

單位根과 共積分의 經濟學的 意味와 그 檢定法에 대한 概要

崔 範 樹

최근에 巨視計量經濟學의 實證分析은 不安定의 時系列(non-stationary time series)에 대한 인식과 그 統計的 處理技法에 있어서 현저한 진전을 보였다. 주요한 巨視經濟變數들이 單位根(unit root)을 가지기 때문에 定통 計量經濟學의 方法論을 단순적용할 수 없다는 주장이 대두되고 있는 한편 이러한 문제점을 극복하는 동시에 변수 상호간 長期均衡關係를 설명할 수 있는 共積分(cointegration)理論이 개발되어 經濟學의 여러 분야에서 응용되고 있다.

本 研究에서는 單位根과 共積分의 개념과 그 統計學的 및 經濟學的 意味를 설명하고 여태까지 개발된 檢定統計量 중 비교적 우수하다고 평가되는 몇가지의 檢定力을 比較評價함으로써 이들을 이용한 實證分析의 지침을 제공하고자 하였다.

는 대부분의 주요한 巨視經濟變數가 不安定의 이라는 研究結果를 발표함으로써 기존 방법론의 타당성에 대해 심각한 문제가 있음을 제기하였다.

Granger and Newbold(1974)에 의해서 實證的으로 보여지고 Phillips(1986)에 의해서 理論的으로 증명된 바에 의하면 두 變數 사이에 아무런 상관관계가 없다고 할지라도 變數가 不安定의 이라면 회귀계수의 t -값이 표본 수가 커짐에 따라 증가하여 回歸分析結果를 오도하는 이른바 假性回歸分析(spurious regression)의 문제가 초래된다. 실제로 이 假性回歸分析의 문제는 많은 경우에 있어서 두

I. 序 論

어떤 時系列變數가 短期的 衝擊에 의해 그 趨勢值에서 이탈하더라도 中國에는 그 趨勢值로 돌아가려는 傾向을 安定性(stationarity)이라 부른다. 回歸分析에 의존하는 定통 計量經濟學의 方法論은 使用變數들의 安定性을 전제하고 있는데 Nelson and Plosser(1982)

變數가 相互 獨立의이라는 歸無假說을 잘못
기각하게 되는 원인이 되었으며 第6章에서
설명할 共積分(cointegration)理論이 발달하
게 되는 계기를 제공하였다.

時系列이 安定的인 경우 그 時系列에 주어
지는 無作爲의 衝擊(random shock)은 오직
잠정적인 효과만을 초래하는 반면 時系列이
불안정적인 경우에는 무작위적 충격이 累積
되고 미래치에 대해 영속적인 影響을 미친다.
이 때문에 不安定時系列(non-stationary proc-
ess)을 다른 말로 積分時系列(integrated proc-
ess)이라고도 부르며 自己回歸模型(autore-
gressive model)으로 표시했을 때 그 特性根
이 1이기 때문에 單位根(unit root)을 갖는다
고도 말한다. 이와 같은 不安定性은 직관적
으로도 알 수 있는 바와 같이 景氣循環의 分
析이나 時系列의 豫測에 있어서 根本的인 문
제를 招來한다.

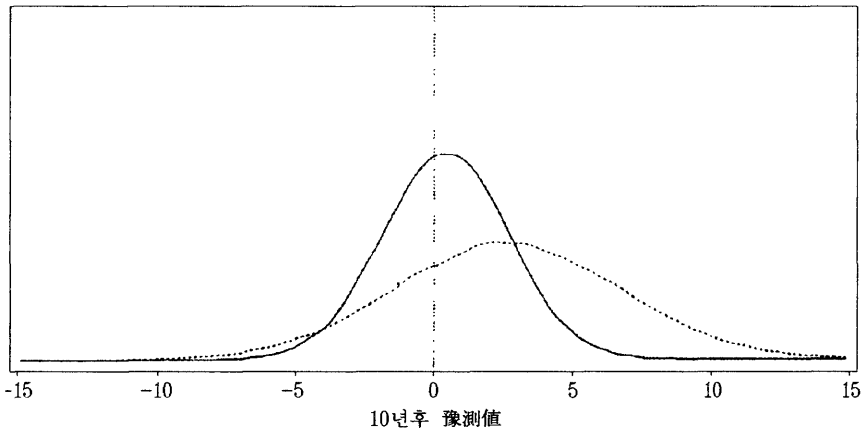
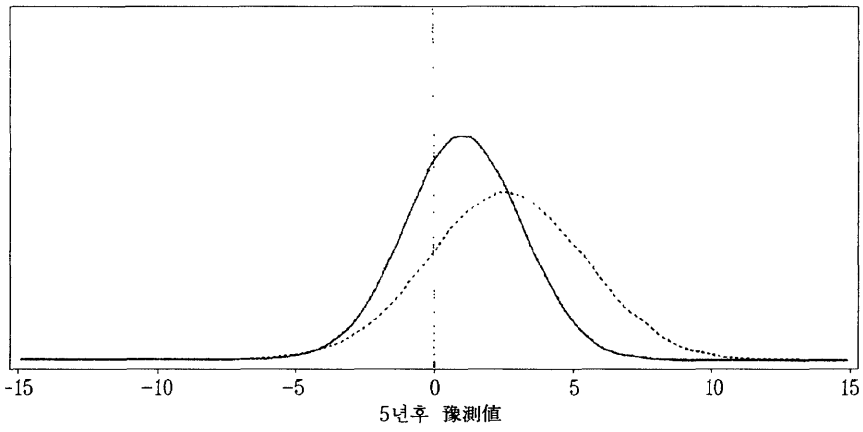
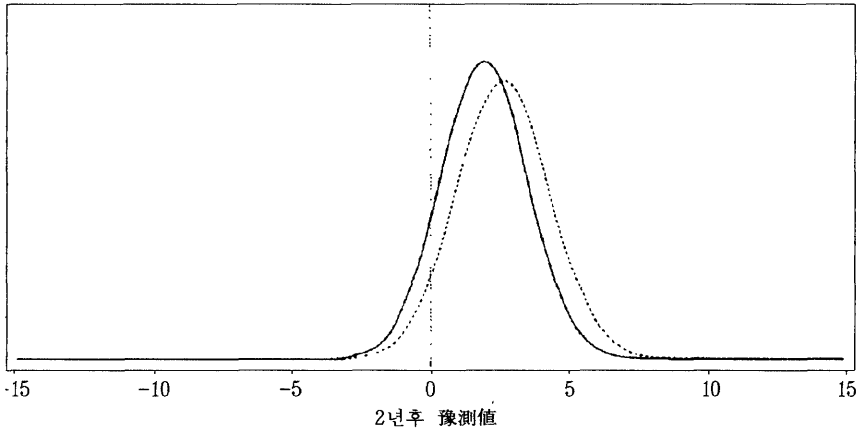
어떤 時系列의 安定性 여부에 대한 식별상
의 문제가 그 豫測值에 어느 정도의 영향을
미치는가를 알아보기 위해서 실험을 해보기
로 하자. 먼저 Nelson and Plosser의 자료
중에서 1人當 實質國民所得에 로그를 취한
후 그 데이터生成過程(data generating pro-
cess)을 ARMA(autoregressive moving aver-
age)와 ARIMA(autoregressive integrated
moving average)의 技法을 각각 적용해서
추정한 다음 현재 충격(current shock)의 크
기가 측정된 표준편차의 2배라고 가정할 때
각각 2년후, 5년후, 10년후의 豫測值가 安
定性(ARMA)과 不安定性(ARIMA)의 假定下에
서 어떻게 분포되는가를 [圖 1]에 보였다.
비교의 편의를 위해서 통상 있을 수 있는
것보다 큰 충격이 있는 경우를 보였으며

