

PC를 이용한 피로강도 설계

염 영 일

포항공과대학 기계공학과 교수



●1942년생
●CAD를 이용한 機構學, 로보틱스 특히 기구 해석과 動力學研究, 生體力學에서 運動學 및 의학공학(설계)에 관심을 가지고 있다.

1. 머리말

저렴한 PC의 발달로 機械設計 分野도 PC의 利用이 강조되고 있으며 특히 電算을 利用한 設計(CAD)에 지대한 영향을 끼치고 있다.

본 글에서는 우리가 開發한 PC를 利用한 疲勞強度 設計를 소개하고 그 應用을 重荷重이 걸린 軸(shaft)設計에 적용하여 그 解析과 設計를 電算化한 例를 記述하고자 한다.

機械部品에 靜荷重이 아닌 時間에 따라 變化하는 荷重이 加하여 졌을때 그 荷重이 破斷을 일으키지 못할 정도로 작은 荷重또는 變形이라도 그것이 反復的으로 작용하면 破斷을 초래할 수 있다. 이와 같은 反復荷重으로 인한 破斷過程을 疲勞(fatigue)라고 부른다. 疲勞로 인한 破斷은 微細한 龜裂로 生成되며 눈에 보이지 않기 때문에 검출이 힘든 것이 그 특징이다.

이러한 疲勞荷重下에서의 그 材料의 強度를 定하기 위하여 시편을 反復荷重 狀態에 놓고 破壤될 때까지의 反復回數를 測定하는데 보통 疲勞測定裂置인 Moore의 回轉 보 器具를 使用한다. 이때 얻어지는 曲線을 疲勞曲線(S-N curve) 그림 1이라 부르며 疲勞強度(fatigue strength)와 荷重作用回數(stress cycle)의 座標로 되어 있다.

鐵金屬에는 無限回數를 作用하여도 그 材料가 破壤되지 않을 應力水準이 存在하여 그와

같은 實質的 無限壽命에 對應되는 應力水準을 疲勞限度(endurance limit)라고 부른다. 그림 1에서 S_e 는 疲勞限度이며 以上荷重으로 아무리 反復作用을 하여도 材料는 破壤되지 않는다.

實驗에서 얻은 疲勞限度는 하나의 理論的 根據를 제시하나 실제의 경우는 이에 맞지 않음은 自明한 일이다. Marin은 이 疲勞限度를 수정하는 여러 要因을 研究하여 疲勞限度 公式를 유도하였는데 다음과 같다.

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e \quad (1)$$

여기서 S'_e 는 시편의 疲勞限度인 바 대략적으로 컴퓨터 計算을 위해

$$\begin{aligned} S'_e &= 0.5 S_{ut} \quad S_{ut} \leq 200 \text{kpsi} (1400 \text{MPa}) \\ S'_e &= 100 \text{kpsi} \quad S_{ut} > 200 \text{kpsi} (1400 \text{MPa}) \end{aligned} \quad (2)$$

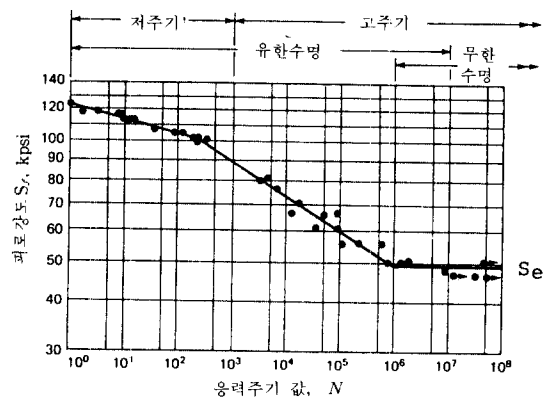


그림 1 강철 UNS G41300의 피로곡선(S-N curve)

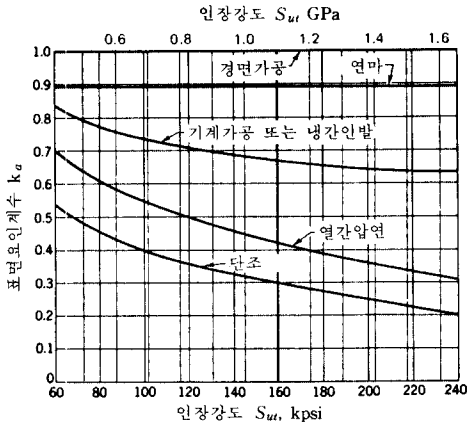


그림 2 표면처리로 인한 요인 (k_a)

