

〈論 文〉

선 스프링 모델에 의한 2개 표면균열의 상호간섭 해석

이준성* · 김영진** · 양원호** · 최용식***

(1989년 12월 13일 접수)

An Interaction Analysis of Two Surface Cracks by the Line Spring Model

J. S. Lee, Y. J. Kim, W. H. Yang and Y. S. Choy

Key Words : Surface Crack(표면균열), Line-Spring Model(선 스프링 모델), Stress Intensity Factor(응력확대계수), Crack Spacing(균열 간격)

Abstract

The fracture mechanics analysis of surface cracks in plates and cylindrical geometries is important in the integrity evaluation of flawed structural components. The objective of this paper is, thus, to numerically investigate an interaction effect of two surface cracks in plate and cylindrical geometries. The effect of crack spacing on the magnitude of the stress intensity factor(K) is investigated using the line-spring model. For the case of a finite plate under uniaxial loading, the effect of crack spacing on the K values is negligible. However, for the case of a cylinder under moderate internal pressure, a significant increase in K values is observed at the deepest point of the surface crack.

1. 서 론

구조물에서는 흔히 발견되는 자연균열(natural crack)은 표면균열(surface crack)이라 불리우는 3차원 특성을 지닌 균열형태로 나타나는 것이 보통이다. 표면균열의 성장속도 및 파괴강도를 예측하기 위해서는 정확한 표면균열의 응력확대계수 K 해석을 필요로 하는데, 일반적으로 해석상의 편의상 관통균열(through crack)이라고 가정하고 2차원적으로 해석하여 왔다. Irwin⁽¹⁾이 근사해를 구한 이래 여러 연구자들이 표면균열에 대한 응력확대계수 K 값의 수정계수(correction factor)를 이론해석, 수

치해석 및 실험해석 등을 통하여 구하였는데, 그 결과는 서로가 5~100%의 차이를 나타내고 있다.

실제 구조물에서는 미소 표면균열들이 다수 생성되어 인접한 표면균열들이 서로 합체되면서 주균열(main crack)로 성장하게 되는데, 실험 변수의 복잡성 및 수치해석상의 어려움 때문에 이에 대한 연구는 별로 찾아볼 수 없다. 표면균열의 정확한 응력확대계수 해석을 위하여는 3차원 유한요소 해석을 필요로 하는데 막대한 계산비용이 요구된다. Rice와 Levy⁽²⁾는 Kirchhoff-Poisson 평판굽힘 이론에 의한 선 스프링 모델(line spring model)을 이용하여 3차원적인 표면균열 문제를 2차원 유한요소법으로 해석할 수 있는 경제적인 방법을 제시한 바 있으며 Parks⁽³⁾는 이 방법이 일반적인 평판이나 쉘 구조물에 존재하는 표면균열의 탄소성 해석에도 적용될 수 있음을 보인 바 있다.

*정회원, 육군사관학교 교수부 기계공학과

**정회원, 성균관대학교 공과대학 기계설계학과

***정회원, 성균관대학교 공과대학 기계공학과

본 연구의 주요 목적은 표면균열의 상호간섭 효과를 선 스프링 모델을 이용하여 해석하여 그 결과를 비교, 검토하는 것이다. 먼저 선 스프링 모델의 이론적 배경을 설명하고 이를 바탕으로 개발된 ABAQUS 유한요소 프로그램을 이용하여 평판구조물에 표면균열이 한개 존재하는 경우에 대한 해석을 수행하여 이 방법의 타당성을 확인해 보고자 한다. 또한 평판 구조물 및 원통형 구조물에 2개의 표면 균열이 존재하는 경우에 대하여 해석을 수행하여 표면균열의 상호간섭 효과를 밝혀보고자 한다.

