

〈論 文〉

캠-밸브 기구에서 접촉력 최소화를 위한 캠과 종동자 형상 최적 합성

김성훈* · 전혁수** · 박윤식**

(1990년 2월 8일 접수)

Optimum Shape Synthesis of Cam and Follower in Cam-Valve System to Minimize Contact Force

Sung-Hoon Kim, Hyuck-Soo Jeon and Youn-Sik Park

Key Words : Variable Rocker-Arm Ratio(로커-암 비 변화), Parametric Study(변수 변화법), Radius of Curvature(곡률 반경), Contact Force(접촉력)

Abstract

In this work, an optimum shape synthesis for rolling contact components was done to minimize contact forces considering dynamic characteristics of the system. Even this method was applied to an OHC type cam follower system, it can be expanded to general rolling contact shape design problems which are strictly forced to follow predetermined motion. First, the follower optimum angular motion was derived to minimize the valve peak acceleration while satisfying all the constraints of valve motion. Then the cam and follower contact shape were synthesized to give the proposed follower motion. Theoretically, two components shape to generate a predetermined motion can not be uniquely determined. So the cam shape was synthesized with parametric synthesis method to minimize the peak contact force between cam and follower when the follower shape is assumed as a circle or an ellipse.

기 호 설 명

<p>A : 캠 축에서 종동자 선회축까지의 X축 길이(mm)</p> <p>A_i : 종동자 각변위 다항식 곡선중 열리는 구간 계수</p> <p>B : 캠 축에서 종동자 선회축까지의 Y축 길이(mm)</p> <p>B_i : 종동자 각변위 다항식 곡선중 닫히는 구간 계수</p> <p>C : 캠 축에서 종동자 선회축까지의 길이(mm)</p> <p>C_{seat} : 밸브 시트의 등가 감쇠계수(N-s/m)</p>	<p>$C_{sp1,2,3}$: 밸브 스프링의 등가 감쇠계수(N-s/m)</p> <p>D : 종동자 원의 반지름(mm)</p> <p>EA, EB : 타원의 장, 단 반경(mm)</p> <p>F_0 : 밸브 스프링의 초기 장착력(N)</p> <p>F_c : 캠과 종동자 사이의 접촉력(N)</p> <p>F_t : 태핏과 종동자 사이의 접촉력(N)</p> <p>F_b : 밸브와 종동자 사이의 접촉력(N)</p> <p>I_f, I_0 : 종동자의 관성 모우멘트(kg-m²)</p> <p>K_{seat} : 밸브 시트의 등가 강성계수(N/m)</p> <p>K_{vf} : 밸브와 종동자 사이 접촉점의 등가 강성계수, (N/m)</p> <p>$K_{sp1,2,3}$: 밸브 스프링의 등가 강성계수(N/m)</p> <p>L_f : 종동자 유효 전체 길이(mm)</p>
--	---

*한국과학기술원기계공학과
**정회원, 한국과학기술원 기계공학과

- l_f : 종동자 선회축으로 부터 곡면 원점까지의 길이(mm)
- m_f : 종동자 질량(kg)
- m_v : 밸브 질량(kg)
- $m_{sp1,2,3}$: 밸브 스프링의 등가 질량, (kg)
- y_f : 종동자 무게 중심점의 변위(mm)
- y_v : 밸브 변위(mm)
- $y_{sp1,sp2}$: 밸브 스프링의 변위(mm)
- $y_{t,f}$: 밸브와 접촉하는 점의 종동자 변위(mm)
- α, α_f : 종동자 각변위(deg)
- β : 위치 벡터 \underline{Q} 의 각도(deg)
- γ : 위치 벡터 \underline{R}_f 와 \underline{Q} 사이의 각도(deg)
- δ : 좌표계 x', y' 와 x, y 사이의 각도(deg)
- θ : 캠 회전 각도(deg)
- ϕ : 종동자 각변위(deg)
- ψ : Y축으로부터 초기 종동자 곡면 원점까지의 각도(deg)

1. 서 론

캠(cam)은 정확한 운동, 경로 혹은 함수 등을 만들어 내는 유용한 기구로서, 간단한 구조, 운동의 자유로운 선택, 높은 신뢰도 등으로 인하여 광범위하게 사용되어져 왔다. 캠 기구로부터 원하는 운동이 정해지면 먼저 그 운동에 적합한 캠 기구를 선정하고, 선정된 기구에 여러가지 기구학적 조건을 적용함으로써 캠 기구를 합성(synthesis)하게 된다.

캠 기구에서 캠은 종동자의 운동에 따라 Dwell-Rise-Dwell(D-R-D), Dwell-Rise-Return-Dwell(D-R-R-D), Rise-Return-Rise(R-R-R) 캠 등으로, 그 형상에 의해 radial, cylindrical, spherical, 캠 등으로 나누어지고, 종동자는 접촉 방법에 의해 knife-edge, rollor, flat-faced 접촉형으로, 종동자의 운동 방법에 의해 병진(translation), 선회(oscillation)형 종동자로 그리고 종동자 운동 중심선과 캠축의 일치 여부에 따라 일반적으로 구분되어진다^(1,2).

캠 기구의 형태가 선정되면 미리 정해진 종동자에 대해 구름 조건(no slip condition)^(3,4), 캠 크기⁽⁵⁾, 입력축 속도 변화⁽⁶⁾, 캠 기구 각 요소의 크기 및 재질, 캠 곡선의 종류 혹은 기구내 각 요소사이의 접촉 응력의 크기 등을 고려하여 캠 기구를 합성하여 왔다. 특히 작동 속도가 높은 캠 기구의 설계에서는 종동자계의 동적 특성까지 고려하여 캠 기구

를 합성하여 왔다^(7,8). 즉 지금까지의 연구들은 캠 형상 곡선 합성 및 캠 크기 등과 같이 주로 캠 설계에만 관심을 두어 왔다.

본 연구에서는 선회 종동자(oscillating follower)를 사용하는 캠 기구(대표적인 기구중 하나인 자동차용 OHC 형 캠-밸브 기구)에 대해서 동역학적 특성을 고려하여 종동자 형상과 캠 형상을 동시에 합성하고자 한다.

선회 로울러 종동자를 사용하는 OHC형 캠-밸브 기구는 로커-암 비가 접촉점에 따라 변하고, 종동자의 굽힘력이 크게 작용되는 잼(jam) 현상이 일어날 수 있으며 캠과 종동자의 접촉이 낮은 작동 속도에서는 거의 구름 조건에 가깝게 유지시킬 수 있는 특징을 갖는다⁽⁹⁾.

엔진이 사용되는 캠 기구의 설계는 엔진의 효율에 직접적인 영향을 미치고 있으며, 특히 관성력에 의한 밸브와 밸브 시트사이의 충격력, 캠 기구의 분리 현상(jumping & bounce) 그리고 밸브 스프링의 서어지(surge) 현상 같은 캠-밸브 기구의 동적 특성을 종동자 혹은 밸브의 변위, 캠 기구의 마멸 그리고 소음 등에 커다란 영향을 미치고 있으므로, 캠과 종동자 설계시 이러한 동특성을 고려함으로써 엔진의 효율을 높이고, 최고 작동 속도 및 마멸특성등을 개선시킬 수 있다.

그러므로 먼저 종동자계의 동특성을 개선하기 위하여 밸브 운동을 직접 결정하는 캠 각도에 대한 종동자의 각변위 곡선(angular displacement curve)을 기존의 캠-밸브 기구의 각변위 및 여러 제한 조건을 만족하면서 가속도가 최소화되도록 최적화 기법을 이용하여 곡선을 최적화한다. 이때 보통 사용되어 왔던 곡선은 후리에 급수(Fourier series)로 전개를 많이 하였으나, 본 연구에서는 동적 특성이 좋고⁽¹⁰⁾, 경계 조건을 만족하기 쉬우며, 차수(order)가 작아 계수 찾기가 빠른 다항식(polynomial)을 사용하였다.