라고 놓는다. 修正要因들은

- k_a = 表面處理으로 인한 要因
- k_b = 크기로 인한 요인
- k_c = 信賴度에 의한 要因
- k_d = 溫度로 인한 要因
- k_e = 應力集中으로 인한 要因
- k_f = 基地要因

철(steel)인 경우 k_a 는 그림 2에서 구할 수 있다. 크기로 인한 要因인 k_b 는 단면적이 圓일 경우(圓이 아닐 경우 참고문헌(1)을 참조할 것)

$$k_b = \begin{cases} 1.869d^{-0.097} & 0.3in < d \leq 10in \\ 1 & d \leq 0.3in \text{ or } d \leq 8mm \\ 1.189d^{-0.097} & 8mm < d \leq 250mm \end{cases}$$

信賴度 要因 k_c 는 표 1과 같다.

여기서

$k_c = 1 - 0.08Zr$ 로 나타낼 수 있다.

溫度에 의한 要因 k_d 는 다음과 같이 요약할 수 있다.

$$k_d = \begin{cases} 1.0 & T \leq 450^\circ C (840F) \\ 1 - 5.8(10^{-3})(T - 450) & 450^\circ C < T \leq 550^\circ C \\ 1 - 3.2(10^{-3})(T - 840) & 840F < T \leq 1020F \end{cases}$$

다음은 應力集中으로 인한 要因, k_e 인바, k_e 는

$$k_e = \frac{1}{K_f} \quad (3)$$

표 1 신뢰도 요인 k_c

신뢰도 R	표준변수 z_c	신뢰도 요인 k_c
0.50	0	1.000
0.90	1.288	0.897
0.95	1.645	0.868
0.99	2.326	0.814
0.999	3.091	0.753
0.999 9	3.719	0.702
0.999 99	4.265	0.659
0.999 999	4.753	0.620
0.999 999 9	5.199	0.584
0.999 999 99	5.612	0.551
0.999 999 999	5.997	0.520

로 定義되며 K_f 는 다음과 같이 定義된다.

$$K_f = \frac{\text{노치가 없는 시편의 疲勞限度}}{\text{노치가 있는 시편의 疲勞限度}}$$

K_f 를 구하기 위해서는 노치감각도(notch sensitivity) q 를 다음과 같이 定義한다.

즉

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1}$$

이를 다시 쓰면

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \text{ 이고} \quad (4)$$

q 는 그림 3에서 값을 찾아야 하고 K_t 는 理

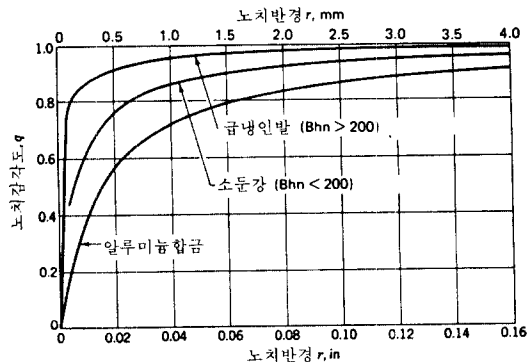


그림 3 노치 감각도 곡선

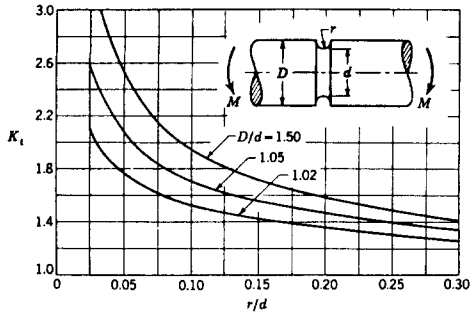


그림 4 이론적 응력 집중요인 K_t : Grooved round bar의 경우

論의 應力集中要因으로 그림 4와 같은 圖表로 표시된다. 노치의 形態가 多樣하므로 圖表도 15種類나 된다.

2. PC를 利用한 疲勞強度 解析

疲勞強度 解析을 PC로 利用하려면 우선 여러 要因들을 PC에 入力시켜 電算化시키는 일 이 急先務이다.

要因 $k_a - k_d$ 를 PC에 入力-疲勞強度 解析을 電算化하자면 理論에서 나온 要因들을 PC에 入力시켜야 되는데 要因들이 더러는 圖表形態로 있어 別途의 方法으로 入力を 강구하지 않으면 안된다.

