〈論　文〉

疲勞크랙 進展壽命의 確率特性에 관한 研究(Ⅰ)
—初期크랙길이 分布의 影響—

尹 漢 鏞*

(1989년 11월 3일 접수)

A Study on the Probabilistic Nature of Fatigue Crack Propagation Life(Ⅰ)
—The Effect of Distribution of Initial Crack Size—

Han-Yong Yoon

Key Words: Distribution of Fatigue Crack Propagation Life(疲勞크랙 進展壽命分布), Distribution of Initial Crack Size(初期 크랙 길이 分布), Effect of Parameter(파라미터의 影響), Normalization(基準化)

Abstract

In order to understand the probabilistic nature of fatigue crack propagation, not only the calculation of failure probability and parameter sensitivity, but also the clarification of probabilistic nature of various parameters should be executed. Therefore a method to evalute synthetically the effect of each parameter on the distribution of fatigue crack propagation life is required. In this study, the effects of the initial crack size and other paramaters on the distribution of fatigue crack propagation life are discussed according to the appropriate normalization of the life distribution. the validity of this method is also shown. Such an investigation as the present work may be useful to understand the nature of the life distribution and to utilize the probailistic fracture mechanics.

1. 序　論

構造部材가 크랙상결함(crack-like defects)을 가지고 있을 경우 疲勞破壞에 이를 때까지의 壽命은 거의가 크랙 進展壽命이며, 그때, 初期크랙길이의 確率分布 特性은 信賴性 評價上에 있어서 대단히 重要하다. 疲労크랙 進展壽命의 確率分布에 관한 研究는 多數있지만[1~5], 各種 파라미터의 特定數值에 대한 破壞確率 혹은 影響度 評價만으로는 不充分하며, 疲勞壽命의 確率特性이 잘 파악될수 있도록 解析 結果를 나타낼 필요가 있다.

本 論文의 目的은, 疲勞크랙 進展壽命에 대하여 대단히 중요한 初期 크랙 길이 分布 및 他 파라미터의 크랙 進展壽命에 미치는 影響을 폭넓게 論함과 동시에 또 이러한 影響을 손쉽게 豫測할 수 있는 實用的 近似式을 提示하는 것이다.

疲勞크랙 進展過程에 있어서의 確率論的 評價는 線形 破壞力學에 基礎를 둔 Paris-Erdogan의 疲勞크랙 進展式에 있어서의 파라미터 C, m을 確率變數로서 다루는 것[1~7]과, 統計的 手法에 의해서만 評價하는 것[8,9]의 두가지로 대별할 수 있으나, 初期크랙分布를 論外로 함에 의해서 세밀하게 實驗데이터에 맞추려고 복잡한 式等에 의존하려고 하는 경

*正會員, 木浦大學 機械工學科

향도 볼 수 있다. 특히, 統計的 手法에만 의한 評價는 똑같은 實驗條件이라고 하는 制限된 領域에서만 그 再現性이 있을 뿐(例를 들면, 應力比가 같다던가 實驗開始時의 크랙길이가 같아야 하는 等) 實用性이 극히 적다. 이상의 觀點에서, 本 硏究에서는 미지의 初期缺陷에 대한 信賴性 評價라고 하는 實用的 目的下에 이들 材料側의 不確實性을 係數 C에 集約시키고 係數 m은 確定量으로서 다룬다. 또한, 初期 크랙 길이 分布 및 係數 C의 分布는 分離, 結合이 可能하기 때문에 먼저 本 第1報에서는 初期 크랙 길이 分布가 壽命分布에 미치는 影響을 論하며, 第2報에서 係數 C에 대한 評價를 論하기로 하겠다.