밸브 기구를 5자유도계로 모형화하고, 최적화 기법으로 구한 종동자 운동을 만족시키도록 하여 각 요소 간의 접촉력(contact force)을 구하였다. 캠과 종동자 사이의 접촉력과 그 접촉점(즉 로커-암 비)의 관계를 구하여, 로커-암 비를 변화시킬 수 있도록 종동자 곡면을 원 혹은 타원이라고 가정하고 원 크기(타원의 경우 장, 단반경비), 곡면 초기 위치 등을 변화시켜 최대 접촉력에 대한 설계차트(design chart)를 구하였다. 설계차트로 부터 최대

접촉력을 최소화 시킬 수 있는 종동자 형상과 이에 따른 캠 형상을 합성하였다.

2. 캠 기구 해석

2.1 기구학적 해석

선회종동자(oscillating follower)를 사용하는 OHC 형 캠-밸브 기구는 Fig. 1과 같다. 여기서 캠과 종동자만을 이상화하여 모델링하면 Fig. 2, Fig. 3과 같이 나타낼 수 있다. 선회 종동자의 곡면이 $y=f(x)$ 로 주어지고, 종동자가 캠 회전에 따라 ϕ 각도로 운동을 할 때 캠 형상과 곡률 반경은 아래와 같이 구할 수 있다.

(1) 캠 형상(cam profile)

캠과 접촉하는 종동자 부위의 매끄러운 곡면이 $y=f(x)$ 로 주어지고, 모든 캠 각도 θ 에서의 곡선 집합을 $S\{y\}$ 라고 할 때 $S\{y\}=F(x, y, \theta)=0$ 로 나타내어진다. F 는 연속이고 임의의 θ 에서 미분가능하면 $y=f(x)$ 에 접하는 포락선(envelope)은 일반적으로 아래의 식에 의해 구할 수 있다.

$$F(x, y, \theta) = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial F(x, y, \theta)}{\partial \theta} = 0 \tag{2}$$

이때 식 (1), (2)를 동시에 만족하는 포락선의 x, y 를 구하면 캠 형상을 구할 수 있다.

그러므로 Fig. 2에서 종동자 곡면 $y=f(x)$ 가 원

(circle)일 경우, 종동자 각변위 $\phi(\theta)$ 를 만족하는 캠 형상을 구하는 식은 아래와 같다.

식 (1)에 의해

$$(X - X_1)^2 + (Y - Y_1)^2 = D^2 \tag{3}$$

여기서

$$X_1 = C \cos\theta + l_f \cos\alpha$$

$$Y_1 = C \sin\theta + l_f \sin\alpha$$

$$D : D\text{원 반지름}$$

$$C : \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\alpha = 180 - (\phi_0 + \phi - \theta)$$

여기서 ϕ_0 는 캠의 기본원(base circle)과 종동자가 접촉하고 있을 때의 기준각도이다. 또, 식 (2)에 의해

$$(X - X_1) \frac{\partial X_1}{\partial \theta} + (Y - Y_1) \frac{\partial Y_1}{\partial \theta} = 0 \tag{4}$$

여기서

$$\frac{\partial X_1}{\partial \theta} = -C \sin\theta - l_f \sin\alpha \left(1 - \frac{d\phi}{d\theta}\right)$$

$$\frac{\partial Y_1}{\partial \theta} = C \cos\theta + l_f \cos\alpha \left(1 - \frac{d\phi}{d\theta}\right)$$

캠 각도 θ 에 대해 식 (3)과 식 (4)를 동시에 만족하는 X, Y 를 구하면

$$X = X_1 \pm \frac{D}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial X_1}{\partial \theta} / \frac{\partial Y_1}{\partial \theta}\right)^2}}$$

$$Y = Y_1 \pm \frac{-D}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial X_1}{\partial \theta} / \frac{\partial Y_1}{\partial \theta}\right)^2}}$$

$$\times \left(\frac{\partial X_1}{\partial \theta} / \frac{\partial Y_1}{\partial \theta}\right) \tag{5}$$

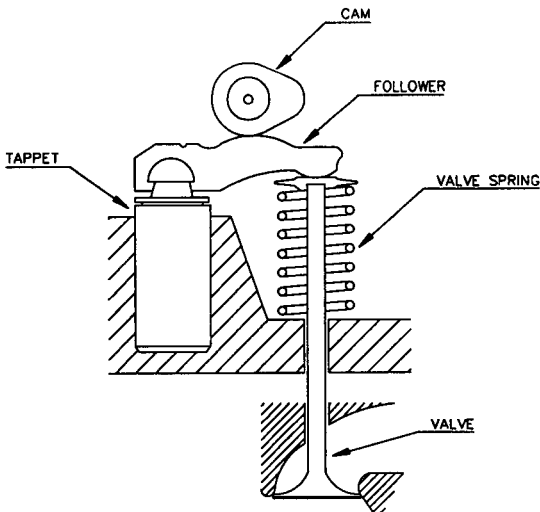


Fig. 1 Schematic of OHC type cam-valve train

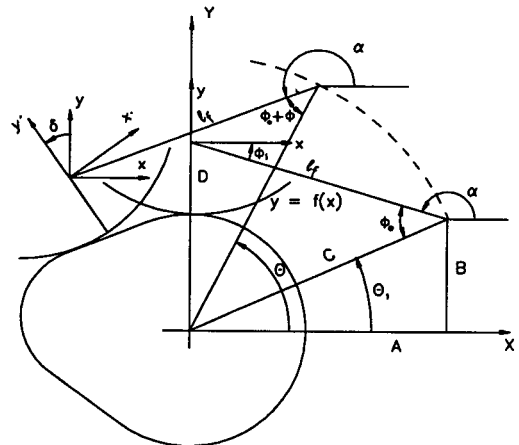


Fig. 2 Cam profile determination

이다.

또한 종동자곡면 $y=f(x)$ 가 좀더 일반적인 타원(ellipse)일 경우에는 캠 형상을 아래와 같이 구할 수 있다.

식 (1)에 의해

$$\frac{(x \cos \delta + y \sin \delta)^2}{EA^2} + \frac{(-x \sin \delta + y \cos \delta)^2}{EB^2} = 1 \quad (6)$$

여기서

$$x = X - X_1$$

$$y = Y - Y_1$$

EA, EB : 타원의 장, 단반경

δ : 캠 각도 θ 에 대한 타원 좌표계의 회전

식 (2)에 의해

$$\frac{(x \cos \delta + y \sin \delta) P}{EA^2} + \frac{(-x \sin \delta + y \cos \delta) Q}{EB^2} = 0 \quad (7)$$

여기서

$$P = -\frac{\partial X_1}{\partial \theta} \cos \delta - x \sin \delta \left(1 - \frac{d\phi}{d\theta}\right)$$

$$- \frac{\partial Y_1}{\partial \theta} \sin \delta + y \cos \delta \left(1 - \frac{d\phi}{d\theta}\right)$$

$$Q = \frac{\partial X_1}{\partial \theta} \sin \delta - x \cos \delta \left(1 - \frac{d\phi}{d\theta}\right)$$

$$- \frac{\partial Y_1}{\partial \theta} \cos \delta - y \sin \delta \left(1 - \frac{d\phi}{d\theta}\right)$$

캠 각도 θ 에 대해 식 (6)과 식 (7)을 동시에 만족하는 X, Y 를 구하면 캠 형상을 구할 수 있다.

