

〈論 文〉

탄소성 유한요소법에 의한 박판 성형 공정의 해석 (I)

— 유한요소법의 수식화 및 정수압 벌징에의 응용 —

심현보* · 정완진* · 양동열*

(1990년 2월 7일 접수)

Elastic-Plastic Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Processes (I)

— Finite Element Formulation and Analysis of Hydrostatic Bulging —

Hyun-Bo Shim, Wan-Jin Chung and Dong-Yol Yang

Key Words : Elastic-Plastic Finite Element Method(탄소성 유한요소법), Large Deformation (대변형), Anisotropy(이방성), Natural Convected Coordinate System(국부 질점 좌표계), Hydrostatic Bulging(정수압 벌징)

Abstract

An incremental formulation incorporating the effect of shape change is derived for non-steady large elastic-plastic deformation of rate-independent anisotropic sheet material. The kinematics of deformation during each step is considered by employing the natural convected coordinate system. From the derived formulation, a finite element code is developed with membrane elements. Hydrostatic bulging of a circular diaphragm and hydrostatic bulging of a square diaphragm are analyzed in order to check the validity of the present formulation. The computed results are compared with the existing experimental results as well as the results of rigid-plastic FE analysis. The comparison has shown that the computation is in good agreement with the experiment and the rigid-plastic FEM results.

기 호 설 명

B_L, B_{NL} : Lagrangian 변형도의 선형부분과 비선형 부분의 절점변 위간의 관계를 나타내는 행렬

F : 응력발산항에 의한 절점력 벡터

H : 좌표와 변위의 보간을 위한 형상함수 행렬

$L^{a\beta\gamma\sigma}$: Kirchhoff 응력 변화율과 Lagrangian 변형도간의 관계를 표현하는 구성방정식 텐서 (constitutive tensor)

R : 외력에 의한 절점력 벡터

\bar{u} : 절감변위의 Cartesian 좌표값으로 표현한 벡터

u_i : Cartesian좌표계에서의 변위성분

u^a, u_a : 질점좌표계에서 변위성분

X : 질점좌표의 위치벡터

\bar{X} : 절점의 위치를 나타내는 위치벡터

θ^a : 국부 질점 좌표계의 성분

1. 서 론

1970년대 이후로 수치적 방법에 의해 금속 성형 공정의 해석이 많이 시도되어 왔으며 이들 중 유한 요소법은 타 방법에 비해 그 적용의 융통성이 좋으며 다양하고 자세한 정보를 제공할 수 있어 가장 널리 사용되고 있다. 금속 성형의 유한 요소 해석

*정회원, 한국과학기술원 생산공학과

은 크게 감소성 해석과 탄소성 해석으로 나눌 수 있다. 감소성 해석은 금속 성형의 경우 탄성 변형도에 비해 매우 큰 소성 변형도가 일어남으로 탄성 변형도는 무시할 수 있다고 가정하여 항복 여부를 체크하기 위한 응력 전분의 과정이 필요없고, 또 각 단계마다 변형량을 크게 할 수 있어 계산 시간이 크게 줄어 드는 장점이 있다. 이러한 장점에 때문에 감소성 유한 요소법이 금속 성형의 해석에 널리 사용되어 왔다. 그러나 감소성 해석의 이러한 실제적인 효율성에도 불구하고 소성 영역에서의 탄성 제하(elastic unloading)가 생기거나 변형이 다른 부분에 비하여 극히 적게 일어나는 경우(rigid zone의 발생)에는 해석이 곤란하며 이의 해결을 위한 특별한 처리 방법이 필요하게 된다. 반면에 탄소성 유한 요소법은 변형도의 적분과 아울러 응력의 적분을 수행하기 때문에 변형 경로 및 응력의 경로를 정확히 예측할 수 있어 제품의 최종적인 기계적 상태 및 결함의 예측을 가능케한다. 감소성 해석과는 달리 강체 영역(rigid zone)에 대한 특별한 처리가 필요없고 강체 회전 효과를 고려할 수가 있어 박판 성형과 같이 대변형이 일어나는 공정의 해석에 적합하다는 장점이 있다.

