

여과케이크의 압착탈수조작에 관한 연구*¹

趙駿衡*²

Studies on Expression Operations of Filter Cakes*¹

Jun Hyung Cho*²

SUMMARY

Expression is an operation of separating liquid from solid-liquid mixtures which has long been used on a universal scale in widely divergent fields. In fruit pulps processing and fermentation industries, removal of a portion of the liquid in filter cake is essential to the maximum yields of products. In sewage sludge treatments, dewatering of filter cakes is important to disposal by incineration, transportation, and landfill. In the chemical process industries, drying of wet cakes increases cost, and it is desirable to eliminate as much liquor as possible by non-thermal methods.

This paper is mainly concerned with the development of a simplified equation for constant-pressure expression.

1. 서 론

여과케이크의 압착탈수조작은 자원, 에너지의 유효이용의 관점에서부터 각종 화학공업, 제지공업, 식품공업등 이외에 상하수오염, 폐액처리에 널리 이용되어지고 있으며 그 중요성이 점차로 대두되고 있다. 특히, 압착분리법은 고액계 혼합물을 고압에 의해 액체와 케이크로 분리하는 조작으로서 건조등의 열처리 조작에 비하여 매우 경제적이다.

압착에 관한 초기의 연구로는 Gurnham & Masson, Deer, Koo 등의 연구가 있다.

Gurnham & Masson³⁾은 紙, Pulp, Asbestos 등의 섬유질시료에 하중압력을 작용시켜 압축하여 압축평형상태에 따른 시료의 비용적과 하중압력에 관한 실험적 관계를 구하였다. Deer,⁶⁾ Koo⁴⁾는 식물 종자의 榨油에 관한 실험적 연구를 행하였다. 그리고, 최근에 Shirato & Murase^{11,12)}는 하중압력 및 탈액속도의 경시변화에 의한 정압, 정속 및 변압 압착으로 분류하여 슬러리원료, 포화 반고체상원료 및 내부에 기체를 포함한 불포화원료에 대해서 압착·분리 구조를 해석하고, 압착 과정이 일반적으로 여과와 압밀의 2 기간에 의해 성립함

*1. 接受 1989年 8月 23日 Received August 23, 1989

*2. 江原大學校 林科大學 College of Forestry, Kangweon National University, Chuncheon 200-701.

을 밝히었으며 여과기간에 대해서는 Ruth이론⁷~⁹⁾ 그리고, 압밀 기간에 대해서는 Terzaghi의 압밀론¹⁵⁾을 수정하여 고압축성원료의 압착에도 적용 가능한 이론적 해석법을 내놓았다.

일반적으로, 여과케이크 내부에는 함수를 분포가 있어, 여재면 부근에서는 최소, 케이크 표면에서는 최대가 된다. 여과압력이 증가하여도 여재면에서의 공극률은 감소하나, 그 이외의 케이크내부의 공극률은 거의 변화하지 않으므로, 여과케이크 전체의 함수율은 약간 감소한다.

본, 연구에서는 기계적 압착 조작에 대한 정압압착 이론에 대해 설명하였고, 여과 기간과 압밀 기간의 이론적 해석을 고찰하였다.

2. 실험장치 및 방법

실험장치의 개요를 Fig. 1에 나타내었다. 사용한 압착여과기의 실린더 단면적은 $A=28.27\text{cm}^2$ 이며, 피스톤의 반경은 $r=3\text{cm}$ 이다. 실험 방법으로는, 실린더내에 일정량의 슬러리를 주