例로 그림 2에 나타난 表面狀態로 인한 要因, k_a 를 電算化하기 위해서는 다음과 같은 過程을 거친다. 가령 열간압연(hot rolled)에 관한 k_a 를 PC에서 구하려면 먼저 열간압연 曲線의 曲線方程式을 k_a 對 인장강도(tensile strength)로 구하는 것이다.

이는 數值解析에서 나오는(CF: curve fitting technique)을 使用한다. 즉 曲線을 따라 여러 개의 座標를 구하여 CF 프로그램에 入力하면 方程式을 얻게 되는 것이다. 몇 次의 多項式을 假定하느냐가 問題인데 이 경우는 要因들에 나타나는 曲線들은 2次方程式도 近似하게 맞는다. 열간압연의 경우

표 2 k_a 에서 부터 k_d 를 구하는 CAD 프로그램

```

5010 REM *****
5030 REM This program will compute factors ka through kd.
5070 REM *****
5080 SCREEN 0,0,0:COLOR 14,1,3:CLS
5090 LOCATE 3,30:PRINT"INPUT K VALUES HERE":PRINT
5100 REM ***CALCULATION OF KA***
5110 PRINT TAB(5)"PLEASE SPECIFY TREATMENT OF MATERIAL"
5120 PRINT TAB(10) "1. POLISHED
5130 PRINT TAB(10) "2. GROUND"
5140 PRINT TAB(10) "3. COLD DRAWN"
5150 PRINT TAB(10) "4. AS FORGED"
5160 PRINT TAB(10) "5. HOT ROLLED"
5170 INPUT " ";T
5180 IF T=1 THEN KA=1
5190 IF T=2 THEN KA= .893
5200 IF T=3 THEN KA= 7.492E-06*X^2-3.314353E-03*X+1.001635
5210 IF T=4 THEN KA= 7.075E-06*X^2-3.917071E-03*X+.7398228
5220 IF T=5 THEN KA= 1.0316E-05*X^2-5.167672E-03*X
+ .97025733#
5230 IF T<1 OR T>5 THEN KA=1
5240 REM ***CALCULATION OF KB***
5250 DIA=D*TEMP
5260 IF DIA <=.3 THEN KB=1
5270 IF DIA <=10 THEN KB=.869*DIA^-.097
5280 REM ***CALCULATION OF KC***
5290 PRINT TAB(5)"PLEASE ENTER THE RELIABILITY
FACTOR OF THE SPECIMEN."
5300 PRINT TAB(10)"THE VALUE SHOULD BE
BETWEEN 0.50 AND 0.999999999."
5310 INPUT " ";REL
5320 IF REL >= .5 AND REL<.9 THEN KC = 1!
5330 IF REL >= .9 AND REL<.99 THEN KC = .897
5340 IF REL >= .95 AND REL<.999 THEN KC = .868
5350 IF REL >= .99 AND REL<.9999 THEN KC = .814
5360 IF REL >= .999 AND REL<.99999 THEN KC = .753
5370 IF REL >= .9999 AND REL<.999999 THEN KC = .702
5380 IF REL >= .99999 AND REL<.9999999 THEN KC = .659
5390 IF REL >= .999999 AND REL<.99999999 THEN KC = .62
5400 IF REL >= .9999999 AND REL<.99999999# THEN KC = .584
5410 IF REL >= .99999999# AND REL<.999999999# THEN KC=.551
5420 IF REL>=.999999999# AND REL<.9999999999# THEN KC=.52
5430 REM ***CALCULATION OF KD***
5440 PRINT TAB(5)"ARE THERE TEMPERATURE EFFECTS
ON THE SPECIMEN (Y/N) ?"
5450 INPUT " ";ANS$
5460 IF ANS$="y" OR ANS$="Y" THEN 5470 ELSE 5530
5470 PRINT TAB(5)"WHAT IS THE TEMPERATURE
OF THE SPECIMEN (degrees F)?"
5480 PRINT TAB(10)"THE TEMPERATURE SHOULD BE
LESS THAN 1020 F."
5490 INPUT " ";TEMP
5500 IF TEMP <= 840 THEN KD = 1
5510 IF TEMP>840 AND TEMP <= 1020 THEN
KD =.1-(.0032*(TEMP-840))
5520 GOTO 5540
5530 KD=1
5540 REM ***CALCULATION OF KE***
5550 PRINT TAB(5) "ARE THERE ANY STRESS CONCENTRATION
FACTORS INVOLVED (Y/N) ?"
5560 INPUT " ";STRESS$
5570 IF STRESS$="Y" OR STRESS$="y" THEN
GOSUB 10000 ELSE KE = 1
5580 RETURN
    
```