고체의 비정상적 변형(non-steady deformation)을 수치적으로 해석할 때 연속적인 변형 경로를 유한개의 변형 단계로 근사하여 단계별로 해석을 진행한다. 이때 소성 변형 과정은 변형 경로에 의존하므로 각 변형 단계의 크기는 유효 변형도 증분이 충분히 작도록 조절되어야 한다. 또한 박판 금속 성형에서는 각 변형 단계에서의 변형도 증분이 작더라도 변위가 상당히 크게 나타날 수 있다. 이러한 대변위 문제의 경우, 형상 변화의 효과가 적절히 고려되어야 한다. 형상 변화 효과의 고려는 다음 두 가지 사실을 의미한다. 첫째, 변형도 계산시 강체 회전을 고려한 적절한 변형도 척도(strain measure)가 있어야 하고 둘째로 변형후의 힘의 평형을 적절히 고려하여야 한다. 압연 공정에 의해 생산된 박판 소재는 이방성을 지니고 있으며 이러한 이방성은 박판 성형 공정에서 변형 특성에 큰 영향을 미치게 된다. 따라서 실제 박판 성형 공정을 적절히 해석하기 위해서는 이방성 또한 적절히 고려되어야 한다.

탄소성 유한 요소 해석에서 대변형을 고려하는 수식은 크게 두 가지로 분류될 수 있다. 즉 Hibbit 등⁽¹⁾에 의해 제안된, 변형이 시작되기 전의 맨 처

음 상태를 기준으로 변형을 묘사하는 total Lagrangian 수식과 McMeeking과 Rice⁽²⁾에 의해 제안된, 현재 상태를 기준으로 변형을 묘사하는 updated Lagrangian 수식으로 분류된다. 박판 성형의 탄소성 유한 요소 해석은 사용하는 요소의 종류에 따라 크게 연속체(continuum)해석, 셸(shell)해석 및 막막(membrane)해석등의 3가지 범주로 나눌 수 있다. 연속체(continuum)해석은 굽힘 효과의 해석이 가능하다는 점과 함께 다른 해석 방법에 비해 수치화가 간단하다는 장점을 지니고 있으나 계산 시간과 기억용량의 문제점 때문에 주로 축대칭문제와 평면 변형도 문제에 적용되어 왔다. 반면에 막막 해석은 굽힘 효과의 고려는 할 수 없으나 계산 시간과 계산에 필요한 기억 용량이 적어 실제 박판 성형 공정의 해석에 널리 사용되고 있다. 셸 해석은 연속체 해석과 막막 해석의 장단점을 서로 보완할 절충형의 해석 방법으로 굽힘 효과를 고려할 수 있을 뿐 아니라 연속체 해석에 비하여 계산 시간이 적게 들고 기억 용량도 적게 소요된다는 장점을 지니고 있으나 막막해석에 비해 아직도 많은 계산시간을 필요로 하고 있다. 대부분의 박판 성형 공정은 인장의 효과가 굽힘의 효과 보다 지배적이며 이러한 경우에는 막막 해석이 성공적으로 사용되고 있다. Iseki 등^(3,4)은 등방성 재료에 대해 소변형도를 사용한 탄소성 유한 요소법으로 여러 가지 모양의 격막의 정수압 벌징을 해석하였다. Wang과 Budiansky⁽⁵⁾는 평면 응력 상태의 가정으로부터 수직 이방성 재료에 대한 막막 수식을 유도하였고 반구형 편치에 의한 축대칭 스트레칭을 해석하였다. Alinghaus 등⁽⁶⁾은 Wang과 Budiansky의 수식을 이용하여 인장 효과가 지배적인 자동차의 창문외곽(window outer)의 성형을 해석하였다. Stoughton 등⁽⁷⁾은 Wang과 Budiansky의 수식화를 이용하여 원형 박판의 스트레칭을 해석하였고, 금형과 접촉하는 절점에 대한 특별한 처리를 하여 굽힘의 효과를 고려하였다. Nakamachi^(8,9) 등은 굽힘 효과의 고려를 위해 금형의 형상과 금형의 주곡률을 박판의 주곡률로 사용하여 스트레칭과 딥드로잉을 해석하였다. Mattiason 등⁽¹⁰⁾은 원형컵의 딥드로잉을 해석하였는데, 이 해석에서는 매 변형 단계마다 계산으로부터 구하여진 플랜지의 형상과 실험으로 나타난 플랜지의 형상의 비교로부터 실험과 계산이 가장 잘 일치하는 마찰 계수를 구하여 유동을 적절히 조절하였다. Massoni 등⁽¹¹⁾은 스트레칭과

딥드로잉을 해석하였으나 스트레칭의 경우 계산과 실험 결과가 잘 일치하였으나 딥드로잉의 경우 실험 결과와의 비교를 하지 않았다.

본 연구에서는 국부질점 좌표계(natural convected coordinate system)를 이용하여 변형을 묘사하는 대변형을 고려한 탄소성 증분수식을 유도하고 또 이에 해당하는 유한 요소 방정식을 구하였다. 국부 질점 좌표계를 사용함으로써 변형도 성분이나 구성 방정식의 성분들에 대한 좌표 변환 과정을 생략하도록 한다. 재료는 수직 이방성으로 가정하였다. 이 수식화의 타당성을 검증하기 위하여 원형 격막의 정수압 벌징을 해석하고 해석 결과는 실험 결과와 이미 발표된 실험 및 해석 결과와 비교하여 타당성을 검증하였다.