2. 선 스프링 모델 (Line-Spring Model)

Fig. 1(a)는 평판에 존재하는 표면균열의 형상으로서, 균열의 표면길이는 $2b$ 이고 깊이는 a 이다. Fig. 1(b)는 3차원적인 표면균열을 2차원으로 이상화시킨 형상으로서, 표면균열의 길이와 동등한 길이 $2b$ 의 관통균열이라고 가정한다. 여기에 균열되지 않은 리가먼트(uncracked ligament) 때문에 발생하는 균열 닫힘(closure) 힘과 굽힘 모우멘트를 고려하여 해석하면 된다. 여기서의 굽힘 모우멘트는 판 두께의 중심선을 기준으로 해서 리가먼트(ligament)의 편심량 때문에 발생하게 된다. 이 힘과 모우멘트는 관통균열의 한 면과 다른 면을 연

결해 주는 스프링의 컴플라이언스(compliance) 표현을 통하여 리가먼트의 변형(균열의 개구량 변위 및 회전)과 관련지을 수 있다.

균열상의 한점에서 스프링의 컴플라이언스는 두께가 같은 판에 존재하는 표면균열과, 같은 깊이의 평면변형률(plane strain) 조건하에서의 가장자리 균열(edge crack)이 서로 같다고 가정한다. 이것은 다음과 같은 극단적인 경우들을 고려함으로써 유도되었다.

(1) 균열의 표면길이가 매우 길 경우에는, 두꺼운 판내의 '가장자리균열'처럼 거동하며 모든 작용하중은 균열되지 않은 리가먼트에 의해 지지된다.

(2) 균열 깊이가 매우 깊을 경우에는, 결과적으로 리가먼트는 없어서 '관통균열'의 역할을 하며 모든 작용하중은 균열 양쪽 끝부분에 의하여 지지된다.

실제로는 이러한 양 극단의 중간형태일 것이며 부분적으로는 '가장자리균열' [Fig. 1(c)]에 의하여, 또는 '관통균열'[Fig. 1(b)]에 의하여 하중이 지지될 것이다. 표면균열의 선단위치에 따라 변화하는 미지의 힘 N 과 M 을 결정하기 위해서는 변위적합(displacement compatibility)이 만족되어야 한다. 즉 관통균열과 가장자리균열은 동일판에 공존하므로, 균열의 개구량 변위 δ 및 회전 θ 가 동일해야 하며 다음과 같이 수식화 할 수 있다⁽²⁾.

$$\begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 $[P]$ 는 컴플라이언스 계수이다.

선 스프링 모델을 적용하기 위하여, 평균 닫힘응력 σ_c 와 굽힘응력 σ_b 를 이용하여 가장자리균열에 저장되는 에너지 U 와 에너지 해방률 G 를 계산하면 다음과 같다.

$$U = -1/2(\delta\sigma_c t + \theta\sigma_b t^2/6) \quad (2)$$

$$G = -\frac{\partial U}{\partial a} = 1/2\left(\frac{\partial \delta}{\partial a}\sigma_c t + \frac{\partial \theta}{\partial a}\sigma_b t^2/6\right) \quad (3)$$

한편 δ 와 θ , 그리고 σ_c , σ_b 간에는 다음 관계가 성립한다.

$$\delta = \frac{2(1-\nu)t}{E}(a_{11}\sigma_c + a_{12}\sigma_b) \quad (4)$$

$$\theta = \frac{12(1-\nu^2)}{E}(a_{12}\sigma_c + a_{22}\sigma_b) \quad (5)$$

식 (4)와, (5)를 식 (3)에 대입하면 다음식이 얻어진다.

$$G = t^2 \frac{(1-\nu^2)}{E} \left[\sigma_c^2 \frac{\partial a_{11}}{\partial a} + 2\sigma_c\sigma_b \frac{\partial a_{12}}{\partial a} + \sigma_b^2 \frac{\partial a_{22}}{\partial a} \right] \quad (6)$$