2. 疲勞크랙 進展의 모델화

疲勞크랙 進展過程은 上述한 바와 같이 Paris-Erdogan의 다음식[10]을 적용한다.

$$\frac{da}{dN}=C\cdot \Delta K^{m} \tag{1}$$

단, a : 크랙길이, N : 사이클數, ΔK : 應力擴大係數의 變動幅, C, m : 材料係數이다. 또, 本 硏究에서는 굽힘 혹은 引張을 받은 板材의 中央크랙 및 片側크랙을 대상으로하며, 이 경우,

$$\Delta K=\Delta s\cdot\sqrt{\pi x}\cdot g(x) \tag{2}$$

단, ΔK : 應力振幅, x : 無次元化한 크랙길이(中央크랙은 $2a/W$, 片側크랙은 a/W, 또 W는 두께, $g(x)$는 補正係數이다.

여기서, 初期크랙길이 a_i로부터 限界크랙길이 a_f까지의 壽命 N은 그것에 대응하는 無次元 表示(以下, 이것을 그냥 크랙길이라고 부르기도 한다) x_i로부터 x_f까지를 積分함으로 해서 周知하는 바처럼,

$$N=\frac{A}{C}\left[G(x_i)-G(x_f)\right] \tag{3}$$

단, $G(x)=\int_x^1\left[\sqrt{x}\cdot g(x)\right]^{-m}dx \qquad (4)$

$$A=\frac{W/2}{[\Delta S\cdot\sqrt{\pi(W/2)}]^m} \qquad \text{(Center Crack)}$$

$$\frac{W}{[\Delta S\cdot\sqrt{\pi W}]^m} \qquad \text{(Edge Crack)}$$

$$(5)$$

와 같이 구할 수 있다.

3. 壽命에 미치는 파라미터의 影響(初期 크랙 길이 分布를 考慮하지 않을 경우)

3.1 材料係數 m의 壽命에의 影響

Fig. 1은 中央크랙이 있는 板材(CCT ; Center Cracked Tension)에 대해서 基準化壽命 N_n과 初期 크랙 길이 x_i와의 關係를 材料係數 m을 變化시켜서 나타낸 것으로, 基準化 壽命이란 限界크랙길이 x_f를 1로 할 경우에 式 (3)에 있어서 壽命 N을 A/C로 나눈 것이다. 즉,

$$N_n=G(x)-G(1) \tag{6}$$

이고, 실제의 壽命은

$$N=\frac{A}{C}(N_n(x_i)-N_n(x_f)) \tag{7}$$

처럼 구할 수 있다.

그래프로부터 알 수 있는 것처럼, 材料係數 m의 壽命에 대한 영향은 初期크랙길이가 작아짐에 따라 증대한다.

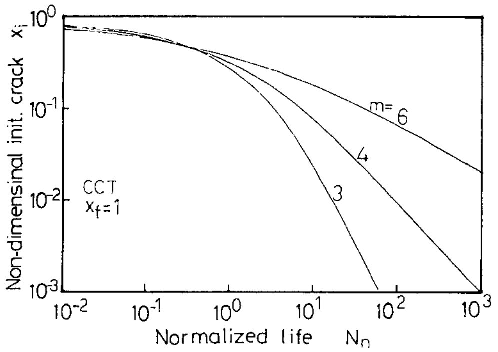

Fig. 1 Relation between fatigue crack propagation life and initial crack size

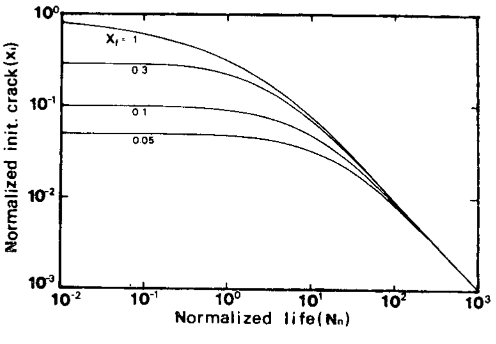

Fig. 2 Effect of critical crack size for crack propagation life

3.2 限界 크랙 길이 x_f의 壽命에의 影響

限界 크랙 길이 x_f의 影響을 Fig. 2에 나타낸다. x_f의 影響은 基準化 壽命이 0에 가까와 질수록 커짐을 알 수 있다.