2. 탄소성 유한 요소 방정식의 유도

2.1 탄소성 박판 소재의 변형 거동의

Updated Lagrangian 수식화

한 변형 단계 동안의 물체의 비정상 변형(non-steady deformation)을 해석하기 위하여 시간 t_0 에서 $t_0 + \Delta t$ 사이의 변형을 생각하자. Fig. 1은 3차원 공간에서 변형하는 물체와 본 수식에서 사용된 좌표계를 나타낸다. Fig. 1에서 질점 좌표계 θ^1 와 θ^2 는 물체의 표면을 따라 결정되고 θ^3 축은 물체 표면에 수직인 방향으로 결정되어 진다. 또, $G_{\alpha\beta}$ 와 $g_{\alpha\beta}$ 는 각각 변형 전과 변형 후의 메트릭 텐서(metric tensor)이고 $G^{a\beta}$ 와 $g^{a\beta}$ 는 각각의 역(inverse)이다. 변형 전의 상태에서의 covariant base vector와 contravariant base vector를 각각 \mathbf{E}_α , \mathbf{E}^α 라고 하자. 마찬가지로 변형후의 covariant base vector와 contravariant base vector를 각각 \mathbf{e}_α , \mathbf{e}^α 라고 한다면,

$$\mathbf{E}_\alpha = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \theta^\alpha} \quad \mathbf{e}_\alpha = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \theta^\alpha} \quad (1)$$

$$G_{\alpha\beta} = \mathbf{E}_\alpha \cdot \mathbf{E}_\beta \quad g_{\alpha\beta} = \mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{e}_\beta \quad (2)$$

$$\mathbf{E}^\alpha = G^{\alpha\beta} \mathbf{E}_\beta \quad \mathbf{e}^\alpha = g^{\alpha\beta} \mathbf{e}_\beta \quad (3)$$

시간 Δt 동안의 이동 변위 \mathbf{u} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{u} = u^\alpha \mathbf{E}_\alpha = u_\alpha \mathbf{E}^\alpha = u_i \mathbf{E}_i \quad (4)$$

여기서, $u^\alpha = G^{\alpha\beta} u_\beta$ 이고 Greek 첨자는 질점 좌표계의 성분을 의미하고, Latin 첨자는 Cartesian 좌표계에서의 성분을 나타낸다. 질점 좌표계에서의 Lagrangian 변형도 $\boldsymbol{\epsilon}$ 는 다음과 같이 규정된

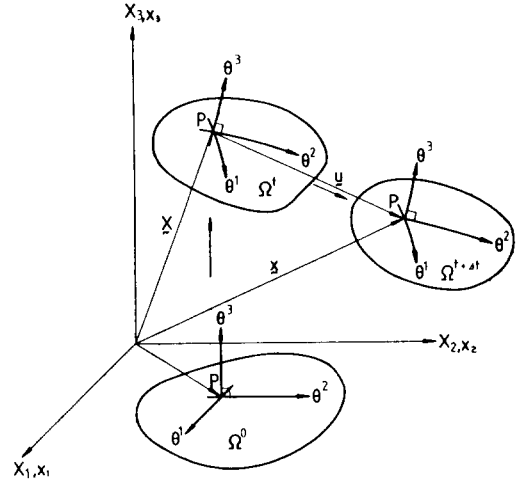


Fig. 1 Convected coordinate systems in the deformation process

다⁽¹²⁾.

$$\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}_{\alpha\beta} \mathbf{E}^\alpha \mathbf{E}^\beta = \boldsymbol{\epsilon}^{a\beta} \mathbf{E}_a \mathbf{E}_\beta \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (u_{\alpha,\beta} + u_{\beta,\alpha} + u^\gamma_{,\alpha} u_{\gamma,\beta}) \quad (6)$$

여기서 (,)는 시간 t_0 에서의 covariant 미분을 의미한다.