이제 $G = (1-\nu^2) K^2/E$ 관계를 이용하여 응력

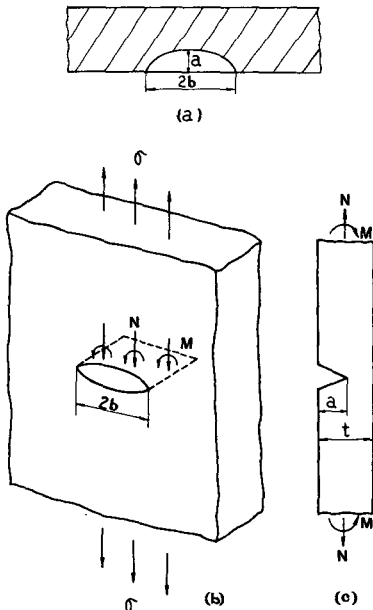


Fig. 1 Line-spring model

확대계수 K 를 계산할 수 있다.

$$K = \sqrt{t \{ F_1(a/t) \sigma_c + F_2(a/t) \sigma_b \}} \quad (7)$$

여기서 F_1, F_2 는 인장과 굽힘을 받는 상태에서 탄성학적⁽⁴⁾으로 구해지는 값들이다.

3. 평판에 존재하는 표면균열의 해석

3.1 하나의 표면균열 해석

본 연구에 사용된 범용 패키지 프로그램인 ABAQUS의 선 스프링 모델의 타당성을 검토하기 위하여 먼저 평판에 하나의 표면균열이 존재하는 경우에 대하여 해석을 시도하여 보았다. 1축 인장력을 받는 평판의 기하학적 형상은 폭이 64mm, 높이가 300mm, 그리고 두께가 20mm이며, 반타원형 표면균열은 다음식을 만족시킨다.

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \quad (8)$$

Fig. 2는 본 해석에 사용된 유한요소 모델의 한 예로서 대칭면을 이용하여 전체의 1/4만 모델링 하였으며, 셀 요소(S8R) 51개, 선 스프링 요소(LS3) 8개와 절점 211개가 사용되었다. 선 스프링 요소는 3개의 절점으로 구성되어 있으며 각 절점에서 표면 균열의 깊이를 명시하도록 되어있다. 그림에서 선 스프링 부위는 점선으로 표시되어 있으며, 이들의 치수는 중심부의 4개는 $b/6$ 인 것을, 가장자리부 4개는 $b/12$ 인 것을 사용하였다.

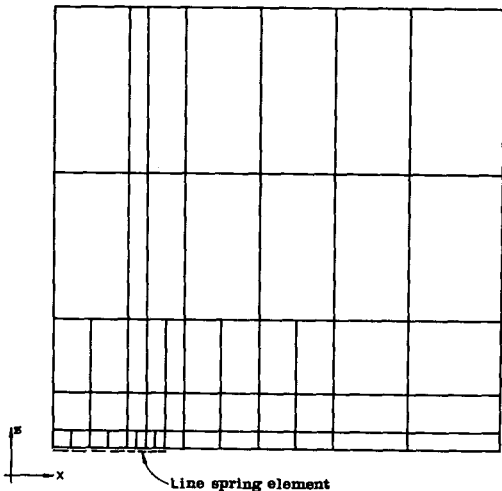


Fig. 2 Quarter model of large plate with a center surface crack

계산은 형상비(a/b)가 0.25, 0.33, 0.5인 경우에 대하여 수행되었다. 이들 균열 형상에 대한 응력확대계수 K 값은 다음과 같이 표현되어 진다⁽¹⁾

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} / Q F(a/b, \phi) \quad (9)$$

여기서 Q 는 균열 형상계수로 $Q = 1 + 0.464(a/b)^{1.65}$ 이다.