3.3 應力振幅 ΔS의 壽命에의 影響

결함을 想定하지 않은 대상에 대한 疲勞壽命은, 그 全壽命을 크랙發生 壽命과 크랙進展 壽命으로 分離할 수가 있는데, 크랙進展 壽命이 全 壽命의 大部分을 점할때 크랙進展 壽命과 應力振幅과의 관계는 일반적으로 S-N線圖로서 나타내는 疲勞壽命과 應力振幅의 관계와 관련지어져야만 한다. 즉, 式 (3)으로 부터,

$$N\cdot\Delta S^m=\frac{W/2}{C\cdot[\sqrt{\pi W/2}]^m}[G(x_i)-G(x_f)] \tag{8}$$

로 되고, 또, 兩邊에 對數를 취하면

$$m\log\Delta S=-\log N+\log\Omega \tag{9}$$

여기서,

$$\Omega=\frac{W/2}{C\cdot[\sqrt{\pi W/2}]^m}[G(x_i)-G(x_f)] \tag{10}$$

이다. 이 式(9)에서 알 수 있는 것처럼, $\log(\Delta S)$와 $\log(N)$의 관계에 있어서 材料係數 m은 기울기에 影響을 미치며, Ω는 절편을 나타내게 된다.

Fig. 3은 應力振幅 ΔS와 壽命N_n의 관계를 係數 m을 變化시켜서 나타낸 것으로, 橫軸의 應力振幅은 無次元數로 倍率이라고 생각하면 된다. 그림에서 알 수 있는 것처럼 線의 기울기는 정확하게 $(-1/m)$이다.

Fig. 4는 m을 固定시키고 初期크랙길이 x_i만을 변화시킨 것이다. 應力振幅과 壽命의 관계에 있어서 初期크랙길이의 影響은 단순히 平行移動에 지나지 않음을 알 수가 있다.

이처럼 이들 그래프를 이용함으로 해서 통상의 S-N線圖와 같은 疲勞設計가 가능해 짐과 동시에 各 파라미터들간의 관계를 손쉽게 파악할 수가 있다.

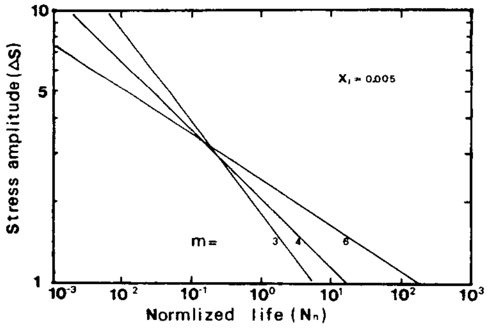

Fig. 3 Relation between fatigue crack propagation life and stress amplitude(effect of material factor m)

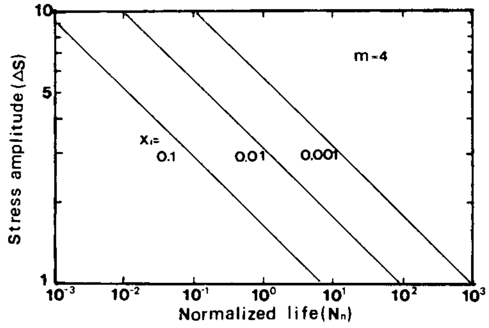

Fig. 4 Relation between fatigue crack propagation life and stress amplitude(effect of initial crack size)

4. 壽命에 미치는 파라미터의 影響(初期 크랙 길이 分布를 考慮할 경우)

4.1 疲勞크랙 進展壽命의 確率分布

보통, 初期 크랙 길이는 疲勞破壞 靭性에 의해서 정의되어지는 限界 크랙 길이보다 훨씬 작으며, 또한, 限界 크랙 길이의 變動은 初期 크랙 길이의 變動보다 훨씬 작다. 따라서 피로크랙 進展壽命 分布는 거의 初期 크랙 길이 分布에 지배되며 이때, 限界 크랙 길이를 確定因子로 함에 의해서,

$$N_n\fallingdotseq N_n(x_i) \tag{11}$$

이 되며, 다음식에 나타내는 것처럼 크랙길이 X_i가 임의의 x_i보다 작을 確率은 壽命 N_n이 임의의 $N_n(x_i)$보다 큰 確率과 같다.