Lagrangian 변형도 성분을 선형 부분과 비선형 부분으로 분리하면 다음과 같다.

$$\boldsymbol{\epsilon}_{\alpha\beta} = \boldsymbol{\epsilon}_{\alpha\beta} + \eta_{\alpha\beta} \quad (7)$$

여기서

$$\boldsymbol{\epsilon}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} (u_{\alpha,\beta} + u_{\beta,\alpha})$$

$$\eta_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} u^\gamma_{,\alpha} u_{\gamma,\beta}$$

대변형을 고려한 updated Lagrangian 수식은 다음과 같이 주어진다⁽¹³⁾.

$$\int_{v_0} \Delta S^{a\beta} \delta e_{a\beta} dV + \int_{v_0} \tau^{a\beta} u^k_{,a} \delta u^k_{,\beta} dV = \int_{s_0} t_i^{(t_0, \Delta t)} \delta u_i dS - \int_{v_0} \tau^{a\beta} \delta e_{a\beta} dV \quad (8)$$

또한, 구성 방정식이 2차 Piola-Kirchhoff 응력 증분과 Lagrangian 변형도와의 관계식으로 주어졌다면,

$$\Delta S^{a\beta} = L^{a\beta\gamma\rho} e_{\gamma\rho} \quad (9)$$

여기서 수직 이방성 재료에 대한 구성 텐서(constitutive tensor)의 성분 $L^{a\beta\gamma\rho}$ 는⁽¹⁴⁾

$$L^{a\beta\gamma\rho} = \frac{E(1+R)}{1+2R} \left\{ \frac{1}{2} (g^{a\gamma} g^{\beta\rho} + g^{a\rho} g^{\beta\gamma}) \right\}$$

$$\begin{aligned}
& + Rg^{a\beta}g^{\gamma\rho} \} \\
& - \Gamma \frac{E^2 \tau^{a\beta} \tau^{\gamma\rho}}{\bar{\tau}^2(E+h')} - \frac{1}{2} \\
& (g^{a\gamma} \tau^{\beta\rho} + g^{\beta\gamma} \tau^{a\rho} + g^{a\rho} \tau^{\beta\gamma} + g^{\beta\rho} \tau^{a\gamma})
\end{aligned}$$

식 (8)과 식 (9)를 결합하면 탄소성 재료에 대한 최종적인 updated Lagrangian 수식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
& \int_{v_0} L^{a\beta\gamma\rho} e^{a\beta} \delta e^{\gamma\rho} dV + \int_{v_0} \tau^{a\beta} \frac{\partial u_i}{\partial \theta^a} \frac{\partial u_i}{\partial \theta^\beta} dV \\
& = \int_{s_0} t_i^{(t_0+\Delta t)} \delta u_i dS - \int_{v_0} \tau^{a\beta} \delta e_{a\beta} dV \quad (10)
\end{aligned}$$

질점 좌표계에서는 2차 Piola-Kirchhoff 응력의 contravariant 성분은 Kirchhoff 응력의 contraiaint 성분과 같아지므로⁽¹³⁾ 다른 좌표계로 변형을 묘사하였을 경우보다 응력 적분과정이 아주 간단해진다. 식(10)으로부터 변위가 얻어지면 식 (6)과 식 (9)를 이용하여 시간 $t_0 + \Delta t$ 에서의 응력을 다음 식으로 구할 수 있다.

$$(S^{a\beta})^{(t_0+\Delta t)} = (S^{a\beta})^{t_0} + \Delta S^{a\beta} \quad (11)$$

$$(\tau^{a\beta})^{(t_0+\Delta t)} = (S^{a\beta})^{(t_0+\Delta t)} \quad (12)$$

또한 변형하는 물체가 금속일 경우 일반적으로 비압축성이라고 가정하여도 무방하므로 Kirchhoff 응력 텐서 τ 는 Cauchy 응력 텐서 σ 와 같아진다.

2.2 유한 요소 방정식의 유도

Fig. 2에서 X_i 는 시간 t_0 에서의 위치 벡터의 Cartesian 좌표계 성분이고 u_i 는 Δt 동안의 이동 변위의 Cartesian 좌표계 성분이라 하자. 요소의

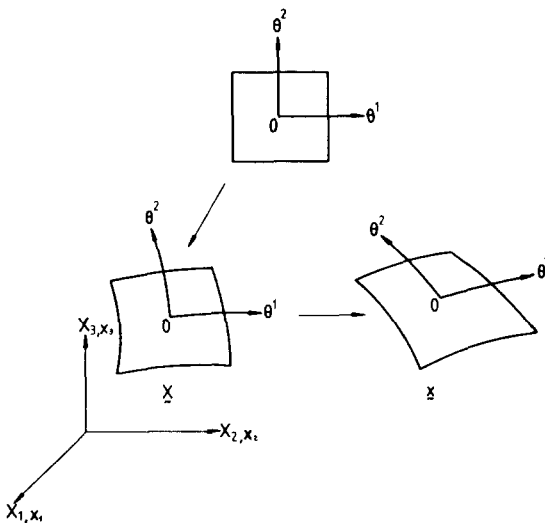


Fig. 2 Natural convected coordinated system

국부 좌표계는 질점 좌표계의 성질도 지니고 있으므로 요소의 국부 좌표계(θ^1, θ^2)를 그대로 질점 좌표계로 택하여 앞 장에서 유도된 수식을 그대로 사용하여도 무방하다. 국부 질점 좌표계에서 Lagrangian 변형도의 성분은 다음 식으로 주어지고

$$\epsilon_{a\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial \theta^a} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial \theta^\beta} + \frac{\partial u_i}{\partial \theta^\beta} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial \theta^a} + \frac{\partial u_i}{\partial \theta^a} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial \theta^\beta} \right) \quad (13)$$

