. 88~96.
- (8) Turcic, D.A. and Midha Ashik, 1984, "Dynamic Analysis of Elastic Mechanism Systems Part I : Application", ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, pp. 249~254.
- (9) Dubowsky, S., Norris, M., Aloni, E. and Tamir, A., 1984, "An Analytical and Experimental Study of the Prediction of Impacts in Planar Mechanical Systems With Clearances", ASME J. of Mechanisms, pp. 444~451.
- (10) Shin, J.K. and Kwak, B.M., 1985, "A Design Method for Reducing the Effects of Clearances", Proc. of the Instn of mech. Engr 199(C2), pp. 155~158.
- (11) Park, C.B. and Kwak, B.M., 1987, "Counterweight Optimization for reducing Dynamic Effects at a Revolute Joint", Mech. Mach. Theory 22(6), pp. 549~556.
- (12) Bathe K.J., 1982, Finite Element Procedure in Engineering Analysis, Prentice-Hall.
- (13) Sandor, G.N. and Erdman, A.G., 1984, Advanced Mechanism Design, Vol. 2, Prentice Hall, pp. 483~531.
- (14) 홍형주, 링크의 유연성을 고려한 간극기구의 동적 해석, 석사학위 논문, 1987, 한국과학기술원.