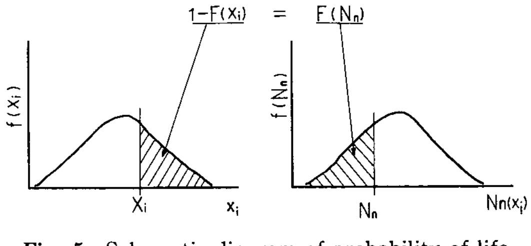

Fig. 5 Schematic diagram of probability of life

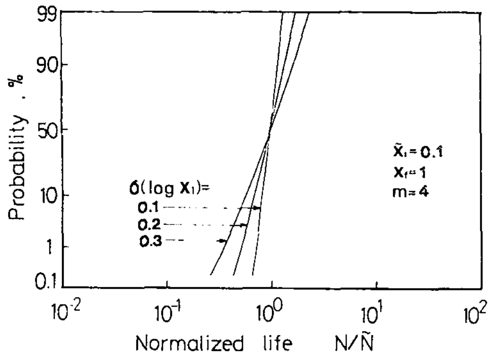

Fig. 6 Distribution of fatigue crack propagation life

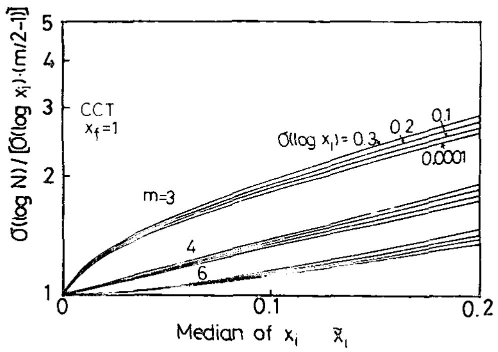

Fig. 7 Variation of log-normal standard deviation of fatigue crack propagation life

$$P_r(X_i \leq x_i) = P_r(N_n \geq N_n(x_i)) \tag{12}$$

따라서, Fig. 5의 模式圖에 나타내는 것처럼,

$$F(N_n) = 1 - F(x_i) \tag{13}$$

로 近似的으로 구할 수 있다. 그림의 $f(N_n)$, $F(N_n)$는 壽命의 分布密度函數 및 分布函數이며, $f(x_i)$, $F_x(x_i)$는 初期 크랙 길이의 分布密度函數 및 分布函數를 의미한다.

Fig. 6에 식 (13)과 식 (7)에 의해서 구한 疲勞크랙 進展壽命의 確率分布를 나타낸다. 이것은 限界크랙길이 x_f를 確定值로 하고, 初期 크랙 길이가 對數正規分布를 할 경우의 그 對數標準偏差를 변화시켜서 對數 確率紙에 나타낸 것이다.

4.2 壽命의 對數 標準偏差

本 節에서는 初期 크랙길이 x_i가 對數 正規分布를 할 경우에 대해서 壽命의 對數 標準偏差를 다루기로 한다. 中央크랙이 있는 板材의 引張(CCT)에 대해서 初期 크랙 길이의 中央值 $\tilde{x}_i$ 및 對數 標準偏差 $\sigma(\log x_i)$와 壽命의 對數 標準偏差 $\sigma(\log N)$과의 관계를 나타낸 것이 Fig. 7로 그래프안의 x_f는 限界 크랙 길이를 의미한다. 橫軸은 初期 크랙 길이의 中央值이며, 縱軸은 壽命의 對數 標準偏差를 初期 크랙길이의 對數 標準偏差에 $(m/2-1)$을 곱한 것으로, 基準化한 것이다. 그것은 $x_i \ll x_f$일 때,