형상함수 H 를 사용하면 요소내의 위치와 변위는 다음의 행렬식으로 나타 내어진다.

$$\mathbf{H} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{Bmatrix} = \mathbf{H} \cdot \bar{\mathbf{X}} \quad (14)$$

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \mathbf{H} \cdot \bar{\mathbf{u}} \quad (15)$$

여기서 $\bar{\mathbf{X}}$ 와 $\bar{\mathbf{u}}$ 는 각각 절점의 좌표와 절점의 변위를 나타낸다. 또 Lagrangian 변형도 성분의 선형 부분 $e_{a\beta}$ 는 다음식으로 주어지게 되고

$$e_{a\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial \theta^a} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial \theta^\beta} + \frac{\partial u_i}{\partial \theta^\beta} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial \theta^a} \right) \quad (16)$$

식(16)을 행렬식으로 나타내면

$$\mathbf{e} = \begin{Bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ 2e_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{X}} \cdot \mathbf{B}_{L1} \cdot \bar{\mathbf{u}} \\ \bar{\mathbf{X}} \cdot \mathbf{B}_{L2} \cdot \bar{\mathbf{u}} \\ \bar{\mathbf{X}} \cdot \mathbf{B}_{L3} \cdot \bar{\mathbf{u}} \end{Bmatrix} = \mathbf{B}_L \cdot \bar{\mathbf{u}} \quad (17)$$

여기서 \mathbf{B}_{L1} , \mathbf{B}_{L2} , \mathbf{B}_{L3} 는 각각 다음과 같이 주어지고 이때 이는 좌표값에 무관하므로 모든 요소에 대하여 같은 값을 가진다.

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_{L1} &= \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \theta^1} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^1} \\
\mathbf{B}_{L2} &= \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \theta^2} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^2} \\
\mathbf{B}_{L3} &= \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \theta^1} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial \mathbf{H}^T}{\partial \theta^2} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^1}
\end{aligned} \quad (18)$$

Lagrangian 변형도의 비선형부분의 행렬식으로 표현을 위해 다음과 같은 관계를 얻는다.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u_i}{\partial \theta^1} \\ \frac{\partial u_i}{\partial \theta^2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{B}_{NL1} \cdot \bar{\mathbf{u}} \\ \mathbf{B}_{NL1} \cdot \bar{\mathbf{u}} \end{Bmatrix} = \mathbf{B}_{NL} \cdot \bar{\mathbf{u}} \quad (19)$$

여기서

$$\mathbf{B}_{NL1} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^1} \quad \mathbf{B}_{NL2} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta^2}$$

Cartesian 좌표계를 기준 좌표계로 하였을 경우 변형도의 성분을 구하기 위하여는 국부 좌표계에서의 미분을 역 Jacobian 행렬을 곱하여 Cartesian

좌표계에서와 미분으로 변환시켜 주는 과정이 필요하게 된다. 또한 이러한 변환 과정을 매 반복 계산 단계(iteration)마다 모든 요소에 대해 취하여야 하기 때문에 계산 시간을 많이 차지하게 된다. 따라서 국부 질점 좌표계로써 변형을 묘사한 식 (18)과 식 (19)에 의해서 계산시간을 줄일 수 있을 뿐만 아니라 유한 요소 프로그래밍 과정도 훨씬 간단해진다.

3. 정수압 벌징 해석에의 적용

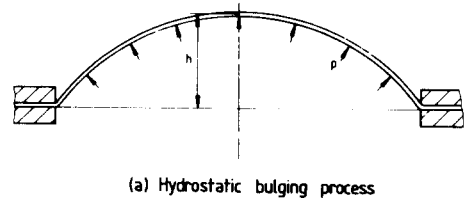
본 수식화의 타당성을 검토하기 위하여 박판의 정수압 벌징을 해석하기 위한 유한 요소 프로그램을 작성하고 원형 격막의 정수압 벌징과 정사각형 격막의 정수압 벌징을 해석하였다. Iseki 등^(3,4)은 원형 격막과 정사각형 격막에 대한 정수압 벌징 실험을 하고 소변형 탄소성 유한 요소법으로 해석하였다. Kim과 Yang⁽¹²⁾은 최초의 Cartesian 좌표를 질점 좌표로 택한 강소성 유한 요소법으로 해석하고 Iseki 등^(3,4)의 실험 결과와 비교하였다. 본 연구에서는 Iseki의 실험 결과와 Kim과 Yang의 강소성 해석 결과를 본 수식의 해석 결과와 비교하였다. 해석에 사용된 재료의 상수와 공정 변수들은 다음과 같다.