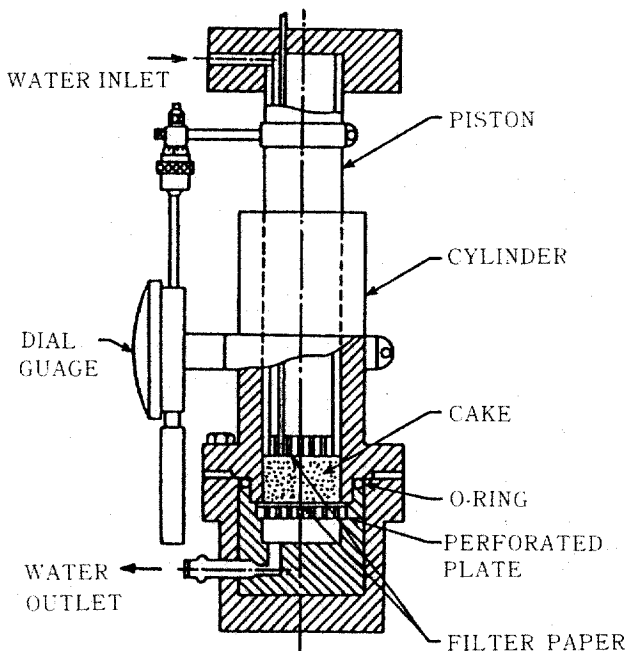


Fig. 1. Schematic diagram of experimental apparatus.

입한 후, 피스톤위에 하중을 가하여 슬러리를 압축시키며, 이때 피스톤은 점차로 하강하여 어느 일정시간 경과 후, 슬러리중의 고체입자의 압밀현상에 의해 압축평형상태에 이르게 된다. 또한, 피스톤 위에 가하여진 하중압력에 따른 압축케이크 두께의 경시변화를 측정하기 위하여 다이얼게이지를 설치하였다. 실험시료로는 $s=0.391$ 의 Korean kaolin 슬러리를 사용하였으며, 본 실험에 사용된 하중압력의 범위는 $p=98\sim392\text{kPa}$ 이다.

3. 압착이론해석

3.1. 정압여과기간의 이론적 해석

케이크여과에 관한 최근의 이론적 연구는 Tiller,¹⁶⁾ Shirato¹³⁾에 의해 압축성 여과케이크 내부에서 발생하는 Squeezing action에 의해 내부의 여액유속 및 입자이동속도분포를 고려한 근대여과이론이 제출되었다. Fig. 2에 나타낸 것처럼, 일반적으로 여과가 진행하고 여과케이크가 성장하면 부분케이크 고체압축압력 P_c 가 증대한다. 압축성여과케이크의 경우,

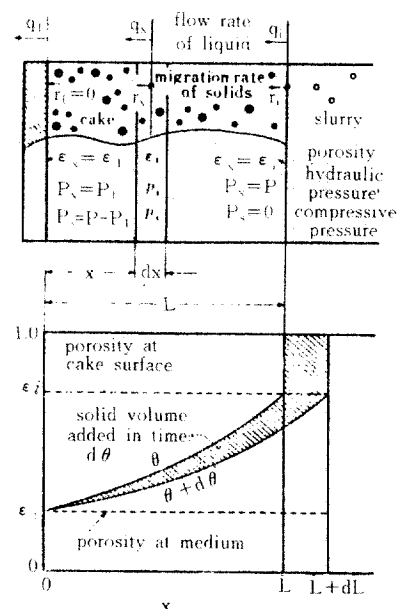


Fig. 2. Schematic diagram of cake.

P_s 의 증대에 의해 케이크내부 각 위치의 공극이 압축되어 내부로부터 탈액되어지므로, 여재면에 근접할수록 여액유속이 증가한다. 그리고, Squeezing action에 의해 케이크 내부의 고체입자도 여재면의 방향으로 이동하나, 압축성 케이크 내부의 입자이동속도는 여과케이크 표면에서 증가한다.

케이크가 비압축성으로서 입자이동이 무시가능한 경우, 여재면으로부터 임의의 위치 x 에 따른 여액의 겉보기유속 q [m/s]는 Eq. (1)에 의해 나타내어진다.

$$q = \frac{1}{\mu \alpha \rho_s (1 - \varepsilon)} \cdot \frac{\partial P_L}{\partial x} = \frac{-1}{\mu \alpha \rho_s} \cdot \frac{\partial P_s}{\partial \omega} \quad (1)$$

여기서, α [m/kg]는 부분여과비저항, μ [Pa·s]는 여액의 점도, ρ_s [kg/m³]는 고체입자의 진밀도, ω [m³/m²]는 케이크 밑면으로부터 임의의 위치까지 존재하는 단위단면적당의 고체체적, P_L [Pa]은 부분액압이며 부분압축압력 P_s [Pa]와 여과압력 P [Pa]는 다음과 같은 관계로 표시된다.¹⁰⁾

$$P_L + P_s = P \quad (2)$$

압축성케이크에서는, 여재면에 향한 입자이동속도 r_s [m/s]의 영향을 고려하여 Eq. (1)을 수정한, Eq. (3)을 이용할 필요가 있다.