$$N \doteqdot \frac{A}{C} \frac{[x_i^{(m/2-1)}]}{(m/2-1)} \tag{14}$$

로 되어지기 때문에 C를 確定值로 한 이 단계에서는 對數 標準偏差가,

$$\sigma(\log N) \doteqdot (m/2-1) \cdot \sigma(\log x_1) \tag{15}$$

처럼 近似的으로 나타낼 수 있기 때문이다. 이 그래프에서 알 수 있는 것처럼 補正係數 J를 이용해서,

$$\sigma(\log N) \doteqdot J \cdot (m/2-1) \cdot \sigma(\log x_i) \tag{16}$$

라고 하면, 이 J가 x_i와 m에 의해서 표현가능한 것을 나타내는 것이고, 또 이 式에 의해서 $\sigma(\log x_i)$가 壽命에 미치는 影響을 豫測할 수 있음을 의미하는 것이다. 여기서, 이 J를 近似的 式으로 나타내면,

$$J = 1 + 130 \frac{\tilde{x}_i}{m^{2.5}} \tag{17}$$

$$(3 \leq m \leq 6,\ 0 < x_i \leq 0.2)$$

이 된다. 이 式 혹은 Fig. 7에 의해서 壽命의 對數標準偏差의 豫測이 簡單히 가능하다.

4.3 初期 크랙 길이의 分布形態의 影響과 近似式의 有效性

初期 크랙 길이의 平均과 分散이 같더라도 分布形이 틀리면, 즉, 分布函數가 틀리면 壽命의 分布形狀은 크게 영향을 받는다[11]. 그 初期 크랙 길이의 影響의 程度는, 크랙 길이의 平均值의 변화, 또는 係數 m의 변화등에 의해서 바뀔 수 있다. 만약, 他파라미타가 변화함에도 불구하고 적당한 係數를 이용함으로 해서 그 影響을 표현할 수가 있다면 크랙 길이 分布의 壽命分布에의 影響은 간단히 推測可能할 것이다.

初期 크랙 길이 x_i가 다음식과 같은 確率密度函數를 가지고 있는 4개의 分布에 해당된다고 하자.

(1) 正規分布;

$$f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma(x_i)} \exp\left[-\frac{\{x_i - \mu(x_i)\}^2}{2\sigma(x_i)}\right] \tag{18}$$

(2) 對數正規分布 ;

$$f(x_i)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma(\log x_i)}$$
$$\times\exp\left[\frac{-\{\log x_i-\mu(\log x_i)\}^2}{2\sigma(\log x_i)}\right] \qquad (19)$$

(3) 2母數 Weibull 分布 ;

$$f(x_i)=\frac{\varepsilon}{\xi}\left(\frac{x_i}{\xi}\right)\cdot\exp\left[-\left(\frac{x_i}{\xi}\right)\right] \qquad (20)$$

(4) 2母數 最大値의 第二漸近分布 ;

$$f(x_i)=\frac{\varepsilon}{\xi}\left(\frac{-x_i}{\xi}\right)\cdot\exp\left[-\left(\frac{-x_i}{\xi}\right)\right] \qquad (21)$$

단, μ ; 平均値, σ ; 標準偏差, ε ; 形狀係數, ξ ; 尺度係數 이다.

Fig. 8은 中央値 $\tilde{x}_i=0.05$인 경우에 대해서 각각의 分布에 대한 對數 標準偏差가 똑같아 지도록 係數를 정해 對數 正規確率紙에 나타낸 것이다. 기호 N, L, W, E는, 각각 正規, 對數正規, Weibull, 最大値의 第二漸近分布를 나타낸다. 또, 縱軸은 累積確率이고, 橫軸은 疲勞크랙 進展壽命 N을 中央値 $\tilde{N}$으로 나눈 것을 式 (16)의 우변의 변수, 즉,

$$\lambda=\{J\cdot(m/2-1)\cdot\sigma(\log x_i)\}^{-1} \qquad (22)$$

을 가지고 基準化한 $(N/\tilde{N})$이다. 또, CCT이외의 보정계수 J에 대해서는 다음 節에 나타낸다. 壽命分布의 形狀은 크랙길이의 分布形態에 따라 크게 달라진다. 그러나, 本 그래프로부터 알 수 있는 것처럼 $\tilde{x}_i$가 작은 경우는 이와같은 基準化에 의해 各種分布의 어느 曲線도 m의 넓은 範圍에 걸쳐서 일치하고 있다.