Nelson and Plosser의 로그 1人當 國民所得
을 例로 든 것은 그 데이터의 安定性 여부를
둘러싸고 학계의 논란이 있었기 때문이다.
[圖 1]에서 우리는 두가지 豫想했던 결과를
확인할 수 있다. 첫째 時系列이 安定的인 것
으로 파악했을 경우에는 豫測值의 平均이 장
기로 갈수록 그 추세치에 수렴하지만 不安
定的인 경우에는 現在值가 長期豫測值의 平均
이 되며, 둘째 不安定的인 경우에는 안정적
인 경우에 비해 그 分散이 長期로 갈수록 더
욱더 커진다. [圖 1]에서 보는 바와 같은 정
도의 차이가 결정적인 의미가 있는 것인지에
대해서는 각각의 研究目的에 따라 달라질 수
있겠지만 여기서는 단지 單位根이 존재함으
로써 야기되는 예측상의 문제를 視覺的으로
보여주는 데서 그치고자 한다.

本 研究에서는 주로 美國에서 최근에 개발
된 單位根에 대한 研究結果와 그 檢定統計量
(test statistics)을 비교 설명하고 실제 적용
에 있어서 유의해야 할 점들을 논의하였다.
單位根을 갖는 變數를 이용해서 回歸分析을
할 경우 필수불가결하게 제기되는 共積分
(cointegration)에 대해서도 그 經濟學的 및
計量經濟學的 의미를 說明하였다. 연구의 목
적이 實證分析의 지침을 제공하는 데 있는만
큼 증명 등 수학적인 技法에 대한 설명은 參
考文獻을 참조토록 하고 되도록이면 직관에
의존하여 전체적인 윤곽을 파악하는 데 주력
하였다.

第2章에서는 최근에 개발된 單位根의 존재
여부에 대한 檢定統計量을 소개하고, 第3章
에서 趨勢值(time trend)의 중요성과 그 檢
定方法을 설명한 다음 第4章에서는 第2章에
서 소개한 檢定統計量의 檢定力(power)과

[圖 1] Nelson & Plosser의 1人當 實質GNP 豫測値의 分布
 [安定性(——)과 不安定性(……)의 假定下에서]



유의수준 크기의 쫄曲度(size distortion of significance level)를 여러가지 데이터 生成過程(data generating process)에 대해 시뮬레이션(simulation)을 통해 비교한 결과를 정리했으며, 第5章에서는 부츠트랩(bootstrap) 技法을 이용해서 單位根 檢定統計量을 실제 자료에 적용했을 때 檢定力과 有意水準 쫄曲의 문제가 檢定結果에 어떤 영향을 미치는가에 대해 알아보았다. 第6章에서는 共積分(cointegration)의 經濟學的 意味와 그 檢定方法에 대해서 설명하였다.

II. 單位根(unit root)과 檢定統計量(test statistics)

時系列(time series) $\{x_t\}$ 가 다음과 같이 주어져 있다고 하자.

$$x_t = \sum_0^t \alpha_k t^k + x_t^* \dots\dots\dots (1)$$

(1)式에서 우변의 첫째항은 時間에 따라 變動하는 趨勢值를 표시하며 確率적으로 變動하는 $\{x_t^*\}$ 는 다음 두 式 중 하나에 의해서 生成(generate)된다고 가정하면 單位根을 가지는 (2)式과 安定的(stationary)인 (3)式

중 어느 것을 선택하느냐의 問題로 압축된다.

$$x_t^* = x_{t-1}^* + u_t \dots\dots\dots (2)$$

$$x_t^* = v_t \dots\dots\dots (3)$$

(2)式과 (3)式에서 랜덤시퀀스 $\{u_t\}$ 와 $\{v_t\}$ 는 不變定理(invariance principle 또는 다른 말로 functional limit theorem)를 만족한다고 가정한다. 최근 不安定 變數의 分析에 있어서 不變定理를 자주 이용하고 있는데 그 適用範圍는 매우 넓어서 安定的(stationary)이고 可逆的(invertible)인 ARMA 모형에도 적용할 수 있다¹⁾.

