

〈論 文〉

# 컴퓨터를 이용한 動力傳達用 인벌류우트 圓筒齒車의 設計

정 태 형\* · 김 민 수\*\*

(1990년 1월 15일 접수)

## Computer-Aided Design of Involute Cylindrical Gears for Power Transmission

Tae Hyong Chong and Min Soo Kim

**Key Words :** Gear(치차), Design System(설계시스템), Optimization(최적화), Computer-Aided Design(전산기 원용설계), Pitting Resistance(면압강도), Bending Strength(굽힘강도), Scoring(스코링)

### Abstract

A computer-aided design system of involute cylindrical gears(spur and helical gears) for power transmission is developed, in which the volume of a gear unit is minimized with satisfying various design constraints. As the design constraints, bending strength and pitting resistance of AGMA 218.01, scoring of Dudley's flash temperature, contact ratio, and involute interference of pinion are considered and effective factors for strength calculation(life, reliability, hardness ratio, load distribution, velocity, etc.) are also included. This complicated nonlinear optimization problem is solved by using ALM(Augmented-Lagrange-Multiplier) method with self scaling BFGS(Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno) method employed for unconstrained optimization programming. This design method can be easily applied to designing power transmission gear unit in the machines of various kinds. It is expected for the proposed method to be a contribution for an automated design of gear unit towards weight minimization, miniaturization and high strength of gear unit.

### 1. 서 론

기계요소의 경량화, 소형화, 고강도화 설계에 있어서 단순한 공학적 이론해석만으로 최적의 설계값을 결정할 수 있는 요소는 극히 일부이며, 치차장치를 비롯한 대부분의 요소는 수많은 영향인자를 고려하지 않으면 안된다. 이러한 수많은 영향인자를 고려하면서 실험적, 경험적 자료들과 설계계산

식을 통하여 최적값을 구하는 것은 많은 시간이 요구되고 또한 쉬운 일이 아니다. 기계요소 중에서 동력전달장치에 가장 많이 사용되는 치차장치는 컴퓨터의 발달에 힘입어, Cockerham<sup>(1)</sup>, Lee<sup>(2)</sup>, Savage<sup>(3)</sup>, Carroll<sup>(4)</sup>등이 치차장치 설계의 전산화에 관하여 연구·발표하였다. Cockerham은 시행착오적 반복법을, Lee는 초보적인 discrete optimization방법을, Savage는 그래프를 이용한 도식적인 방법을, Carroll은 Savage의 방법을 프로그래밍한 것으로서, 적용한 최적화 방법이 미흡하고, 각종 영향인자(안전계수, 물림률, 간섭등)도 충분히

\*정회원, 한양대학교 공과대학 기계설계학과

\*\*대우자동차

고려되지 않았기 때문에 실제 설계에 이용하기는 곤란하다. 따라서 본 연구에서는 동력전달용 인벌류우트 원통치차(스퍼어 및 헬리컬 기어)의 강도 및 각종 영향인자를 충분히 고려하면서 크기를 최소로 하는 치차장치의 설계법을 개발하고, 이 설계법을 기본으로 하여 퍼스널 컴퓨터 상에서 누구나 손쉽게 설계에 이용할 수 있는 설계 시스템을 개발하여 그 평가를 수행한다.

## 2. 설계를 위한 기본식의 계산

본 연구의 치차 강도계산에는 굽힘강도 및 면압강도<sup>(6)</sup>, 스크링 강도<sup>(6)</sup>를 고려하고, 강도계산에 영향을 미치는 제요인, 즉 각종 안전계수(속도, 수명, 하중분포, 신뢰성, 경도비계수 등), 물림률, 피니언의 간섭<sup>(3)</sup>등을 고려한다. 치차의 굽힘강도와 면압강도는 신뢰성이 높고 전세계적으로 가장 널리 사용되며, 강도평가를 위한 각종 안전계수나 그 평가방법이 가장 잘 정비되어 있는 AGMA규격을 이용하였다. 또한 스크링 강도는 가장 실용적이며 널리 이용되는 Dudley의 섬광온도식을 이용하였다.

### 2.1 공칭 굽힘강도( $S_t$ )

치차의 굽힘강도는 AGMA 218.01<sup>(6)</sup>을 사용하여, 작용하중의 반경방향 성분에 의한 이뿌리의 압축응력, 하중선의 경사각에 의한 이(tooth)에서의 불균일한 모멘트분포, 이뿌리 필렛(root fillet)에서의 응력집중과 하중을 전달할 때 물리고 있는 이(tooth)와 근접치 사이의 하중분담 등을 고려한다. 강도계산을 위한 하중점의 선택은 정밀하지 않은 치차는 이끝으로 하고, 정밀한 치차는 한쌍 이물림의 최고위점(highest point of single tooth contact)으로 한다. 공칭 굽힘강도 계산식은 다음과 같다.

$$S_t = \frac{W_t K_a}{K_v} \frac{1.0}{F \cdot m} \frac{K_s K_m}{J} \quad (1)$$

여기에서 각 기호는 각각  $W_t$ : 접선하중,  $F$ : 치폭,  $m$ : 모듈이며, 각 계수는 굽힘강도에 대하여,  $K_a$ : 사용계수,  $K_s$ : 치수효과계수,  $K_m$ : 하중분포계수,  $K_v$ : 동하중계수,  $J$ : 형상(기하)계수를 나타낸다.