Fig. 9는, Fig. 8의 경우에 비해 初期 크랙 길이의 中央値가 0.2로 크게 한 것으로 약간 m에 의한 相違가 나타난다. 以上으로부터 初期 크랙 길이 中央値는 넓은 範圍에 걸쳐서 材料係數 m이 이와같이 基準化한 壽命에 미치는 影響은 극히 작으며 實用上 충분히 無視할 수 있음을 알 수 있다.

Fig. 10는, 初期 크랙 길이의 中央値 $\tilde{x}_i$가 壽命分布에 미치는 影響을 $m=4$에 대해서 나타낸 것인데, $\tilde{x}_i$가 0.2정도가 되면 약간의 변화를 나타내지

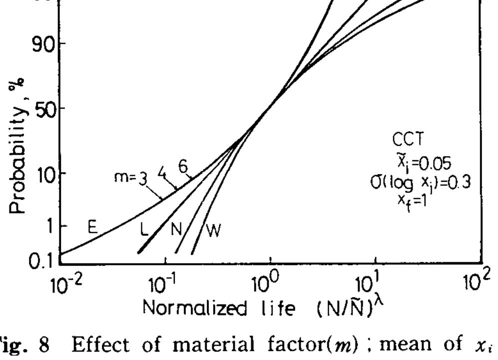

Fig. 8 Effect of material factor(m) ; mean of x_i is small

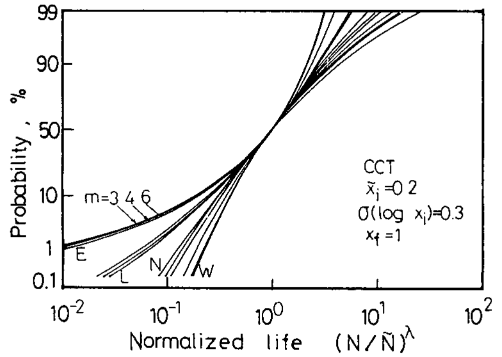

Fig. 9 Effect of material factor(m) ; mean of x_i is large

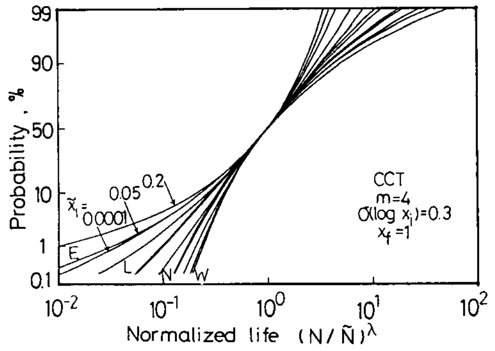

Fig. 10 Effect of mean of initial crack size($\tilde{x}_i$)

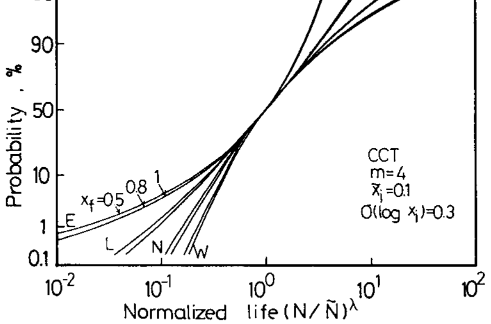

Fig. 11 Effect of critical crack size(x_i)

만, 實用상으로 $\tilde{x}_i$는 0.1보다 작은 경우가 대부분이기 때문에 壽命分布推定에는 충분할 것이다.

Fig. 11은, 限界 크랙 길이 x_f의 影響을 나타낸 것인데, x_f의 차이에 관계없이 曲線의 形態가 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있다.

以上으로부터, 係數 λ로 수명을 基準化함으로서 壽命의 對數 標準偏差 뿐만이 아니라 分布形狀도 實用上 충분한 精度로 간단히 推定할 수 있다.

