

〈論 文〉

이차원 4링크 기구의 다중 간극들의 영향을 줄이기 위한 코일 스프링의 설계

강동중* · 이학수** · 윤용산***

(1990년 6월 13일 접수)

Design of Coil Spring to Reduce Influence of Multiple Clearances in Planar Four Bar Mechanism

D.J. Kang, H.S. Lee and Y.S. Yoon

Key Words : Four-Bar Mechanism(4링크기구), Clearance(간극), Optimal Design(최적설계)

Abstract

A systematic method of design modification to reduce the influence of impact from multiple clearances in a planar four bar mechanism is developed. For this purpose, an optimization method is used with the objective function which is the linear sum of the Earles and Wu criteria for every joints with clearances. One coil spring is attached to a joint of limited range of revolution to reduce the undesirable dynamic effects due to clearances at joints. The stiffness of the coil spring and its pre-loading angle are chosen as design variables. A numerical example is taken for a four bar mechanism. The initial and modified mechanisms are compared using a clearance mechanism analysis technic to see the difference in dynamic effects due to contact loss. It is found that the modified mechanism produces much more smooth joint contact forces than the original design.

기 호 설 명

<p>b_i : 설계변수</p> <p>b_i^l : b_i의 허용 최소값</p> <p>b_i^u : b_i의 허용 최대값</p> <p>C_i : 상수</p> <p>K : 회전 스프링의 강성</p> <p>m : 구속조건의 수</p> <p>n : 등식 구속조건의 수</p> <p>r_i : 상수</p> <p>R_j : j연결부에서의 연결력</p> <p>R_{min} : 연결부에서의 최소 연결력</p> <p>R_j^0 : j연결부에서의 최대 허용 연결력</p>	<p>TQ : 구동 토크</p> <p>TQ_{max}^0 : 허용 구동 최대 토크</p> <p>TQ_{min}^0 : 허용 구동 최소 토크</p> <p>$\dot{\gamma}$: 접촉력 방향의 시간변화율</p> <p>$\dot{\gamma}_{max}$: 접촉력 방향의 시간변화율의 최대값</p> <p>ψ_i : 구속조건식</p> <p>ψ_0 : 목적함수</p>
--	--

1. 서 론

기구의 링크들간의 연결조인트에 있는 간극은 제작의 용이성 및 비용과 원활한 작동을 위하여 인위적으로 도입되며 또한 장시간 사용으로 인한 마멸 등으로 크기가 확대된다. 이러한 간극은 기구의 부정확성, 소음, 진동 등을 유발시키며 핀과 베어링

*현대전자 산업전자 연구소

**한국과학기술원 기계공학과

**정회원, 한국과학기술원 기계공학과

의 접촉분리(contact loss)와 잇따른 충격으로 인한 연결부의 힘의 증가는 피로, 파괴 현상등을 가속시켜 기구의 수명을 단축시키고 기계의 신뢰성을 저하시킨다. 이와같은 간극의 악영향을 제거하거나 개선하기 위해선 적절한 해석능력과 그에 따른 체계적인 개선 방법이 뒷받침되어야 한다. Dubowsky⁽¹⁾의 충격쌍(impact pair) 연구이후 간극이 존재하는 접촉부의 모형화는 많은 진전을 이루었으나 아직까지 간극현상의 근본원인이 되는 접촉분리의 발생여부를 쉽고 정확하게 가릴수 있는 판별기준식이 없으며 접촉분리를 방지 할 수 있는 방법에 관한 연구도 아직 미흡한 편이다.

Earles와 Wu는 어떤 두 링크사이의 연결부에서 최소접촉력을 R_{min} 으로, 그리고 이때의 연결부의 핀과 베어링이 접촉하는 접촉력방향의 시간변화율을 $\dot{\gamma}_0$ 로 나타낼 때, 접촉분리의 가능성을 $\dot{\gamma}_0/R_{min}$ 으로 판별될 수 있다고 하였다⁽²⁾. 이 판별식은 Grant와 Fawcett⁽³⁾ 등에 의해 실험적으로 검증되어 긍정적인 결론을 얻었다. 그러나 접촉분리 경향은 간극의 크기에 강하게 영향을 받고 있는데^(1,4), 이 판별식은 그러한 간극의 크기의 영향을 고려하지 않고 있으며, 또한 무차원수가 아님이 지적되었다. Haines⁽⁵⁾에 따르면 $\dot{\gamma}_0/R_{min}$ 가 0.32(rad/sec*N)의 낮은 값에서도 접촉분리가 일어났고 $\dot{\gamma}_0/R_{min}$ 가 220(rad/sec*N)의 높은 값일때도 접촉분리가 없었던 것으로 미루어 Earles와 Wu의 판별식을 정량적으로 이용하기는 어렵다. 그럼에도 불구하고 Park⁽⁶⁾은 단일간극의 경우 두 링크 사이연결부의 $\text{Max}|\dot{\gamma}/R|$ 값을 줄이면 접촉분리의 가능성이 줄어들음을 보여 주었다. 그러한 사실을 이용하여 본 연구에서는 링크들의 모든 연결부에 간극이 존재하는 다중간극기구에 대하여 간극효과를 동시에 제거하기 위한 체계적인 설계개선 방법을 모색하였다.