### 2.2 공칭 면압강도( $S_c$ )

치차의 면압강도는 AGMA 218.01을 이용하며,

Hertz의 접촉응력식에 기초를 두고서, 물리고 있는 근접치와의 하중분담의 효과를 고려하여 수정한 식(2)를 사용한다. 헬리컬 치차의 면압강도에 대하여는, 치폭을 축방향 피치로 나눈 치폭 물림률(face contact ratio)이 1.0보다 큰 경우는 작용피치점에서 계산하고 1.0보다 작은 경우는 한쌍 이물림의 최하위점(lowest point of single tooth contact)에서 계산한다.

$$S_c = C_p \frac{W_t C_a}{C_v} \frac{C_s}{d \cdot F} \frac{C_m C_f}{I} \quad (2)$$

여기에서,  $d$ 는 피니언의 피치원 직경이고, 각 계수는 피팅에 대하여 각각,  $C_p$ : 탄성 정수계수,  $C_a$ : 사용계수,  $C_s$ : 치수 효과계수,  $C_m$ : 하중분담계수,  $C_f$ : 표면 상태계수,  $C_v$ : 동하중계수,  $I$ : 형상(기하)계수를 나타낸다.

### 2.3 섬광온도( $T_f$ )

스크링 강도의 판정으로서의 스크링이 발생할 위험도를 평가하기 위해 사용되는 섬광온도(flash temperature)를 Dudley<sup>(6)</sup>에 의해 제안된 값을 사용하였으며, 적절한 치형수정을 한 경우는 한쌍 이물림의 최고위점과 최하위점에서 계산하고, 치형수정을 하지 않은 경우는 이물림의 시작점(gear tip)과 끝점(pinion tip)에서 계산한다. 섬광온도의 계산식은

$$T_f = T_b + Z_t \cdot Z_s \cdot Z_{cs} \quad (3)$$

이며, 여기에서,  $T_b$ : 치차 본체온도,  $Z_t$ : 기하학적 상수,  $Z_s$ : 표면 다듬질계수,  $Z_{cs}$ : 스크링 판정수이다.

### 2.4 피니언의 간섭과 물림률

피니언의 간섭을 방지하기 위한 구동치차의 최소 잇수( $Z_{pmin}$ )는 Savage가 제안한 방법<sup>(9)</sup>에 따라, 치차구동이 감속일 경우에는

$$Z_{pmin} \geq \left\lceil \frac{2/m_c}{1 - \{\cos^2 \phi_t + (1/m_c + 1)^2 \sin^2 \phi_t\}^{1/2}} \right\rceil \quad (4)$$

증속일 경우에는

$$Z_{pmin} \geq \left\lceil \frac{2m_c}{\{(1+m_c)^2 \sin^2 \phi_t + \cos^2 \phi_t\}^{1/2} - 1} \right\rceil \quad (5)$$

의 식을 이용하여 구한다.

축직각 단면에서의 물림률( $m_p$ )은 Savage의 방법에 따라

$$m_p = \frac{N_p}{2\pi \cos \phi_t} \left[ \left\{ (1 + 2/N_p)^2 - \cos^2 \phi_t \right\}^{1/2} - \left\{ (m_c + 2/N_p)^2 - m_c^2 \cos^2 \phi_t \right\}^{1/2} - (1 + m_c) \sin \phi_t \right] \quad (6)$$

로 구하고, 치폭 물림률( $m_f$ )은

$$m_f = \frac{F}{\pi m_n / \sin \psi_s} \quad (7)$$

로 구한다. 여기에서  $N_p$ : 피니언의 잇수,  $m_c$ : 속도비( $m_c \geq 1.0$ ),  $\phi_t$ : 축직각 공구압력각,  $m_n$ : 치직각 모듈,  $\psi_s$ : 헬리컬각을 각각 나타낸다.