Fig. 3은 표면균열의 형상비(a/b)가 0.25인 경우에 대한 해석을 도시한 결과 횡축은 각도를 무차원화한 값($2\phi/\pi$)이며 종축은 응력확대계수를 무차원화한 값($F = K/\sigma\sqrt{\pi a/Q}$)이다. 그림에서 보여주듯이, 최대 응력확대계수 K 값은 균열의 가장 깊은 곳에서 발생하여 표면 쪽으로 가까워 질수록 점차 감소되는 경향을 보였다. 또한 이 그림에서 Raju

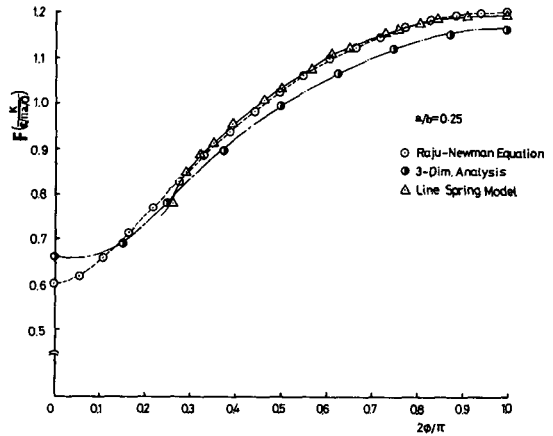


Fig. 3 Stress intensity factor dependence on crack front position($a/b=0.25$)

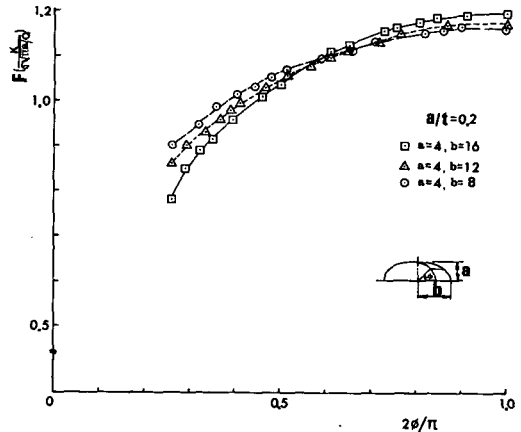


Fig. 4 Stress intensity factor dependence on crack front position($a=4, b=8 \sim 16$)

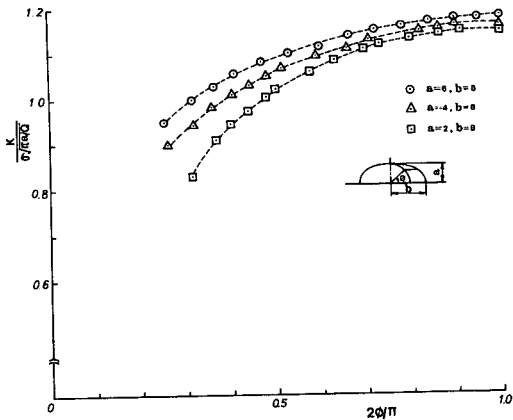


Fig. 5 Stress intensity factor dependence on crack front position ($a=2\sim 6, b=8$)

-Newman의 수정식⁽¹⁾ 및 3차원 유한요소해석⁽⁵⁾과 함께 비교하여 보았는데, 이들 결과들과 대체로 5% 이내의 차이를 보여주고 있다.

Fig. 4는 표면균열의 깊이 a 를 4mm로 고정시키고, 표면 반경이 b 를 8mm, 12mm, 16mm로 변화시키면서 F 값을 구해본 것이다. 균열의 표면길이 가 길어질수록 최대 깊이점에서의 응력확대계수 값은 증가하고 있다. 그러나 최소 깊이점, 즉 표면에서의 응력확대계수 값은 오히려 감소하는 추세를 보여주고 있는데, 이는 최대 깊이점의 영향으로부터 멀어지기 때문으로 생각된다.

Fig. 5는 균열의 표면 반경이 b 를 8mm로 고정시키고, 깊이 a 를 2, 4, 6mm로 변화시키면서 F 값을 구해본 것으로 균열이 깊어질수록 응력확대계수 값은 전선단에 걸쳐 증가하고 있음을 알 수 있다.

