

<論 文>

경사진 돌출부가 있는 비축대칭 복합단조의 상계요소해석

윤 정 호* · 양 동 열*

(1989년 8월 7일 접수)

UBET Analysis of Combined Forging of Non-Axisymmetric Shapes with Inclined Protrusion

Jeong-Ho Yoon and Dong-Yol Yang

Key Words : UBET(Upper-Bound Elemental Technique : 상계요소해법), KAVF(Kinematically Admissible Velocity Field : 동적 가용 속도장), Work-Hardening(가공경화), Backward Reduction of Area(후방 단면 감소율), Critical Height Reduction(임계 높이 감소율), Elemental Characteristic Variable(요소 특성 변수)

Abstract

The study is concerned with the analysis of combined forging of non-axisymmetric shapes with inclined protrusions by UBET technique. Work hardening is considered for the given range of strain rate during the forging process. A complex shape with inclined cavities is analyzed by subdividing the workpiece into finite UBET elements for which simple velocity fields are applicable. An experimental set-up was designed and manufactured for the experiment, and experiments are carried out with lead billets. The devised set-up can be used for closed-die forging of complex shapes with protrusions in which the dies can be separated automatically for easy removal of the forged products. Based on the derived kinematically admissible velocity fields for corresponding UBET elements, general computer programs have been developed. Since the energy dissipation rate for each elemental region is provided by subprograms (Subroutine or Function), the developed program can be applied to the forging problems of various shapes. The present study has shown that the method developed can be effectively applied to forging of non-axisymmetric shapes with complicated protrusions.

기 호 설 명

B.R.A. : 후방 단면 감소율 (backward reduction of area)
 D_0 : 하부 금형의 지름
 D_p : 펀치의 지름
 H_0 : 소재의 초기 높이
 $H.R.$: 높이 감소율 (height reduction)

J^* : 실제 공정에 필요한 에너지율의 상계
 k : 순수 전단 상태에서의 항복 응력
 m : 마찰 상수 (friction factor)
 P_n : 무차원화된 단조압력 (normalized punch pressure)
 \dot{U}_0 : 펀치의 속도
 $(\dot{U}_R, \dot{U}_\theta, \dot{U}_Z)$: (R, θ, Z) 좌표계에서의 동적 가용 속도장
 $(\dot{U}_x, \dot{U}_y, \dot{U}_z)$: (X, Y, Z) 좌표계에서의 동적 가용

*정회원, 한국과학기술원 생산공학과

속도장

$|\Delta V_s^*|$: 전단면에서의 속도 불연속 양

$|\Delta V_f^*|$: 마찰면에서의 속도 불연속 양

\dot{W}_i : 내부 변형 에너지율 (internal deformation energy rate)

\dot{W}_s : 전단 에너지율 (shear energy rate)

\dot{W}_f : 마찰 에너지율 (friction energy rate)

X_c : 돌출부 방향 금속유동의 측면 접촉 길이

Z_L : 후방 압출된 길이

α : 경사진 돌출부의 경사각

$\bar{\epsilon}$: 유효 변형률 (effective strain)

$\dot{\bar{\epsilon}}$: 유효 스트레인 속도 (effective strain rate)

$\dot{\epsilon}_{ij}$: 스트레인 속도 텐서 (strain rate tensor)

$\bar{\epsilon}^{(i)}$, $\bar{\epsilon}^{(i+1)}$: i 번째 스텝, $(i+1)$ 번째 스텝에서의 유효변형률

$\bar{\sigma}$: 유효 응력 (effective stress)

$\bar{\sigma}_m$: 평균 유효 응력

$\bar{\sigma}_m^{(i)}$, $F_m^{(i)}$: i 번째 스텝, $(i+1)$ 번째 스텝 사이의 평균 유효 응력, 단조하중

τ_f : 단위 면적당의 마찰력

1. 서 론

UBET란 상계해법의 발전된 형태로서 단위변형 영역(unit deforming region)의 개념을 부가한 것이다. 그 해석 방법은 소성변형 영역을 몇 개의 요소(element)로 분할하고, 분할된 각 요소에 대해 속도 경계조건, 비압축성조건, 연속조건 등을 만족시키는 동적 가용 속도장(Kinematically Admissible Velocity Field; KAVF)을 구하여 이들을 조합시킨 후 전체 에너지 소비율(total power consumption)을 최소화시키는 것이다.

UBET의 개념은 처음으로 Kudo⁽¹⁾에 의해 단위 변형영역의 개념이 도입되면서 시작되었다. 그는 평면 변형문제에 대해 몇 개의 강체 3각요소(rigid triangular parts)로 나누어 가장 낮은 에너지 소비율을 찾고 그것과 관계되는 강체삼각형 속도장의 형태를 구하였다. Kudo^(2,3)는 또 축대칭(axisymmetric) 문제에 대해서도 UBET를 평면변형의 문제와 같은 방법으로 적용하여 문제를 해석한 바 있다. Kobayashi⁽⁴⁾는 축대칭 업셋팅에 대해서 Kudo^(2,3)가 제안한 직선형 속도 경계면 대신 곡선형 속도 경계면을 도입하여 Kudo의 결과보다 더 향상된 결과를 보여주었다.

Avitzur 등은⁽⁵⁾ 전·후방 복합압출의 축대칭 문제에 대하여 변형영역을 다섯개로 나누고 후방 압출되는 유동속도를 독립변수로 하여 전체에너지 소비율이 최소화되도록 최적화(optimization)를 하였다. Kudo 등은⁽⁶⁾ 플랜지를 가진 부품의 중공단조에 대하여 산업적으로 가능한 변형 순서(deformation sequence)를 결정하고 이에 대하여 UBET해석을 한 바 있고, 이때 가공경화를 고려하는 방법을 제시하였는데 이론으로 계산된 하중이 실험보다 상당히 크게 나타났다.

McDermatt과 Bramley⁽⁷⁾는 UBET 해석의 직접적인 결과인 단조 하중 뿐만 아니라 산업적으로 재료절약에 중요한 역할을 하는 플래쉬의 최적 형상을 예측할 수 있도록 이론을 전개하고 프로그램도 개발하였다. Cramphorn 등은 사각형, 빗변이 원형인 삼각형 형상 등의 요소에 대해 속도장을 유도하여 축대칭 형단조 문제에 일반적으로 적용할 수 있는 범용프로그램을 개발하였다⁽⁸⁾. Cramphorn과 Bramley⁽⁹⁾는 축대칭 형단조의 문제에 대해 복잡한 형상의 금형을 삼각형 또는 사각형 요소로 분할할 수 있도록 간략화한 후 요소분할(element generation)도 컴퓨터가 자동적으로 행할 수 있는 방법을 제시하였다. Kiuchi^(10,11)는 Bramley의 해석 이후에 축대칭 형단조의 경우에 대해 사각형과 삼각형 요소를 일반화하여 해석하였다.

비축대칭 형단조의 경우에는 Kiuchi⁽¹²⁾가 4개의 반경방향 흰을 가진 원주형 컵 형상을 해석하였다. 이때 단계별로 속도장의 형태가 바뀌는 경우에 대하여 하중계산과 금속유동을 예측하였다. 최근에는 Kiuchi^(13,14)가 비축대칭 side-flush를 가진 제품의 단조 공정 중에 side-flush로의 재료충만을 예측하는 UBET 해석을 하고, 실험으로 확인하였다. 그러나 이 해석 방법에 적용한 속도장들은 동일한 형상의 요소끼리도 호환성이 없으므로 다른 형상의 해석에 적용하기가 어려웠다.