사용된 기구의 물리적 사양을 크게 변화시키지 않으면서 열결부의 접촉분리제거를 위한 일반적으로 알려진 방법을 열거하면 다음과 같다.

- (1) 간극의 크기를 줄인다.
- (2) 연결부의 핀과 베어링 사이에 일정한 힘을 작용시키는 장치를 사용하여 접촉력을 변화시킨다.
- (3) 링크들간에 스프링을 부착하여 연결부의 접촉력들을 조정하여 접촉분리를 제거시킨다.
- (4) 링크에 부가질량을 달아 연결부의 접촉분리를 제거한다.

일반적으로 접촉분리는 간극의 크기에 강하게 영향을 받으며 간극의 크기를 줄이면 접촉분리를 줄일 수 있다⁽¹⁾. 또한 Fawcett는 연결부의 베어링에 특수장치를 하여 연결부의 접촉력을 변화시켜 접촉분리를 제거하였다⁽⁷⁾. Shin은 링크에 비선형 스프링을 부착하여 연결부의 접촉력을 항상 0으로 유지시켜 접촉분리가 일어나지 않는 이상적인 기구를 제안하였다⁽⁸⁾. 그러나 네번째의 방법이 비교적 일반적으로 접촉분리 제거를 위해 사용되어 왔으나 시험결과 간극이 여러곳에 존재하는 경우에 좋은 결과를 주지 못하였다. 따라서 본 논문에서는 다중간극기구의 간극의 영향을 제거하기 위해 코일스프링의 사용을 대안으로 제시하였다.

2. 최적설계문제의 유도

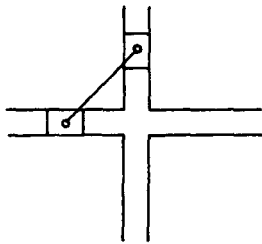
2.1 4링크 간극 기구의 모델링

간극을 가진 4링크 기구의 실제 거동은 매우 복잡하나 설계의 관점에서 문제를 간단하게 하기 위하여 다음과 같은 가정을 도입하였다.

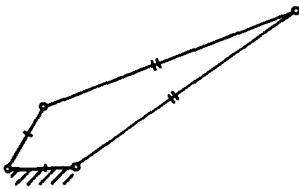
- (1) 모든 링크는 강체로 간주한다.
- (2) 구동 크랭크의 회전 각속도는 일정하다.
- (3) 마찰은 무시한다.
- (4) 접촉분리 제거를 위해 부착되는 스프링은 모멘트가 회전각에 정비례하는 선형 코일스프링이다.

본 연구에서는 서론에서 언급한 네방법들을 사용하지 않고 연결부의 힘의 급격한 증가등 간극현상이 연결부의 접촉분리로부터 비롯된 것임에 착안하여 기구에 부착시 모든 연결부를 특정방향으로 몰아 연결부의 접촉력을 변화시켜 간극효과를 억제해 줄 수 있는 코일스프링을 사용하였다. 부착되는 코일 스프링은 링크들사이에 완전회전이 발생하지 않는 부분에 설치하여 링크들사이의 운동에 의하여 스프링이 감겨 버리지 않도록 한다.