(2) 캠의 곡률 반경

Fig. 3에서 종동자 곡면 $y=f(x)$ 의 원점을 나타내는 위치 벡터 \underline{P} 를 캠의 곡률 반경 원점을 향하는 위치 벡터 \underline{r}_c 와 위치 벡터 \underline{Q} 그리고 이때의 각 α_c, β 로 나타내면 다음과 같다.

$$\underline{P} = r_c e^{i\alpha_c} + Q e^{i\beta} \quad (8)$$

그리고, 다른 경로인 캠축과 종동자 선회축 사이의 길이 A 와 B , 종동자의 선회축과 종동자 곡면 $y=f(x)$ 의 원점 사이의 길이 l_f , 그리고 종동자 각 변위 ϕ 로 위치 벡터 \underline{P} 를 나타내면 아래와 같다.

$$\underline{P} = A + iB + l_f e^{i\alpha_f} \quad (9)$$

$$\alpha_f = 180 - (\phi_0 + \phi)$$

식 (8)과 식 (9)를 갈게 놓고 실부수와 허부수를 각각 정리하여 θ 에 대해 미분하면 아래와 같다.

$$r_c \sin \alpha_c - Q \sin \beta \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right) = l_f \sin \alpha_f \left(\frac{d\phi}{d\theta}\right) \quad (10)$$

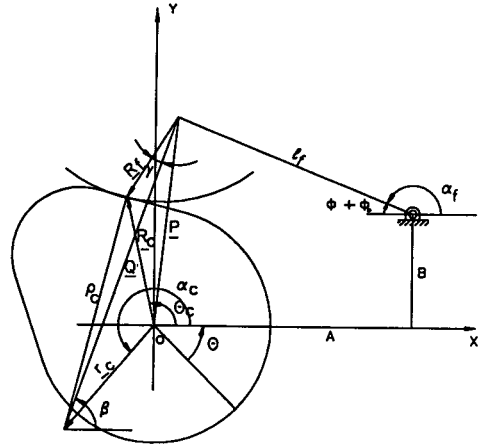


Fig. 3 Oscillating follower and radial cam

$$-r_c \cos \alpha_c + Q \cos \beta \left(\frac{d\beta}{d\theta}\right) = l_f \cos \alpha_f \left(\frac{d\phi}{d\theta}\right) \quad (11)$$

이때 캠의 미소 회전 $d\theta$ 에 대해서 캠의 곡률 반경은 거의 상수로 볼 수 있으므로 곡률 반경 원점과 r_c 는 캠의 미소 회전에 대해 고정되어 있다고 할 수 있다. 그러므로 $d\theta$ 와 $d\alpha_c$ 의 크기는 같고 $d\theta$ 가 증가함에 따라 $d\alpha_c$ 는 감소하므로 $(d\alpha_c/d\theta) \cong -1$ 이다.

α_c 항을 식 (8), (9)를 이용하여 소거하고, 식 (10)을 식 (11)로 나누면, 캠 곡률 반경 원점으로부터 종동자 곡선 원점까지의 각도 β 를 얻을 수 있다.

$$\tan \beta = \frac{B + l_f \left(1 - \frac{d\phi}{d\theta}\right) \sin \alpha_f}{A + l_f \left(1 - \frac{d\phi}{d\theta}\right) \cos \alpha_f} \quad (12)$$

그리고 식 (12)를 θ 에 대해 미분하고, 식 (10), (11)를 이용하여 $(d\beta/d\theta)$ 를 $\alpha_f(\theta)$ 의 함수로 나타내어 정리하면 아래와 같이 Q 의 크기를 구할 수 있다.

$$Q = [(\zeta^2 + \Omega^2)^{(3/2)}] / \left[(\zeta^2 + \Omega^2) \left(1 - \frac{d\phi}{d\theta}\right) + (A\zeta + B\Omega) \frac{d\phi}{d\theta} + l_f (A \sin \alpha_f - B \cos \alpha_f) \frac{d^2 \phi}{d\theta^2} \right] \quad (13)$$

여기서

$$\zeta = A + l_f \left(1 - \frac{d\phi}{d\theta}\right) \cos \alpha_f$$

$$\Omega = B + l_f \left(1 - \frac{d\phi}{d\theta}\right) \sin \alpha_f$$

또한 Q 와 중동자 곡면 원점으로 부터 접촉점을 향하는 R_f 사이의 각도 γ 는 캠 형상을 θ 에 대하여 좌표 변환하여 R_c 를 구함으로써 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\gamma = \beta - \tan^{-1} \left(\frac{R_c \sin \theta_c - B - l_f \sin \alpha_f}{R_c \cos \theta_c - A - l_f \cos \alpha_f} \right) \quad (14)$$

그러므로 양수인 캠의 곡률 반경은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho_c = \sqrt{Q^2 + R_f^2 - 2QR_f \cos \gamma} \quad (15)$$

단, $Q \geq R_f$

이때 원 중동자인 경우 $\gamma=0$ 이 되어 $R_c=Q-R_f$ 가 된다.

캠의 곡률 반경이 음수가 되면 캠 형상이 오목(concave) 하게 되어서 언더컷팅(under cutting) 현상이 발생하게 되고, 캠의 곡률 반경이 0이면 캠과 중동자 사이의 최대 접촉 응력은 아래 식에 의해 이론상 무한대가 되게 된다.

$$\sigma_{max} = 0.564 \left(\frac{P_0 \left(\frac{\rho_c + \rho_f}{\rho_c \rho_f} \right)}{\frac{1 - \mu_c^2}{E_c} + \frac{1 - \mu_f^2}{E_f}} \right)^{(1/2)} \quad (16)$$

여기서

P_0 : 단위 길이당 수직력

ρ_c, ρ_f : 캠과 중동자의 곡률반경

E_c, ρ_f : 캠과 중동자의 탄성계수

μ_c, μ_f : 캠과 중동자의 포아송비

그러므로 일반적으로 캠과 중동자 사이의 허용 최대 응력에 의해 캠 곡률 반경의 최소치, ρ_{cmin} 을 제한하여 항상 ρ_{cmin} 보다 캠 곡률 반경이 크게 되도록 해야 한다.

2.2 동역학적 해석

Fig. 4와 같이 선회 중동자를 사용하는 캠-밸브

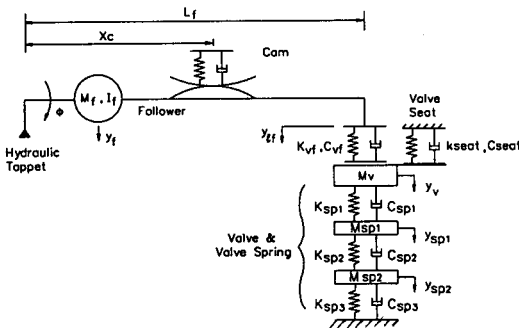


Fig. 4 Model of OHC type cam-valve system

Table 1 Model parameter

Mass	$m_f = 0.05981$	$m_v = 0.08544$
	$I_f = 1.152E-5$	$m_{sp1} = m_{sp2} = 0.00929$
Stiffness	$K_{seat} = 1.31E+7$	$K_{vf} = 4.33E+7$
	$K_{sp1} = K_{sp3} = 9.33E+4$	$K_{sp2} = 1.40E+5$
Damping	$C_{seat} = 634.77$	$C_{vf} = 94.127$
	$C_{sp1} = C_{sp3} = 2.355$	$C_{sp2} = 3.534$

기구를 5 자유도계로 모형화하였다. 엔진 작동중 유압 태핏(hydraulic tappet)의 변위는 밸브 운동 변위에 비해 미소하므로 고정되어 있다고 가정하고, 밸브 스프링을 2 자유도로 모형화하였다. 밸브와 중동자 사이의 접촉에 의한 강성계수는 Hertz의 접촉 이론⁽¹⁾에 의해 실린더와 평면 간의 접촉으로 해석하여 구하였고, 나머지 중요한 제원들은 참고문헌 (11)과 (12)를 참조하여 Table 1에 나타내었다.

