

〈論 文〉

# 열교환기의 가용 에너지 최대전달 조건

정 평 석\* · 김 창 욱\*\* · 김 효 경\*\*\*

(1990년 4월 9일 접수)

## The Maximum Available Energy Output Condition of Counterflow Heat Exchangers

P. S. Jung, C. W. Kim and H. K. Kim

**Key Words :** Heat Exchanger(열 교환기), Available Energy(가용 에너지), Maximum Output(최대출력), Heat Capacity Flow Rate(비열유량), Heat Transfer Capacity(전열용량)

### Abstract

The maximum available energy output condition of the counterflow heat exchanger is solved by the methods of variational calculus. When the inlet temperature and the heat capacity flow rate of the hot flow are given as constants, the temperature distribution of the cold flow at the maximum available energy absorbing condition can be given as a function of the heat transfer capacity of the heat exchanger. At that condition, the heat capacity flow rate of the cold flow is also constant, and the ratio of the cold flow inlet temperature with respect to the reference atmospheric temperature is just the same as the ratio of heat capacity flow rates of cold and hot flows and exists between 1 and  $\sqrt{(T_i/T_0)}$

### 기 호 설 명

- A : 가용 에너지 흡수량
- a, b : 계수
- C : 비열유량(유동의 비열과 유량의 곱)
- Q : 열전달량
- T : 온도
- U : 전열용량(면적과 열관류율의 곱)

### 하 첨 자

- o : 대기상태
- 1, 2, 3, 4 : 유동의 입구 또는 출구 지점
- H : 고온유동
- L : 저온유동

### 1. 서 론

일반적인 에너지 변환장치는 입력에 대한 출력의 비를 효율로 정의하고 이것에 의하여 에너지 변환의 성능을 평가한다. 그러나 단순한 열역학 제1법칙적 에너지의 입출력에 의한 효율은, 마찰이나 열손실 등의 가시적 손실만이 효율저하의 원인으로 고려되며 이상적인 경우에도 효율이 1이 되지 못하는 등의 불완전성이 나타나고, 특히 열교환기의 경우 단순히 단열의 정도를 표시하는데 지나지 않게 되므로 실제로는 유용도(effectiveness)를 정의하여 사용하고 있으나 이것 역시 에너지 변환 성능이 아닌 열교환기의 유한성을 나타낸다<sup>(1)</sup>. 이러한 효율로서의 불비점을 보완하기 위하여 열역학 제2법칙에 의한 가용에너지의 입출력의 비를

\*정회원, 영남대학교 공과대학 기계공학과

\*\*정회원, 서울대학교 대학원

\*\*\*정회원, 서울대학교 공과대학 기계공학과

효율로 정의하고 이것을 합목적 효율, 유용도 또는 제2법칙적 효율 등으로 부르는데 이것은 과정의 가역성의 정도를 나타내는 가역도로서의 의미가 있다. 즉 열역학 제2법칙적 효율은 비가역적 가용 에너지 소산이 적을수록 높게 나타나며, 이것은 과정이 평형상태에서 멀리 떨어지지 않아서 서서히 진행되는 것을 의미 하므로 결국, 주어진 기기에서 입력과 출력이 적을수록 에너지 변환 성능이 좋을 것으로 나타나는 문제점이 있다. 따라서 에너지 변환장치의 최적 운전조건이나 설계조건을 구할 때에는 효율뿐만 아니라 출력도 함께 고려하여야 하며, 특히 출력의 경우 적절한 운전조건이나 설계조건에서 최대값이 극대값으로 나타나므로 최근 이에 대한 논의가 활발하다<sup>(2~5)</sup>.