선택한 회전스프링은 Fig. 1의 (a)와 같은 슬라이더와 링크사이에 완전회전이 발생하는 경우와 (b), (c)와 같은 특별한 기구를 제외하고는 4링크 기구에 적어도 하나는 부착할 수 있다⁽⁹⁾. 스프링에 의한 모멘트는 두 링크 사이의 상대각에 의하여 정해지며 모든 연결부들의 핀과 베어링을 강제접촉시키는 작용을 줌으로써 연결부의 접촉분리를 억제할 수 있게 한다. 일반적으로 그랭크-로커 형태의 4링크 크기구에서는 연결봉과 로커사이 또는 로커와 고정



(a) Elliptic trammel



(b) Drag link mechanism



(c) Parallel mechanism

Fig. 1 Link mechanisms which can not attach coil spring

축 사이의 두 위치에 스프링을 부착할 수 있는데 본 연구에서는 코일스프링을 연결봉과 로커 사이에 부착하였다(Fig. 2). 코일스프링의 회전강성 K 와 부착 각도 θ_0 를 설계변수로 하였을 때 두링크 i, j 사이에 360도 이상의 완전회전이 발생하지 않는 부분에 부착된 스프링의 모멘트의 일반식은 다음과 같다.

$$T = K(\theta_{ij} - \theta_0) \tag{1}$$

2.2 최적설계의 수식화

접촉분리의 발생여부를 Earles와 Wu의 판별식인 공칭기구의 $\text{Max}|\dot{\gamma}/R|$ 으로 정확하게 예측하기는 곤란하나 접촉분리가 발생하는 각 연결부에서 $\text{Max}|\dot{\gamma}/R|$ 를 줄임으로써 연결부의 간극효과가 줄어드는 경향이 있음을 보았다^(6,9).

본 연구에서는 간극이 존재하는 모든 조인트에 대하여 공칭기구에서의 $\text{Max}|\dot{\gamma}/R|$ 를 구하고 이것들을 모두 합한 형태의 함수를 목적함수로 택하였다.

$$\phi_0 = \sum_{i=1}^k \text{Max} \left| \frac{\dot{\gamma}}{R} \right|_i \tag{2}$$

여기에서 k 는 간극이 존재하는 모든 조인트의 갯수이고 i 는 두 링크사이에 간극이 존재하는 연결부를 나타낸다.

그리고 본 연구에서 사용된 설계변수는 회전강성 K 와 코일스프링의 부착각도 θ_0 이다.

$$\bar{b} = [b_1, b_2]^T = [K, \theta_0]^T \tag{3}$$

따라서 간극효과를 최소화 하고자하는 본 문제의 수식화는 다음과 같다.

$$\text{Minimize } \phi_0 = \sum_{i=1}^k \text{Max} \left| \frac{\dot{\gamma}}{R}(\bar{b}, t) \right|_i \tag{4}$$

$$\text{Subject to } \phi_i(\bar{b}, t) = 0, i=1, \dots, n \tag{5}$$

$$\phi_i(\bar{b}, t) \leq 0, i=n+1, \dots, m \tag{6}$$

여기서 n 과 $(m-n)$ 은 등식구속조건과 부등식구속조건의 수이고, t 는 시간을 나타낸다. 그리고 식 (5)와 식 (6)은 기구가 만족하여야 할 등식 구속조건과 부등식 구속조건을 나타낸다.

Min-max 문제 형태인 식 (4)에서 (6)까지의 최적설계 문제는 매개변수를 도입하여 다음과 같은 매개변수최적설계(POD)⁽¹⁰⁾로 변환 할 수 있다.

$$\text{Minimize } b_3 \tag{7}$$

$$\text{Subject to } \phi_i(\bar{b}, t) = 0, i=1, \dots, n \tag{8}$$

$$\phi_i(\bar{b}, t) \leq 0, i=n+1, \dots, m \tag{9}$$

$$\phi_{m+1}(\bar{b}, t) = \sum_{i=1}^k \text{Max} \left| \frac{\dot{\gamma}}{R} \right|_i - b_3 \leq 0 \tag{10}$$

여기서 인위설계변수인 b_3 는 식 (4)에 정의된 목적함수를 나타낸 것으로 설계변수벡터에 추가된다.

$$\bar{b} = [b_1, b_2, b_3]^T \tag{11}$$

3. 예제 및 고찰

본 연구에서 사용된 예제는 Fig. 2와 같은 평면 4링크의 크랭크-로커 기구이다. 간극은 연결봉의 양단과 로커의 피벗축 세부분에 존재하는 경우를 택하였다. 간극의 크기는 균일하며 $50\mu\text{m}$ 로 택하였고 구동축의 각속도는 900rpm으로 일정하게 주었다. 예제에 사용된 수치자료는 Table 1에 나타내었으며, 시뮬레이션에 사용된 기구의 연결부는 Hertz의 접촉이론으로부터 모델링 되었다⁽¹¹⁾.