산업적으로는 비대칭 중공형단조의 경우 다중 램 프레스를 이용하기도 하나 이 프레스는 장치비가 비싸 실제 산업체에서 대량생산이 아닌 경우에 적용하기가 어렵다. 일반산업체에서는 형 단조용 프레스보다는 자유단조용 프레스를 흔히 사용하므로 본 연구에서는 자유단조용 프레스를 이용하여 돌출부가 있는 비대칭 중공형단조 제품을 생산할 수 있도록 금형장치를 설계·제작하고⁽¹⁵⁾, Fig. 1에서 보는 바와 같이 경사진 돌출부가 있는 비축대칭 복합

단조에 UBET를 적용하여 해석하였다. 단조시편은 원주형태를 가지도록 하였다. 즉 원주형 소재가 요구되는 비축대칭 단조제품으로 변형되는 과정에서 단조하중, 재료가 돌출부를 충만하도록 하는 유동특성, 재료가 돌출부로 차들어가는 속도 등에 영향을 주는 인자(예: 펀치 직경의 크기, 금형 상하면의 각도)의 특성을 이론적으로 해석하고 실험으로 확인하였다.

2. 이론해석

2.1 제품의 형상 및 변형 중의 요소시스템 (Element System)

본 논문에서 해석하고자 하는 단조공정의 제품형상은 Fig. 1과 같이 나타나 있다. 이 그림에서 D_0 는 금형의 지름, D_p 는 펀치의 지름, α_u 와 α_b 는 각각 금형 돌출부의 상하면 경사각이고 실제로는 α_u 와 α_b 가 서로 다른 경우도 해석이 가능하나 편의상 α_u 와 α_b 는 그 값이 서로 같다고 놓고 이를 α 라고 하였다. 단조실험에 사용한 금형의 치수는 Fig. 1의 형상에 대하여 Table 1에 나타나 있다.

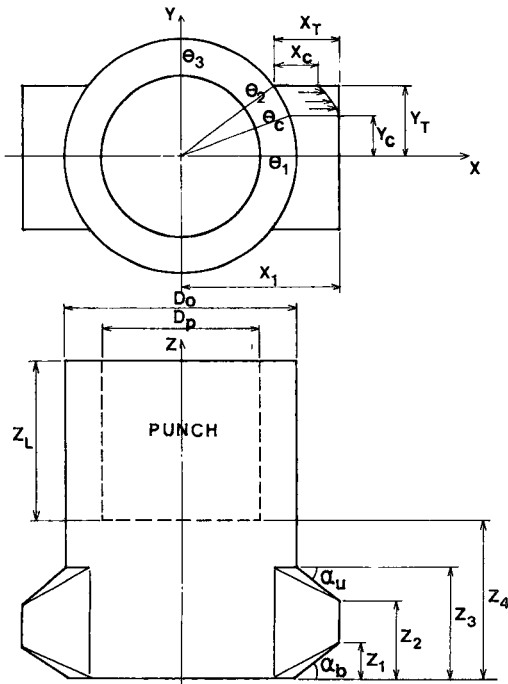


Fig. 1 Shape and dimension of the product

Table 1 Dimensions of the lower die.(Corresponding to Fig. 1)

Notation	Value
D_0	35mm
θ_2	36.87°
X_T	9mm
Y_T	10.5mm
X_1	23mm
Z_1	5mm
Z_2	10mm
Z_3	15mm
α_u	42.27°
α_b	42.27°

본 논문에서 예제로 택한 형상의 단조공정은 크게 4가지 단계로 구분할 수 있다. 제 1 단계는 Fig. 2에 나타난 바와 같이 초기의 예비형상이 아직 변형을 일으키지 않아 돌출부 방향으로 금속유동이 생기지 않고 펀치와 시편이 맞닿기 직전이어서 후방 압출된 금속유동이 없는 상태이다. 이 단계의 요소시스템은 Fig. 2에 나타나 있다.

제 2 단계는 Fig. 3에서 볼 수 있듯이 제 1 단계를 지나서 소재가 변형을 일으켜 돌출부 방향으로의 금속유동이 시작되고, 후방 압출되는 금속유동이 생기며 돌출부 방향 금속유동이 금형의 돌출부 정면과 아직 맞닿지 않은 상태이다. 이 단계의 요소