이와같은 5자유도계 모델에 대해 운동 방정식을 유도해 보면 아래와 같다.

$$m_f \ddot{y}_f = F_c - F_t - F_v \quad (17)$$

$$I_0 \ddot{\phi} = F_c X_c - F_v L_f \quad (18)$$

$$m_{sp1} \ddot{y}_{sp1} = K_{sp1}(y_v - y_{sp1}) + C_{sp1}(\dot{y}_v - \dot{y}_{sp1}) - K_{sp2}(y_{sp1} - y_{sp2}) - C_{sp2}(\dot{y}_{sp1} - \dot{y}_{sp2}) \quad (19)$$

$$m_{sp2} \ddot{y}_{sp2} = K_{sp2}(y_{sp1} - y_{sp2}) + C_{sp2}(\dot{y}_{sp1} - \dot{y}_{sp2}) - K_{sp3}y_{sp2} - C_{sp3}\dot{y}_{sp2} \quad (20)$$

Ramp라는 조건에 의해

$$F_0 > K_{seat}y_v + C_{seat}\dot{y}_v \text{인 경우}$$

$$m_v \ddot{y}_v = F_v - K_{seat}y_v - C_{seat}\dot{y}_v - K_{sp1}(y_v - y_{sp1}) - C_{sp1}(\dot{y}_v - \dot{y}_{sp1}) \quad (21)$$

$$F_0 < K_{seat}y_v + C_{seat}\dot{y}_v \text{인 경우}$$

$$m_v \ddot{y} = F_v - F_0 - K_{sp1}(y_v - y_{sp1}) - C_{sp1}(\dot{y}_v - \dot{y}_{sp1}) \quad (22)$$

여기서

$$F_v = K_{vf}(y_{lf} - y_v) + C_{vf}(\dot{y}_{lf} - \dot{y}_v)$$

초기 조건

$$\phi = y_f = y_v = y_{sp1} = y_{sp2} = 0 \quad (23)$$

$$\dot{\phi} = \dot{y}_f = \dot{y}_v = \dot{y}_{sp1} = \dot{y}_{sp2} = 0 \quad (24)$$

여기서

F_c : 캠과 종동자 사이의 접촉력

F_b : 밸브와 종동자 사이의 접촉력

F_t : 태핏과 종동자 사이의 접촉력

F_0 : 밸브 스프링의 초기 장착력

그러므로 식 (17)~(24)을 Runge-Kutta Method로 적분하여 밸브 변위, 속도 등을 구하고 각 요소간의 접촉력(contact force)을 구하였다.

3. 시뮬레이션 및 결과

3.1 종동자 각변위 곡선 최적화

본 절에서는 캠과 종동자의 형상 합성에 필요한 종동자의 각변위 곡선을 얻기 위하여, 먼저 Table 2와 같이 기존 종동자 각변위를 함수로 전개시키고, 이 함수 곡선을 최적화 기법을 이용하여 개선한다. 이때 각변위 곡선은 다항식(polynomial)으로 전개를 하여 경계 조건을 정확하게 만족시키면서 그 항수 및 차수가 작아 계수를 찾는데 빠르게 하였다. 또, 다항식의 차수는 기구학적, 동역학적인 인자들이 좋다고 알려진 3승부터 11승 차수까지의 다항식 및 이를 수정보완하여 사용하였다.

캠과 종동자의 접촉력 및 돌 사이의 분리현상을 말하는 점핑(jumping) 등은 종동자의 각속도에 가장 큰 영향을 받으므로 개선하고자 하는 곡선은

각가속도를 최소화하도록 하였다. 여기에서 가중치를 주기 위하여 각가속도 곡선을 제공하고, 그 제공한 곡선의 면적을 최소화시키도록 하여 다음과 같이 목적함수 J 를 결정하였다.

$$J = \int_0^{\theta_m} \left(\frac{d^2\phi}{d\theta^2} \right)^2 d\theta \quad (25)$$

제한조건으로는 주어진 기존의 각변위가 전 작동 구간($0^\circ \sim 133^\circ$)중 최대 각변위점 ($\theta_m = 67.5^\circ$)을 경계로 대칭이 아니므로, 밸브가 열리는 구간과 닫히는 구간으로 나누어 각각 경계조건을 만족하면서 내부에서도 각변위를 만족하도록 하여, 아래와 같은 제한조건을 구하였다.

제한조건 :

(i) 열리는 구간($\theta = 0^\circ - 67.5^\circ$, Ramp구간 없음)

$$\begin{aligned} \text{at } \theta = 0 \quad & \phi = 0 \\ & \frac{d\phi}{d\theta} = 0 \\ & \frac{d^2\phi}{d\theta^2} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

식 (26)은 자동 만족

$$\begin{aligned} \text{at } \theta = \theta_m \quad & \phi = \phi_{max} \\ & \frac{d\phi}{d\theta} = 0 \\ & \left. \frac{d^2\phi}{d\theta^2} \right|_{\theta_m} = - \left. \frac{d^2\phi}{d\theta^2} \right|_{\theta_m} \end{aligned} \quad (27)$$

그리고 내부 7점($\theta_i = 1/16, 1/8, 1/4, 1/2, 3/4,$

Table 2 Polynomial coefficient of follower angular displacement

i	Original		Optimum	
	Rise(A_i)	Return(B_i)	Rise(A_i)	Return(B_i)
3	287.1133	480.9868	337.7565	111.6905
4	-1455.2497	-7593.2805	-1555.5699	-253.0907
5	7980.0111	56433.1256	5799.9985	647.3726
6	-30571.8923	-220475.3913	-16866.4350	5727.9970
7	68561.7952	513306.9804	32175.4923	-41337.3126
8	-91072.3310	-757706.8850	-38255.1283	108530.8923
9	71200.1226	720049.5646	27399.4015	-150126.3974
10	-30392.6835	-428661.5351	-10847.7490	117101.6577
11	5478.4337	145888.6782	1827.5530	-48957.3753
12	*****	-21706.9243	*****	8569.8854

7/8, 15/16(×θ_m)

$$\phi_{\theta_i} = \phi_{\theta_{original}} \quad (28)$$

사용한 다항식 :

$$\phi = \sum_{i=3}^{11} A_i \zeta^i \quad (29)$$

$$\zeta = \frac{\theta}{\theta_m}$$

(ii) 닫히는 구간(θ=67.5°-133°, Ramp구간 있음)

at θ=θ_m φ=φ_{max}

$$\frac{d\phi}{d\theta} = 0$$

$$\left. \frac{d^2\phi}{d\theta^2} \right|_{\theta_m} = \left. \frac{d^2\phi}{d\theta^2} \right|_{\theta_m} \quad (30)$$

at θ=θ_{end} φ=0

$$\frac{d\phi}{d\theta} = 0$$

$$\left. \frac{d^2\phi}{d\theta^2} \right|_{\theta_{end}} = 0 \quad (31)$$

식 (31)은 자동 만족

그리고 내부 6점(θ_i=θ_m+(1/16, 1/8, 1/4, 1/2, 3/4, 7/8)×(θ_{end}-θ_m))

$$\phi_{\theta_i} = \phi_{\theta_{original}} \quad (32)$$

그리고 Ramp 속도 제한조건

$$\text{at } \theta = \theta_m + \frac{7}{8}(\theta_{end} - \theta_m) \quad \frac{d\phi}{d\theta} = \left. \frac{d\phi}{d\theta} \right|_{original} \quad (33)$$

$$\text{at } \theta = \theta_m + \frac{1}{16}(\theta_{end} - \theta_m) \quad \frac{d\phi}{d\theta} : \text{control} \quad (34)$$

사용된 다항식 :

$$\phi = \sum_{i=3}^{12} B_i \zeta^i \quad (35)$$

$$\zeta = \frac{\theta_{end} - \theta}{\theta_{end} - \theta_m}$$

식 (33), (34)는 Ramp 구간에서의 제한조건으로, Ramp 시작점에서 각속도를 기존의 Ramp 각속도와 같도록 하고, 내부에서는 일정 각가속도 곡선 혹은 일정 각저크 곡선 등을 만족시키도록 하는 제한조건이다. 본 연구에서는 일정 각저크 곡선을 만족하도록 하였다.