한편 본 예제에 사용된 제한조건식은 다음과

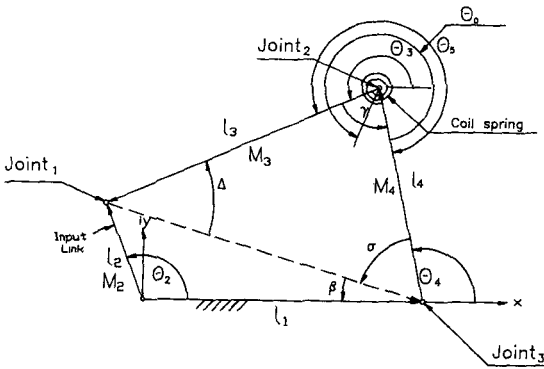


Fig. 2 Four bar mechanism with coil spring

Table 1 Numerical data of a four-bar linkage

Link (i)	Length (i) m	Mass (i) kg
1	0.1524	
2	0.0381	0.08515
3	0.1524	0.3406
4	0.1524	0.3406

같다.

$$\psi_1 = -b_1 \leq 0 \quad (12)$$

$$\psi_2 = b_1 - b_1^u \leq 0 \quad (13)$$

$$\psi_3 = b_2^l - b_2 \leq 0 \quad (14)$$

$$\psi_4 = b_2 - b_2^u \leq 0 \quad (15)$$

$$\psi_5 = \text{Max}_{\alpha \in A} (TQ) - r_1 TQ_{max}^0 \leq 0 \quad (16)$$

$$\psi_6 = \text{Max}_{\alpha \in A} (TQ) - r_2 TQ_{min}^0 \leq 0 \quad (17)$$

$$\psi_7 = \sum_{i=1}^k \text{Max} \left| \frac{\dot{\gamma}}{R} \right|_i - b_3 \leq 0 \quad (18)$$

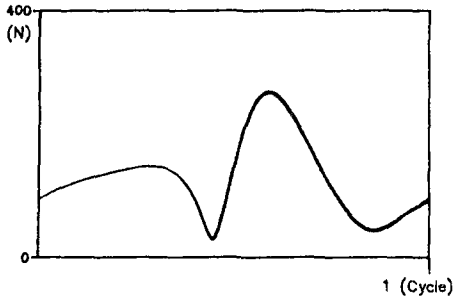
$$\psi_{j+7} = \text{Max}_{\alpha \in A} (R_j) - c_j R_j^0 \leq 0, \quad j=1, 2, 3 \quad (19)$$

여기서 $A = \{\alpha | 0 \leq \alpha \leq 2\pi\}$ 로 구동축 각도의 범위를 나타내고 R_j^0 는 스프링을 달지않은 공칭기구의 연결부의 최대연결력이며 TQ_{max}^0 와 TQ_{min}^0 는 원래의 시스템에 대한 구동축의 최대 및 최소 토크이고 C_j 및 r_j 는 허용치의 값들을 적당량 증감시키는 상수로 물리적인 의미는 없다. 여기서는 각각 1.5, 1.7이다.

그리고 구동축의 토크변화와 구동축과 연결봉 사이 연결부의 접촉력변화를 고려하여 스프링의 강성은 20 N·m/rad으로 제한을 두었으므로 $b_f = 20$ 이고 $b_f^l = 0$, $b_f^u = 360$ 으로 택하였을때 공칭기구에 대한 해석결과가 Fig. 3과 Fig. 4에 나와있다. 부착된 스프링은 제1 연결부에서는 거의 접촉력의 형태를 변화시키지 않고 힘방향의 변화율만을 낮춤에 의하여 $\text{Max}|\dot{\gamma}/R|$ 를 줄였다. 제1 연결부에서 원래 기구에 비해 $\text{Max}|\dot{\gamma}/R|$ 가 42.77에서 15.80로 낮아졌으며, 제2, 3 연결부에서 원래기구의 R_{min} 만을 증가시키고 $\dot{\gamma}_{max}$ 을 크게 줄임에 의하여 $\text{Max}|\dot{\gamma}/R|$ 를 낮추었다. 위의 최적설계는 미분벡터투영법의 알고리즘을 이용하여 수행되었으며 해석을 위해 공칭기구의 한주기를 360개의 격자를 같은 간격으로 선택하였고 최적설계의 매 수행마다 공칭기구에 대한 해석이 수행되어 각 연결부의 최대접촉력 및 $\text{Max}|\dot{\gamma}/R|$ 를 발생시킨다. Table 2에 나와있는 최적설계결과를 보면 스프링 강성의 허용최대치가 20이고 초기강성을 20으로 입력시킨 결과 그 값을 그대로 유지하였다. 따라서 본 설계 방법은 스프링강성은 허용하는 최대치를 나타내고 전 하중 각도의 조정에 의해 제한조건을 만족시키는 것으로 나타났다. 또한 코일스프링의 부착각도는 주기중에 코일 스프링의 모멘트가 0이 되는 중립점이 존재하지 않도록 되어있다. 따라서 지속적으로 가해지는 이 스프링력은 초기기구의 접촉력(Fig. 3(a), (d), (g))에 비