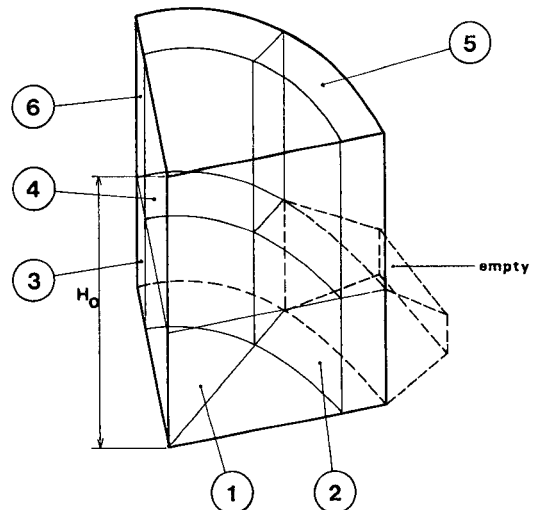


Fig. 2 Element system at the 1st stage

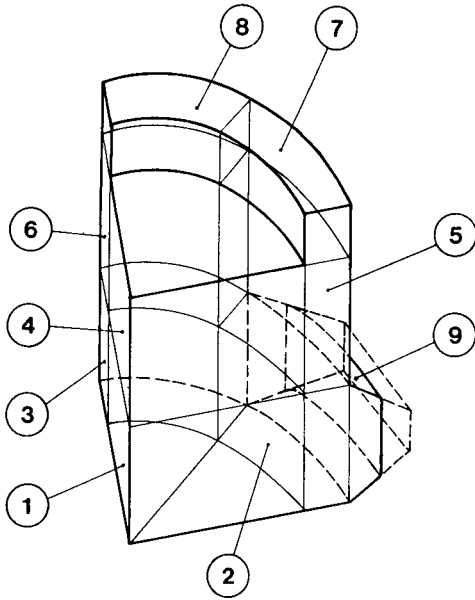


Fig. 3 Element system at the 2nd stage

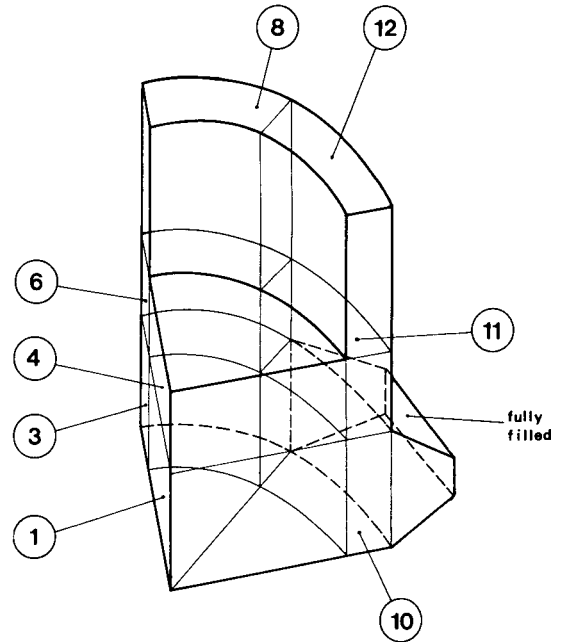


Fig. 5 Element system at the 4th stage

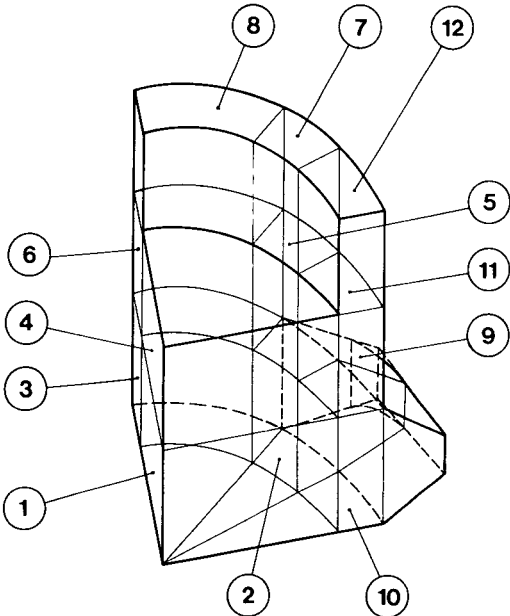


Fig. 4 Element system at the 3rd stage

시스템은 Fig. 3에 나타나 있다.

제 3 단계는 Fig. 4에서 볼 수 있듯이 돌출부 방향 금속유동이 금형의 돌출부 정면과 맞닿은 후 그 유동이 아직 돌출부를 완전히 충전시키지 않은 상태이다. 이 단계의 요소시스템은 Fig. 4에 나타나

있다.

제 4 단계는 Fig. 5에서 볼 수 있듯이 돌출부 방향의 금속유동이 돌출부를 완전히 충전시킨 후의 과정으로서 후방압출되는 금속유동만이 존재하는 상태이다. 이 단계의 요소시스템은 Fig. 5에 나타나 있다.

Fig. 2부터 Fig. 5까지에서 요소 (1)과 요소 (4)는 원주형요소(cylindrical element)로 가정하였고 요소 (2), (3), (5), (6), (10), (11)은 環狀片요소(annular segment)로 가정하였으며 요소 (9)는 경사진 돌출부요소(flow into inclined cavity)로 가정하였다. 끝으로 요소 (7), (8), (12)는 강제운동을 하는 요소로 가정하였다.

2.2 동적 가용 속도장

원주형 요소에서의 속도장은 Fig. 6에 나타나 있다. Fig. 6의 원주형 요소에 대해 다음과 같이 속도장을 가정할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_z &= \frac{(\dot{U}_z)_{k+1} - (\dot{U}_z)_k}{Z_{k+1} - Z_k} Z \\ &\quad + \frac{(\dot{U}_z)_k Z_{k+1} - (\dot{U}_z)_{k+1} Z_k}{Z_{k+1} - Z_k} \\ \dot{U}_\theta &= 0 \\ \dot{U}_R &= -\frac{(\dot{U}_z)_{k+1} - (\dot{U}_z)_k}{2(Z_{k+1} - Z_k)} R \end{aligned} \right\} (1)$$

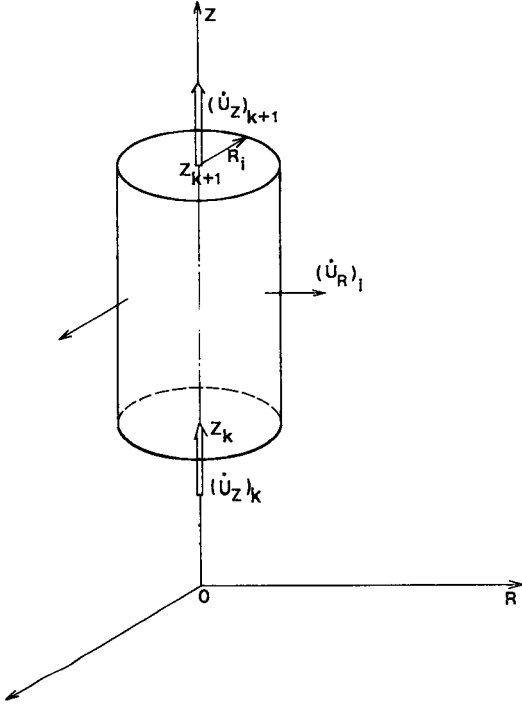


Fig. 6 Velocity field of a cylindrical element

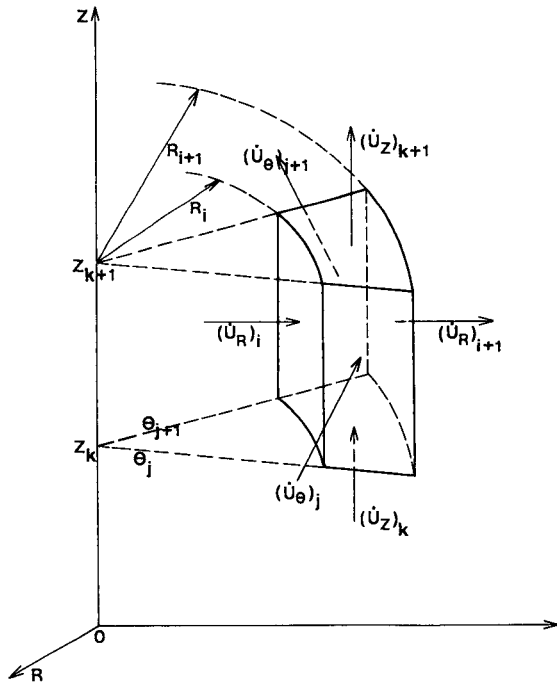


Fig. 7 Velocity field of an element for annular segment

環狀片 요소에서의 속도장은 Fig. 7에 나타나 있다. Fig. 7의 環狀片 요소에 대해 다음과 같이 속도장을 가정할 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_z &= C_1 Z + C_2 \\ \dot{U}_\theta &= C_3 \theta + C_4 \\ \dot{U}_R &= -\frac{C_1}{2} R - C_3 + \frac{C_5}{R} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

여기서 C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 는 다음과 같다.