$$u = q - er_s = \frac{1}{\mu \alpha \rho_s} \cdot \frac{\partial P_L}{\partial \omega} = \frac{-1}{\mu \alpha \rho_s} \cdot \frac{\partial P_s}{\partial \omega} \quad (3)$$

u [m/s]는 고체입자에 대한 여액의 상대속도, e [-]는 케이크의 부분공극비이다. 정압여과기간에 따른 여과속도 u_1 [m/s]은 Eq. (3)을 케이크 전체에 대해 적분하여 Eq. (4)로 나타낼 수가 있다.

$$u_1 = \frac{dv}{d\theta} = \frac{P(1-ms)}{\mu \alpha_{av} \rho_s} \cdot \frac{1}{v+v_m} \quad (4)$$

여기서, v [m³/m²]는 단위여재면적당의 여액량, θ [s]는 여과시간, ρ [kg/m³]는 여액밀도, u_m [m³/m²]은 여재저항에 상당하는 단위여재면적당의 가상여액량, m [-]은 케이크의 습건질량비, α_{av} [m/kg]는 케이크의 평균 여

과비저항이며, Eq. (5)로 정의할 수 있다.

$$\alpha_{av} = \int_0^1 \frac{u}{u_1} d\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \cdot \frac{P - P_m}{\int_0^1 P - P_m \frac{1}{\alpha} dP_s} \quad (5)$$

여기서, ω_0 [m³/m²]는 단위여재면적당의 여과케이크의 전고체체적, P_m [Pa]은 여재면상의 액압이다.

여과케이크 전체의 평균공극비 e_{av} [-]는 물질수지식을 이용하여 Eq. (6)으로 정의한다.

$$e_{av} = \frac{1}{\omega_0} \int_0^{\omega_0} ed\omega = \int_0^1 ed\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \quad (6)$$

그러므로, 압축투과실험^{1,2,5)}에 의한 α vs. P_s , e vs. P_s 관계로부터, 부분액압 P_L -분포 및 부분공극률 ε -분포등 여과케이크의 내부상태를 해석할 수 있다.

3.2. 정압압밀기간의 이론적 해석

일정질량의 농축한 슬러리를 Fig.3-a에 표시한 것처럼 압착장치에 공급하여, 일정하중을 가하여 압착시키면, 슬러리원료는 먼저, 여과와 동일한 구조상태로 분리되어 여재위에 케이크가 생성된다. 공급슬러리가 전부 여과되어 여실내부상태가 Fig. 3-b처럼, 생성케이크로 이루어지면 그 이후는 케이크 내부의 공극부로부터 액체가 착액되어 장시간 후에는 압축평형상태에 도달하게 된다. 일반적으로, 여과기간에서는 Eq. (7)에 의해 정의된다.

$$\frac{d(L_0 - L)}{d\theta_1} = \frac{i^2 P (1 - ms)}{\mu \bar{\rho}_s \alpha_{av} [(L_0 - L) + L_m]} \quad (7)$$

여기서, L_0 [m]는 공급슬러리의 초기두께, L_m [m]은 여재저항에 상당하는 시료두께의 가상감소량, i [-]는 배수면의 수이다. 여과기간 종료시의 케이크 두께를 L_1 이라 하면, Eq. (8)이 얻어진다.

$$L_0 - L_1 = \frac{\bar{\rho}_s (1 - ms)}{\rho_s} \cdot \omega_0 \quad (8)$$

임의의 여과시간 θ_1 [s]에 따른 시료두께 L [m]은 정압압착에서는 Eq. (7)을 적분하여 Eq. (9)로 표시되어진다.