이상의 수치해석 결과를 종합하여 볼때, 선 스프링 모델은 표면균열의 응력 확대계수 해석에 효율적으로 사용될 수 있음을 알 수 있다. 물론 $2\phi/\pi < 0.3$ 구간에서는 불확실하다는 단점이 있기는 하나, 관심의 대상인 최대 깊이점에서는 3차원 해석 결과와의 차이가 최고 2% 이내로 얻어졌다. 선 스프링 모델의 가장 큰 장점은 3차원 해석에 비해 입력 데이터를 작성하기가 수월하며, 계산비용이 1/20이하로 아주 경제적이라는 것이며, 또한 결함의 형태가 어떠한지 사용할 수 있다는 것이다.

3.2 두개의 표면균열 해석

Fig. 6과 같이 1축 인장력을 받는 평판(폭

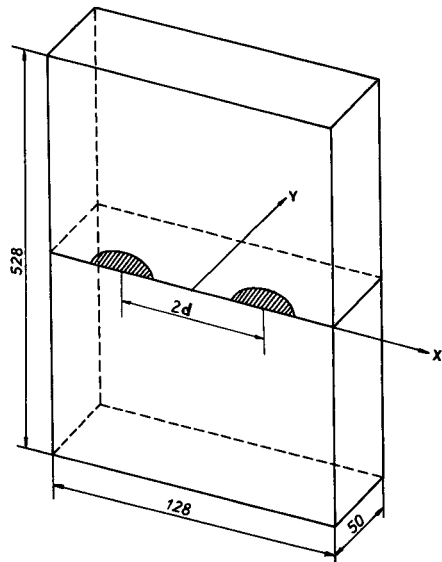


Fig. 6 Twin surface cracks in a plate

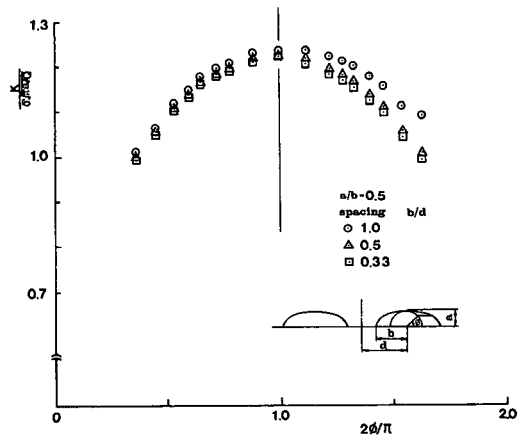


Fig. 7 Stress intensity factor dependence on crack spacing b/d

128mm, 높이 528mm, 두께 50mm)에 크기가 서로 같은 반타원형 표면균열이 2개 존재하는 경우에 대하여, 균열간의 거리(spacing) $2d$ 를 변화시키면서 응력확대계수 K 에 대한 해석을 해 보았다. 균열의 형상비(a/b)를 0.5로 고정시키고 균열간의 거리 b/d 를 0.33, 0.5, 1.0으로 변화시키면서 F 값을 구하여 그 결과를 Fig. 7에 도시하였다. b/d 값이 0.33, 0.5인 경우에는 F 값이 ϕ 값에 거의 관계없이 일정하게 나타나고 있다. b/d 값이 1.0인 경우, 즉 2개의 표면균열이 접촉한 경우에는 $2\phi/\pi$ 가 1.0

보다 큰 구간에서 F 값이 약간 크게 나타나고 있으나, 최대 깊이점에서의 F 값에는 별로 영향이 없었다. 이는 2개의 표면균열이 접촉할 정도까지 접근하여도 최대 깊이점의 응력확대계수는 2개의 표면균열이 멀리 떨어져있는 경우와 별로 차이가 없음을 의미한다. 이 해석결과는 Murakami와 Nisitani⁽⁶⁾가 무한판에 존재하는 $a/b=0.5$ 균열에 대한 체적력법(body force method) 해석 결과와 일치되는 경향을 보여주고 있다.