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{(\dot{U}_z)_{k+1} - (\dot{U}_z)_k}{Z_{k+1} - Z_k} \\ C_2 &= \frac{(\dot{U}_z)_k Z_{k+1} - (\dot{U}_z)_{k+1} Z_k}{Z_{k+1} - Z_k} \\ C_5 &= -R_i R_{i+1} \left\{ \frac{C_1}{2} + \frac{(\dot{U}_R)_{i+1} - (\dot{U}_R)_i}{R_{i+1} - R_i} \right\} \\ C_3 &= -(\dot{U}_R)_i - \frac{C_1}{2} R_i + \frac{C_5}{R_i} \\ C_4 &= (\dot{U}_\theta)_j - C_3 \theta_j \end{aligned} \right\}$$

경사진 돌출부를 향한 금속유동의 속도장은 Fig. 8에 나타나 있다. Fig. 8의 속도장에 대해 다음과 같이 가정한다. 그 가정 및 유도과정을 부록에 첨부하였다.

$$\dot{U}_x = \frac{(Z_{k+1}^0 - Z_k^0) R_i V_{Ri} (X_f - \sqrt{R_i^2 - y^2})}{\sqrt{R_i^2 - y^2} \{ x (Z_{k+1}^e - Z_{k+1}^0 - Z_k^e + Z_k^0) + X_f (Z_{k+1}^0 - Z_k^0) - (Z_{k+1}^e - Z_k^e) \sqrt{R_i^2 - y^2} \}} \quad (3a)$$

$$\dot{U}_y = 0 \quad (3b)$$

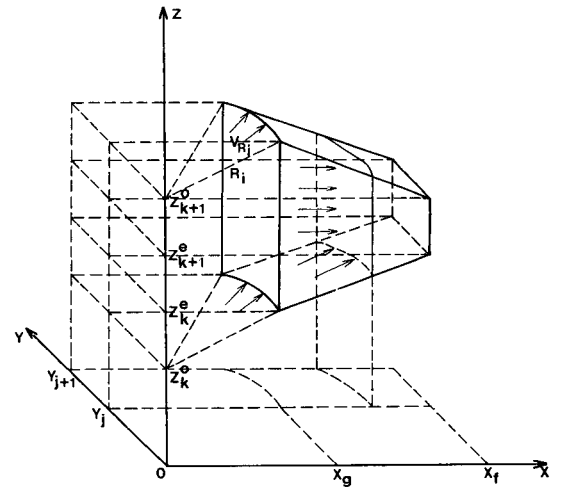


Fig. 8 Velocity field of an element flowing into a canted cavity (perspective view)

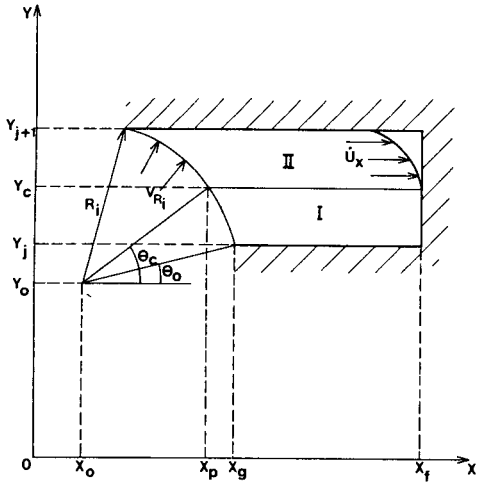


Fig. 9 Velocity field of an element flowing into inclined cavity (top-view)

$$\begin{aligned} \dot{U}_z = & \frac{(Z_{k+1}^0 - Z_k^0) R_i V_{Ri} \{ (Z_{k+1}^e - Z_{k+1}^0 - Z_k^e + Z_k^0) Z \\ & + \{ Z_{k+1}^0 Z_k^e - Z_{k+1}^e Z_k^0 \} \{ X_f - \sqrt{R_i^2 - y^2} \} \\ & + X_f (Z_{k+1}^e - Z_k^e) \} - (Z_{k+1}^e - Z_k^e) \sqrt{R_i^2 - y^2}}{\sqrt{R_i^2 - y^2}} \end{aligned} \quad (3c)$$

여기서 V_{Ri} 는 돌출부로 들어가는 반경방향의 입구 속도이다. 급속유동이 급형의 정면과 접촉한 이후에는 속도장을 Fig. 9와 같이 가정한다. 여기서 영역 I은 비유동 영역(dead metal zone)으로 보고 영역 II에서는 식 (3)이 그대로 적용된다.

2.3 단조공정에서의 UBET 적용

본 논문에서는 가공경화를 고려하면서 UBET의 개념을 도입하여 다음식으로써 이론계산에 적용하였다.

$$J^* = \sum (\dot{W}_i) + \sum (\dot{W}_s) + \sum (\dot{W}_f) \quad (4)$$

이때 \dot{W}_i , \dot{W}_s , \dot{W}_f 는 다음과 같다.

$$\dot{W}_i = \int_V \bar{\sigma} \dot{\epsilon}^* dV \quad (5a)$$

$$\dot{W}_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_s \bar{\sigma} |\Delta V_s^*| dS \quad (5b)$$

$$\dot{W}_f = \frac{m}{\sqrt{3}} \int_{s_f} \bar{\sigma} |\Delta V_f^*| dS_f \quad (5c)$$

위의 식에서 J^* 는 실제 공정에 필요한 에너지율의 상계이다. 한편 하중을 구하기 위해 다음 식을 적용한다.

$$P = J^* / \dot{U}_0 \quad (6)$$

여기서 P 는 실제하중의 상계해이고, U_0 는 하중을 가하는 펀치의 속도이다. $\dot{\epsilon}^*$ 은 유효 스트레인 속도 (effective strain rate)로서 다음 식으로 표시할 수 있다.

$$\dot{\epsilon}^* = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \quad (7)$$

Fig. 1에 나타나 있는 돌출부 방향의 측면 접촉 길이(side contact length) X_c 와 후방 압출된 길이(backward extruded length) Z_L 은 다음 수식으로 계산하였다.

$$X_c^{(i+1)} = X_c^{(i)} + \Delta t \cdot \dot{U}_x|_{y=y_f, x=x_c^{(i)}} \quad (8)$$

$$Z_L^{(i+1)} = Z_L^{(i)} + \Delta t \cdot (\dot{U}_z^{(i)} + \dot{U}_0) \quad (9)$$

여기서 $X_c^{(i)}$, $X_c^{(i+1)}$ 은 각각 i 번째 스텝과 $(i+1)$ 번째 스텝에서의 측면 접촉 길이(side contact length), \dot{U}_0 는 펀치의 내려오는 속도(내려오는 속도를 양의 값으로 고려한다.), $\dot{U}_z^{(i)}$ 는 i 번째 스텝에서의 후방압출되는 소재의 평균속도이고, \dot{U}_x 는 (9)번 요소의 X방향 속도성분으로 식 (3a)로 주어진다.

본 논문에서는 다음 방법으로 가공경화를 고려하였다.

$$\bar{\epsilon}^{(i+1)} = \bar{\epsilon}^{(i)} + \dot{\epsilon}^{(i)} \cdot \Delta t \quad (10)$$

여기서

$$\dot{\epsilon}^{(i)} = \frac{\dot{W}_i}{V_i \cdot \bar{\sigma}^{(i)}}$$

$$\dot{W}_i = \sum \int_V \bar{\sigma} \dot{\epsilon} dV$$

이다.

위의 식에서 $\bar{\epsilon}^{(i)}$ 와 $\bar{\epsilon}^{(i+1)}$ 는 각각 i 번째 스텝과 $(i+1)$ 번째 스텝에서의 유효변형률(effective strain), Δt 는 i 번째 스텝과 $(i+1)$ 번째 스텝간의 시간간격(time interval)이고 V_i 는 소재의 전체체적이다. 이때 i 번째 스텝과 $(i+1)$ 번째 스텝 사이의 평균유효응력 $\bar{\sigma}_m^{(i)}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\bar{\sigma}_m^{(i)} = \frac{\int_{\bar{\epsilon}^{(i)}}^{\bar{\epsilon}^{(i+1)}} \bar{\sigma} d\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}^{(i+1)} - \bar{\epsilon}^{(i)}} \quad (11)$$

이때 $\bar{\sigma}^{(i)}$ 를 i 번째 스텝에서의 유효응력, $F^{(i)}$ 를 i 번째 스텝에서의 단조하중, $F_m^{(i)}$ 를 i 번째 스텝과 $(i+1)$ 번째 스텝 사이의 평균 단조하중이라고 할 때 $F_m^{(i)}$ 는 다음 식으로 구한다.

$$F_m^{(i)} = \frac{F^{(i)}}{\bar{\sigma}^{(i)}} \cdot \bar{\sigma}_m^{(i)} \quad (12)$$

여기서 $\bar{\sigma}_m^{(i)}$ 는 $\bar{\epsilon}^{(i+1)}$ 의 함수이므로 $F_m^{(i)}$ 를 최소화 (optimization)시킬 경우 i 번째 스텝과 $(i+1)$ 번째

스텝 사이에서의 가공경화(work hardening)를 고려하여 최소화시키는 것이다.