單位根이 존재할 경우의 統計的 分析의 난해함에 대해서는 일찌기 1940년대 후반에 Rubin(1950)과 Hurwicz(1950)에 의해서 지적된 바 있으며 1960년대에 들어서 株價等 金融變數나 換率 등이 랜덤워크(random walk)를 한다는 研究結果가 많이 발표되었다. Fama(1970)와 Mussa(1979)가 이 주제에 관한 研究成果를 잘 요약하였다. 많은 巨視經濟變數들이 單位根을 가지고 있다고 주장하는 研究結果가 속속 발표됨에 따라 單位根의 존재를 理論的 模型을 통해 지지하였던 과거 연구에 대한 재평가가 이루어지게 되었다²⁾.

1. SD(Said and Dickey)檢定法

Nelson and Plosser(1982)가 사용한 檢定 統計量은 기본적으로 Fuller(1976), Dickey and Fuller(1979, 1981)의 研究業績을 토대로 Said and Dickey(1984)에 의해서 확립된 것으로서 현재 가장 널리 보급된 기법이다. SD檢定法은 單位根의 有無를 檢定하고자 하는 時系列을 그 時差變數(lagged variable)와

1) 不變定理에 관한 상세한 내용은 Billingsley(1968), Herrndorf(1984), 그리고 Phillips(1987)를 참조하기 바라며 여기서는 다만 다음에 논의되는 각종 檢定 統計量의 漸近의 一致性(asymptotic consistency)의 증명에 있어 不變定理의 적용여부가 그 필요충분 조건이 됨을 밝혀둔다.
2) 이와 같은 연구로는 消費에 관한 Hall(1978), 貨幣의 流通速度에 관한 Gould and Nelson(1974), 株價에 관한 Samuelson(1973), 그리고 雇傭에 관한 Branchard and Summers(1986) 등을 들 수 있으며 單位根과 共積分을 利用한 최근의 연구로는 Enders(1989), Hakkio and Rush(1989) 등이 있다.

〈表 1〉 單位根 檢定統計量의 臨界값

p	size	J(p, q)	Z _p ($\hat{\alpha}$)	Z _p (t($\hat{\alpha}$)), SD
0 (q=3)	.010	.1118	-20.655	-3.433
	.025	.2072	-16.868	-3.120
	.050	.3385	-14.097	-2.855
	.100	.5773	-11.249	-2.566
	.200	.9243	-8.322	-2.208
1 (q=5)	.010	.1228	-28.758	-3.943
	.025	.1977	-24.817	-3.643
	.050	.2950	-21.617	-3.402
	.100	.4520	-18.121	-3.118
	.200	.7326	-14.491	-2.778
2 (q=6)	.010	.0886	-33.558	-4.321
	.025	.1409	-31.310	-4.045
	.050	.2050	-27.803	-3.812
	.100	.3101	-23.918	-3.534
	.200	.4968	-19.818	-3.200
3 (q=8)	.010	.1093	-42.348	-4.693
	.025	.1684	-37.204	-4.390
	.050	.2394	-33.378	-4.152
	.100	.3425	-29.279	-3.880
	.200	.5157	-24.682	-3.554
4 (q=10)	.010	.1348	-48.231	-4.986
	.025	.1974	-43.060	-4.701
	.050	.2660	-38.869	-4.453
	.100	.3642	-34.366	-4.183
	.200	.5335	-29.446	-3.865
5 (q=11)	.010	.1157	-54.400	-5.282
	.025	.1652	-48.687	-4.988
	.050	.2210	-44.322	-4.741
	.100	.3076	-39.543	-4.475
	.200	.4470	-34.220	-4.151

註： 臨界値는 標本數 500개로 50,000번 반복하여 구했으며 確率變數는 標準 定規分布에서 얻은 것이다. p는 趨勢値의 最高次數를 표시함.

몇개의 時差差分變數(lagged differenced variables)에 회귀시킨 다음 時差變數에 대한 계수의 最小自乘推定値가 單位根(unit root, $\alpha=1$)과 有意하게(significantly) 다른지를 t-값을 이용해서 檢定하는 方法이다.

$$x_t = \hat{\alpha}^* x_{t-1} + \sum_{k=1}^m \hat{\alpha}_k^* \Delta x_{t-k} + \sum_{k=0}^p \hat{\beta}_k t^k + \hat{e}_t \quad \dots\dots\dots(4)$$

계산상의 편의를 위해서 통상 (4)式 대신 (4)'式을 이용하여 ($\hat{\alpha}^*-1$)의 t-값을 通常最

小自乘法(OLS)으로 계산한 다음 臨界값(critical value)과 비교한다.

$$x_t - x_{t-1} = (\hat{\alpha}^* - 1)x_{t-1} + \sum_{k=1}^m \hat{\alpha}_k^* \Delta x_{t-k} + \sum_{k=0}^p \hat{\beta}_k t^k + \hat{e}_t \quad \dots\dots\dots(4)'$$

이때 $\hat{\alpha}^*$ 의 t-값은 통상의 t-分布를 하지 않기 때문에 따로이 시뮬레이션에 의해 그 分布를 구해야 하는데 Fuller(1976, p.371, 373)에 보고되어 있는 表를 趨勢値가 있는 경우에까지 확장하여 〈表 1〉에 기록하였다. 이

SD檢定法의 가장 큰 난점은 時差差分變數를 몇개 채용하느냐에 따라서, 다시 말해서 (4)式的 m 의 크기에 따라 檢定結果가 달라지는 경우가 더러 있다는 것이다. 표본수가 커짐에 따라 m 도 증가해야 한다는 것 외에는 구체적인 데이터 생성과정에 대해 어느 정도 크기의 m 이 최적인지에 대해서 알려진 바가 없다. m 에 따른 檢定結果의變動에 대해서는 第4章에서 자세히 다루기로 하겠다. 漸近的으로는(asymptotically) 데이터 생성과정과는 무관하게 일정한 극한분포(limiting distribution)를 가지며 <表 1>에 나와 있는 臨界값은 시뮬레이션에 의해 구해진 극한분포에 의한 것이다.