## 2.5 형상계수(Geometry Factor)

### (1) 굽힘강도의 형상계수( $J$ )

굽힘강도의 형상계수는 이뿌리 필렛부의 응력집중, 위험하중의 위치, 헬리컬 기어의 접촉선 사이의 하중분담을 평가하고, 이(tooth)에서의 굽힘하중과 압축하중을 고려하여 식 (8)로 구한다.

$$J = \frac{Y C_\Psi}{K_f m_N} \quad (8)$$

여기에서,  $Y$ : 치형계수,  $K_f$ : 응력수정계수,  $C_\Psi$ : 헬리컬 중첩계수,  $m_N$ : 하중 분담율이다. 치형계수는 실제 이의 크기에 무관하므로 단위 모듈에 대하여 계산한다. 치형계수의 계산시, 위험단면의 위치는 Lewis의 내접 포물선과 공구의 날끝이 만드는 포락선과의 접점으로 구한다. 일반적으로 이 접점은 상당 창성치차의 필렛부에 존재하지만, 수치해석적으로 구할 때는 Lewis의 내접 포물선이 치형 외부의 가상점에서 이 포락선과 접할 때 수렴하는 경우가 발생하거나, 절삭공구의 날끝반경 중심이 상당 창성피치원에 접하여 수치해석적으로 위험단면에 대한 방정식을 만들 수 없는 경우가 발생한다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 Lopez가 제안한 방법<sup>(7)</sup> 즉, 수치해석적인 반복법으로 Lewis의 내접포물선과 트로코이드포락선의 접점의 위치를 계산하는 방법이 실제계산을 위해서 매우 유용하다고 판단되어 본 연구의 계산에 도입하였다.

### (2) 면압강도의 형상계수( $I$ )

면압강도의 형상계수는 압력각, 헬리컬각, 속도비에 의하여 물리고 있는. 치면부분의 곡률반경을 평가하고, 치형수정과 하중분담을 고려한다. 면압강도의 형상계수는 식 (9)로 구한다.

$$I = \frac{C_c C_x C_\Psi^2}{m_n} \quad (9)$$

여기에서,  $C_c$ : 피치점에서의 곡률계수,  $C_x$ : 접촉높이계수이다.

## 3. 치차장치 소형화를 위한 최적설계

### 3.1 최적화를 위한 기본식의 구성

본 연구에서는 이러한 복잡한 구속조건이 있는 최적화 문제를 풀기 위해 ALM방법(Augmented-Lagrange-Multiplier method)<sup>(8)</sup>을 사용하여 구속조건이 없는 최적화문제로 변환하며 self scaling하는 BFGS방법(Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno method)<sup>(8,9,10)</sup>을 적용한다.

정의한 목적함수  $Q$ 는 치차장치의 피치원통의 체적의 합으로 한다. 즉,

$$Q = \frac{\pi (d^2 + D^2) F}{4} \quad (10)$$

이며, 여기에서,  $d$ ,  $D$ 는 피니언, 기어의 피치원 직경이다. 목적함수  $Q$ 의 최적값을 구하기 위해 공칭 굽힘강도, 공칭 면압강도, 섀광온도 등 치차강도에 대한 구속조건을 도입한다. 또한 치차의 기하학적 형상에 대한 구속조건으로 피니언의 피치원 직경에 대한 치폭의 크기, 피니언의 피치원 크기, 기어의 최대 잇수, 피니언의 최소 잇수, 비틀림각, 치직각 모듈 등을 제한하고, 치차의 물림성능에 대한 구속조건으로서 축직각 물림률, 치폭 물림률, 피치원주 접선속도 등을 제한한다. 즉,

$$S_t \leq \frac{K_L}{K_T K_R} S_{at} \quad (11)$$

$$S_c \leq \frac{C_L C_H}{C_T C_R} S_{ac} \quad (12)$$

$$0.1 \leq T_{f,low} \leq T_{max} \quad (13)$$

$$0.1 \leq T_{f,up} \leq T_{max} \quad (14)$$

$$\text{Aspect } L \leq F/d \leq \text{Aspect } U \quad (15)$$

$$d \leq 500.0 \quad (16)$$

$$N_c \leq 495 \quad (17)$$

$$N_p \geq Z_{pmin} \quad (18)$$

$$7.0 \leq \psi_s \leq 35.0 \quad (19)$$

$$0.5 \leq m_n \leq 50.0 \quad (20)$$

$$m_p \geq 1.4 \quad (21)$$

$$m_f \geq H_{cr} \quad (22)$$

$$V_t \leq V_{tmax} \quad (23)$$

이며, 여기에서  $S_{at}$ ,  $S_{ac}$ 는 굽힘과 면압에 대한 허용강도,  $K_L$ ,  $C_L$ 은 수명계수,  $K_T$ ,  $C_T$ 은 온도계수,  $K_R$ ,  $C_R$ 은 신뢰도계수이며  $C_H$ 는 피팅에 대한 경도비계수이다. 또한  $T_{f,low}$ 는 한쌍 이물림의 최하위점 또는 기어 이끝에서의 섀광온도,  $T_{f,up}$ 는

한쌍 이물림의 최고위점 또는 피니언 이끝에서의 선풍온도,  $T_{max}$ 는 사용 윤활제의 허용선풍온도이며 Aspect  $L$ 과 Aspect  $U$ 는 Aspect ratio( $F/d$ )의 최소·최대 한계값이다.