4. 원통형 구조물에 존재하는 표면균열의 해석

내압을 받는 원통형 구조물에 대한 응력확대계수 해석은 배관계통 및 압력용기 등에 광범위하게 응용됨으로 많은 연구자들^(7~10)에 의해 연구되어 왔으나 대부분 표면균열이 하나 존재하는 경우에 대한 해석이었으며 균열의 상호간섭 연구는 별로 찾아볼 수 없다. 원통형 구조물에 존재하는 표면균열은 축(axial) 방향과 원주(circumferential) 방향의 2가

지를 생각할 수 있는데, 원주방향 응력이 축방향 응력의 2배이므로 원주방향 응력에 직각으로 위치하는 축방향 균열에 대한 해석을 수행하는 것이 구조물의 안전을 위하여 더 바람직하다고 할 수 있겠다. 원통형 구조물에 대한 선 스프링 모델의 효율성을 검토하기 위해 Fig. 8과 같이 내압을 받는 원통형 구조물에 하나의 표면균열이 존재하는 경우 ($a/b=0.2, a/t=0.2, t/R=0.1$)에 대하여 유한요소해석을 수행하였다.

Fig. 9는 수치해석 결과를 Raju-Newman의 근사식⁽¹⁰⁾ 및 3차원 유한요소 해석 결과와 비교하여 본 것이다. 그림에서 보여주듯이 최대 깊이점에서 최대 응력확대계수값이 나타났으며, 6%이내의 차이를 보여주고 있다.

이상의 수치해석 결과로부터 선 스프링 모델은 원통형 구조물에 존재하는 표면 균열의 응력확대계수 해석에도 효율적으로 사용될 수 있음을 입증할 수 있다. 여기에서는 내압을 받는 실린더(cylinder)에 축방향 표면균열이 2개 존재한다고 가정하

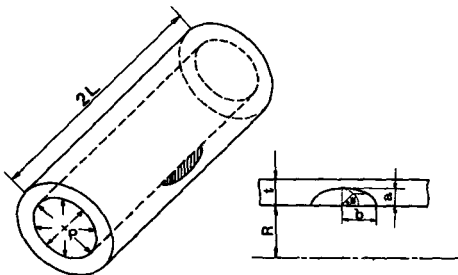


Fig. 8 Surface crack in an internally pressurized cylinder

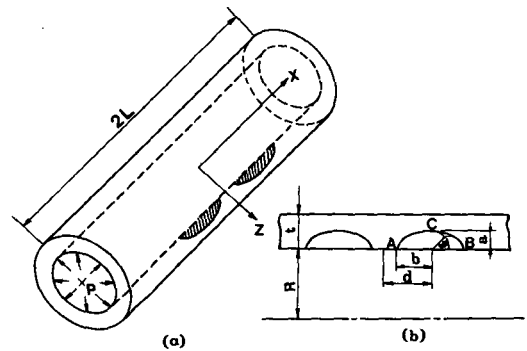


Fig. 10 Surface cracks in an internally pressurized cylinder

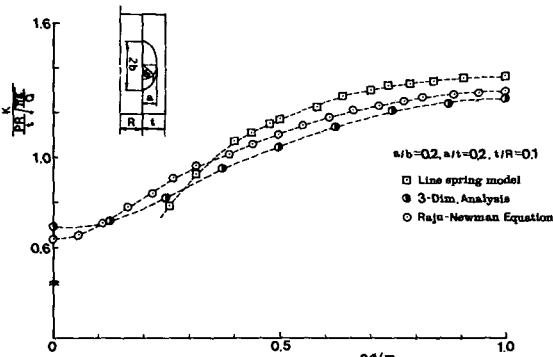


Fig. 9 Stress intensity factor dependence on crack front position($a/b=0.2, a/t=0.2, t/R=0.1$)