2. GP(Generalized Phillips)檢定法

GP檢定法은 Phillips(1987)에 의해서 開發되고 Ouliaris, Park and Phillips(1988)에 의해서 趨勢值를 수용할 수 있도록 확장된 것으로 다음의 (5)式에 기반을 두고 있다.

$$x_t = \hat{\alpha} x_{t-1} + \sum_{k=0}^p \hat{\beta}_k t^k + \hat{\epsilon}_t \dots\dots\dots (5)$$

GP에서도 SD의 경우와 같이 歸無假說(null hypothesis)은 $\alpha=1$ 이다. 귀무가설하에서는 $\beta_p=0$ 인데도 불구하고 (5)式이 t^p 를 포함하고 있는 데 유의할 필요가 있다. 만약 t^p 를 제외하고 t^{p-1} 까지만 趨勢值에 포함시키게 되면 x_{t-1} 이 다른 모든 부분을 압도하는 t^p 의 설명력을 담고 있기 때문에 歸無假說인 (2)式과 對立假說인 (3)式을 유효하게 구별할 수가 없다. 따라서 (5)式에 바탕을 두고 單

純假說인 $\alpha=1$ 과 結合假說(joint hypothesis)인 $\alpha=1, \beta_p=0$ 를 함께 생각할 수 있다. 또한 GP檢定法은 SD檢定法과는 달리 t -값뿐 아니라 $\hat{\alpha}$ 자체를 이용해서도 檢定할 수 있어 다음 세가지 檢定統計量이 GP檢定法으로 이용가능하다.

$$z_p(\hat{\alpha}) = n(\hat{\alpha} - 1) - \frac{n^2(\hat{w}^2 - \hat{\sigma}^2)}{2 \text{RSS}_p} \dots\dots\dots (6)$$

$$Z_p(t(\hat{\alpha})) = \frac{\hat{\sigma}}{\hat{w}} t_p(\hat{\alpha}) - \frac{n(\hat{w}^2 - \hat{\sigma}^2)}{2\hat{w}\sqrt{\text{RSS}_p}} \dots\dots\dots (7)$$

$$Z_p(\hat{\alpha}, \hat{\beta}_p) = \frac{\hat{\sigma}^2}{\hat{w}^2} F_p(\hat{\alpha}, \hat{\beta}_p) - \frac{n(\hat{\alpha} - 1)(\hat{w}^2 - \hat{\sigma}^2)}{\hat{w}^2} + \frac{n^2(\hat{w}^2 - \hat{\sigma}^2)^2}{4\hat{w}^2 \text{RSS}_p} \dots\dots\dots (8)$$

t^p 와 F_p 는 각각 (5)式에서 歸無假說 $\alpha=1$ 과 $\beta_p=0$ 에 대한 t 와 Wald統計量을 표시하며 RSS_p 는 x_{t-1} 을 1, ..., t^p 에 회귀하여 구한 잔차제곱합(residual sum of squares)이다. $\hat{\sigma}^2$ 은 x 를 1, ..., t^p 에 회귀해서 그 殘差(residual)를 이용해 구한 通常의인 分散推定量(variance estimator)이며 \hat{w}^2 는 時系列의 생성과정에 기인한 自己相關(autocorrelation)을 고려한 漸近的 分散(asymptotic variance) ω^2 의 一致推定量(consistent estimator)으로 다음과 같이 구해진다.

랜덤시퀀스(random sequence) $\{\epsilon_t\}$ 가 약형안정적(weakly stationary)일 때 다음 (9)式에 의해 \hat{w}^2 을 구할 수 있다.

$$w_t^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 + \frac{2}{n} \sum_{k=1}^l c_l(k) \sum_{t=k+1}^n \epsilon_t \epsilon_{t-k} \dots\dots (9)$$

(9)式은 不變定理(invariance principle)에 의존하고 있으며³⁾ 時差數(lag truncation number) l 은 $l = O_p(n^\delta)$, $0 \leq \delta \leq \frac{1}{2}$ 이어야 하

3) 자세한 것은 Hannan(1970)을 참조하기 바란다.

고 가중치는 $|c_\rho(k)| \leq 1$ 로 각각 주어진다⁴⁾.

加重值 $\{c_\rho(k)\}$ 에 대해서도 여러가지 논의가 있을 수 있는데 본 연구에서는 다음 식으로 표시되는 Parzen window를 사용하였다.

$$c_i(k) = \begin{cases} 1 - 6(k/l)^2 + 6|k/l|^3, & k = \pm 1, \dots, \pm l/2 \text{의 경우} \\ 2(1 - |k/l|)^3, & k = \pm(l/2 + 1), \dots, l \text{의 경우} \\ 0, & \text{그외의 경우.} \end{cases}$$

SD에서는 時差差分變數(lagged differenced variable)를 회귀방정식의 右項에 넣어 데이터 생성과정에 따른 不一致性(inconsistency)의 問題를 점근적으로 해소시켰는데 반해 GP는 $\hat{\sigma}^2$ 와 $\hat{\omega}^2$ 의 차이 또는 비율에 기반을 둔 矯正項(correction term)을 통상의 t 또는 F 통계량에 추가함으로써 일치성을 확보하려 하였다.