2.4 프로그램의 구성

Fig. 7에서와 같은 요소의 경우 그 요소의 동적 가속속도장은 다음과 같은 변수에 의하여 결정된다.

$$\{R_i, R_{i-1}, \theta_j, \theta_{j+1}, Z_k, Z_{k+1}, (\dot{U}_R)_i, (\dot{U}_R)_{i+1}, (\dot{U}_\theta)_j, (\dot{U}_\theta)_{j+1}, (\dot{U}_Z)_k, (\dot{U}_Z)_{k+1}\}$$

위의 변수들의 값에 의하여 環狀片요소(annular segment)의 속도장 및 내부특성이 결정되므로 이 변수들을 「요소특성변수」(elemental characteristic variable)라고 정의한다. 이때

$$\{R_i, R_{i+1}, \theta_j, \theta_{j+1}, Z_k, Z_{k+1}\}$$

와 같이 형상 및 요소의 크기, 좌표의 위치를 나타내는 변수를 요소의 「좌표변수」(coordinate variable of the element)라 하고,

$$\{(\dot{U}_R)_i, (\dot{U}_R)_{i+1}, (\dot{U}_\theta)_j, (\dot{U}_\theta)_{j+1}, (\dot{U}_Z)_k, (\dot{U}_Z)_{k+1}\}$$

과 같이 각 면(surface)의 수직속도 성분으로서 그 내부 속도장을 결정하는 변수를 그 요소의 「속도변수」(velocity variable of the element)라고 정의한다.

요소 시스템을 결정하면 좌표변수들은 그 문제의 형상에 의하여 자연히 결정된다.

어느 요소의 한 속도변수는 그 요소의 비압축성 조건을 이용하여 그 요소의 나머지 속도변수로부터 구할 수 있다. 따라서 요소의 모든 속도변수 값은 다음 3가지 중의 하나로 결정할 수 있다. 첫째, 경계조건으로부터 결정되어지거나, 둘째, 최적화(optimization)의 독립변수로 놓아지거나, 셋째, 한 요소에서 한개의 속도변수는 체적일정 조건을 이용하여 그 요소의 나머지 속도변수로부터 구해진다.

Fig. 8에서와 같은 경사진 돌출부의 금속유동의 경우 요소의 좌표변수는 다음과 같다.

$$\{R_i, X_f, Y_j, Y_{j+1}, Z_k, Z_k^e, Z_{k+1}^e, Z_{k+1}, \theta_o\}$$

여기서 θ_o 는 돌출부 방향이 $\theta=0$ 인 축과 이루는 각도를 의미한다. 이 경우 요소의 속도변수는 $\{(\dot{U}_R)_i\}$ 이다.

Fig. 6에서와 같은 원주형 요소의 경우 좌표변수는 $\{R_i, Z_k, Z_{k+1}\}$ 이고 속도변수는 $\{(\dot{U}_Z)_k, (\dot{U}_Z)_{k+1}, (\dot{U}_R)_i\}$ 이다.

위와 같은 방법을 이용할 경우 각요소 내부의 내부변형 에너지율은 그 요소 특성변수로부터 구할 수 있고, 각 전단면의 전단 에너지율은 두 개의 인접한 요소의 특성변수들로부터 구할 수 있으며 각 마찰면의 마찰 에너지율은 그 요소의 특성 변수로부터 식 (5c)을 이용하여 구할 수 있다.

따라서 각 내부 변형에너지율, 전단에너지율, 마찰에너지율은 프로그램상에서 각 부프로그램(Subroutine 또는 Function)으로 모듈화시킬 수 있으며, 그 부프로그램들을 부르기(CALL) 전에 해당되는 요소에 대한 요소특성변수(elemental characteristic variable)들의 값을 지정함으로써 모든 에너지율을 계산할 수 있다.

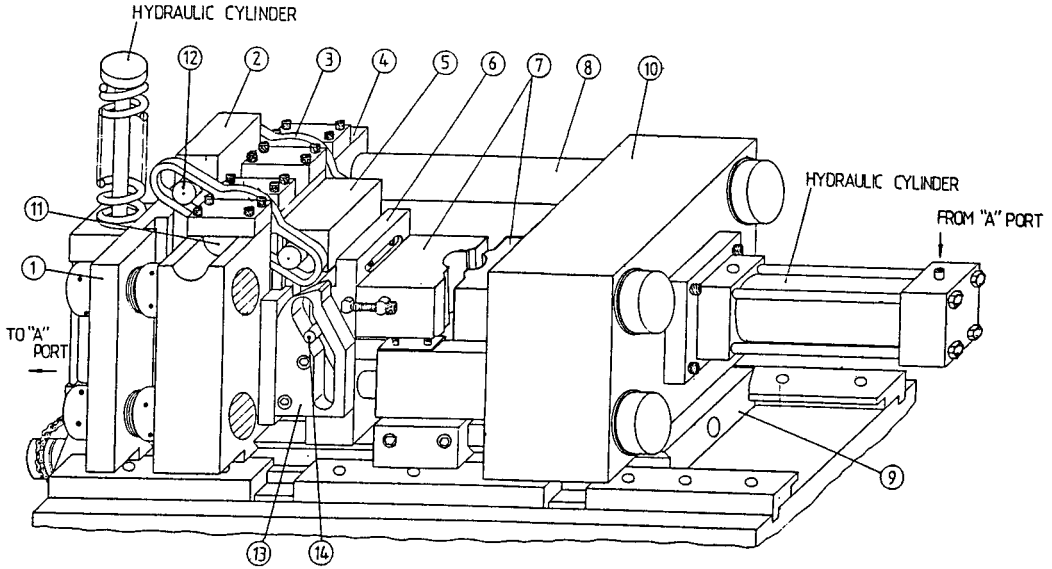
본 논문에서는 위와 같은 방법으로 구한 에너지의 총합으로부터 전체 에너지를 구하였으므로, 문제의 형상이 바뀔 경우 요소시스템을 새로 잡고 그 형상에 맞추어 위의 부프로그램(Subroutine 또는 Function)을 CALL할 수 있는 주 프로그램(main program)만을 바꾸어 잔다면 복잡한 형상에 대해서도 비교적 쉽게 문제를 해석할 수 있다.

3. 실험

단조실험을 행하기 위하여 400톤 용량 유압식 프레스(Wilson Co.)를 이용하고 실험장치는 400톤 유압 프레스의 상하 운동을 하는 램의 작동을 이용하여 일련의 단조공정을 체계적으로 작업할 수 있도록 DC모터, 유압실린더, 공압 실린더, Magnescale 등을 유기적으로 연결하여 반자동이 되도록 설계 제작하였다.