- 재질 : 풀림 처리된 알루미늄
- 탄성계수 : $E = 7000 \text{ kgf/mm}^2$
- 프와송비 : $\nu = 0.314$
- 응력-변형도 곡선 : $\delta = 18(0.000769 + \bar{\epsilon}_p)^{0.29} \text{ kgf/mm}^2$
- 박판의 두께 : $t_0 = 0.314 \text{ mm}$
- 다이의 반경 : $r = 24 \text{ mm}$

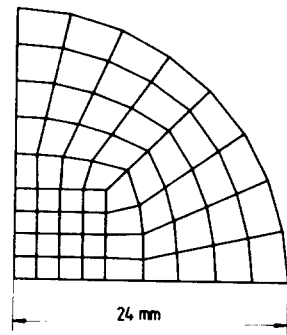
Fig. 3(a)는 정수압 벌징공정의 개요도를 나타내고 있다. 유한 요소 해석에 사용된 요소는 사각형(quadrilateral) 요소이고 Fig. 3(b)에 mesh의 형상을 나타내었다.

압력 증분은 매 변형 단계마다 0.01MPa로 취하였으며 초기 감속 계수 β 를 0.4로 하였을 때 각 변형 단계마다 7~8번의 축자를 거쳐 5×10^{-6} 의 Fraction norm 이내로 해가 수렴하였다. Fig. 4는 압력과 변위 관계를 나타낸 것으로 실험 결과와 잘 일치하고 있으며 Kim과 Yang의 강소성 해석 결과보다 더 좋은 결과를 보여 주고 있다. Fig. 5는 압력과 pole에서의 두께 변형도의 관계를 나타내었다.

Fig. 6은 정사각형 격막의 정수압 벌징 공정의



(a) Hydrostatic bulging process



(b) Mesh system

Fig. 3 (a) Hydrostatic Bulging process
(b) Finite element mesh for hydrostatic bulging of a circular diaphragm

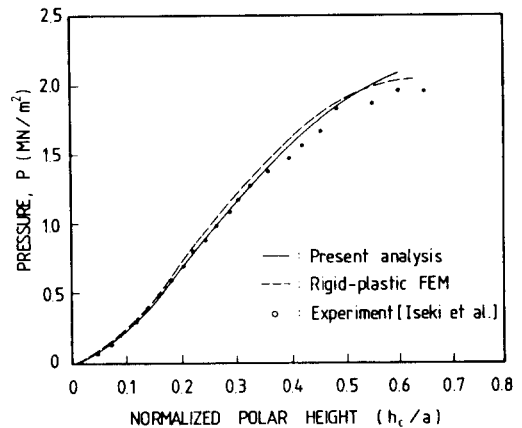


Fig. 4 Comparison of present membrane analysis with the rigid-plastic membrane analysis and the experiment for polar height vs. pressure relation in hydrostatic bulging of a circular diaphragm

해석에 사용된 격자(mesh)이고 원형 격막의 정수압 벌징에서와 마찬가지로 매 변형 단계마다 0.01MPa 씩 압력을 증가시키므로써 계산을 진행시켰다. 최

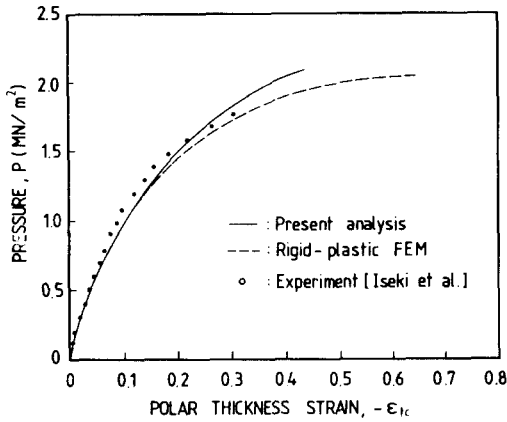


Fig. 5 Comparison of present membrane analysis with the rigid-plastic membrane analysis and the experiment for polar thickness strain vs. pressure relation in hydrostatic bulging of a circular diaphragm