$N_G$ 는 기어의 잇수,  $\Psi_s$ 는 헬리컬각,  $m_n$ 은 치직각 모듈,  $V_t$ 는 피치원주접선속도,  $V_{tmax}$ 는 피치원주 접선속도의 최대 허용속도이며  $H_{cr}$ 은 헬리컬기어의 치폭의 크기를 치폭 물림률의 향으로 표현하여 치폭을 제한하기 위한 변수이다.

식 (10)~(23)에서 피니언과 기어의 피치원 직경을 치차의 속도비  $m_c (= N_G/N_P)$ 를 이용하여 식을 변환하고 치직각 모듈로 표시한 후 수치계산의 편리를 위해 구속조건을 변환하면 최적화를 위한 수식은 식 (24)~(44)와 같다.

$$\text{Minimize } Q = \frac{\pi(1+m_G^2)}{4} \left( \frac{N_P m_n}{\cos \Psi_s} \right)^2 F (10^{-3}) \quad (\text{cm}^3) \quad (24)$$

$$\text{Subject to } G_i \leq 0.0, i=1, \dots, 19 \quad (25)$$

$$G_1 = \frac{S_i}{S_{at}} \frac{K_T K_R}{K_L} - 1.0 : \text{굽힘강도} \quad (26)$$

$$G_2 = \frac{S_c}{S_{ac}} \frac{C_T C_R}{C_L C_H} - 1.0 : \text{면압강도} \quad (27)$$

$$G_3 = \frac{T_{fLOW}}{T_{max}} - 1.0 : \text{스코링 강도} \quad (28)$$

$$G_4 = 0.1 - T_{fLOW} : \text{스코링 강도} \quad (29)$$

$$G_5 = \frac{T_{fUP}}{T_{max}} - 1.0 : \text{스코링 강도} \quad (30)$$

$$G_6 = 0.1 - T_{fUP} : \text{스코링 강도} \quad (31)$$

$$G_7 = \frac{(\text{Aspect } L) N_P m_n}{F \cos \Psi_s} - 1.0 : \text{aspect ratio} \quad (32)$$

$$G_8 = \frac{F \cos \Psi_s}{N_P m_n (\text{Aspect } U)} - 1.0 : \text{aspect ratio} \quad (33)$$

$$G_9 = \frac{N_P m_n}{500 \cos \Psi_s} - 1.0 : \text{피니언 직경 및 헬리컬 치차에 대한 크기 제한} \quad (34)$$

$$G_{10} = \frac{m_n N_P}{495} - 1.0 : \text{기어의 잇수 및 직경에 대한 크기제한} \quad (35)$$

$$G_{11} = \frac{Z_{pmin}}{\max(N_P, 1 \times 10^{-3})} - 1.0 : \text{피니언 간섭} \quad (36)$$

$$G_{12} = \frac{7.0}{\max(\Psi_s, 1 \times 10^{-3})} - 1.0 : \text{헬리컬각} \quad (37)$$

$$G_{13} = \frac{\Psi_s}{35.0} - 1.0 : \text{헬리컬각} \quad (38)$$

$$G_{14} = \frac{0.5}{\max(m_n, 1 \times 10^{-3})} - 1.0 : \text{모듈} \quad (39)$$

$$G_{15} = \frac{m_n}{50} - 1.0 : \text{모듈} \quad (40)$$

$$G_{16} = \frac{1.4 P_b}{Z} - 1.0 : \text{축직각 물림률} \quad (41)$$

$$G_{17} = \frac{H_{cr} P_x}{\max(F, 1 \times 10^{-3})} - 1.0 : \text{치폭 물림률} \quad (42)$$

$$G_{18} = \frac{V_t}{V_{tmax}} - 1.0 : \text{피치원주 접선속도} \quad (43)$$

$$G_{19} = \frac{5}{\max(V_t, 1 \times 10^{-3})} - 1.0 : \text{피치원주 접선속도} \quad (44)$$

위 식에서  $P_b$ 는 기초원 피치,  $Z$ 는 축직각 평면에서 작용선의 길이를 나타내며 식 (19), (22), (37), (38) 및 식 (42)는 스퍼어 기어에 대해서는 필요없는 구속조건식이다.

### 3.2 최적화의 수치계산

ALM방법을 사용하여 구속조건이 있는 원래의 문제를 페널티(penalty)계수와 Lagrange Multiplier를 도입하여, 원래의 목적함수  $Q$ 와 구속조건식  $G_i$ 를 포함한 다음과 같은 구속조건이 없는 가함수(Pseudo Function)  $A$ 로 변환한다.

$$A(\underline{X}, \underline{\mu}_i, r_K) = Q(\underline{X}) + \sum_{i=1}^{i=19} (r_K \Psi_i^2 + \mu_i \Psi_i) \quad (45)$$

여기에서  $\underline{X}$  : 설계변수 벡터  
 $\underline{\mu}_i$  : Lagrange multiplier 벡터  
 $r_K$  : 페널티 파라미터

$$\Psi_i = \max\left(G_i, -\frac{\mu_i}{2r_K}\right)$$

이다. ALM은 식 (45)의  $r_K$ 와  $\mu_i$ 를 개선해 가면서 반복적으로 최적해를 구한다.  $r_K$ 는 ALM의 반복횟수  $K$ 가 커짐에 따라 점점 증가하게 되고,  $\mu_i$ 는 Kuhn-Tucker<sup>(8)</sup>조건이 만족되도록 개선된다.