Table 2 Optimum design result

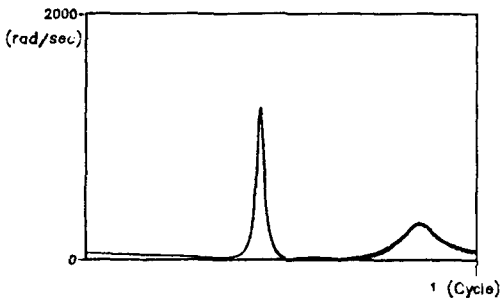
	Joint 1	Joint 2	Joint 3	Object Function	Design variable			
	$\text{Max}\left(\frac{\dot{\gamma}}{R}\right)$	$\text{Max}\left(\frac{\dot{\gamma}}{R}\right)$	$\text{Max}\left(\frac{\dot{\gamma}}{R}\right)$		Initial values		Optimal values	
					K	θ_0	K	θ_0
Original mechanism	42.77	1319.45	1011.35	2373.57				
Optimum design	15.80 (rad/sec·N)	22.44 (rad/sec·N)	22.03 (rad/sec·N)	60.27 (rad/sec·N)	20 (N·m/rad)	300 (degree)	20 (N·m/rad)	279.14 (degree)



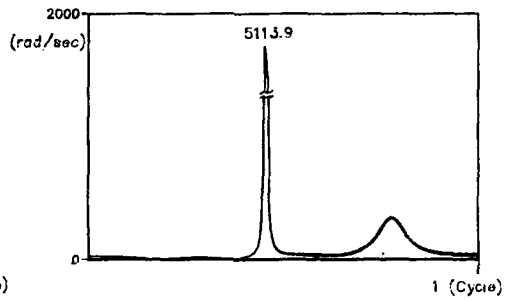
(a) Reaction force at Joint 1



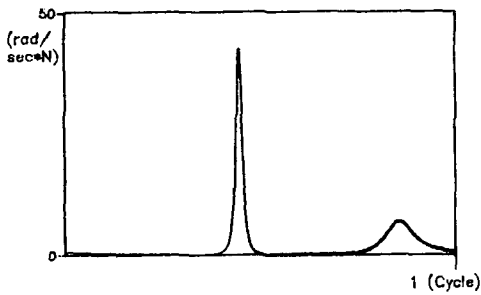
(d) Reaction force at Joint 2



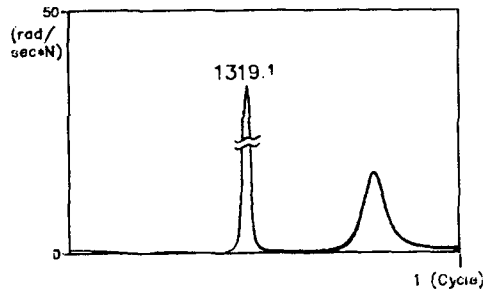
(b) The rate of force direction change at Joint 1