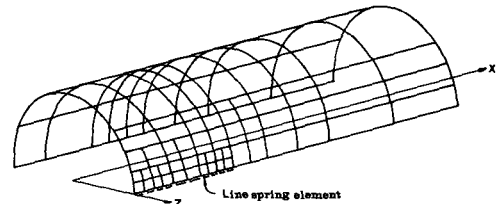


Fig. 11 Quarter model of pressurized cylinder with axial surface cracks

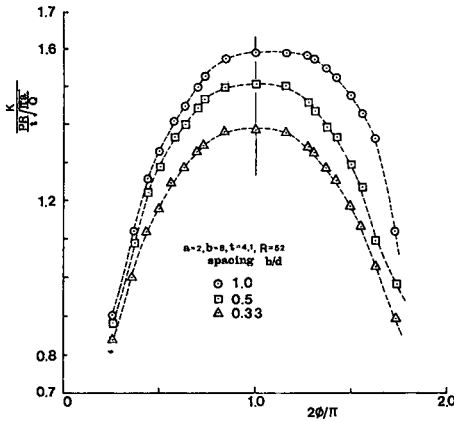


Fig. 12 Stress intensity factor dependence on crack spacing b/d

고 이에 대한 응력확대계수 해석을 수행해 보았다. Fig. 10은 본 해석에 사용된 실린더의 기하학적 형상으로서 반지름(R)은 52mm, 두께(t)는 4.1mm 그리고 길이 ($2L$)는 6.3m이다.

Fig. 11은 표면균열의 상호간섭효과 해석을 위해 사용된 유한요소 모델의 한 예로서 대칭면을 이용하여 전체의 1/4만 모델링 하였으며 셀 요소 75개, 선 스프링 요소 10개가 사용되었다. 그림에서 선 스프링 부위는 점선으로 표시되어 있으며, 이들의 치수는 중심부 2개는 $b/3$ 인 것을, 가장자리부 8개는 $b/6$ 인 것을 사용하였다.

본 해석에서는 내압(p)만이 작용한다고 가정하고 균열 중심간의 간격 d 를 변화시켜 가면서($b/d = 0.33, 0.5, 1.0$) 응력확대계수 해석을 반복 수행하였다.

Fig. 12는 해석결과를 도시한 것으로서, 횡축은 각도를 무차원화한 값($2\phi/\pi$)이며 종축은 원주응력에 의한 응력확대계수를 무차원화한 값이다. 그림에서 보여주듯이 균열이 접근함에 따라 전 선단에 걸쳐 응력확대계수값은 증가하였으며, 특히 최대 깊이점에서 뚜렷한 증가 현상이 나타났다. 2개의 균열이 접촉하는 경우($b/d=1.0$), C 점에서 A 점으로 가는 선단이 B 점에서 C 점으로 가는 선단에 비해 상호간섭으로 인한 응력확대계수값이 현저하게 크게 나타났다.

Table 1은 균열선단의 위치에 따른 F 값의 변화를 정리한 것으로, 균열이 접근함에 따라 최대 깊이점의 F 값은 $b/d=0.33$ 인 경우 1.387에서 $b/d=$

Table 1 Numerical results of F values for two surface cracks in a cylinder

$2\phi/\pi$ b/d	0.5	0.7	1	1.3	1.5
1.0	1.33	1.50	1.594	1.585	1.48
0.5	1.28	1.447	1.507	1.44	1.29
0.33	1.18	1.33	1.387	1.33	1.19

1.0인 경우 1.594로 약 15% 증가하였다. 즉 균열간의 거리의 변화가 F 값에 거의 영향을 주지 않았던 평판에 비하면, 원통형 구조물에서는 상호간섭 현상이 뚜렷이 나타난다고 할 수 있다. 또한 균열이 접근함에 따라 $2\phi/\pi=1.5$ 인 곳의 F 값의 증가가 $2\phi/\pi=0.5$ 인 경우보다 현저함을 보여주고 있다. 원통구조물에 존재하는 2개의 축방향 표면균열에 대하여 본 연구에서 얻은 선 스프링 모델 해석 결과는 O'Donoghue등⁽¹¹⁾이 유한요소 교대법(finite element alternating method)으로 구한 결과와는 표면 균열의 형상비가 서로 다르므로 직접적인 비교는 할 수 없으나, 상호간섭 현상은 대체로 비슷한 경향을 보여 주었다.