이 구속조건이 없는 가함수  $A$ 를 최소화하기 위해서 BFGS방법<sup>(9,10)</sup>을 사용한다. BFGS방법에서 목적함수의 감소방향의 step길이를 구하기 위한 line search를 위해 modified quadratic fit방법을 이용하였고, 이 modified quadratic fit를 위한 초기점을 구하기 위해서 sequential search를 사용했다. Sequential search의 초기점은 항상 0.0으로 두었고, 초기의 step길이는 설계변수들의 설계범위중에서 최소값의 1/9을 택했다. BFGS의 목적함수

A가 설계변수(피니언의 잇수, 치직각 모듈, 치폭, 헬리컬각)에 대해서 미분이 불가능하므로, central difference 근사식을 사용해서 구배를 구했다. 즉,

$$[\nabla A]^T = \left[ \frac{\partial A}{\partial X_1}, \frac{\partial A}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial A}{\partial X_n} \right]$$

$$= \left[ \frac{\Delta A}{2\Delta X_1}, \frac{\Delta A}{2\Delta X_2}, \dots, \frac{\Delta A}{2\Delta X_n} \right]$$

(46)

이며, 여기에서  $\Delta X_i$ 는  $5.0 \times 10^{-6}$ 으로 하였다.

이상과 같이 구성된 수식을 이용하여 최적화 계산을 수행하면 치차의 최적한 설계 변수값들이 실수값을 갖는데 실제 치차의 설계·제작을 위해서는 모듈, 잇수 등의 값이 규정된 값 및 정수가 되어야 하므로, 최적화 계산을 끝낸 최적값에 가장 가까우면서 모든 구속조건을 만족하는 범위내에서 모듈은 규격(KS)에서 구하고, 잇수는 정수값으로 바꾸며 치폭 및 헬리컬각은 가능한 한 정수값으로 치환한다.

#### 4. 치차장치 설계 시스템 구성

이상의 강도 계산식 및 제요인을 고려하여 체적을 최적화시킨 치차장치 설계법에 관한 시스템의 운용 및 흐름도와 그 구조는 각각 Fig. 1, Fig. 2와 같다. 본 설계시스템은 Fig. 1에서처럼 설계자료를 모니터에서 대화 화면을 통해서 선택할 수 있도록 구성되어 있으며 필요에 따라 도움말(help)기능을 부여한다.

Fig. 1은 설계시스템의 간략한 흐름도로서, I에서는 치차장치의 각종 설계제원을 입력하고 II에서는 치차장치의 최적화 설계 및 실제 설계 데이터의 출력을 행한다.

설계제원을 입력하는 I의 과정에서 설계자료 입력부분은 치절삭공구의 형상자료 입력, 설계자료(속도비, 구동 회전속도, 동력 등)의 입력을 행하며, 치차장치의 종류(스퍼어 및 헬리컬)를 선택한다. 이 입력과정은 모니터에 출력되고 각 단계마다 모니터상에서 시스템과 문답식 대화를 통해 입력자료의 가부를 판단하여 재입력 및 수정이 가능하도록 한다. 또한 치차장치의 재질은 데이터 파일에서 선택하며, 안전계수를 선택하기 위해 신뢰성, 최대접선속도, 치차장치의 적용상태, 하중 사이클수 등을 선택하거나 입력한다. 스코링의 고려여부를 결정하여 스코링을 고려할 때에는 사용 윤회제, 표면 다듬질의 정밀도, 치차장치의 사용용도 등을 선택

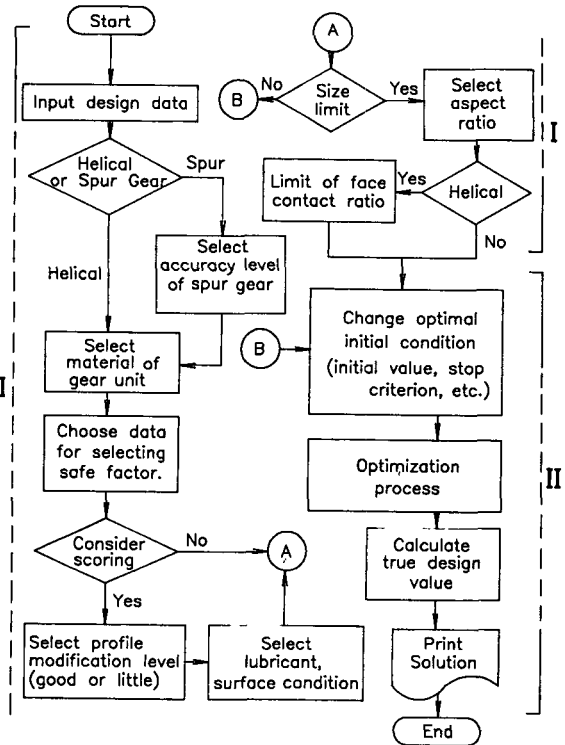


Fig. 1 Simple flow chart of design system for involute cylindrical gears

한다. 치차장치가 헬리컬 기어일 경우 치폭, 물림률의 크기를 제한하는 입력을 끝으로 치차장치의 각종 설계제원의 입력을 완료한다.