(e) The rate of force direction change at Joint 2

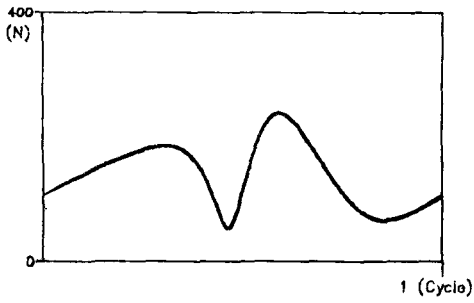


(c) Value of the $\dot{\gamma}/R$ at Joint 1

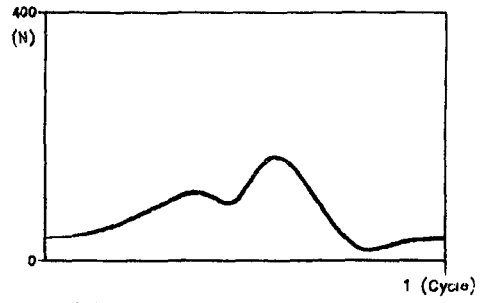


(f) Value of the $\dot{\gamma}/R$ Joint 2

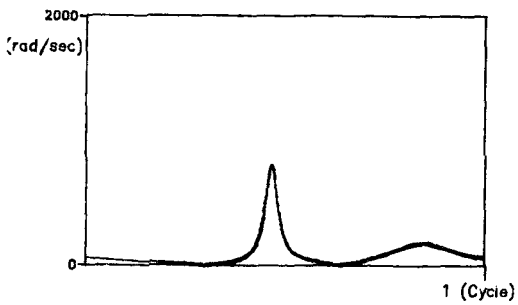
Fig. 3 Reaction force(R), the rate of force direction change($\dot{\gamma}$), and $\dot{\gamma}/R$ of the four bar linkage without coil spring



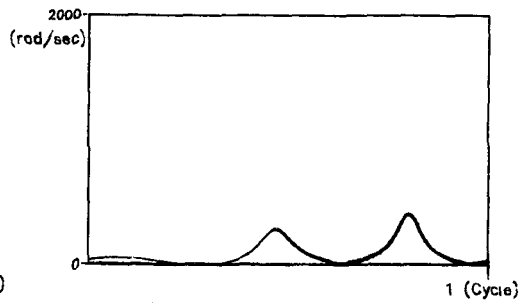
(a) Reaction force at Joint 1



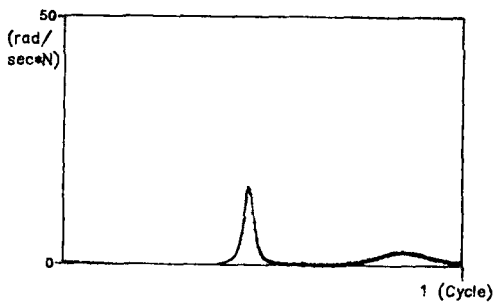
(d) Reaction force at Joint 2



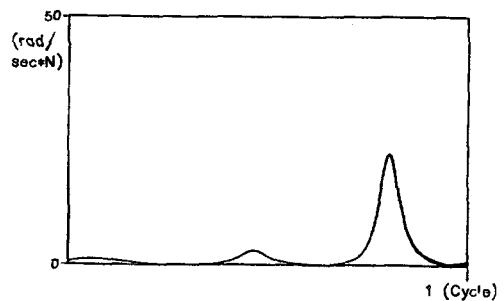
(b) The rate of force direction change at Joint 1



(e) The rate of force direction change at Joint 2

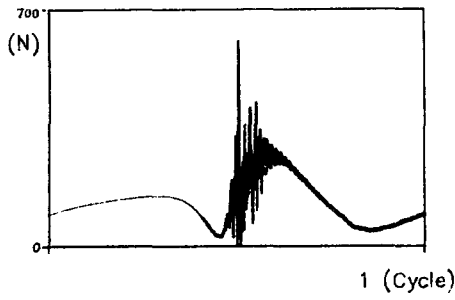


(c) Value of the $\dot{\gamma}/R$ at Joint 1

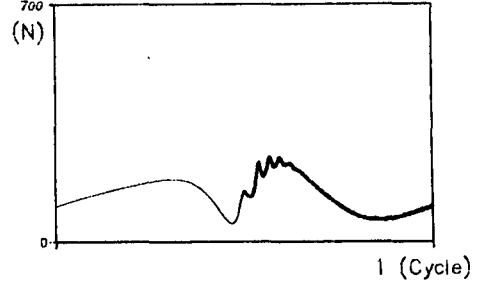


(f) Value of the $\dot{\gamma}/R$ at Joint 2

Fig. 4 Reaction force(R), the rate of force direction change($\dot{\gamma}$), and $\dot{\gamma}/R$ of the four bar linkage with optimal spring