$$k_a = 1.0316(10^{-5})x^2 + 5.167672(10^{-3})x + 0.097025733 \quad (5)$$

이 된다. 같은 方法으로 다른 表面條件들도 曲線의 方程式을 구하면 간단히 電算化할 수 있다. 要因 k_a 에서 부터 k_d 를 구하는 CAD 프로그램은 표 2와 같다. 圖表로 나타난 信賴度 要因, k_c 도 쉽게 프로그램할 수 있다.

應力集中要因, k_c : 一般的으로 要因 k_e 를 구하기 위해서는 우선 문제에 맞는 應力集中形

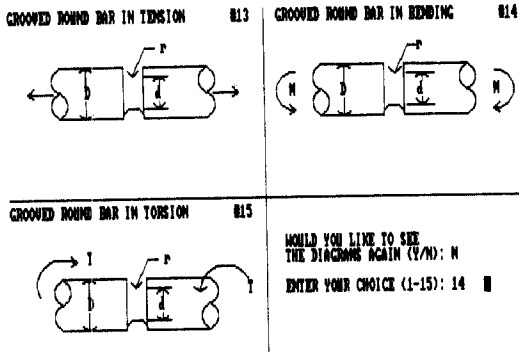


그림 5 스크린에 나타난 응력 집중 형태

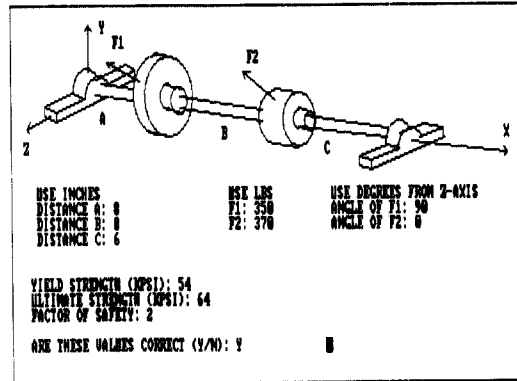


그림 6 문제의 축을 PC 스크린에 나타내고 치수, 힘, 그의 상수를 입력한다.

態를 圖表에서 찾아내고 다음 그 圖表에서 應力集中 條件을 찾아 K_r 값을 찾는 다음 q 의 값을 그림 3에서 구한 후 식 (4)에 대입하여 K_r 를 구하고 식 (3)에 의해 K_e 값을 찾아야 하는 번거러움이 있다.

이러한 과정은 PC의 그래픽 성능을 이용하여 쉽게 CAD화할 수 있다.

例로 그림 4를 電算化 하려면 PC 그래픽 命令語를 利用하여 똑같은 모양을 컴퓨터에 入力시키는 것이다. 入力되어 PC스크린에 나타낸 例가 그림 5에 나타나 있으며 그림 5에서 #14이 이에 해당된다.

3. 機械設計에 대한 應用例

機械設計過程은 相當한 量의 反復(iteration)을 要求하기 때문에 電算機를 利用한 設計가 많은 도움을 주고 있다. 다음은 軸(shaft)設計의 例를 CAD화하여 소개한다.

“그림 6에서와 같은 軸에 길이 $A=8\text{inch}$, $B=8\text{inch}$, $C=6\text{inch}$ 그리고 도르래에 걸리는 힘이 $F_1=350\text{lbs}$, $F_2=370\text{lbs}$ 그리고 F_1 과 F_2 가 正軸과 이루는 角이 각각 90度, 0度이며 降伏強度(yield strength)가 54kpsi, 極限強度(ultimate strength)가 64kpsi, 安全係數(safety factor)가 $n=2$ 일 때 이런 경우에 적합한 軸의 直徑을 구하라.”