열교환기는 고온의 열원으로부터 보다 취급하기 편리한 유체로 열을 전달시키기 위한 장치로서, 다른 에너지 변환장치와 마찬가지로 주어진 용량에 대하여도 여러가지 좋은 설계조건을 줌으로써 보다 유리하게 사용할 수 있다<sup>(6,7)</sup>. 즉, 연소 가스나 가열기에서의 고온열원과 작동유체 사이의 열교환은 열역학 제2법칙적 관점에서 볼때 가용 에너지 손실이 다른 어느 부분에서 보다도 크며, 여기에서 작동유체가 보다 많은 가용 에너지를 흡수할수록 다음 단계에서 더 많은 출력을 낼 수 있는 기초가 된다<sup>(8,9)</sup>. 본 연구에서는, 비열이 일정하고 초기온도가 주어진 열원으로부터, 일정한 열전달용량의 열교환기를 사용하여 최대의 에너지를 전달시키기 위한 조건을 구해 보기로 한다. 즉, 저온유동은 고온의 열원유동과 대항류로서 열교환하며 위치에 따라 저온유체의 온도가 가역 단열압축 또는 팽창에 의하여 임의로 조절될 수 있는 일반적인 경우에 대하여, 저온유체가 최대의 가용 에너지를 흡수하기 위한 온도분포를 변분법 문제로서 해석하고 그에 다른 부수조건들을 검토하고자 한다.

## 2. 열교환기의 가용 에너지 최대전달 조건

열교환기는 에너지 변환장치의 일종으로서 입력과 출력을 여러가지로 생각할 수 있으나 고온유동의 입구 지점의 가용 에너지를 입력으로, 저온유동의 출구와 입구의 가용 에너지 차이를 출력으로 취급하는 것이, 주어진 열원을 이용하여 동력 사이클을 작동시키는 경우 합리적이라 할 수 있을

것이다. 특히 본 연구에서는 저온유체의 가용 에너지 증가량 중 열전달로 인한 부분만을 생각하기로 하고, 유체 내부의 모든 과정은 가역적이어서 외부 일에 의한 압축 또는 팽창에 의하여 저온유체 온도가 자유로이 조절될 수 있다고 가정하자. 이 때 미소 열전달량으로 인한 저온유체의 가용 에너지 증가는 다음이 된다.

$$\delta A = (1 - T_o/T_L) \delta Q \quad (1)$$

그리고 열관류율과 전열면적을 곱한 전열용량(heat transfer capacity)을  $U$ 로 표시하고 이것을 독립변수로 잡으면 미소 전열용량을 통한 열전달량은

$$\delta Q = (T_H - T_L) dU = -C_H dT_H = -C_L dT_L \quad (2)$$

이 되고, 따라서 다음 식이 성립한다.

$$T_L = T_H + C_H (dT_H/dU) = T_H + C_H \dot{T}_H \quad (3)$$

$$C_L = C_H dT_H/dT_L = C_H \dot{T}_H/\dot{T}_L \quad (4)$$

여기서 독립변수  $U$ 는 고온유동 입구를 0으로 잡고 출구쪽으로 감에 따라 증가하는 것으로 생각하였다(Fig. 1).

열교환기 전체를 통한 저온유체의 가용 에너지 흡수량은

$$A = \int_0^{U_t} (T_H - T_L) (1 - T_o/T_L) dU \quad (5)$$

가 되며, 식 (3)을 대입하면  $T_L$ 을 소거하면

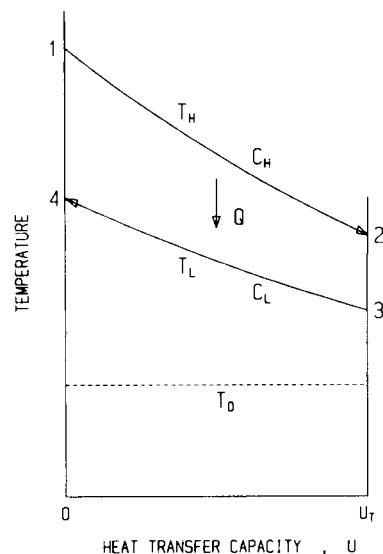


Fig. 1 Schematic diagram of a counterflow heat exchanger

$$A = \int_0^{U_t} C_H \dot{T}_H - T_0 C_H \dot{T}_H / (T_H + C_H T_H) dU \quad (6)$$