第4章에서 자세히 밝혀지겠지만 GP檢定法의 최대 난점은 ω^2 의 推定量이 標本の 數가 아주 많지 않으면 상당한 정도로 부정확하다는 것이다.

3. J(p, q)와 G(p, q)檢定法

SD나 GP가 自己回歸係數(autoregressive coefficient)의 推定値에 기반을 둔 반면 Park and Choi(1988)에 의해서 개발된 J(p, q)와 G(p, q)는 불안정적 변수간의 회귀분석은 假性的(spurious)이라는 사실을 직접 이용하고 있다. J(p, q)는 SD나 GP와 마찬가지로 不安定性(non-stationarity or integration : (2)式)을 歸無假說로 하지만 G(p, q)

는 安定性(stationarity : (3)式)을 귀무가설로 하는 현재까지 발표된 것 중 유일한 檢定統計量이다.

먼저 다음 두가지의 回歸方程式에 의해 각각 분산추정치를 구한다.

$$x_t = \sum_{k=0}^p \hat{\alpha}_k t^k + \hat{e}_t \dots\dots\dots(10)$$

$$x_t = \sum_{k=0}^q \tilde{\alpha}_k t^k + \tilde{e}_t \dots\dots\dots(11)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{e}_t^2 \quad \tilde{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \tilde{e}_t^2 \dots\dots\dots(12)$$

이를 이용해서 J(p, q)와 G(p, q)를 정의하면 다음과 같다.

$$J(p, q) = \frac{\hat{\sigma}^2 - \tilde{\sigma}^2}{\hat{\sigma}^2} = \frac{1}{n} F(\tilde{\alpha}_{p, q}) \dots\dots\dots(13)$$

$$G(p, q) = \frac{n(\hat{\sigma}^2 - \tilde{\sigma}^2)}{\hat{\omega}^2} = (\hat{\sigma}^2 / \hat{\omega}^2) F(\tilde{\alpha}_{p, q}) \dots\dots\dots(14)$$

$\hat{\omega}^2$ 는 앞에서 설명한 바와 같으며 $F(\tilde{\alpha}_{p, q})$ 는 歸無假說 $\alpha_k = 0, k = p+1, \dots, q$ 에 대한 Wald統計量이다.

式 (1)에서 알 수 있는 바와 같이 p 次の 多項趨勢值(polynomial time trend)는 존재한다고 전제하고 있는 것이며 (11)式에 포함되어 있는 $p+1$ 부터 q 次까지의 다항추세치는 필요없는 것으로 마땅히 그 係數가 0과 다름이 없어야 할 것이나 $\{x_t\}$ 가 不安定的이라하면 이들 係數가 假性的(spuriously)으로 有意하게(significant) 나타날 것이다.

Park and Choi(1988)에서 증명된 바에 의하면 $\{x_t^*\}$ 가 (2)式에 의해서 생성되었다면(單位根을 가지면) $J(p, q)$ 는 漸近的으로 데이터 생성과정에 기인한 障礙母數(nuisance parameter)에 의존하지 않는 極限分布(limiting distribution)를 가지며, $\{x_t^*\}$ 가 (3)式에 의해서 생성되었다면(안정적이라면) $J(p, q)$ 는 0에 수렴한다. 따라서 $J(p, q)$ 는 單位根(unit root)의 존재를 歸無假說로 하며 계산

4) l 의 決定方法과 (9)式에 바탕을 둔 여러 推定量의 성능비교에 관해서는 Andrews(1988)에 잘 나와 있다.

된 값이 <表 1>에 나와 있는 臨界값(critical value)보다 작다면 $\{x_t^*\}$ 가 불안정하다는 가설을 기각한다. 한편 $G(p, q)$ 는 $\{x_t^*\}$ 가 (3)식에 의해서 생성된 경우 그 限界分布가 자유도가 $q-p$ 인 카이스케어(χ^2_{q-p}) 분포이며 $\{x_t^*\}$ 가 (2)식에 의해 생성된 경우에는 $G(p, q)$ 가 확률적으로 무한대에 수렴한다. 따라서 $G(p, q)$ 의 측정된 값이 χ^2_{q-p} 의 임계치보다 크다면 $\{x_t\}$ 가 안정적이라는 歸無假說을 기각한다.

(13)식과 (14)식에서 직관적으로 추측할 수 있는 바와 같이 障礙母數에 의존하는 項들은 분자분모간에 약분되어 상쇄되므로 $J(p, q)$ 와 $G(p, q)$ 는 일정한 極限分布를 갖게 되는 것이다. 이론적으로 볼 때 q 가 p 보다 크지만 하면 언젠지 漸近的 一致性(asymptotic consistency)를 얻을 수 있다. 그러나 標本數가 유한할 때 檢定推定量의 성능은 q 에 의존한다. 사용자들의 편의를 도모하고 有限標本에서의 성능을 고려해서 Park and Choi(1988)는 $p=0, 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때 각각 $q=3, 5, 6, 8, 10, 11$ 로 할 것을 권고하였다.