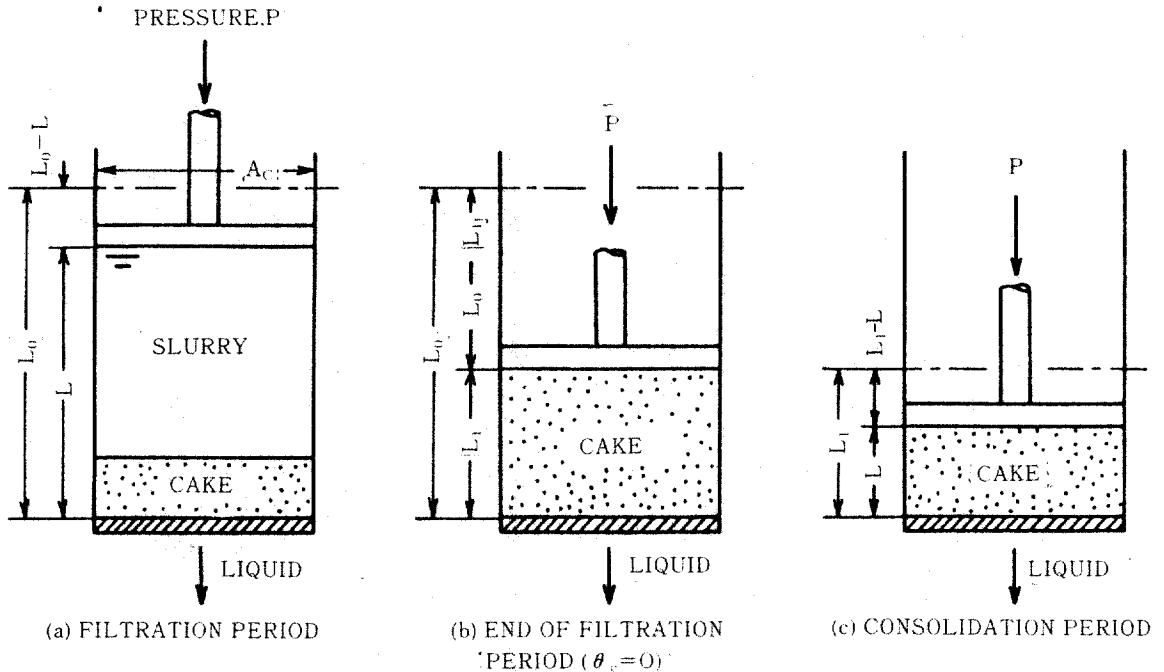


Fig. 3 : Schematic picture of cake under consolidation.

$$(L_0 - L) + L_m = i [K_v (\theta_f + \theta_m)]^{1/2} \quad (9)$$

그리고, Eq. (8)과 Eq. (9)의 관계로부터 다음식을 얻을 수 있다.

$$(U_f + U_m) = (T_f + T_m)^{1/2} \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} U_f &\equiv (L_0 - L) / (L_0 - L_m), U_m \equiv L_m / (L_0 - L_m) \\ T_f &\equiv k_w \theta_f^2 / \omega_0^2, K_w = 2P \bar{\rho} s / \mu \alpha a v \rho_s (1 - m_s) \end{aligned} \right\} (11)$$

또한, Eq. (10)은 다음과 같이 표시할 수도 있다.

$$U_f = \frac{i \sqrt{K_w}}{\omega_0} (\sqrt{\theta_f + \theta_m} - \sqrt{\theta_m}) \quad (12)$$

여기서, $U_f[-]$ 는 여과기간의 진행 정도를 나타내는 값이며, 여과기간의 시작에서는 $U_f = 0$, 종료시에는 $U_f = 1$ 이 된다. $T_f[-]$ 는 여과 시간계수, $T_m[-]$ 는 여재저항에 관한 시간계수, $K_w[-]$ 는 수정여과계수이다.

정압여과기간에서는, 여재저항이 무시가능하면, 여과비 U_f , 또는 시료두께의 감소량 $(L_0 - L)$ 은 여과시간의 평방근 $\sqrt{\theta_f}$ 에 대해서 직선적으로 증가한다. 그리고, U_f 에 도달하기까지의 시간 θ_f 는 기타의 조건이 동일하다면, ω_0 의 제곱에 비례한다.

압밀케이크 내부의 임의의 위치에서 $d\omega$ 의

고형분을 포함한 미소박층으로부터 시간 $d\theta_c$ 에서 추출되는 액량은 미소케이크박층의 공극 용적의 감소량과 같으므로 Eq. (13)이 성립한다.