가 되는데, 이것을 최대화 하는  $T_H$ 를 주어진 조건에 대하여  $U$ 의 함수로 구하면  $T_L$ 이나  $C_L$ 도 계산할 수 있다. 여기서, 경계조건이 아직 미정이므로 Euler식을 사용하는 대신 위 적분식에 변분을 취하여 0으로 두고 정리하면

$$\delta A = -C_H \int_0^{U_t} \delta \dot{T}_H - T_0 (\delta \dot{T}_H T_H - \dot{T}_H \delta \dot{T}_H) / (T_H + C_H \dot{T}_H)^2 dU = 0 \quad (7)$$

이 되며 부분적분하여 정리하면 다음이 된다.

$$\begin{aligned} & \left[ [1 - T_0 T_H / (T_H + C_H \dot{T}_H)^2] \delta T_H \right]_0^{U_t} \\ & + T_0 \int_0^{U_t} [2C_H (\dot{T}_H \dot{T}_H - T_H \ddot{T}_H) \delta T_H] / (T_H + C_H \dot{T}_H)^3 dU = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

위 식이 성립하기 위하여서는 각 항이 0이 되어야 하고, 따라서 다음의 두 식을 만족하는  $T_H$ 를 찾으면 된다.

$$\left[ [1 - T_0 T_H / (T_H + C_H \dot{T}_H)^2] \delta T_H \right]_0^{U_t} = 0 \quad (9)$$

$$\int_0^{U_t} [(\dot{T}_H \dot{T}_H - T_H \ddot{T}_H) \delta T_H / (T_H + C_H \dot{T}_H)] dU = 0 \quad (10)$$

식 (10)이 성립하기 위하여서는 피적분함수가 0이 되어야 하므로

$$\dot{T}_H \dot{T}_H - T_H \ddot{T}_H = 0 \quad (11)$$

과 같은 간단한 미분방정식으로 바꾸어 생각할 수 있고 이것을 풀면  $T_H$ 는 다음의 형태로 나타난다.

$$T_H = a \exp(b U) \quad (12)$$

여기서  $a$ 와  $b$ 는 적분상수로서 식(9)와 경계조건을 만족하도록 결정해주면 된다.

## 2.1 고온유동의 입구와 출구온도가 모두 지정된 경우

석탄이나 저질유 등을 연소시켜 나오는 연소 가스는 온도가 어느 한계 이하로 낮아지면 가스 내의 수증기나 타르 등이 응축되어 배출에 장애를 일으킬 우려가 있으므로 열교환기 출구의 최저온도가 존재한다. 이와 관련하여 열교환기 고온유체의 입구와 출구의 온도가 모두 일정한 값으로 지정된 경우를 생각하면  $\delta T_H$ 는  $U$ 가 0과  $U_T$ 일 때 모두 0이 되므로 식 (9)는 자동으로 만족되고 따

라서 단순히 두 경계조건

$$U=0 \text{에서 } T_H = T_1 \quad (13)$$

$$U=U_T \text{에서 } T_H = T_2 \quad (14)$$

로서 식 (12)의 두 미지수를 결정하면 된다. 계산 결과 고온유동의 온도분포는

$$T_H = T_1 (T_2 / T_1)^{U/U_T} \quad (15)$$

이 되며, 식 (3)에 대입하면 저온유동의 온도분포 및 출입구 온도는 각각 다음과 같다.

$$T_L = T_1 (T_2 / T_1)^{U/U_T} [1 + C_H / U_H \ln(T_2 / T_1)] \quad (16)$$

$$T_4 = T_1 [1 + C_H / U_H \ln(T_2 / T_1)] \quad (17)$$

$$T_3 = T_2 [1 + C_H / U_H \ln(T_2 / T_1)] \quad (18)$$

위 식에서, 각 지점에서의  $T_H$ 와  $T_L$ 은 모든 지점에서 일정한 비계관계가 있어야 함을 알 수 있다. 또한 저온유동의 비열유량은 식 (4)로부터

$$C_L = C_H / [1 + C_H / U_H \ln(T_2 / T_1)] \quad (19)$$

이 되는데,  $C_H$ 가 일정하므로 역시 일정한 값이 되며  $T_2$ 가  $T_1$ 보다 작으므로 다음 부등식이 성립된다.

$$C_L > C_H \quad (20)$$

## 2.2 고온유동 입구온도만 지정된 경우

이것은 보다 일반적인 경로서 2.1에서  $T_3$ 를 또 다른 변수로 두고 여러가지로 변화시켰을 때 출력이 최대가 되는 조건을 구하면 될 것이다. 그러나 여기서는 직접적인 방법을 생각해 보자.