이 실험장치의 특징으로는 (1) 4개의 칼럼으로 큰 하중에 견딜 수 있도록 구조물을 설계한 것, (2) 형 단조 작업시 다른 금형에 대해서도 작업할 수 있도록 고려한 것, (3) 캠에 의한 미끄럼 플레이트의 압력으로 분할 금형을 고정시켜 단조작업 중 금형이 들리는 현상을 방지한 것, (4) 금형으로부터 단조품 이형을 유압 실린더에 의해 쉽게 이형할 수 있는 것, (5) 단조 작업시 업셋팅 다이와 펀치를 항상 프레스 중심에서 작업하도록 하여 프레스 자체의 벤딩 방지와 수명 연장을 할 수 있는 것, (6) 시편 장입에서부터 단조품 이형까지 프레스램의 상하운동만을 이용하여 연속적으로 짧은 시간내에 작업할 수 있는 것 등이다.

본 실험장치는 크게 기계장치, 유압 및 공압장



Part No.	Part Name	Material	Quantity	Part No.	Part Name	Material	Quantity
1	End Plate	SS40	1	8	Column	SCM4	4
2	Sliding Plate (No.1)	SS40	1	9	Moving Base Plate	FC40	1
3	Arm	KP4	2	10	Supporting Plate(No.2)	KP4	1
4	Supporting Plate(No.1)	KP4	1	11	Pin	SCM4	2
5	Sliding Plate(No.2)	SK3	1	12	Pin	SCM4	2
6	Sliding Plate(No.3)	SK3	1	13	Return Guide Plate	S45C	2
7	Die Set	SKD61	1 set	14	Pin	SS40	2

Fig. 10 Experimental setup

치, 위치조절장치 등으로 구성되어 있으며 이에 대한 그림이 Fig. 10에 주어졌다.

실험에 사용된 소재로서는 연질의 납(lead)을 사용하였다. 괴(ingot) 모양의 납을 구입하여 녹인 다음 성형틀에서 봉재로 만들고 이를 다시 선반 가공으로 시편들을 가공하였다. 재료의 기계적 성질을 나타내는 응력-변형도의 관계를 알기 위해서 압축시험에 사용한 시편은 단조실험에 사용된 납을 $\phi 30 \times 30\text{mm}$ 로 가공하였다. $\dot{\epsilon}$ 이 $\bar{\sigma}$ 에 미치는 영향을 나타내는 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다⁽¹⁶⁾.

$$\bar{\sigma} = C\dot{\epsilon}^m \quad (13)$$

이때 납의 경우 m 값은 0.040~0.055 정도이다⁽¹⁶⁾.

$\dot{\epsilon}$ 의 영향이 본 논문 해석에 어느정도 영향을 주는가를 살펴보기 위해 단조 공정중 펀치지경이 27 mm인 경우와 압축시험에 대하여 평균 유효 스트레인속도($\dot{\epsilon}_m$)를 구하여 그 차이가 식 (13)에 의하여

주어진 $\bar{\sigma}$ 에 어느 정도 영향을 주는가를 구하여 Table 2에 나타내었다.

그 결과 유효응력 $\bar{\sigma}$ 는 현재의 경우 유효 스트레인속도 $\dot{\epsilon}$ 에 의하여 4% 이내의 오차를 보이고 있었다. 또 본 논문에서는 실험을 실온에서 행하였고 단조작업 중 온도변화는 무시할 수 있으므로 응력-변형률 관계는 주어진 속도 범위 내에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{\sigma} = f(\dot{\epsilon}) \quad (14)$$

압축실험결과 다음과 같은 $\bar{\sigma} - \dot{\epsilon}$ 관계식을 얻었다.

$$\bar{\sigma} = 5.464 \dot{\epsilon}^{0.291} (\text{kgf/mm}^2) \quad (15)$$

소재의 유효조건을 측정하기 위해 링압축 실험(ring compression test)을 하였다. 링압축 실험결과 마찰상수 m 값은 0.1로 측정되었다. 실제 실험에서도 역시 링압축 실험에서와 같은 유효조건으로

Table 2 Error in effective stress caused by neglecting strain rate

Height reduction	Strain rate (s^{-1})		Error in $\bar{\sigma}$
	Compression test	Combined forging	
Initial	0.286	0.384	1.1~1.7%
50%	0.571	0.412	1.3~1.9%

Height reduction	Strain rate (s^{-1})	Error in $\bar{\sigma}$
Initial	0.286	
50%	0.571	

실험하였다.

4. 결과 및 토론

식 (6)에 의해 주어지는 상계하중은 식 (10)~식 (12)로 주어지는 가공경화 효과를 고려하여 수치적으로 계산되었다. 매 스텝 마다의 전체 에너지 소비율 (total power consumption)은 독립변수들에 대하여 비선형 계획법 (NLP, nonlinear programming)의 일종인 Fletcher Powell 방법을 이용하여 최소화하였다. 이러한 계산으로부터 매 스텝마다 단조하중과 유동형태를 구하였다. 계산시간은 소재의 높이 변형이 약 55% 정도까지 되도록 계산할 경우 CDC 170-835 컴퓨터로 약 230cp초가 소요되었다. Fig. 1에 대하여 후방 단면 감소율 (backward reduction of area)을 다음으로 정의한다.

$$B.R.A. = \frac{D_p^2}{D_0^2} \times 100 (\%) \quad (16)$$

계산 및 실험결과는 Fig. 11~14에 나타나 있다.

Fig. 11에서는 펀치의 행정에 따른 단조하중의 실험과 이론결과를 후방 단면 감소율이 (A) 78.45% ($D_p=31mm$), (B) 68.65% ($D_p=29mm$), (C) 59.51% ($D_p=27mm$)인 경우에 대하여 보여주고 있다. 그 결과는 이론과 실험이 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

Fig. 12에서는 펀치의 행정에 따른 돌출부 측면 접촉길이 (side contact length) X_c 의 실험과 이론결과를 후방 단면감소율이 (A) 78.45% ($D_p=31mm$), (B) 68.65% ($D_p=29mm$)인 경우에 대하여

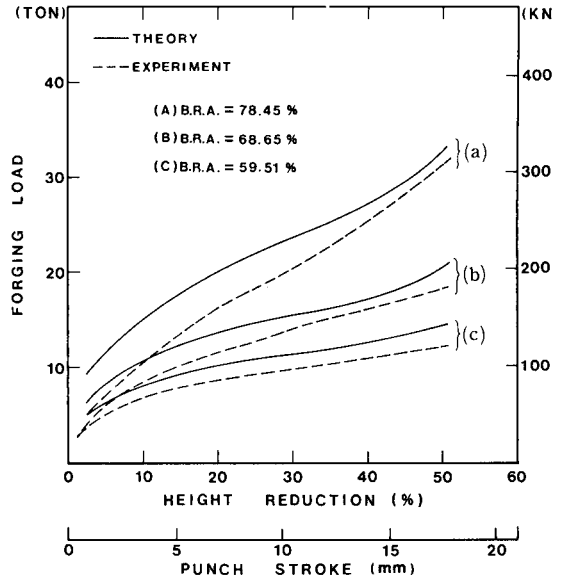


Fig. 11 Comparison between theoretical and experimental forging load; (a) $D_p=31mm$, (b) $D_p=29mm$, (c) $D_p=27mm$