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_c} = \frac{\partial u}{\partial \omega} \quad (13)$$

여기서, $\theta_c[s]$ 는 압밀경과시간이다. Eq. (3)을 Eq. (13)에 대입하면, 다음 식이 얻어진다.

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_c} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(-\frac{1}{\mu \rho_s \alpha} \cdot \frac{\partial P_s}{\partial \omega} \right) \quad (14)$$

α 값에 전압밀기간에 따른 평균치를 이용하고, 공극비 e 가 고체압축압력 P_s 와 직선관계에 있다고 가정하면, Eq. (14)는 다음의 수정압밀방정식^{11, 12, 14)}으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial P_s}{\partial \theta_c} = C_c \frac{\partial^2 P_s}{\partial \omega^2} \quad (15)$$

여기서, $C_c [m^2/s]$ 는 수정압밀계수이며, Eq. (16)으로 정의되는 값이다.

$$C_c \equiv \frac{1}{\mu \alpha \rho_s^2 (-de/dP_s)} = \text{const.} \quad (16)$$

수정압밀방정식 Eq. (15)를 다음의 초기조건

과 경계조건에 의해 계산하면, 일정한 압착압력 P 를 작용시켜서 케이크를 압착하는, 다시 말하여, 정압압착에 따른 착출액량의 경시변화가 얻어진다.

$$\text{초기조건 } P_s = P_{s,1} : \theta_c = 0 \quad (17)$$

$$\text{경계조건 } P_s = P : \omega = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial \omega} = 0 : \omega = \frac{\omega_0}{i}$$

여기서, $P_{s,1}$ [Pa]은 압밀개시 ($\theta_c = 0$)일 때에 따른 부분고체압축압력이다.

여과케이크가 중정도의 압축성을 갖는 경우, 여과케이크 내부의 액압분포는 Eq. (19)로 표시할 수 있으며, ^{10,11)}

$$P_f = P - P_s = P \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{i\omega}{\omega_0}\right) \quad (19)$$

압밀기간의 진행정도를 나타내는 값 U_c 는 Eq. (20)으로 표시된다.

$$U_c = \frac{v_c}{v_{c, \max}} = 1 - \exp\left(-\frac{\pi^2}{4} \cdot \frac{i^2 C_c \theta_c}{\omega_0^2}\right) \quad (20)$$

여기서, v_c [m]는 압밀시간 θ_c [s]까지 얻어진 단위여재면적당의 착액량, $v_{c, \max}$ [m]는 압밀기간의 전착액량이다. 그리고, 수정압밀계수 C_c 는 압밀속도를 지배하는 중요한 조작변수이며, Eq. (21)에 의해 C_c 값이 결정되어진다.

$$C_c = 0.933 \omega_0^2 / i^2 \theta_{90} \quad (21)$$

4. 실험결과 및 고찰

여과케이크 두께의 경시변화를 Fig. 4에 표시하였다. 슬러리는 먼저, 여과와 동일하게 분리되어 여과케이크가 형성되어지며, 슬러리중의 고체입자가 전부 케이크층을 형성하면, 여과기간으로부터 압밀기간으로 진행한다. 여과기간의 종료시간 및 그때의 시료두께 L_1 은 Fig. 4에 나타낸 L vs. θ 의 관계로부터 알 수 있으나, Fig. 5에 표시한 $-\Delta L / \Delta \sqrt{\theta_f + \theta_m}$ vs. θ 의 관계로부터 보다 정확한 값을 구할 수가 있다. Fig. 6에는 정압압착 실험으로부터

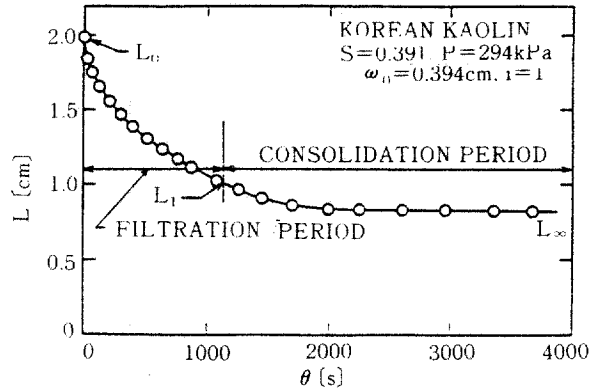


Fig. 4 : Experimental results L vs. θ under constant-Pressure expression.