또한 각변위 곡선의 면적은 벨브의 유동면적을 의미하므로 기존 각변위 곡선 면적보다 커야한다. 즉,

$$\int_{\theta} \phi_{optimal} d\theta \geq \int_{\theta} \phi_{original} d\theta \quad (36)$$

이 최적화 문제를 푸는데는 제한조건 오차 보정 미분 벡터 투영법(gradient projection method with constraint error compensation)을 사용하였다.

3.2 각변위곡선 최적화 결과 및 캠 형상 합성

기존의 종동자 각변위를 다항식으로 전개시켰을 때와 최적화 기법을 이용하여 종동자 각변위를 개선하였을때의 다항식 계수를 Table 2에 나타내었고, 그 종동자 각변위 곡선들을 Fig. 5에 나타내었다. Fig. 5,6,7에서 보듯이 각변위는 거의 같은 곡선을 유지하면서, 최대 각가속도가 약 21.3% 감소하였고, 목적함수인 각가속도 제곱의 적분값은 약 10.01% 감소한 것을 볼 수 있다.

Fig. 5의 최적 각변위 곡선, Fig. 6의 최적 각속도 곡선 그리고 Fig. 7의 최적 각가속도 곡선으로부터 2.1절에서 유도한 기구학적 해석을 이용하여

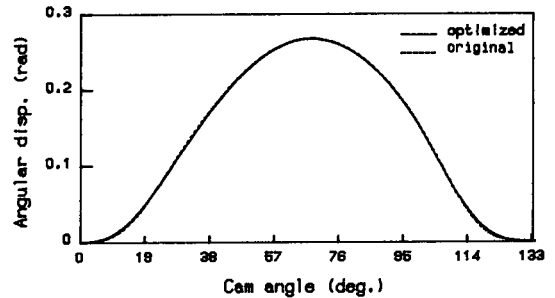


Fig. 5 Follower angular displacement

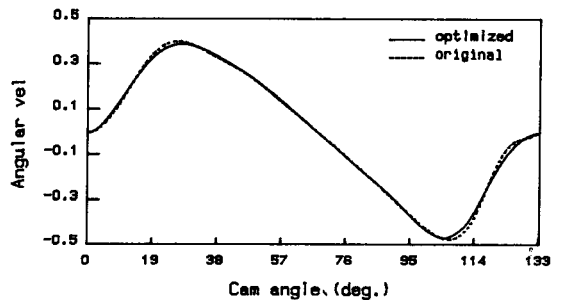


Fig. 6 Follower angular velocity

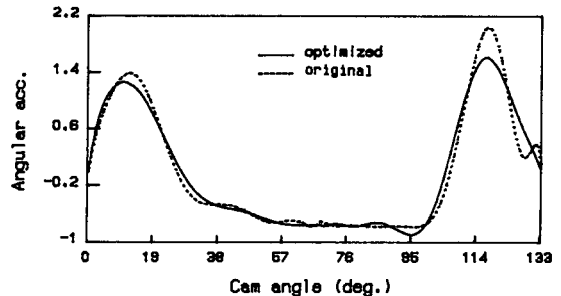


Fig. 7 Follower angular acceleration

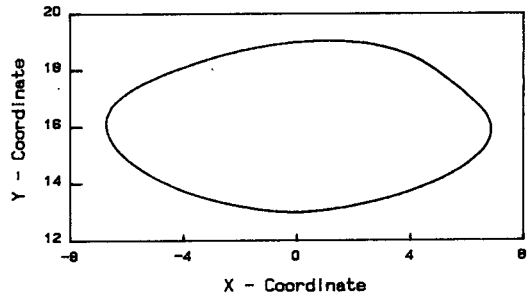
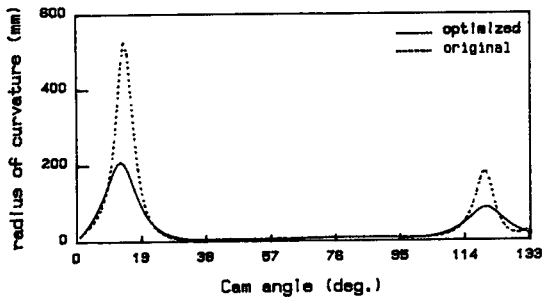


Fig. 9 Contact point locus

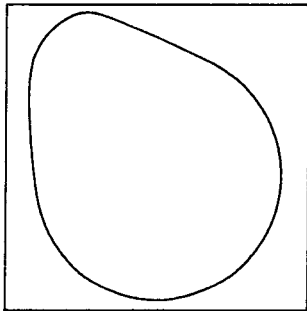


Fig. 8 Cam profile and radius of curvature

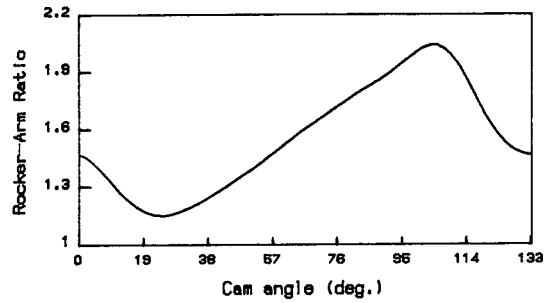


Fig. 10 Variable rocker-arm ratio

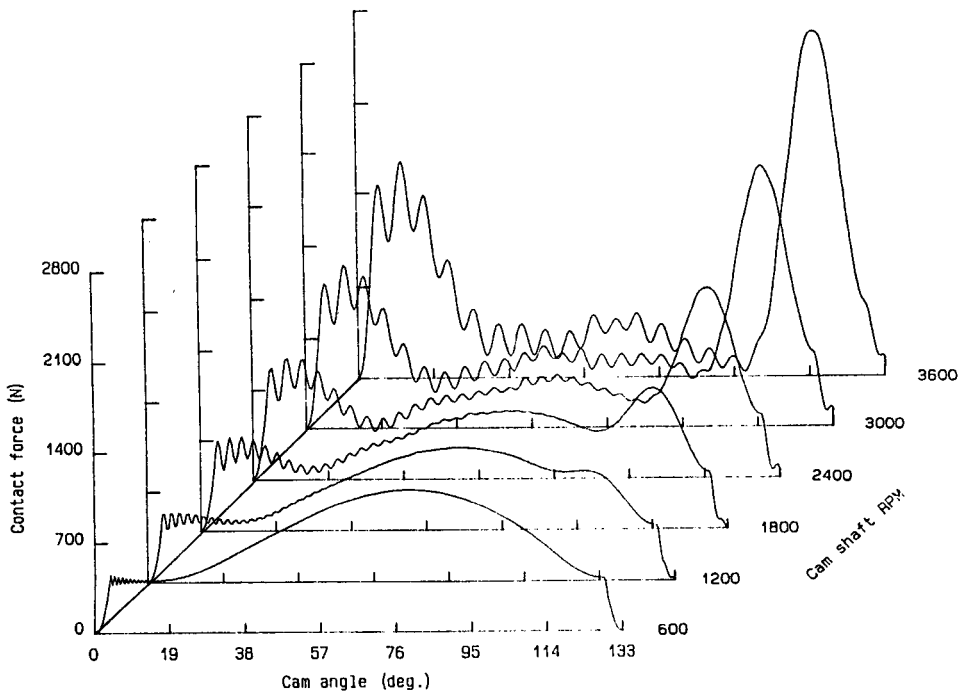


Fig. 11 Contact force between cam and follower(original cam)