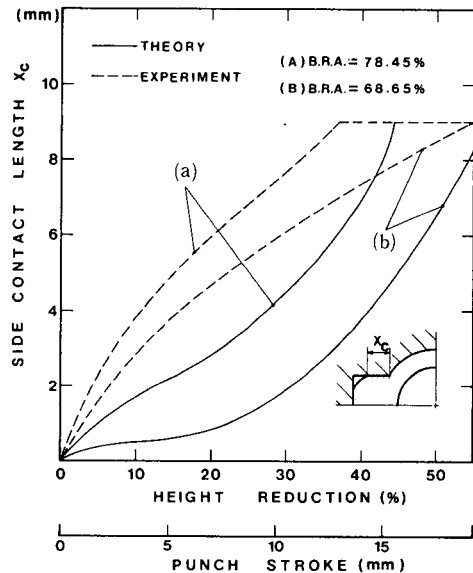


Fig. 12 Comparison between theoretical and experimental side contact length X_c ; (a) $D_p=31mm$, (b) $D_p=29mm$

보여주고 있다. 그 결과는 이론과 실험이 약간 차이를 보이고 있다. 이때 이론 해석이 실험결과보다 유동량이 더 작게 나온 이유는 이론적인 속도장이 실제 상황과 다르므로 단조작업 초기에 돌출부로

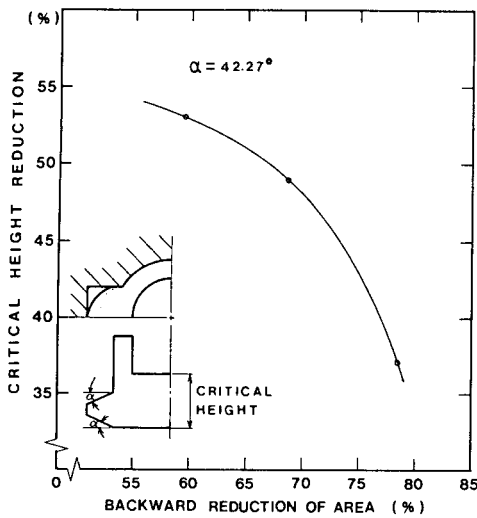


Fig. 13 Effects of punch area on critical height reduction; $\alpha = 42.27^\circ$

향하는 금속유동의 전단 에너지를 이기기 어려웠기 때문이라고 본다. 따라서 속도장 및 요소 시스템을 실제공정에 좀더 근사하도록 개선할 필요가 있다. 후방 단면 감소율이 59.51% ($D_p=27\text{mm}$) 이하일 경우에는 펀치의 직경이 작아서 단조실험시에 돌출부를 향한 금속유동의 길이가 비교적 작아 계산결과와 실험결과를 비교하지 않았다.

Fig. 13에서는 돌출부 경사각 α 가 42.27°일 때 후방 단면 감소율에 따른 임계 높이 감소율 (critical height reduction)을 보여주고 있다. 이때 임계 높이란 Fig. 13에서 볼 수 있듯이 「돌출부로 향한 금속유동이 금형의 정면과 맞닿는 순간의 소재의 높이」라고 정의하고 그 때의 높이 감소율을 임계높이 감소율이라고 한다. 그림의 결과를 보면 후방 단면 감소율이 커질수록 임계높이 감소율은 감소한다는 것을 알 수 있다. 따라서 펀치 면적이 커질수록 경사진 돌출부로 향한 금속유동은 현저히 좋아짐을 알 수 있다.

Fig. 14에서는 후방 단면 감소율이 68.65% ($D_p=29\text{mm}$)일 때 돌출부 경사각 α 에 따른 임계 높이 감소율을 보여준다. 그 결과를 보면 돌출부 경사각 α 에 따라 임계높이 감소율의 변화가 약 4% 이내로 그 변화가 작음을 알 수 있다. 즉 경사각 α 의 변화에 따라 돌출부로 향한 금속유동은 큰 변화가 없음을 알 수 있다. 따라서 Fig. 13과 Fig.

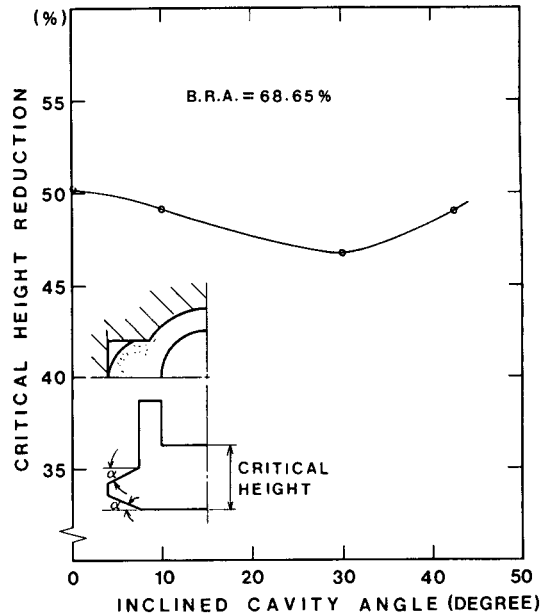


Fig. 14 Effects of inclined angle of die cavity on critical height reduction; $D_p=29\text{mm}$

14에서 알 수 있듯이 돌출부를 향한 금속유동은 돌출부 경사각보다는 후방 단면 감소율, 즉 펀치의 크기에 더 지배적인 영향을 받음을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문을 통해서 이론적으로는 경사진 돌출부가 있는 비축대칭 (non-axisymmetric) 복합 단조 공정에 대하여 UBET 이론으로 가공 경화 (work hardening)을 고려하여 해석하였다. 또 실험적으로는 일반 유압 프레스 (hydraulic press)를 이용하여 돌출부를 가진 형단조 (closed die forging) 제품을 성형하고 금형으로부터 단조품이형을 쉽게 할 수 있는 금형장치를 설계·제작하여 실험하였다. 이와 같이 행한 이론해석 및 실험결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 간단한 속도장을 가정하여 요소 (element)를 적절히 나눔으로써 비교적 복잡한 형상의 해석이 가능하였다.

(2) 각 요소간의 수직속도 성분이 균일한 (uniform) 동적 가용 속도장을 적용하여 각 에너지를 요소 특성 변수 (elemental characteristic vari-

able)와 부프로그램(Subroutine 또는 Function)으로 모듈(module)화시켜 계산하였으므로 복잡한 형상에 대해서도 요소들을 쉽게 조합할 수 있고 프로그램 작성을 쉽게 할 수 있다.

(3) 이론해석과 실험결과를 비교해 본 결과 단조 하중 및 후방 압출된 길이의 경우 비교적 잘 일치하였고, 돌출부를 향한 금속 유동의 경우 이론해석이 실험결과보다 유동량이 더 작게 나왔다.

(4) 이론해석 결과로부터 돌출부로 향한 금속유동은 돌출부의 경사각의 크기보다는 펀치직경의 크기에 더 지배적인 영향을 받음을 알 수 있었다. 따라서 돌출부의 재료층만이 요구되는 제품의 경우 돌출부의 경사각보다는 펀치 형상의 설계가 더욱 중요한 것으로 나타났다.