최적화 설계를 행하는 II의 과정에서는 모니터 출력상태에서 시스템에서 제공하는 최적화 입력자료(설계변수의 초기값, stop조건 등)를 변경할 것인가의 여부 및 수정을 대화 화면을 통해 행한 후 최적설계 계산을 행하게 되는데, 여기에서 각종 강도계산과 간섭, 물림률 등의 치차장치 성능인자를 계산하고 최적설계 제한조건들을 평가한다. 최적화 계산을 행한 후 실제의 설계제원을 도출하기 위해 최적화 결과를 토대로, 최적변수값의 상하 정수값 혹은 규격값을 취한 후 각종 제한조건을 만족하는 가능한 모든 경우의 변수값을 결정하여, 결정된 설계값의 경우중 목적함수값이 가장 작은 경우의 변수값을 실제설계값으로 택한다. 변수값의 정수화과정중 모든 변수값이 Discrete한 값으로 될 수 없는 경우가 있을 수 있으므로 본 연구에서는 변수정수화의 우선순위를 잇수, 모듈, 헬리컬각, 치폭의 순서로 두었으며, 이러한 모든 알고리즘이 본 설계시

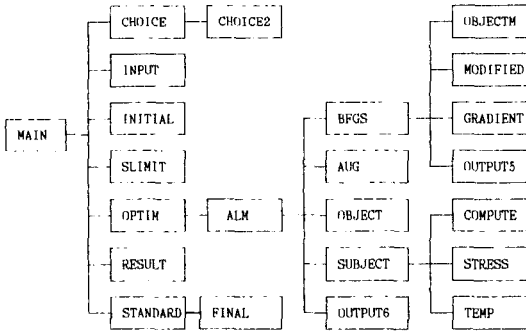


Fig. 2 Structure of design system for involute cylindrical gears

스텝에서 일관적으로 수행할 수 있도록 하였다.

Fig. 2는 Fig. 1의 흐름도에 의한 설계시스템의 구조를 나타낸 것으로 CHOICE~SLIMIT의 부분이 Fig. 1의 I에 해당하며 그 나머지가 Fig. 1의 II에 해당한다. Fig. 2의 CHOICE는 치차의 재질, 신뢰성계수, 치차장치의 최대 허용 접선속도, 수명계수의 선택을 위한 하중 사이클수, 치차장치의 적용상태 등을 데이터 파일에서 선택하거나 설계자의 직접적인 입력을 요한다. CHOICE2에서는 스키닝강도의 고려여부와 크기의 제한 등에 대해서 설계자의 선택을 요한다. INPUT에서는 설계할 치차 형태와, 스퍼어 기어의 경우는 하중점의 선택을 위한 치차의 정밀도의 선택을 요하고, 치차를 절삭할 기준래의 형상과 설계를 위한 입력을 요한다. INITIAL에서는 최적화를 위한 설계변수의 초기점을 정하고, OPTIM에서는 최적화를 행하며, RESULT에서는 출력을 프린트하고, STANDARD와 FINAL은 최적화에서 계산된 값을 실제 사용에 적합하도록 KS규격 등을 이용하여 설계변수값으로 바꾼다. OBJECT는 목적함수  $Q$ 를 계산하고, OBJECTM은 가함수  $A$ 를 계산한다. SUBJECT는 구속조건 ( $G_i$ )를 계산한다. COMPUTE는 계산의 편리와 계산시간을 절약하기 위해서 강도계산에서 중복되는 모든 변수들의 값을 계산한다. STRESS는 강도계산을 하고, TEMP는 선풍온도를 계산한다.

### 5. 치차장치 설계시스템의 평가 및 검토

이상의 연구에서 제안한 설계법을 다음과 같이 설계에 적용하고 평가한다. 편의상 동일한 입력자

료와 선택자료를 이용하여, 스퍼어 기어와 헬리컬 기어의 계산결과를 비교 평가한다.

#### 5.1 설계계산을 위한 기본자료

Table 1~Table 4는 본 설계시스템의 평가를 위한 실행시의 입력 데이터로서, Table 1은 절삭공구 자료(단위 모듈 기준), Table 2는 설계입력 자료, Table 3은 각종 안전계수 계산을 위한 선택자료, Table 4는 선택재질을 나타낸 것이다.