4.4 部材形狀 및 負荷形式의 影響

크랙길이가 극히 작을때, 應力擴大係數는 당연히 無限板中의 크랙으로서의 취급이 가능하다. 그러나, 크랙길이가 커짐에 따라 應力擴大係數의 計算에 有限幅에 의한 補正係數를 考慮하지 않으면 안된다. 여기서는 CCT(中央크랙引張), ECT(片側크랙引張), ECB(片側크랙굽힘)의 3개의 차이를 比較한다. 또, 各各의 應力擴大係數의 補正係數, 즉 式 (4)에 있어서의 $g(x)$는 다음식[12]을 이용하였다.

CCT ;

$$g(x)=(1-0.025x^2+0.06x^4)\cdot\sqrt{\sec(\pi x/2)} \tag{23}$$

ECT ;

$$g(x)=\sqrt{2/\pi x\cdot\tan(\pi x/2)}\cdot\frac{0.752+2.02x+0.37\{1-\sin(\pi x)\}^3}{\cos(\pi x/2)} \tag{24}$$

ECB ;

$$g(x)=\sqrt{2/\pi x\cdot\tan(\pi x/2)}\cdot\frac{0.923+0.199\{1-\sin(\pi x)\}^4}{\cos(\pi x/2)} \tag{25}$$

Fig. 12는, Fig. 7과 같은 基準化를 한 壽命의 對數 標準偏差를 $m=4$의 경우에 대해 CCT 및 다른 두타입을 함께 표시한 것이다. 그래프로부터 알 수 있는 것처럼 이들 타입의 차이에 따른 影響은 크랙길이가 커짐에 따라서 커진다. Fig. 13은, 같은 初期 크랙 길이 分布에 대해서 위의 3개의 타입의 壽命을 각각 구해, 前述한 것과 마찬가지로 λ로 基準化해서 對數 正規 確率紙上에 나타낸 것이다. 또한, CCT타입에 대한 式 (17)처럼 다른 두 타입에 대해서는,

$$\text{ECT}\ ;\ J=1+120\frac{\tilde{x}_i}{m^{1.7}} \tag{26}$$

$$\text{ECB}\ ;\ J=1+880\frac{\tilde{x}_i^{\,2}}{m^{2.3}} \tag{27}$$

의 關係式을 구해 이용하였다. 그래프로부터 알 수 있는 것처럼 크랙길이가 0.2程度가 되면 적은 確率부근의 형태가 약간 변화할뿐 實用上 問題가 되는 크랙길이 0.1 以下에서는 그다지 변화를 보이지 않고, 따라서, 部材 및 負荷形式이 틀려도 壽命에 미치는 파라미터의 影響을 綜合的으로 論할 수 있음을 알 수 있다.

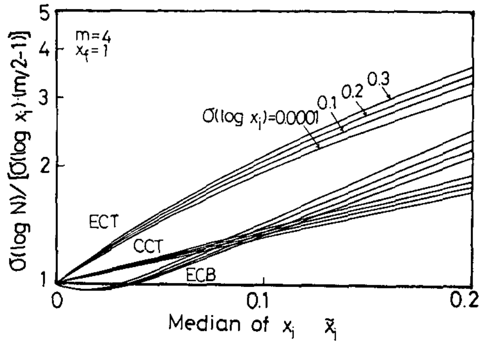

Fig. 12 Effect of loading type and shape of cracked elements

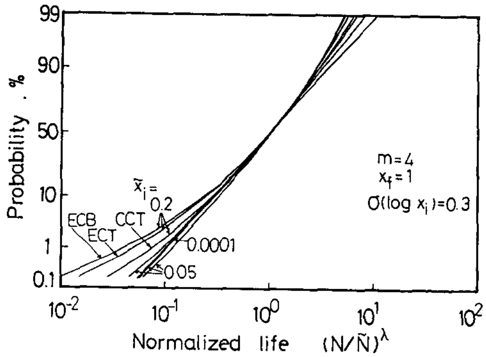

Fig. 13 Unification of effects of loading type and shape of cracked elements

5. 係數 C의 分布의 影響

一般的으로 式 (1)의 材料係數 C의 變動은 初期크랙길이의 變動에 比해 아주 적은 것으로 보여지고 있으며, C의 變動이 충분히 적다면 確定値로서의 취급도 可能하지만, C의 變動이 無視할 수 없을 때에는 그 分布도 考慮할 必要가 있다. 前節까지는 初期 크랙 길이 分布만을 擧論했지만, 다음과 같이 C의 分布를 考慮할 수가 있다. 式 (3)의 양변에 對數를 취하면,