參 考 文 獻

- (1) Kudo, H., 1960, "An Upper-Bound Approach to Plane-Strain Forging and Extrusion- I, II", I.J.M.S Vol. 1, pp. 57~83, pp. 229~252.
- (2) Kudo, H., 1960, "Some Analytical and Experimental Studies of Axisymmetric Cold Forging and Extrusion- I", I.J.M.S Vol. 2, pp. 102~127.
- (3) Kudo, H., 1960, "Some Analytical and Experimental Studies of Axisymmetric Cold Forging and Extrusion-II", I.J.M.S Vol. 3, pp. 91~117.
- (4) Kobayashi, S., 1964, "Upper-Bound Solutions of Axisymmetric Forming Problems- I, II", J. Eng. Ind. Trans. ASME, Vol. 86, pp. 122~126, 326~332.
- (5) Avitzur, B., Han, W.C., Mori, M., 1976, "Analysis of Combined Backward-Forward Extrusion", J. Eng. Ind. Trans. of ASME, No-75-Prod, pp. 438~445.
- (6) Kudo, H., Avitzur, B., Yoshikai, T., 1980, "Cold Forging of Hollow Cylindrical Components Having an Intermediate Flange-UBET Analysis and Experiment", Annals of CIRP, Vol. 29, No. 1, pp. 129~123.
- (7) McDermott, R.P., Bramley, A.N., 1974, "Forging Analysis A New Approach", 2nd NAMRC Conf., pp. 35~47.
- (8) Cramphorn, A.S., Bramley, A.N., McDermott, R.P., 1976, "UBET Related Developments in Forging Analysis", 4th NAMRC Conf., pp. 88~86.
- (9) Cramphorn, A.S., Bramley, A.N., 1977, "Computer Aided Forging Design with UBET", Proc. 18th Int. MTDR Conf., pp. 717~724.
- (10) Kiuch, M., Murata, Y., 1981, "Study on UBET-1st Report-Simulation of Axisymmetric Metal Forming Process", JSTP Vol. 22, No. 244, pp. 495~502.
- (11) Kiuchi, M., Murata, Y., 1980, "Simulation of Contact Pressure Distribution on Tool Surface by UBET", Proc. 21st Int. MTDR Conf., pp. 13~20.
- (12) Kiuchi, M., Shigeta, S., 1981, "Application of Upper Bound Elemental Technique (UBET) to Axisymmetric Forging Process", Vol. 22, No. 251, pp. 1208~1214.
- (13) Kiuchi, M., Karato, A., 1984, "Application of UBET to Non-Axisymmetric Forging", Advanced Technology of Plasticity, Vol. 2, pp. 967~972.
- (14) Kiuchi, M., Karato, A., 1983, "Study on Application of UBET to Non-Axisymmetric Forging-2nd Report", Seisan-Kenkyu, Vol. 35, No. 8, pp. 29~31.
- (15) Yang, D.Y., Kim, J.H., Han, C.H., Yoon, J.H., Lee, C.M., 1985, "A Study on the Development of Forging Process to Manufacture a Hollow Forging with Asymmetric Protrusions", I1055-2300-2, Research Report, KAIST.
- (16) Altan, T., Oh, S.I., Gegel, H.L., 1983, "Metal Forming: Fundamentals and Applications, ASM.
- (17) Yang, D.Y., Ryoo, J.S., Choi, J.C., Johnson, W., "Analysis of Roll Torque in Profile Ring Rolling of L-Sections", Proc. 21st Int. MTDR Conf., London, pp. 69~74.

부 록

경사진 돌출부 요소의 동적 가용 속도장 유도
경사진 돌출부를 향한 금속유동의 속도장은 Fig. 8에 나타나 있다. Fig. 8의 속도장에 대해 다음과 같이 가정한다.

- (1) 입구와 출구 및 유동과정에서 $\dot{U}_y=0$ 이다.
- (2) \dot{U}_x (X방향의 속도)는 Z축에 대해 일정하다.

위의 가정 (1),(2)와 비압축성 조건을 만족하면서 요소 경계면에서 수직속도 연속 조건(normal velocity continuity)을 만족하도록 동적가용속도장(K.A.V.F.)을 구하면 다음과 같다.

Fig. 8에 대하여 위의 가정을 도입하면 돌출부 방향 속도장은 $X=Z$ 평면 위에 Fig. A1로 나타낼 수 있다⁽¹⁷⁾. 그림에서 $f_1(x)$ 는 금형의 상부를 나타내는 함수이고, $f_2(x)$ 는 금형의 하부를 나타내는 함수이다. 이때 $h(x)$ 와 $g(x)$ 를 다음 식으로 정의한다.

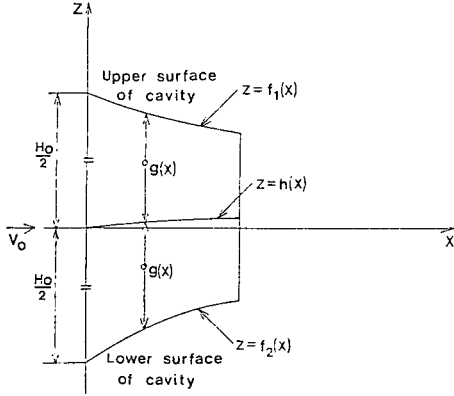


Fig. A1 Graphical interpretation of $h(x)$ and $g(x)$

$$\left. \begin{aligned} h(x) &= \frac{f_1(x) + f_2(x)}{2} \\ g(x) &= \frac{f_1(x) - f_2(x)}{2} \end{aligned} \right\} \quad (A1)$$

앞에서 제시한 두 가지의 가정을 도입하여 Yang 등⁽¹⁷⁾은 동적 가용 속도장을 유도하였으며 그 결과는 다음과 같다.

$$\dot{U}_x = \frac{H_0 V_0}{2} \cdot \frac{1}{g(x)}$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_z &= \frac{H_0 V_0}{2} \cdot \frac{g'(x)}{g^2(x)} \cdot Z + \frac{H_0 V_0}{2} \\ &\times \left\{ \frac{h'(x)}{g(x)} - \frac{g'(x)h(x)}{g^2(x)} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (A2)$$

$$\dot{U}_y = 0$$

이때 Fig. 8에 대하여 $f_1(x)$ 와 $f_2(x)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$f_1(x) = \frac{Z_{k+1}^e - Z_{k+1}^o}{X_f - X_i} (x - X_i) + Z_{k+1}^o \quad (A3)$$

$$f_2(x) = \frac{Z_k^e - Z_k^o}{X_f - X_i} (x - X_i) + Z_k^o \quad (A4)$$

식 (A3)과 (A4)를 식 (A1)에 대입하여 $h(x)$, $g(x)$ 를 구한 후 이들을 식 (A2)에 대입하여 \dot{U}_x , \dot{U}_y , \dot{U}_z 을 구한다. 이때 H_0 와 X_i 는 다음 식으로 결정할 수 있다.

$$H_0 = Z_{k+1}^o - Z_k^o \quad (A5)$$

$$X_i = \sqrt{R_i^2 - y^2} \quad (A6)$$

또 V_0 는 요소간의 수직속도 연속조건을 만족하도록 다음 식으로 가정한다.

$$V_0 = R_i V_{Ri} / \sqrt{R_i^2 - y^2} \quad (A7)$$

즉 식 (A5) - (A7)과 $h(x)$, $g(x)$ 를 식 (A2)에 대입하면 \dot{U}_x , \dot{U}_y , \dot{U}_z 를 구할 수 있으며 이것을 정리하면 식 (3)의 결과와 같다.