III. 趨勢值(time trend)의 檢定法

(1)식에서 알 수 있는 바와 같이 우리는 여태까지 $\{x_t\}$ 가 p 次的 趨勢值를 가지고 있

음을 전제하고 論議를 전개하였다. 그러나 실제에 있어서 趨勢值의 次數는 알려져 있지 않으므로 測定되어야 한다. 趨勢值의 測定은 시계열의 安定性與否에 관한 檢定에 先行되어야 하므로 해당 時系列의 데이터 生成過程과는 무관하게 有效한 檢定結果를 보여야 한다는 점이 첫째로 강조되어야 한다. Stock and Watson(1987)에서 사용된 差分變數에 대한 自己回歸의 방법((15)식)은 해당 時系列이 單位根을 가질 때는 문제가 없으나 安定的일 때는 過差分(over-differencing)을 하게 되어 移動平均에서의 單位根(unit root in moving average)을 發生시켜 差分系列(differenced series)이 가역적(invertible)이지 않아 檢定結果를 현저히 歪曲시킨다⁵⁾.

$$\Delta x_t = \sum_{i=0}^{q-1} \bar{\mu}_k t^k + \sum_{i=1}^m \bar{\rho}_1 \Delta x_{t-i} + \bar{e}_t \dots (15)$$

Park and Choi(1988)는 이 問題를 극복하고 데이터 生成過程과 관계없이 適用할 수 있는 檢定推定量 $G_{\Delta}(p, q)$ 를 發見하였다. 먼저 差分變數를 趨勢多項式에 회귀시킨다.

$$\Delta x_t = \sum_{k=0}^{q-1} \tilde{\mu}_k t^k + \tilde{e}_t^* \dots (16)$$

여기서 $H_0 : \mu_p = \dots = \mu_{q-1} = 0$ 이며 원래의 母數로 달리 표시하면

$$H_0 : \alpha_{p+1} = \dots = \alpha_q = 0 \dots (17)$$

(16)식에서의 잔차항 e_t^* 는 時系列 $\{x_t\}$ 가 (2)식과 (3)식의 어느 식에 의해서 生成되느냐에 따라 각각 $e_t^* = u_t$ 와 $e_t^* = v_t - v_{t-1}$ 로 표시된다. (16)식의 μ_k 는 원래의 母數(parameter)인 α_k 로 쉽게 표시될 수 있다⁶⁾.

檢定推定量 $G_{\Delta}(p, q)$ 는 다음과 같이 정의된다.

5) Plosser and Schwert(1977)과 Sargan and Bhargava(1983) 참조.
6) Anderson(1971, p. 62) 참조.

$$G_{\Delta}(p, q) = \frac{\tilde{\sigma}^{2*}}{\tilde{\omega}^2} F(\tilde{\mu}_{p, q-1}) \dots \dots \dots (18)$$

여기서 $F(\tilde{\mu}_{p, q-1})$ 은 歸無假說 $H_0 : \mu_p = \dots = \mu_{q-1} = 0$ 에 대한 Wald統計量이다. $\tilde{\sigma}^{2*}$ 는 통상의 分散推定量이며 $\tilde{\omega}^2$ 는 다음 (19)식의 잔차 $\{\tilde{\epsilon}_t\}$ 를 이용해서 (9)식의 方式으로 推定한 漸近的 分散推定量이다. $\tilde{\omega}^2$ 가 (16)에 의해서 推定되지 아니하고 다음 (19)식에 基盤을 두고 있는 데 유의할 필요가 있다. 이는 앞에서 설명한 바와 같이 $\{x_t\}$ 가 安定的인 경우에도 有效한 檢定이 되게 하기 爲함이다.

$$x_t = \tilde{\alpha} x_{t-1} + \sum_{k=1}^p \tilde{\beta}_k t^k + \tilde{\epsilon}_t \dots \dots \dots (19)$$

Park and Choi(1988)는 $\{x_t\}$ 가 (1)식과 (2)식에 의해서 生成될 경우 $G_{\Delta}(p, q) \overset{D}{=} \chi^2_{q-p}$ 이며, $\{x_t\}$ 가 (1)식과 (3)식에 의해 生成된다면 $G_{\Delta}(p, q) = o_p(\frac{1}{n})$ 임을 證明하였다. $G_{\Delta}(p, q)$ 를 실제 사용함에 있어서는 $p=1$ 에서 시작해서 次數를 하나씩 擡여가면서 檢定하되 유의하지 못한 結果가 나오면 그때의 p 값이 趨勢值의 次數인 것으로 推定하면 된다.

G_{Δ} 檢定法의 性能을 시뮬레이션을 통해 評價하는 데 있어서 問題가 되는 것은 單位根의 檢定統計量과는 달리 G_{Δ} 의 行태가 데이터 生成過程뿐 아니라 趨勢值의 係數인 α 에도 依存하는 점이다⁷⁾.

GNP 등 많은 經濟變數들은 시간에 따라 그 값이 增加하는 趨勢值를 보이고 있다. 더

러는 景氣變動에 기인해서 2次 이상의 高次 趨勢值가 유의한 것으로 推定되기도 한다. 趨勢值의 經濟學的 說明은 본 研究의 目的이 아니므로 생략하고 여기서는 다만 趨勢值를 어느 정도 許容하느냐가 檢定結果에 決定的인 影響을 미친다는 점을 강조하고자 한다. 한 例로 Nelson and Plosser의 實質GNP의 趨勢值를 G_{Δ} 檢定法으로 推定해보면 $\hat{p} = 2$ 인 것으로 나오며 測定된 標準偏差의 값으로 標準化한 趨勢值 係數의 推定値는 $\hat{\alpha}_1 = -.11$ 과 $\hat{\alpha}_2 = .01$ 이다. 이 경우 單位根 檢定推定量의 檢定力을 評價하기 爲해 安定性的의 前提하에 Nelson and Plosser 實質GNP의 데이터生成過程을 推定하면 다음과 같다.

$$x_t = -.11t + .01 t^2 + x_t^* \dots \dots \dots (20)$$

$$\text{여기서, } x_t^* = 1.22 x_{t-1}^* - .48 x_{t-2}^* + \epsilon_t$$

(20)식을 이용해서 趨勢值 推定이 單位根 檢定結果에 미치는 影響을 알아보기 爲해 實際 趨勢值의 最高次數 p 는 2이지만 p 를 0, 1, 2, 3, 4, 5에 각각 두고 檢定力을 評價한 結果 나타난 두드러진 사실은 實際 p 보다 낮게 評價한 경우에는 單位根 檢定統計量의 檢定力이 전무하며 實際 p 보다 높게 評價한 경우에는 檢定力이 점차로 弱化되는 것으로 나왔다. 이 結果는 p 를 低評價하면 檢定統計量이 不一致(inconsistent)하여 單位根의 存在를 받아들이는 쪽으로 극히 偏向되며 p 를 高評價할 경우에는 檢定統計量의 漸近의 一致性(asymptotic consistency)은 계속 保障되지만 檢定力(power)이 떨어지게 된다는 理論의 사실과 符合된다.