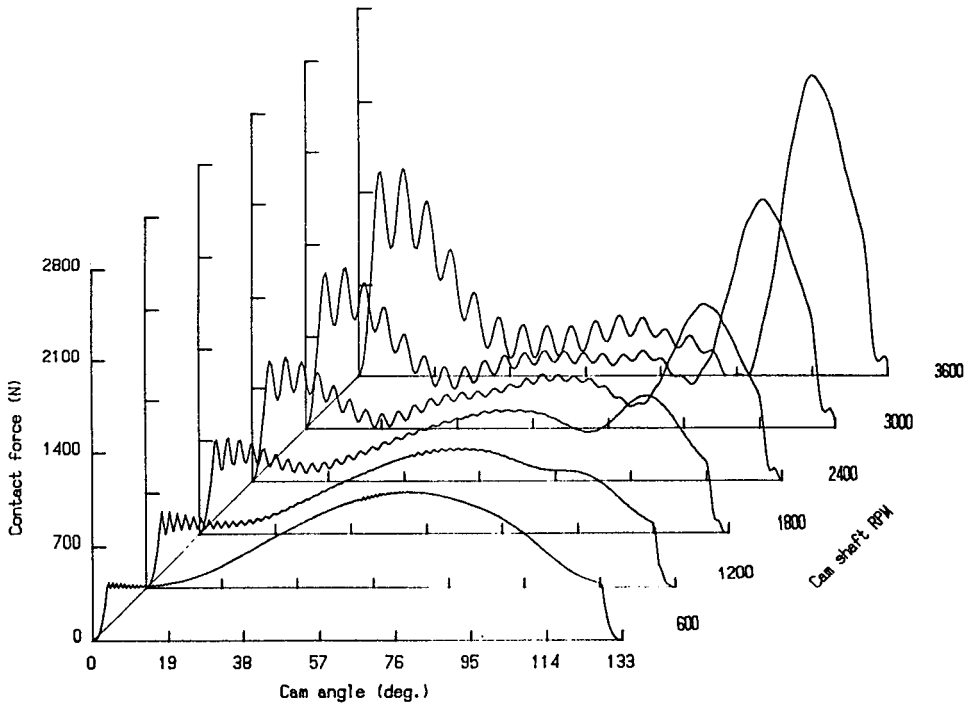


Fig. 12 Contact force between cam and follower(optimized cam)

Fig. 8과 같이 캠 형상과 캠 곡률 반경을 얻을 수 있다. 또 이와 같은 캠과 종동자에 의해 접촉 궤적을 구해 Fig. 9에 나타내었고, OHC 형 캠-밸브 기구의 특성중 하나인 로커-암 비(rocker-arm ratio)변화를 그려보면 Fig. 10과 같이 나타내어진다. 이와같은 캠을 사용하였을 때, 2.2절에 의해 캠과 종동자 사이의 접촉력을 기존 캠-밸브 기구를 사용하였을 때와 함께 캠 축 회전 속도에 대해서 Fig. 11과 12에 나타내었다. 이때 600 rpm에서는 접촉력의 차이가 거의 없고, 1800 rpm에서는 약 5%, 3000 rpm에서는 12.9% 최대 접촉력이 감소한 것을 볼 수 있다.

3.3 접촉력 최소화를 위한 변수 변화법 (Parametric Study)

2.2절의 식 (18)에서 캠과 종동자 간의 접촉력은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$F_c = \left(\frac{I_0 \ddot{\phi}}{L_f} + F_v \right) \frac{L_f}{X_c} \quad (37)$$

여기에서 우변의 괄호 안의 항들은 기대하는 밸브 운동에 의해 작동 회전속도에 따라 모두 정해지는

항이고, 우변의 나머지 항은 로커-암 비이며 접촉점의 X좌표 값에 의해 결정되어진다. 그러므로 캠 각도에 따라 로커-암 비를 조절함으로써 주어진 최적 종동자 운동을 유지하면서도 캠과 종동자 간의 접촉력을 최소화 할 수 있다. Fig. 2에서 A, B는 기구 형상조건에 의해 결정되는 수치이므로 이 값들은 기존의 수치로 고정시키고, 캠 기준원(base circle)도 기존의 값을 사용하면서 종동자의 형상과 캠의 형상을 변화시켜서, 주어진 최적 밸브 운동을 유지하면서도 접촉력이 최소화되도록 X_c , 즉 로커-암 비를 구하고, 캠과 종동자의 형상을 합성한다.

2.1절에서와 같이 종동자의 곡면이 $y=f(x)$ 로 주어질때, 종동자와 캠의 기준원이 접촉하는 즉, 종동자에 고정되어 있는 좌표계의 초기 위치를 변화시키고, 종동자의 곡면 $y=f(x)$ 를 변화시켜 가면서 접촉점이 최소화 되도록 캠과 종동자를 합성한다.

본 연구에서는 기존의 캠-밸브를 사용하는 엔진의 작동 최대 캠 축 회전수인 3000rpm에 대하여, 캠과 접촉하는 종동자의 곡면을 임의의 원, 타원이

라고 가정하고, 변수 변화법을 이용하여 종동자 형상과 이에 따른 캠 형상을 합성하였다.

(1) 원(circle) 종동자

종동자 곡면의 형상이 원호의 일부분이라고 가정하고, Fig. 13과 같이 변수를 종동자 곡면 좌표 원점의 각도 ψ 와 종동자 원의 반지름 R_f 에 대하여 변수 변화법을 이용하여 변수 변화에 따른 캠과 종

동자 사이의 최대 접촉력을 Fig. 15에 나타내었다. 여기에서 \circ 표는 캠의 최소 곡률 반경이 ρ_{cmin} 이상인 가용구역(feasible region)을 의미하고 $+$ 표는 캠의 최소 곡률 반경이 ρ_{cmin} 보다 작거나 음수인 비가용구역(non-feasible region)을 의미한다. 여기에서 ρ_{cmin} 은 식 (21)을 이용하여 일반적인 OHC형 캠-밸브 기구의 허용 최대 접촉 응력(690 MPa)