치차장치 설계에 필요한 대부분의 데이터는 Table 1~Table 4에 수록된 종류의 데이터로서 대부분 충족된다.

Table 1 Data for generating basic rack (unit module)

Standard addendum of basic rack	1.25
Standard dedendum of basic rack	1.00
Edge radius of basic rack	0.375
Pressure angle	(deg.) 20.0
Protuberance of basic rack	(mm) 0.0

Table 2 Input data for gear design

Gear ratio	6.0
Revolution of driver	(rpm) 6000
Input power	(PS) 75

Table 3 Data for calculating safety coefficients

Requirement of application	Fewer than one failure in 100
Load cycle for life factor	$1.0 \times 10^7$
Pitch line velocity limit	65.0 m/s
Gear operating state	Commercial enclosed gear units
Lubricant	Mil-0-6081 (65°C)
Required surface condition	Fine finish
Type to use	Turbine Gears(15°C)

Table 4 Gear materials

	Pinion	Gear
Material	SM 50C	SM45C
Allowable contact stress (MPa)	652.73	621.16
Allowable bending stress (MPa)	193.69	183.54

Table 5 Accurate spur gear

	Calculated values	Design values
Pinion diameter(mm) * 1	69.57121	75.0
Gear diameter (mm) * 1	417.42728	450.0
Number of pinion teeth	30.54902	30
Number of gear teeth	183.29411	180
Net face width(mm)	21.91439	30.0
Module(mm)	2.27736	2.5
Contact stress(MPa)	652.73935	616.03113
Bending stress(MPa)	112.87345	99.65376
Contact ratio	1.78280	1.77917
Tangential velocity (m/s)	21.90015	23.60907
L.C.P. flash temp.	7.74629	7.61388
H.C.P. flash temp.	16.88803	16.92242
Minimum volume(cm <sup>3</sup> ) × 10 <sup>3</sup>	4.0669	4.5769

5.2 계산결과 및 출력 예

Table 5는 정밀한 스퍼어 기어, Table 6은 헬리컬 기어에 대한 설계계산 결과를 나타낸다. Fig. 3은 이들을 자동도면화 시킨 것이다. Table 5, Table 6에서 최적화 루틴을 수행한 직후의 계산결과는, 각 치차의 잇수가 실수이며 모듈이 실제 치절삭공구에 사용되고 있지 않는 수치일 뿐 아니라 치폭의 크기도 실제 가공을 하기에는 부적합한 이론적인 수치들이다. 따라서 이들을 실제 제작이 용이하도록 변환한다. 스퍼어 기어의 모듈과 헬리컬 기어의 치각각 모듈은 이두께에 주된 영향을 미쳐 치차의 굽힘강도를 좌우하므로 KS규격에서 계산치보다 큰 값으로 설계되며, 치폭은 치차의 물림성능(하중분포, 미스 얼라인먼트, 동하중 등)에 영향을 미치므로 계산치보다 큰 정수값으로 설계된다. 각