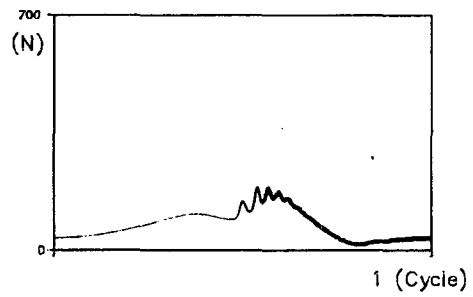
(a) Original reaction force at Joint 1



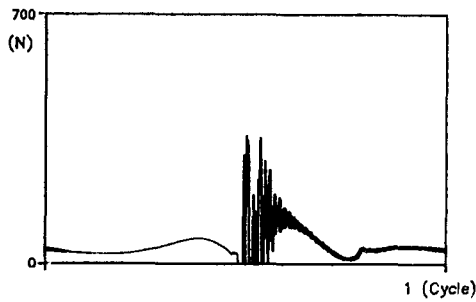
(b) Optimal reaction force at Joint 1



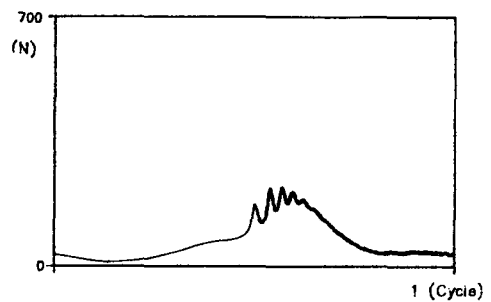
(c) Original reaction force at Joint 2



(d) Optimal reaction force at Joint 2



(e) Original reaction force at Joint 3



(f) Optimal reaction force at Joint 3

Fig. 5 Reaction forces for original mechanism without design and optimal designed mechanism with coil spring of the four bar linkage with clearances at joints 1, 2 and 3

해 접촉력의 급격한 하락부분의 힘을 증가시켜 (Fig. 4(a), (d), (g)) 접촉분리를 억제시키고 있다.

Fig. 5에는 실제 간극을 가지는 기구에 대한 동적 시뮬레이션결과가 최적설계된 스프링을 부착시켜 재해석된 결과와 함께 비교되어 나타나 있다. 심한 접촉분리와 진동이 발생하던 원래 시스템의 3개의 간극부에서 동시에 접촉분리가 완전히 제거되었고 (Fig. 5(b), (d), (f)) 진동의 상당부분이 소멸되었음을 알 수 있다. 또한 충격력과 진동은 상당히 줄어들었으나 미소한 잔류진동이 각각의 연결부에 여전히 남아있음이 보여진다. 연결봉과 로커 사이에 부착된 스프링은 제1, 제2 및 제3 연결부의 접촉분리를 동시에 제거시켰고 각 연결부의 접촉력의 크기를 전체적으로 증가시키지 않으므로 바람직한 설계가 이루어 졌다고 볼 수 있겠다. 이상에서 살펴본 바와 같이 4링크 기구에서 코일스프링을 부착하여 다중간극기구의 각각의 연결부에서 $\text{Max}|\dot{\gamma}/R|$ 를 낮추는 최적설계를 수행해본 결과 간극이 존재하는 모든 연결부의 접촉분리가 제거되었고 선택한 목적함수는 단일간극 기구에서 $\text{Max}|\dot{\gamma}/R|$ 가 접촉분리제거 설계에 이용되었던 것처럼 다중간극 기구에서도 목적함수로 이용될 수 있음을 확인할 수 있었다. 또한 스프링은 지속 하중상태로 인하여 제

1 연결부의 접촉력에 비례하는 기구 구동축의 모멘트를 변화시켜 변동량을 크게 만들었다. (Fig. 6(a), (b)) 그리고 Fig. 3(a), (d), (g)의 최소힘 발생부와 Fig. 4(a), (d), (f)의 최소힘 발생부의 같은 시간대의 값들을 비교해보면 최적설계 되지않은 기구의 R_{min} 이 최적설계된 스프링에 의해 상당히 상승되었음을 알 수 있다. 간극의 악영향은 연결부의 베어링과 핀사이의 접촉분리에 의해 유발되는데 접촉분리란 베어링, 핀의 연결력이 약해질때 발생한다. 설계 스프링은 이러한 연결력을 상승시켜 주므로써 간극의 영향을 억제한다. 급속히 떨어지는 연결력을 상승, 보충시킴으로써 R_{min} 을 증가시키고 이의 방향 변화율은 감소된다. 따라서 $\text{Max}|\dot{\gamma}/R|$ 값은 감소함을 알 수 있다.