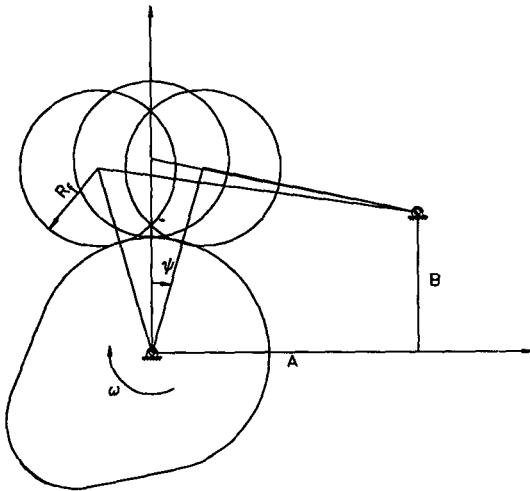


Fig. 13 Roller follower

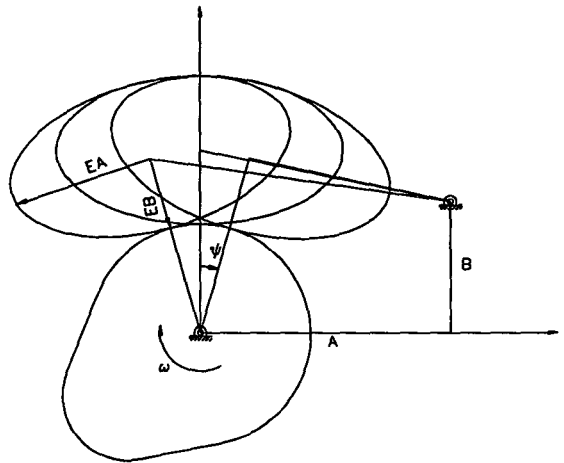


Fig. 14 Elliptic faced follower

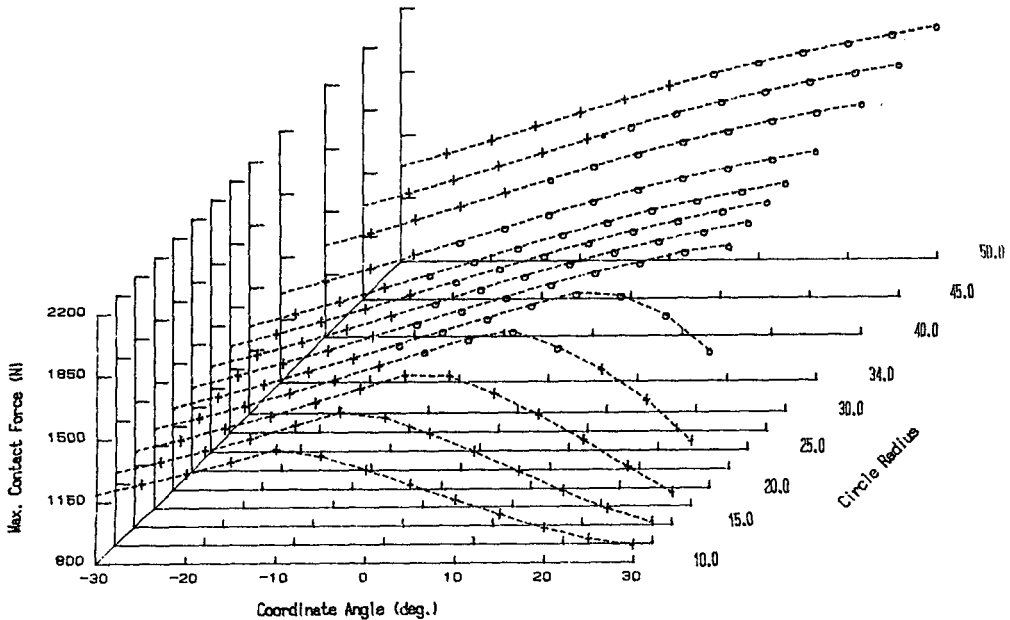


Fig. 15 Design chart for roller follower

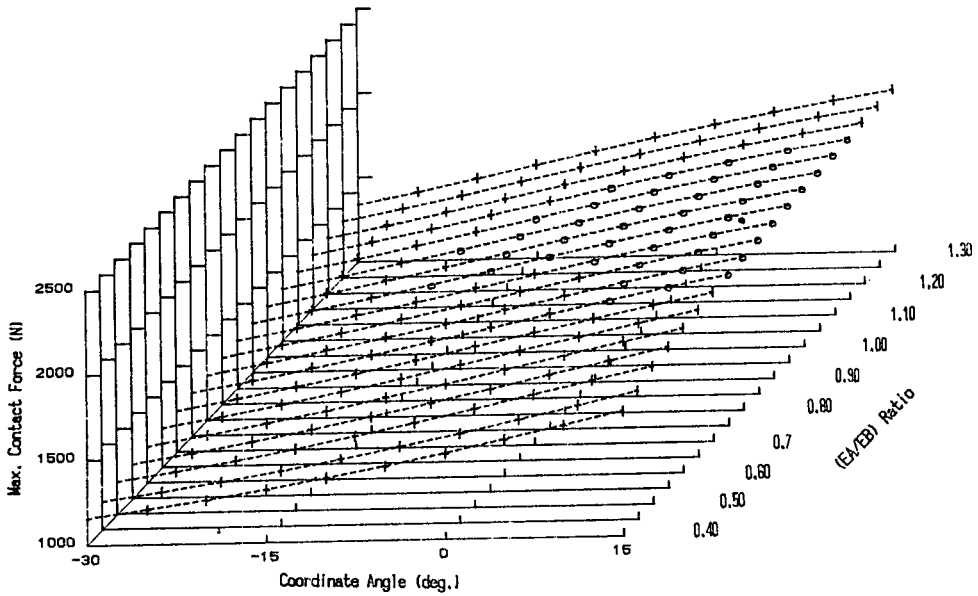


Fig. 16 Design chart for elliptic faced follower($EB=34\text{mm}$)

에 안전률을 고려하여 $\rho_{cmin}=1.5$ 로 결정하였다.

가용구역에서 최대 접촉력이 가장 작은 $\psi = -12.5^\circ$ 와 $R_f=30\text{mm}$ 인 캠 형상을 2.1절의 기구학적 해석을 이용하여 합성하고 이때의 로커-암 비변화를 그려 보면 Fig. 18과 같다. 이와같은 종동자와 캠을 사용하였을 경우, 2.2절에 의한 캠과 종

동자 사이의 접촉력은 Fig. 20에 나타내었다. 이때 최대 접촉력은 3000 캠 축 rpm에서 기존의 캠-밸브 기구에 비해 22.9%감소하였다.

(2) 타원(ellipse) 종동자

캠과 접촉하는 종동자의 곡면이 원 보다 좀더 일 반적인 타원의 형상을 갖는 종동자라고 가정하고,

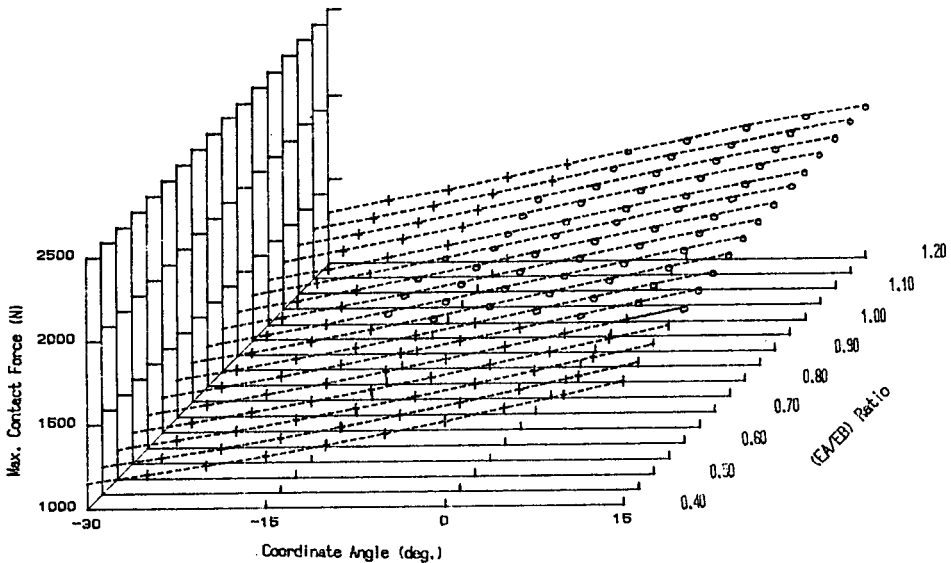


Fig. 17 Design chart for elliptic faced follower($EB=30\text{mm}$)