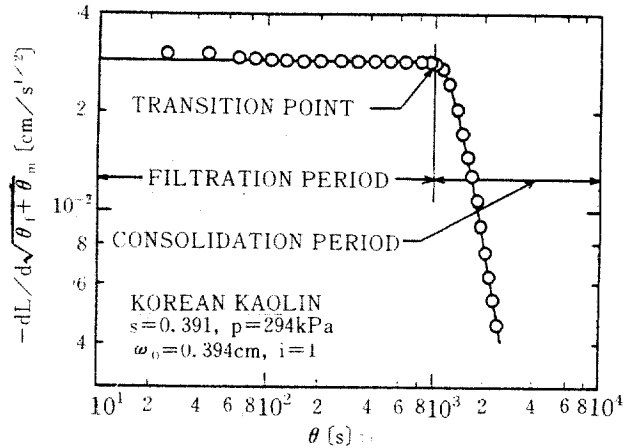


Fig. 5 : Determination of transition point between filtration and consolidation periods.

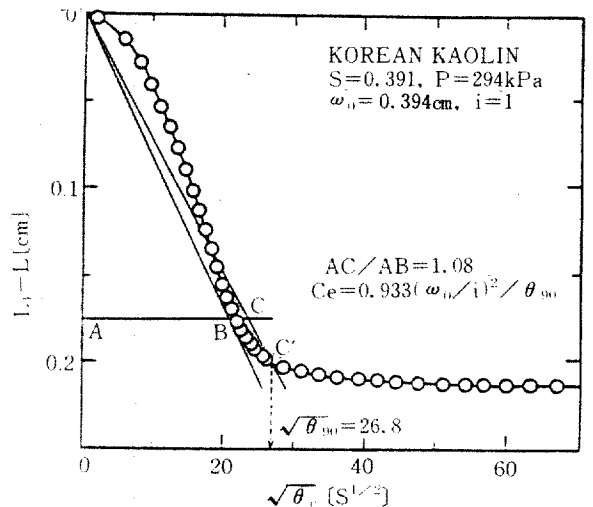


Fig. 6 : Fitting method for filter cake consolidation.

얻어진 압밀기간에서의 케이크두께(L_1-L) vs. $\sqrt{\theta_c}$ 의 관계로부터, Fitting법을 사용하여 $U_c=0.9$ 에 의한 압밀시간 θ_{90} 을 구하는 방법을 나타내고 있다. Fig. 7은 압밀비 U_c 를 $\sqrt{\theta_c}/\omega_0$ 에 대해 표시한 것이며, 실선은 Fitting법에 의해 결정한 C_c 값을 이용한 값이다. 그림으로부터 알 수 있는 것과 같이 U_c 의 이론치는 실험치와 잘 일치함을 보여주고 있다.

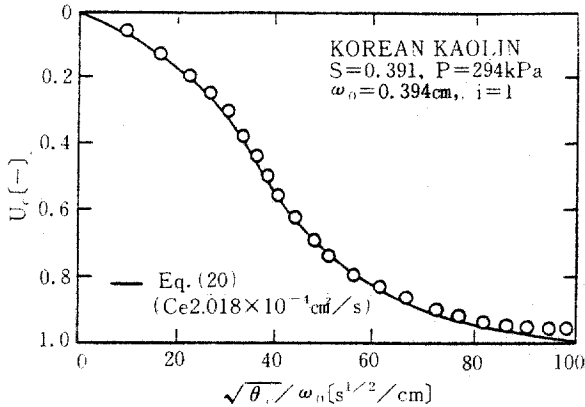


Fig. 7: Relation between average consolidation ratio U_c and $\sqrt{\theta_c}/\omega_0$.

5. 결 론

압착조작에 의한 슬러리의 고액분리 과정은 일반적으로 정압여과기간과 압밀기간으로 구분하여 해석하는 것이 타당함을 밝혔으며, 여과기간에서는 압착변수로서 여과비 U_f 및 수정여과계수 K_w 를, 압밀기간에서는 압밀비 U_c 및 수정압밀계수 C_c 의 정의가 가능함을 보여주었고, 이들의 조작변수는 시료의 성질과 조작조건에 의해 결정되는 중요한 인자로서 실험적, 이론적에 의하여 구할 수가 있으며, 본 해석방법은 시료의 종류 및 조작조건에 관계없이 일반적인 정압압착 과정에 적용이 가능하다고 생각되어진다.