p 低評價時의 問題點을 간단한 例를 통해 알아보자. 어떤 時系列 $\{y_t\}$ 가 線型趨勢值를

7) Choi(1989, 제2장)에서는 效果的인 檢定力分析을 爲해 실제 巨視經濟變數에서 흔히 發見되는 여러가지 α_k 를 이용해서 G_{Δ} 檢定法의 檢定力을 종래 흔히 사용되던 方法인 (15)식과 比較分析하였는데 대체로 G_{Δ} 檢定法이 優越한 것으로 나타났다.

값과 安定的이어서 다음 (21)式으로 주어진다고 하자.

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + v_t \dots\dots\dots (21)$$

만약 (21)式의 線型趨勢值를 옳게 認知하지 못하고 趨勢值가 없는 것으로 잘못 파악한다면 다음 (22)式으로 나타나 單位根이 있는 것으로 보인다.

$$y_t = \alpha_1 + y_{t-1} + v_t - v_{t-1} \dots\dots\dots (22)$$

이론적으로 생각할 때 趨勢值의 次數를 무한히 늘려가면 趨勢值와 관측치가 서로 거의 흡사하게 변동하게 되어 추세치로부터의 편차가 正과 負의 符號를 교대로 갖게 되므로 時系列이 安정적인 것으로 보이게 되는데 실제검정에서는 趨勢值의 次數(p)가 커짐에 따라 檢定力이 떨어져서 單位根이 존재한다는 歸無假說을 棄却하지 못하는 경우가 대부분이다. Perron(1986)은 (1)式과 같이 多項式으로 趨勢值를 推定하는 통상의 방법과는 달리 大恐慌과 오일쇼크의 시점에서 구조적 변화가 있었던 것으로 상정하여 꺾은선으로 趨勢值를 추정해서 Nelson and Plosser의 巨視經濟 資料에 대해 安定性을 검정해 본 결과 종래의 검정결과와는 달리 대체로 安정적이라는 결론에 도달하였다.

이상의 例들은 그동안 큰 주목을 받지 못하던 趨勢值의 精確한 推定에 관한 문제가 變數의 安定性에 대한 檢定과 밀접히 關聯되어 있음을 단적으로 보여 준다.

IV. 單位根 檢定統計量의 比較評價

本章에서는 第2章에서 설명한 SD, GP, J (p, q)와 G(p, q) 등의 單位根 檢定統計量의 性能을 比較하기 위해 다양한 데이터生成過程에 대해서 각각의 檢定力(power)과 臨界領域의 歪曲 정도(distortion of rejection size)를 알아보기로 한다. 이상적인 檢定統計量이 되기 위해서는 유사한 對立假說에 대해서도 檢定力이 우수해야 하며 표본수를 늘려감에 따라 빠른 속도로 極限分布(limiting distribution)에 수렴하여, 歸無假說($\alpha=1$) 하에서는 데이터生成過程에 관계없이 極限分布에 基盤을 두고 5% 혹은 10% 등으로 設定되는 名目 臨界領域(nominal critical region)의 크기와 유한표본에서 데이터生成過程에 따라 달라 나타나는 實質臨界領域의 크기가 서로 비슷해야 한다.

시뮬레이션을 위해 (23)式으로 표시되는 데이터生成過程을 생각해 보자.

$$x_t^* = \alpha x_{t-1}^* + \epsilon_t + \theta \epsilon_{t-1}, \dots\dots\dots (23)$$

確率變數인 $\{\epsilon_t\}$ 는 정규분포에서 無作為로 抽出하였으며 有限標本(finite sample)에서의 性能을 알아보기 위해 $n=100$ 인 경우에 다음에 설명하는 각각에 대해서 5,000번 반복 實驗하였다. 유한표본에서의 棄却領域의 실제 크기가 어떻게 변화하는지 알기 위해 歸無假說인 $\alpha=1$ 하에서 θ 의 값을 0.0, 0.5, 0.8, -0.5, -0.8로 變動시켰으며 檢定力을 測定할

〈表 2〉 有限標本에서 名目 5% 臨界領域의 실제크기(%)

θ	$J(p, q)$	$Z_p(\hat{\alpha}, \hat{\beta}_p)$	$Z_p(\hat{\alpha})$	$Z_p(t(\hat{\alpha}))$	$G(p, q)$
$p=0(q=3)$					
.0	4.4 (4.9)	-	4.7 (5.4)	6.3 (5.9)	32.6(19.3)
.5	4.1 (4.9)	-	2.3 (4.2)	4.0 (4.7)	34.0(18.3)
.8	4.0 (4.8)	-	2.1 (4.1)	3.8 (4.6)	32.5(18.1)
-.5	8.5 (5.6)	-	42.2(28.0)	44.7(27.4)	24.6(16.5)
-.8	42.4(14.1)	-	98.4(95.0)	98.4(94.7)	8.2 (7.0)
$p=1(q=5)$					
.0	4.9 (4.5)	7.2 (5.8)	4.5 (5.5)	7.1 (6.3)	35.5(20.9)
.5	4.4 (4.4)	1.8 (1.7)	1.5 (3.5)	2.6 (4.0)	37.2(20.3)
.8	4.3 (4.4)	1.7 (1.6)	1.3 (3.4)	2.3 (3.9)	37.6(20.1)
-.5	13.1 (6.4)	87.5(99.2)	63.7(48.2)	71.1(50.2)	27.7(18.8)
-.8	68.5(24.7)	100.0 (100)	100.0 (100)	100.0 (100)	5.7 (8.2)
$p=2(q=6)$					
.0	5.1 (4.9)	8.3 (5.6)	5.1 (5.7)	8.6 (6.1)	38.7(21.6)
.5	4.1 (4.8)	1.7 (1.2)	1.2 (3.3)	2.4 (3.7)	40.0(21.5)
.8	4.0 (4.8)	1.3 (1.0)	0.9 (2.8)	2.0 (3.4)	39.4(20.3)
-.5	14.4 (6.7)	94.4(99.9)	76.9(65.5)	85.0(68.9)	29.0(18.8)
-.8	72.3(28.6)	100.0 (100)	100.0 (100)	100.0 (100)	5.5 (8.6)