5. 결 론

선 스프링 모델을 이용한 평판 및 원통형 구조물에 존재하는 표면균열의 상호 간섭에 대한 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 반타원형 표면균열의 응력확대계수를 선 스프링 모델을 이용한 2차원 유한요소 해석에 의하여 구하였는데, $2\phi/\pi > 0.3$ 구간에서 3차원 유한요소 해석결과와 잘 일치한다.

(2) 2개의 표면균열이 평판에 존재할 경우에는 균열의 상호간섭 현상을 거의 찾아볼 수 없었으나, 내압을 받는 원통형 구조물에 2개의 표면균열이 존재할 경우에는 균열이 서로 접근함에 따라($b/d = 0.33 \sim 1.0$) 최대 깊이점에서 상호간섭현상이 뚜렷이 나타났으며 F 값은 약 15% 증가하였다.

참 고 문 헌

- (1) Newman, Jr. J.C., 1979, "A Review and Assessment of the Stress Intensity Factors for Surface Crack",

- ASTM STP 687, pp. 16~42.
- (2) Rice, J.R. and Levy, N., 1970, "The Part-Through Surface Crack in an Elastic Plate", Transactions, ASME, J. of Applied Mech., 71-APM-20.
- (3) Parks, D.M., 1980, "The Inelastic Line Spring, Estimates of Elastic-Plastic Fracture Mechanics Parameters for Surface Cracked Plates and Shells", ASME 80-C2/PVP-109.
- (4) Delale, F. and Erdogan, F., 1981, "Line-Spring Model for Surface Cracks in a Reissner Plate", Int. J. Engng Sci., Vol. 19, pp. 1331~1340.
- (5) Raju, I.S. and Newman, Jr., J.C., 1979, "Stress Intensity Factors for a Wide Range of Semi-Elliptical Surface Cracks in Finite Thickness Plates", Eng. Fracture Mech., Vol. 11, pp. 817~829.
- (6) Murakami, Y. and Nisitani, H., 1981, "Stress Intensity Factors for Interacting Two Equal Semi-Elliptical Surface Cracks in Tension", Trans. JSME 47, pp. 295~303.
- (7) Underwood, J.H., 1972, "Stress Intensity factors for Internally Pressurized Thick-Walled Cylinders", ASTM STP 513, pp. 59~70.
- (8) McGowan, J.J. and Raymund, M., 1979, "Stress Intensity Factor Solutions for Internal Longitudinal Semi-Elliptical Surface Flaws in a Cylinder Under Arbitrary Loadings", ASTM STP 677, pp. 365~380.
- (9) Newman, Jr. J.C., and Raju, I.S., 1980, "Stress -Intensity Factors for Internal Surface Cracks in Cylindrical Pressure Vessels", ASME Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 102, pp. 342~346.
- (10) Raju, I.S. and Newman, Jr., J.C., 1982, "Stress -Intensity Factors for Internal and External Surface Cracks in Cylindrical Vessels", J. of Pressure Vessel Tech., Vol. 104, pp. 293~297.
- (11) O'Donoghue, P.E., Nishioka, T. and Atluri, S.N., 1985, "Analysis of Interaction Behavior of Surface Flaws in Pressure Vessels", ASME PVP-Vol. 85, Computational Fracture Mechanics-Nonlinear and 3-D Problems, pp. 77~92.