L.C.P. and H.C.P are lowest and highest points of single tooth contact

\* 1 : Pitch diameters

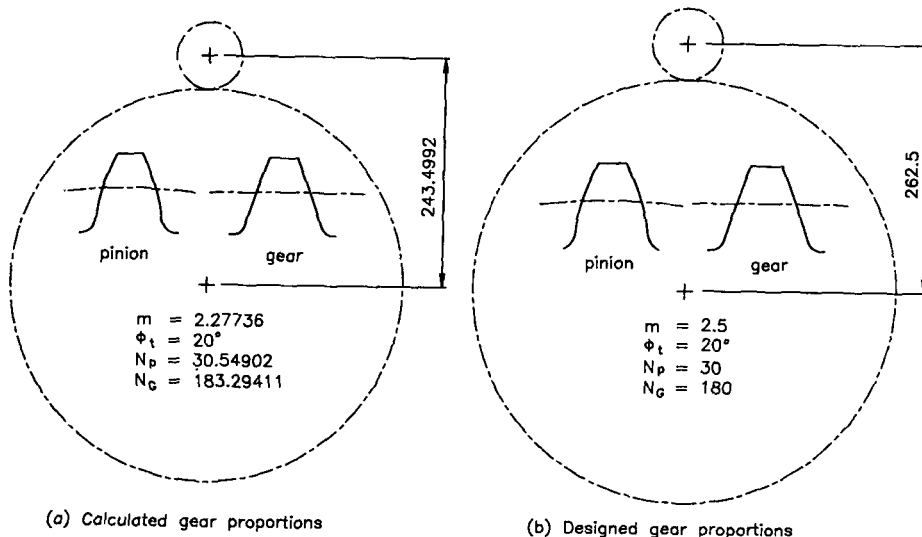


Fig. 3 Shape of tooth and gear proportions

Table 6 Helical gear

	Calculated values	Design values
Pinion diameter (mm) * 1	47.00743	47.13370
Gear diameter (mm) * 1	282.04456	282.82651
Number of pinion teeth	28.85080	28
Number of gear teeth	173.10478	168
Net face width (mm)	30.19152	31.0
Normal metric module (mm)	1.44100	1.50
Contact stress (MPa)	652.73964	646.14465
Bending stress (MPa)	154.12292	145.92204
Transverse contact ratio	1.65220	1.65551
Face contact ratio	3.11250	2.98653
Helix angle (degree)	27.82035	27.0
Tangential velocity (m/s)	14.79753	14.83836
L.C.P. flash temp.	4.11603	3.92020
H.C.P. flash temp.	20.59094	20.51907
Minimum volume (cm <sup>3</sup> )	1.9387 × 10 <sup>3</sup>	2.0017 × 10 <sup>3</sup>

L.C.P. and H.C.P are lowest and highest points of single tooth contact

\* 1 : Pitch diameters on the plane of rotation

치차의 잇수는 강도가 약한 피니언의 잇수를 계산치에 가장 가까운 정수로 변환한 후, 요구하는 속도비를 얻을 수 있도록 계산치에 가까운 기어의 잇수가 선택된다. Fig. 3에서 알 수 있듯이 최적화 계산치 (Fig. 3(a))와 이를 변환한 실제 설계치 (Fig. 3(b))와의 사이에는 이(tooth)의 크기가 약간 커지고 따라서 치차의 크기도 약간 커진 점 등의 차이가 있음을 알 수 있다.

또한 이상의 계산결과에서 보면 동일한 조건에서 헬리컬 기어가 스피어 기어보다 크기가 작음을 알 수 있다. 검토대상이 된 치차설계계산은 IBM PC 호환기종에서 만족할만한 단시간내에 수행되었다.

## 6. 결 론

본 연구에서 제안한 동력전달용 인벌류우트 원통 치차장치의 설계에 비선형 최적화 알고리즘을 적용하여 개발한 치차설계 시스템은 다음과 같은 특징이 있다.

(1) 설계자는 간단한 문답식 대화 화면을 통하여 설계에 필요한 자료를 설계자료 데이터 파일로부터 쉽게 선택할 수 있고 필요에 따라서 최적화에 사용되는 구속조건을 변경할 수 있다.

(2) 비선형 최적화 알고리즘을 이용하여 치차장치 설계에 필요한 최소의 자료(구동동력(PS or kW), 구동회전속도, 속도비)로 치차장치의 크기를 최소로 하는 설계변수(모듈, 잇수, 치폭, 헬리컬각 등)를 계산할 수 있다.

(3) 최적화 과정에서 계산된 값은 실수형 값이므로, 실제 설계변수로서는 적합하지 않기 때문에, 최적값에 가장 가까우면서 구속조건을 벗어나지 않는 범위의 모듈을 KS규격에서 선택하고, 잇수는 정수값으로 하고, 치폭, 헬리컬각 등은 가능하면 정수값으로 정해지도록 하는 알고리즘을 개발하여 사용한다.

(4) 퍼스널 컴퓨터(IBM PC호환기종)에서 이용이 가능하며, 사용언어는 FORTRAN 77이다.

## 후 기

본 연구는 1988년도 문교부 지원 한국학술진흥재단의 자유공모과제 학술연구 조성비에 의하여 이루어진 것이다. 연구지원에 심심한 사의를 표한다.

## 참 고 문 헌

- (1) Cockerham, G., Waite, D., 1975, "Computer-Aided Design of Spur or Helical Gear Train", Computer Aided Design.
- (2) Lee, T.W., 1977, "Weight Minimization of Speed Reducer", ASME 77-Det-163.
- (3) Savage, M., Coy, J.J., Townsend, D.P., 1982, "Optimal Tooth Numbers for Compact Standard Spur Gear Sets", Trans. ASME, Journal of Mechanical Design, Vol. 104, No. 3, pp.749-758.
- (4) Carroll, R.K., Johnson, G.E., 1984, "Optimal Design of Compact Spur Gear Sets", Trans. ASME, Journal



- of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol. 106, pp. 95~101.
- (5) American Gear Manufacturers Association, 1982, AGMA Standard for Rating the Pitting Resistance and Bending Strength of Spur and Helical Involute Gear Teeth, AGMA 218. 01.
- (6) Dudley, D.W., 1984, Handbook of Practical Gear Design, McGraw-Hill, Chap 3. 31.
- (7) Lopez, M.A., Whewey, R.T., 1986, "A Method for Determining the AGMA Tooth Form Factor from Equations for the Generated Tooth Root Fillet", Trans. ASME, Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol.108, pp.270~279.
- (8) Vanderplaate, G.N., 1984, Numerical Optimization Techniques for Engineering Design, McGraw-Hill.
- (9) Lunberger, D.G., 1984, Linear and Nonlinear Programming, Addison-Wesley.
- (10) Bazarara, M.S., 1979, Nonlinear Programming, John Wiley & Sons.