$$\log N = \log A - \log C + \log G(x) \tag{28}$$

이 되고, C와 $G(x)$가 獨立이기 때문에 壽命의 對數 標準偏差는,

$$\sigma(\log N) = \sqrt{\sigma^2(\log C) + \sigma^2(\log G(x))} \tag{29}$$

처럼 구할 수 있다. 따라서, 前節까지의 結果는 그대로 이용할 수 있다.

6. 結 論

本 研究에서는 결함을 가진 部材의 信賴性 評價를 目的으로 해서, 疲勞크랙 進展壽命의 確率現象의 特性이 直觀的으로 파악될 수 있도록 했다. 얻어진 結果를 간략히 記術하면,

(1) 壽命의 分布에 미치는 影響이 가장 큰 初期크랙길이의 分布의 影響을 確率紙上에 구체적으로 나타내었다.

(2) 壽命分布의 적당한 基準化가 가능한 것을 보여 주었으며, 各種 파라미터의 影響을 綜合的으로 論할 수 있는 近似式을 提示했다.

(3) 部材 및 負荷形式이 틀려도 上記와 같은 취급이 가능한 것을 입증하였다.

이와 같은 研究는 破壞確率現象의 本質을 理解하는데 도움이 될뿐만 아니라, 確率論的 破壞力學의 實用化에 寄與를 할 것으로 생각된다.

参 考 文 獻

(1) 岡村弘之, 板垣 浩, 1981, "强度の統計的取扱い", 培風館, pp. 234~241.

(2) 北川英夫, 久田俊明, 1979, "表面き裂の成長と非破壞検査を考慮した信頼性解析", 日本機械學會論文集, 第45卷, 第397號, pp. 1033~1042.

(3) 中易秀敏, 廣瀬浩一, 森 健一, 加瀬滋男, 1980, "保守を考慮した構造システムのシミュレーション解析", 材料, 第29卷, 第316號, pp. 44~50.

(4) J. Dufresne, A.C. Lucia, 1982, "Structural Intergrity of Light Reactor Components", Applied Science Publishers, pp. 55~73.

(5) 瀬口靖幸, 落合太郎, 1984, "クラツク成長モデルにおける信頼性解析/設計に關する一考察", 材料, 第29卷, 第369號, pp.704~710.

(6) 酒井達雄, 田中道七, 1979, "金屬材料の疲勞き裂進展壽命の分布特性に關する統計的一研究", 材料, 第33卷, 第364號, pp.880~886.

(7) 市川昌弘, 中村武夫, 1985, "疲勞き裂傳ぱ則$da/dN=C(\Delta K)^m$におけるmとCの確率特性", 材料, 第33卷, 第364號, pp. 8~13.

(8) Kozin, F. and Bogdanoff, J.L., 1981, "A Critical Analysis of Some Probabilistic models of Fatigue Crack Growth", Eng. Frac. Mechanics, Vol. 14, No. 1, pp. 59~89.

(9) 島田佳弘, 中川隆夫, 德納久睦, 1984, "マルコフ連鎖を用いた疲勞き裂進展壽命の信頼性解析", 材料, 第33卷, 第367號, pp. 475~481.

(10) Paris, P.C. and Erdogan, F., 1963, "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws",Trans. ASME, Ser. D. 85, pp. 528~534.

(11) Hiroyuki Okamura, Katsuhiko Watanabe, Yoshihiro Naito, 1975, "Some Crack problems in Structural Reliability Analysis", RELIABILITY APPROACH IN STRUCTURAL ENGINEERING (MARUZEN), pp.244~257.

(12) 岡村弘之, 1982, "線形破壞力學", 培風館, pp.217.