사인스(George Sines)에 依하면 이러한 경우 軸의 直徑은 다음 公式에서 求할 수 있다. 卽,

$$d = \left(\frac{32Mn}{\pi S_e} \right)^{1/3} \quad (6)$$

여기서 M 은 모우멘트의 最大값이다. 혹은 轉단에너지(distorsion energy)에 理論에 의한 Soderberg의 公式

$$d = \frac{48n}{\pi} \left[\left(\frac{T}{S_y} \right)^2 + \left(\frac{M}{S_e} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (7)$$

를 利用할 수도 있다. 이 例에서는 公式 (6)을 利用하여 PC프로그램을 썼다.

그림 6에서 보듯이 問題의 軸 그림이 스크린에 나오면 對應되는 값을 問題에서 찾아서 入力한다. PC프로그램은 400줄로 짜여져 있으며 轉단력선도(shear-diagram)와 모우멘트 선도(moment-diagram)를 그릴 수 있는 能力과 k_a 서 부터 k_d 要因을 찾아 원하는 直徑을 求하도록 되어 있다. 그 順序를 보면 주어진 값이 入力되면 그림 7과 같은 轉단력(shear) 그리고 모우멘트-선도(moment diagram)이 스크린에 나타난다. 여기서 最大모우멘트 값을 스스로 求하고 直徑을 구하는 公式에 對比를 한다.

다음 k_a 서 부터 k_d 를 求하기 위하여 스크린

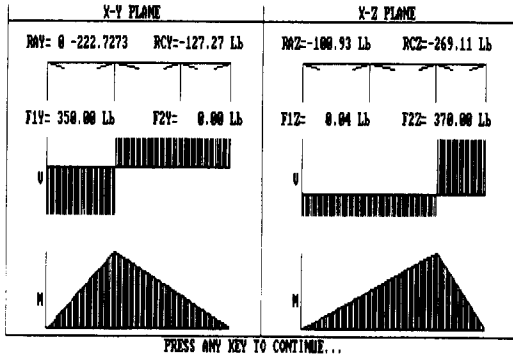


그림 7 PC 스크린에 나타난 문제의 전단력선도와 모우멘트 선도

이 다음과 같이 묻는다.

```

                INPUT K VALUES HERE
PLEASE SPECIFY TREATMENT OF MATERIAL
1: POLISHED
2: GROUNDED
3: COLD DRAWN
4: AS FORGED
5: HOT ROLLED
? 3
PLEASE ENTER THE RELIABILITY FACTOR OF THE SPECIMEN.
? 0.9999999999
THE VALUE SHOULD BE BETWEEN 0.50 AND 0.9999999999.
? Y
ARE THERE TEMPERATURE EFFECTS ON THE SPECIMEN (Y/N) ?
? Y
WHAT IS THE TEMPERATURE OF THE SPECIMEN (degrees F)?
? 80
THE TEMPERATURE SHOULD BE LESS THAN 1020 F.
? Y
ARE THERE ANY STRESS CONCENTRATION FACTORS INVOLVED (Y/N) ?

```

만일 應力集中要因이 있으면 Y(es)라 入力하면 그림 5와 같은 15가지의 形態가 스크린에 나타나는데 問題에 맞는 번호를 넣어주고 K_t 를 求하기 위해 $x=0.1$, $y=1.02$ 를 入力하면 다음과 같은 答을 준다.

```

**** FINAL RESULTS ****
-----
ULTIMATE STRENGTH = 64 (kpsi)

```

```

SEPRIME = 32 (kpsi)
ENDURANCE STRENGTH 12.70 (kpsi)
A SAFE DIAMETER FOR THIS SHAFT IS AT LEAST 1.4(in)
FOR A FACTOR OF SAFETY OF 2
PRESS ANY KEY TO CONTINUE...

```

4. 맺음말

PC의 發達로 機械設計 分野는 메인프레임을 사용하지 않아도 過去에 지루하고 時間이 많이 걸렸던 “trial and error” 過程을 손쉽게 할 수 있게 되었다. 특히 機械設計에서는 많은 데이터를 그림 및 표에서 읽어야 하는 어려움이 이를 電算化함으로써 設計時間을 현격히 단축시킬 수 있었다.

본 글에서는 한 例로 疲勞強度設計를 荷重이 걸린 軸 設計에 應用하였다. 紙面關係上 프로그램全體를 소개하지 못하나 충분히 學部學生 수준이면 별 어려움 없이 프로그램을 作成할 수 있을 것이다.

참고 문헌

- (1) Shigley, J.E. and Mitchell, “Mechanical Engineering Design”, McGraw Hill Book Co.
- (2) Youm, Y., “CAD in Mechanical Design”, Unpublished Class Note