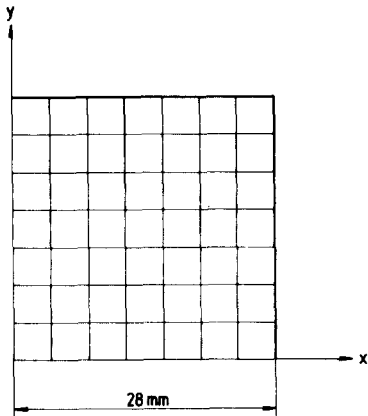


Fig. 6 Finite element mesh for hydrostatic bulging of a square diaphragm

중 변형 까지 총 180개의 계산 단계를 거쳤으며 계산에 소요된 시간은 SUN3/110 workstation에서 약 10,000CP초가 소요되었다. Fig. 7은 성형 압력과 변위의 관계를 나타낸 것으로 Iseki⁽¹⁴⁾의 실험 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. Fig. 8은 성형 압력과 극점에서의 두께 변형도의 관계를 나타내었으며 실험과 잘 일치하고 있다. Fig. 9는 극점에서의 두께 변형도가 0.1일때 주축 방향으로의 변형도의 분포를 나타내고 있다. 극점에서의 변형도 분포는 실험 결과와 잘 일치하고 있으나 외각으

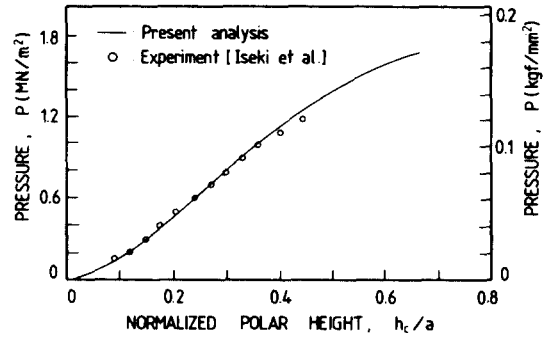


Fig. 7 Comparison of present membrane analysis with the rigid-plastic membrane analysis and the experiment for polar height vs. pressure relation in hydrostatic bulging of a square diaphragm

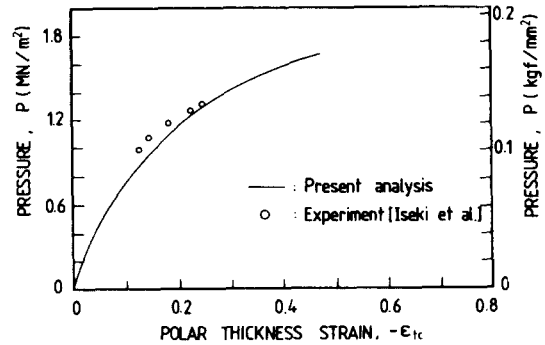


Fig. 8 Comparison of present membrane analysis with the rigid-plastic membrane analysis and the experiment for polar thickness strain vs. pressure relation in hydrostatic bulging of a square diaphragm

로 갈수록 실험 결과와 약간의 차이를 보여주고 있는데 이는 실제 실험시에 다이의 부분에 라운드(round)가 있어 변형이 진행됨에 따라 시편의 다이의 라운드 부분과 접촉하게 되나 본 해석에서는 접촉 조건을 고려하지 못했기 때문에 나타난 차이라고 생각된다. 따라서 더 좋은 해석 결과를 얻기 위하여는 본 저자들에 의해 제안된 접촉 처리 방법⁽¹⁵⁾을 사용하여 다이의 라운드와 시편과의 접촉 조건을 고려하면 더 좋은 결과를 얻을 수 있을 것으로 생각된다. 이상의 결과를 종합할 때 국부 질

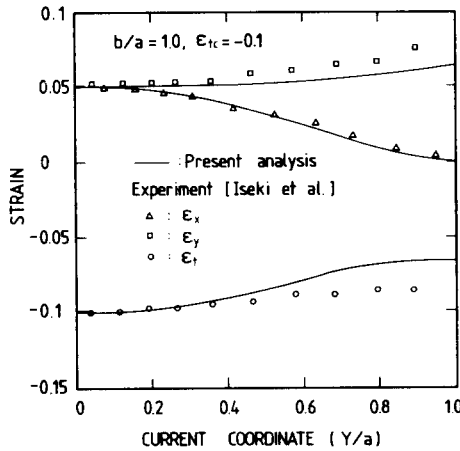


Fig. 9 Comparison of present membrane analysis with the experiment for strain distributions along major axis when polar thickness strain = -0.1

점 좌표계를 사용하여 대변형을 고려한 이 유한 요소 수식화가 타당함을 알 수 있다.