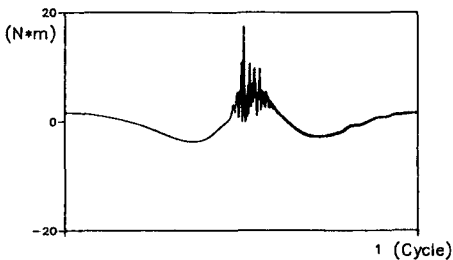
4. 결 론

스프링을 이용하여 다중간극 기구의 접촉분리제거 최적설계를 행한결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

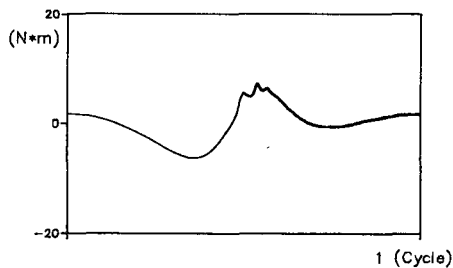
- (1) 단일간극인 경우와 마찬가지로 다중 간극 문제인 경우에서도 Earles와 Wu의 판별식은 좋은 목적함수가 될 수 있음을 설계를 통하여 확인하였다. 즉 설계결과 조인트에서의 접촉력들의 최대값이 감소할 뿐만 아니라 진동을 많이 억제시켜 주었다.
- (2) 링크들 사이의 코일스프링 부착으로 간극효과로 인한 접촉분리와 진동을 모든 조인트에서 동시에 상당히 없앨수 있었음을 보았으며 이때 스프링은 모든 조인트에서 접촉력 방향을 시간변화율을 감소시키고 연결부에서의 최소연결력을 증가시킴에 의하여 접촉분리를 억제하였다.

참 고 문 헌

- (1) Fawcett, J.N., Burdess, J.S., 1971, "Effects of Bearing Clearance in a 4 Bar Linkage", Proc. 3rd World Cong., IFToMM, Kupari, Yugoslavia, pp. 111 ~126.
- (2) Earles, S.W.E. and Wu, C.L.S., 1975, "Predicting the Occurance of Contact Loss and at a Bearing from a Zero Clearance Analysis", Proc. 4th World Cong., IFToMM, Newcastle upon Tyne, England, pp. 1013 ~1018.
- (3) Grant, S.J. and Fawcett, J.N., 1979, "Effects of



(a) input torque of the Original mechanism



(b) Input torque with Optimal spring 1

Fig. 6 Input torque of the four bar linkage with clearances at joints 1, 2 and 3

- Clearance at the Coupler-Rocker Bearing of a 4-Bar Linkage”, *Mech. Mach. Theory*, Vol. 14(2), pp. 99~110.
- (4) Dubowsky, S., Prentis, J.M. and Valero, R.A., 1979, “On the Development of Criteria for the Prediction of Impact in the Design of High Speed Systems with Clearances”, *Proc. V Word Cong., IFToMM, Montreal, Canada*, pp. 1078~1081.
- (5) Haines, R.S., 1980, “A Theory of Contact Loss at Revolute Joints With Clearances”, *J. Mech. Engng. sci.*, Vol. 22(3), pp. 129~136.
- (6) Park, C.B. and Kwak, B.M., 1987, “Counterweight Optimization for Reducing Dynamic Effects of Clearance at a Revolute Joint”, *Mech. Mach. Theory*, Vol. 22(6), pp. 549~556.
- (7) Fawcett, J.N., 1975, “Maintaining Contact Brings Rewards”, *Engng. London*, Vol. 215, pp. 741~743.
- (8) Shin, J.K. and Kwak, B.M., 1985, “A Design Method for Reducing the Effects of Clearances”, *Proc. of the Instn. of Mech. Engr.*, Vol. 199(C2), pp. 155~158.
- (9) Lee, H.J. and Yoon, Y.S., 1989, “Extended Grashof Criterion for General Four-Bar Mechanism”, *The International Symposium on Advanced Computers for Dynamics and Design*, pp. 3~12.
- (10) Haug, E.J. and Arora, J.S., 1979, “Applied Optimal Design”, *John Wiley & sons*.
- (11) 길계환, 윤용산, 1990, “유한요소를 이용한 유연성 간극기구의 동적해석”, *대한기계학회논문집*, 제14권, 제2호, pp. 288~297.