이번 경우,  $U$ 가 0일 때에는  $dT_H$ 가 0이지만  $U$ 가  $U_T$ 일 때에는  $T_H$ 가 지정되지 않으므로, 식 (9)가 성립하기 위하여서는 다음 식이 성립하여야 한다.

$$1 + T_0 / (T_H + C_H \dot{T}_H)^2 = 0 \quad (21)$$

따라서 식 (13)과 (21)을 이용하여 식 (12)의 미지수를 결정하면 되므로, 먼저 (13)을 대입하면 고온유동의 온도분포는

$$T_H = T_1 \exp(b U) \quad (22)$$

의 형태가 되고 이것을 식 (21)에 대입하여 정리하면

$$1 + b C_H = \sqrt{(T_0 / T_1)} \exp(-b U_T / 2) \quad (23)$$

가 되는데, 여기서  $b$ 가 하나의 식으로 풀리지 않으므로 주어진  $T_1$ 과  $U_T$ 등에 대하여 수치적으로 구하면 된다. 또한 저온유동의 온도분포 및 출구와 입구의 온도는 각각 식 (3)으로부터

$$T_L = T_1 (1 + b C_H) \exp(b U) \quad (24)$$

$$T_4 = T_1 (1 + b C_H) \quad (25)$$

$$T_3 = T_1(1 + b C_H) \exp(b U_T) \quad (26)$$

이 된다. 그런데 식(23)에서  $b$ 는

$$-1/C_H < b < 0 \quad (27)$$

의 구간 내에 존재하므로 항상 음의 값을 가지게 되고, 식(23)을 식(26)에 대입하면 저온유동의 입구온도  $T_3$ 는

$$T_3 = \sqrt{(T_0 T_1)} \exp(b U_T/2) \sqrt{(T_0/T_1)} \quad (28)$$

또는

$$T_3 = T_0/(1 + b C_H) > T_0 \quad (29)$$

이 되므로  $T_3$ 는 다음의 구간내에 존재함을 알 수 있다.

$$T_0 < T_3 < \sqrt{(T_0 T_1)} \quad (30)$$

다음으로 저온유동의 비열유량은 식(3)을 이용하여 정리하면

$$C_L = C_H/(1 + b C_H) > C_H \quad (31)$$

이 되고 식(29)와 비교하면 다음의 식이 성립하게 된다.

$$C_L/C_H = T_3/T_0 < \sqrt{(T_1/T_0)} \quad (32)$$

이상의 식들을 이용하여 가용 에너지 최대출력 조건으로서의 저온부 입구온도 또는 저온부 비열유량을 전체전열용량과 고온유동 입구온도에 대하

여 계산한 결과가 Fig.2에 나타나 있으며,  $C_L/C_H$  또는  $T_3/T_0$ 은,  $U_T/C_H$ 가 작으면  $\sqrt{(T_1/T_0)}$ 에 접근하고 커지면 1에 접근함을 알 수 있다. 이것은 저온유동의 비열유량이 고온유동보다 커서 열교환기 저온측 온도차가 고온측보다 작아야 하고, 동시에 저온유동의 입구온도는 대기온도와  $\sqrt{(T_1/T_0)}$  사이의 어느 온도로 가열되어 있어야 함을 의미하며, 실제로 증기동력기관의 보일러 급수를 가열해 주는 것은 좋은 예라 할 수 있다.