Nomenclature

A=cylinder medium area [m²]
C_c=modified consolidation coefficient [m²/s]

e=local void ratio (-)
i=number of drainage surface (-)
K_v=Ruth's coefficient of constant-pressure filtration [m²/s]
K_w=modified filtration coefficient [m²/s]
L=thickness of solid-liquid mixture (m)
L₀=initial thickness of the mixture (m)
L₁=thickness of mixture at the end of filtration period, i. e. at the beginning ($\theta_c=0$) of consolidation period (m)
L_m=fictitious (L_0-L)-value equivalent to medium resistance (m)
m=ratio of wet to dry cake mass (-)
P=applied pressure (Pa)
P₁=local hydraulic pressure (Pa)
P_m=local hydraulic pressure on medium surface (Pa)
P_s=local solid compressive pressure (Pa)
P_{s,1}=local solid compressive pressure when $\theta_c=0$ (Pa)
q=local apparent velocity of filtrate (m/s)
r=radius of piston (m)
r_s=local apparent migration rate of solid (m/s)
s=mass fraction of solids in slurry (-)
T_f=time factor of filtration (-)
T_m=time factor accounting for medium resistance (-)
U_c=average consolidation ratio (-)
U_f=filtration ratio (-)
U_m=filtration ratio accounting for medium resistance (-)
u=apparent liquid velocity relative to solids (m/s)
u₁=filtration velocity (m/s)
v=filtrate volume per unit medium area (m)
v_c=volume per unit area squeezed from cake from $\theta_c=0$ to θ_c (m)
v_{c,max}=volume per unit area squeezed from cake from $\theta_c=0$ to ∞ (m)

x = distance from the medium	[m]
α = local specific filtration resistance	[m/kg]
α_{av} = average specific filtration resistance	[m/kg]
ϵ = local porosity	[-]
θ = filtration time	[s]
θ_c = time for consolidation	[s]
θ_m = fictitious filtration time corresponding to the medium resistance	[s]
θ_{90} = consolidation time required for attaining 90% of U_c	[s]
μ = viscosity of liquid	[Pa · s]
ρ = density of liquid	[kg/m ³]
ρ_s = true density of solids	[kg/m ³]
ω = solid volume per unit area lying between the medium and an arbitrary position in cake	[m]
ω_0 = net solid volume of entire cake per unit area	[m]

参 考 文 献

1. Carman, P. C.: 1939. J. Soc. Chem. Ind., 58, 1.
2. Grace, H. P.: 1953. Chem. Eng. Progr., 49, 303, 367.
3. Gurnham, C. F. and H. J. Masson: 1949. Ind. Eng. Chem., 38, 1309.
4. Koo, E. C. 1942. Ind. Eng. Chem., 34, 342.
5. Okamura, S. and M. Shirato: 1955. Kagaku Kogaku, 19, 111
6. Perry, J. H. 1963. Chemical Engineers Handbook, 4th ed., 19-39, McGraw-Hill, New York
7. Ruth, B. F. 1933. Ind. Eng. Chem., 25, 153
8. idem 1935. ibid., 27, 806
9. idem 1946. ibid., 38, 564
10. Shirato, M. and S. Okamura 1955. Kagaku Kōgaku, 19, 104
11. Shirato, M. and T. Murase, H. Kato and S. Fukaya 1967. Kagaku, Kōgaku, 31, 1125
12. idem 1970. Filtration & Separation, 7, 277
13. Shirato, M., M. Sambuichi, H. Kato and T. Aragaki 1967. Kagaku Kōgaku, 31, 359
14. Shirato, M., T. Murase, M. Negawa and H. Moridera 1971. J. Chem. Eng. Japan, 4, 263
15. Terzaghi, K. and R. B. Peck: 1948. "Soil Mechanics in Engineering Practice", P. 65, John Wiley
16. Tiller, F. M. and H. R. Cooper: 1960. AIChE Journal 6 595