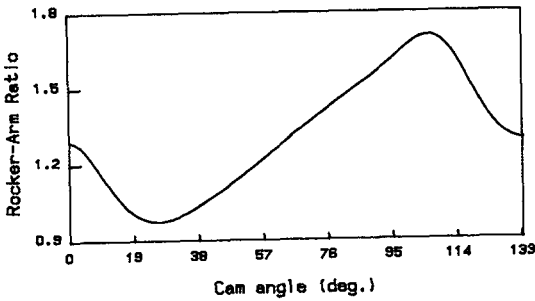


Fig. 18 Variable rocker-arm ratio(circle)

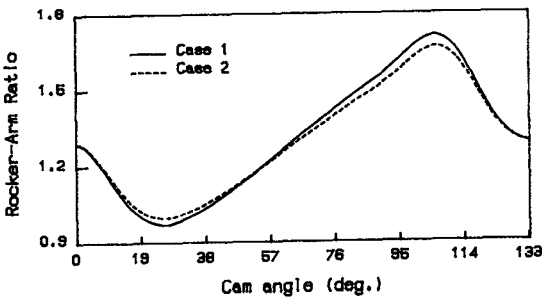


Fig. 19 Variable rocker-arm ratio(ellipse)

Fig. 14에서와 같이 타원의 장, 단반경 비(EA/EB)와 종동자 곡면 좌표 원점의 각도 ψ 에 대하여 변수 변화법을 이용하여 변수 변화에 따른 캠과 종동자 사이의 최대 접촉력을 구하였다.

EB 를 기존 종동자의 원 반지름인 34mm라고 하였을때(EA/EB)와 ψ 에 따른 변수변화법의 결과를 Fig. 16에 나타내었고, 가용구역에서 최대접촉력이 가장 작은 $\psi = -15^\circ$, (EA/EB)=0.95에 대하여 역시 캠 형상을 합성한 후 로커-암 비 변화를 Fig. 19의 Case 1에 나타내었다. 이와같은 종동자와 캠을 사용하였을 경우 접촉력은 Fig. 20의 Case 1에 나타내었다. 이때 최대 접촉력은 3000rpm에서 기존의 캠-밸브 기구에 비해 24.7% 감소하였다.

또, EB 를 3.3절(1)의 변수 변화법에 의해 구한 종동자의 원 반지름 30mm이라고 하였을때, 같은 방법으로 하여 변수 변화법의 결과를 Fig. 17에 나타내었고, 가용구역에서 최대 접촉력이 가장 작은 $\psi = -15^\circ$, (EA/EB)=0.8에 대하여 역시 로커-암 비 변화를 Fig. 19의 Case 2에, 접촉력을 Fig. 20의 Case 2에 나타내었다. 이때 최대 접촉력은 역시

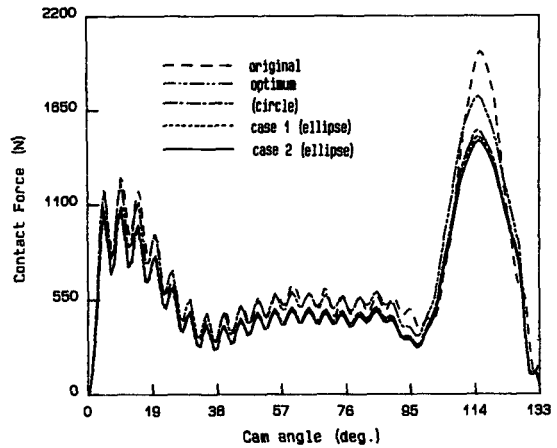


Fig. 20 Contact force between cam and follower (3000 rpm)

3000rpm에서 기존의 캠-밸브 기구에 비해 25.9% 감소하였다.

4. 결 론

선회 종동자를 사용하는 캠 기구에서 캠 기구의 동특성을 고려하여 캠과 종동자 사이의 최대 접촉력을 최소화할 수 있는 캠 형상 및 종동자의 형상을 합성(synthesis)할 수 있었다.

먼저 주어진 밸브 운동을 유지하면서, 최대 밸브 가속도가 최소화될 수 있도록 최적화 기법을 이용하여 종동자의 최적 각변위 곡선을 구하였다. 그리고 얻어진 최적 각변위를 만족하면서 캠과 종동자 사이의 최대 접촉력을 줄일 수 있도록, 종동자의 접촉 곡면을 원이라고 가정하고, 원의 반지름과 초기 원점 각도를 변수로 놓고 변수 변화법(parametric study)를 이용하여 캠과 종동자 사이의 최대 접촉력을 줄일 수 있는 설계차트(design chart)를 구하였다. 또, 종동자 곡면이 타원의 일부분이라고 가정하고, 타원의 장, 단반경 비와 초기 원점 각도를 변수로 놓고 같은 방법을 이용하여 설계 차트를 구하였다. 이와 같은 설계 차트 들로부터 캠과 종동자 사이의 최대 접촉력을 줄일 수 있는 종동자와 캠의 형상을 합성하였고, 캠과 종동자 사이의 최대 접촉력은 기존에 비해 종동자 운동을 최적화하여 12.9% 변수 변화법에 의해 원의 경우 22.9%, 타원의 경우 24.7% 그리고 25.9%까지 감소시킬 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) Chen, F.Y., 1982, "Mechanics and Design of Cam Mechanisms", Pergamon Press.
- (2) Rothbart, H.A., 1956, "Cams-Design, Dynamics, and Accuracy", John Wiley and Sons, New York.
- (3) Fawcett, G.F. and Fawcett, J.N. 1975, "Synthesis of Complex Cam Mechanisms", Proc Instan Mech Engrs, Vol. 188, pp. 647~656.
- (4) Ghosh A. and Yadav, R.P., 1983, "Synthesis of Cam-Follower Systems with Rolling Contact", Mechanism and Machine Theory, Vol. 18, No. 1, pp. 49~56.
- (5) Angles, J. and Lopez-Cajun, C., 1988, "Optimal Synthesis of Cam Mechanisms with Oscillating Flat-Face Follower", Mechanisms and Machine theory, Vol. 23, No.1, pp. 1~6.
- (6) Tascan, S. 1985, "The Minimization of the Fluctuation of Input Shaft Speed in Cam Mechanisms", Mechanisms and Machine Theory, Vol. 20, No. 2, pp. 135~138.
- (7) Wiederrich, J.L., Roth, B. 1981, "Dynamic Synthesis of Cam using Finite Trigonometric Series" ASME J. Mechanical Design, Vol. 103, pp. 702~705.
- (8) Mc Kellar, M.R. 1966, "Overhead Camshaft Stirs New Tempest", SAE, Vol 74, pp. 69~74.
- (9) Chew, M., Freudenstein, F. and Longman, R.W. 1983. "Application of Optimal Control Theory to the Synthesis of High-Speed Cam-Follower System, Part 1 & 2", ASME J. Mechanisms, Transmission, and Automation in Design, Vol. 105, pp. 576~591.
- (10) Chen, F.Y., 1981. "Assessment of the Dynamic Quality of a Class of Dwell-Rise-Dwell Came", J. of Mechanical Design, Vol. 103, pp. 793~802.
- (11) Albert P. Pisano, 1987. "Dynamic Model of a Fluctuating Rocker-arm Ratio Cam System", Trans. ASME, Vol. 109, pp. 356~365.
- (12) Kim, W.J., Jeon H.S. and Park, Y.S. "Analytical and Experimental Motion Analysis of Finger-Follower Type Cam-Valve System with a Hydraulic Tappet", KSME to be submitted).