### 2.3 저온유동의 임의지점 온도가 지정된 경우

이 경우에는 2.2의 결과에서 단순히 가역압축과 가역팽창에 의하여 주어진 조건을 만족 시킬 수 있으므로 결과가 2.2와 동일하다고 할 수 있다. 예를 들어, 저온유동의 입구온도가 대기 온도로서 일정하게 고정된 경우 이것을 열교환기에 유입시키기 직전에 가역압축 시키거나 다른 열원을 이용하여 가역적으로 가열하여 식(28)에 의하여 계산된 온도로 만들어 줄 수 있으며 증기동력기관의 급수가열은 바로 이 경우에 해당한다 할 수 있을 것이다.

## 3. 결 론

초기온도와 비열유량이 일정하게 주어진 열원유동으로부터, 주어진 전열용량을 가진 열교환기를 이용하여 최대의 가용 에너지를 추출하기 위한 저온유동의 이론적 온도분포를 구하였다. 그 결과, 최대의 가용 에너지를 흡수하기 위한 저온유동의 비열유량 역시 일정한 값이 되며, 저온유동 입구온도와 대기온도의 비  $T_3/T_0$ 와 저온유동 및 고온유동의 비열유량의 비  $C_L/C_H$ 가 같은 값을 가지고, 1과  $\sqrt{(T_1/T_0)}$  사이에 존재하였다. 이러한 결과는 사이클 구성 등에 직접 응용될 수 있고 동력기관 등의 급수가열을 이해하는데 도움이 된다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구비 지원에 의한 연구의 일부이며 이에 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- (1) Witte, L.C. and Shamsundar, N., 1983, "A Ther-

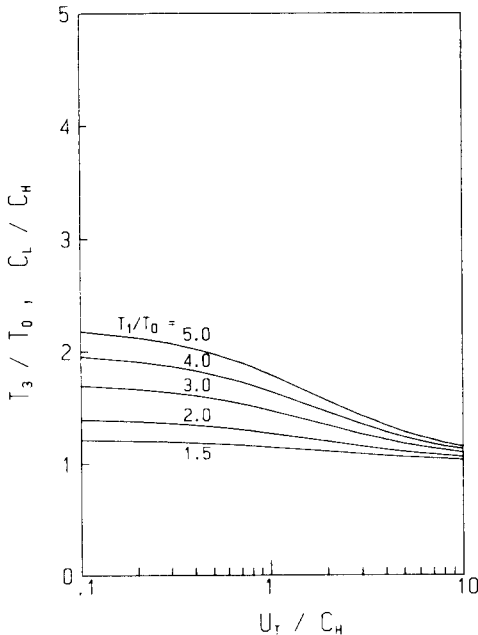


Fig. 2 Inlet temperature and heat capacity flow rate of the cold flow at the maximum available energy absorbing condition

- modynamic Efficiency Concept for Heat Exchange Devices". J. of Eng. for Power, Vol. 105, pp. 199~203.
- (2) Lubin, M. H., 1979, "Optimal Configuraion of a Class of Irreversible Engine (1) (2)", Physical Review A, Vol. 19, No. 3, pp. 1272~1289.
- (3) Alex de Vos, 1985, "Efficiency of Some Heat Engines at Maximum Power Conditions", American J. of Physics, Vol. 53, No. 6, p. 570.
- (4) 정평석, 김수연, 1987, "열기관의 최적 운전조건", 대한기계학회논문집, 제11권, 제6호, pp. 971~74.
- (5) 정평석, 노승탁, 1986, "열교환 과정을 고려한 랭킨 사이클의 성능해석", 대한기계학회논문집, 제10권, 제11호, pp. 199~203.
- (6) Bejan, A., 1982, "Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow", John Wiley, New York, pp. 135~157.
- (7) 정평석, 김수연, 1989, "열교환기의 효율 및 최대 출력 조건", 대한기계학회 춘계학술대회초록집, pp. 21~23.
- (8) 박재철, 장문석, 이창식, 1989, "증기원동기의 역서지 손실에 관한 연구", 공기조화냉동공학논문집, 제1권, 제3호, pp. 235~243.
- (9) 김수연, 정평석, 노승탁, 김효경, 1990, "열기관의 최대출력사이클", 대한기계학회논문집, 제14권, 제3호, pp.694~701.