4. 결 론

박판 재료의 3차원 변형 해석을 위하여 형상 변화 효과와 이방성을 고려한 탄소성 재료의 변분 방정식을 유도하였다. 유도된 변분 방정식으로 부터 박막 요소에 대한 유한 요소 방정식을 유도하였다. 한 변형 단계동안의 변형을 국부 질점 좌표계를 사용하여 묘사함으로써 계산 시간이 많이 단축되었다. 굽힘 효과가 크지 않은 정수압 별칭 실험과 비교하여 본 결과 본 수식화의 타당성과 유용성이 입증되었다. 따라서 본 수식화가 인정의 효과가 지배적인 박판 성형 공정의 탄소성 유한 요소 해석에 효과적으로 사용될 수 있는 방법임이 입증되었다.

참 고 문 헌

- (1) H.D., Hibbit, P.V., Marcal, and Rice, J.R., 1970, "Finite Element Formulation for Problems of Large Strain and Large Displacements", *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 6, pp. 1069~1086.
- (2) McMeeking, R.M., and Rice, J.R. 1975, "Finite Element Formulations for Problems of Elastic-Plastic Deformations", *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 11, pp. 601~616.
- (3) Jimma, T., Iseki, H., and Murota, T. 1974, "Finite Element Method in the Analysis of the Hydrostatic Bulging of a Sheet Metal Part 1", *Bull. of JSME*, Vol. 17, pp. 1240~1247.
- (4) Iseki, H. Murota, T. and Jimma, T., 1977, "Finite Element Method in the Analysis of the Hydrostatic Bulging of a Sheet Metal Part 2", *Bull. of JSME*, Vol. 1. 20, pp. 285~291.
- (5) Wang N.M., and Budiansky, B. 1978, "Analysis of Sheet Metal Stamping by a Finite Element Method", *J. Appl. Mech.*, Trans. ASME, Vol. 45, pp. 73~82.
- (6) Arlinghaus, F.J., Frey, W.H., and Stoughton, T.B. 1985, "Finite Element Modelling of a Stretch-Formed Part", *Computer Modelling of Sheet Metal Forming kProcess*, Edited by N.M. Wang & S.C. Tang, AIME, pp. 51~64.
- (7) Stoughton, T.N., 1985, "Finite Element Modelling of 1008 AK Sheet Steel Stretched Over a Rectangular Punch with Bending Effects", *Computer Modelling of Sheet Metal Forming Process*, Edited by N.M. Wang & S.C. Tang, AIME, pp. 143~160.
- (8) Nakamachi, E., 1986, "Finite Element Modelling of the Punch Press Forming of Thin Elastic-Plastic Plates", *Proc. NUMIFORM'86*, pp. 333~339.
- (9) Takezano, S., Nakamachi, E., and Yamaguchi, T., 1980, "Elasto/Viscoplastic Analysis of Thin Circular Plates under Large Strains and Large Deformations", *J. of Appl. Mech.*, Trans. ASME, Vol. 147, pp. 741~747.
- (10) Mattiason, K., Saran, M., Melander, A., Schedin, E., and Gustafsson, C., 1987, "Finite Element Simulation of Deep Drawing of Low and High Strength Steel, *Advanced Technology of Plasticity (Proc. of 2nd ICTP)*, Edited by K. Lange, Stuttgart, West Germany, Springer-Verlag, pp. 657~663.
- (11) Massoni, E., Bellet, M., Chenot, J.L., Detraux, J. M., and de Baynest, C., 1987, "A Finite Element Modelling for Deep Derawing of Thin Sheet in Automotive Industry", *Advanced Technology of Plasticity (Proc. of 2nd ICTP)*, Edited by K. Lange, Stuttgart, West Germany, Springer-Verlag, pp. 719~725.
- (12) Kim, Y.J., and Yang, D.Y., 1985, "A Rigid-Plastic Finite Element Formulation Considering the Effect of Geometric Change and its Application to Hydrostatic Bulging", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 27, pp. 453~463.
- (13) Shim, H.B., and Yang, D.Y., 1989, "An Elastic-Plastic Finite Element on Hydrostatic Bulging of

- Rectagnular Diaphragms by Using Layered Degenerated Shall Elements", Accepted for the Publication in Int., J. Mech. Sci.
- (14) Mattiason, K., 1985, "Numerical Simulation of Stretching Processes", SIMOP-I, Edited by K. Lange, Proc. of the 1. Int. Workshop, Stuttgart, pp. 170~213.
- (15) Shim, H.B., Chung, W.J., and Yang, D.Y., 1990, "Elastic-Plastic Finite Element Analysis of Shet Metal Forming Processes, Part II : Anayses of Sheet Metal Forming Processes with Contact Condition", Submitted to Trans. KSME.