註: 標本數는 100이며 5,000번 반복하였다. ()속의 값은 標本數가 500인 경우이다. G檢定法에 대한 값은 $\alpha=0.8$ 일 때의 歸無假說 棄却率이다. 漸近的 分散을 측정하기 위해 Parzen window를 사용하였으며 標本數가 100, 500일 때 각각 $\ell=4, 8$ 로 두었다.

때는 편의상 對立假說을 $\alpha=0.8$ 로 두고 같은 θ 값들에 대해 알아보았다. 이상은 單位根의 存在를 歸無假說로 하는 GP, SD, J 檢定法의 경우이며 安定性을 歸無假說로 하는 G檢定法에 대해서는 檢定力과 임계영역에 대한 고려가 서로 바뀌어야 한다. 한가지 주목해야 할 사실은 本 研究에서 고려된 모든 檢定統計量은 趨勢值의 係數((1)式에서의 α_k)에 대해서는 不變(invariant)이라는 것이다. 마치 통상적인 F檢定을 행할 때 그 값이 檢定에 포함되지 않는 係數의 數值에 의존하지 않는 것과 마찬가지로. 따라서 즉 $x = x^*$ 로 두고 추세치가 있는 경우의 검정과정을 적용해서 實驗을 해도 結果에 영향이 없다.

$\alpha=1$ 이면 $\theta=-1$ 이 아닌 한 $\{x_t\}$ 는 不安定的이다. 하지만 $\alpha=1$ 이고 $\theta=-1$ 이면 $\{x_t\}$ 는 백색오차(white noise)가 되기 때문에 GP, SD, J 檢定에 있어서 $\theta \rightarrow -1$ 이 되면 실질임계영역이 極限分布에 따른 名目值를 上廻하리라는 것을 짐작할 수 있다[Phillips and Perron(1988)과 Schwert(1987) 참조]. 한편 $\alpha=0.8$ 인 時系列은 安定的이지만 $\theta \rightarrow 1$ 에 따라 檢定力이 弱化될 것도 생각할 수 있다. 〈表 2〉~〈表 5〉에 (23)式에 따른 시뮬레이션의 結果를 要約하였다.

〈表 3〉을 보면 趨勢值가 없는 경우($p=0$) 檢定力面에서 GP가 J보다 약간 優勢하다. SD의 경우에는 그 행태가 차분변수의 수(m)

〈表 3〉 名目臨界값을 사용한 有限標本에서의 檢定力(%)

θ	$J(p, q)$	$Z_p(\hat{\alpha}, \hat{\beta}_p)$	$Z_p(\hat{\alpha})$	$Z_p(t(\hat{\alpha}))$	$G(p, q)$
$p=0(q=3)$					
.0	67.2	-	94.7	90.7	94.0
.5	67.2	-	77.9	65.7	93.9
.8	61.3	-	75.3	61.8	93.9
-.5	92.6	-	100.0	100.0	93.0
-.8	100.0	-	100.0	100.0	81.9
$p=1(q=5)$					
.0	64.7	71.9	74.2	88.3	46.0
.5	38.5	9.4	36.6	34.4	89.0
.8	37.6	6.0	33.1	30.0	88.6
-.5	84.3	100.0	100.0	100.0	85.6
-.8	100.0	100.0	100.0	100.0	59.4
$p=2(q=6)$					
.0	30.5	53.3	52.1	62.8	81.4
.5	38.5	4.3	17.5	20.7	82.3
.8	37.6	2.2	15.0	17.1	82.2
-.5	84.3	100.0	100.0	100.0	76.1
-.8	100.0	100.0	100.0	100.0	45.0

註 : 標本數는 100일 때, $\alpha=0.8$ 인 경우에 대한 檢定力을 보고하였으며 5,000번 반복하였다. 標本數가 500인 경우는 보고하지 않았지만 항상 거의 100%에 가까운 것으로 나타났다. G檢定法에 대한 값은 $\alpha=0.1$ 일 때의 歸無假說 棄却率이다.

에 크게 依存해서 m 이 增加함에 따라 檢定力이 弱化됨을 〈表 5〉에서 알 수 있다. 보다 심각한 문제는 m 을 달리함에 따라 SD의 결과가 상충되게 나올 수 있다는 것이다. GP의 경우에도 θ 에 依存하지만 그 정도는 SD만큼 심각하지 않다. GP, SD, J 공히 높은 次數의 趨勢值를 許容함에 따라 유한표본에서의 檢定力이 현저히 減少하게 된다. 趨勢值가 있는 경우 특히 移動平均係數 θ 가 양의 값을 가져서 일반적으로 檢定力이 떨어질 때 J는 SD나 GP에 비해서 보다 나은 檢定力을 보인다.

〈表 3〉과 〈表 5〉의 결과는 自己回歸係數 (autoregressive coefficient)의 값이 0.8인

ARMA(1, 1) 유형의 데이터生成過程에 대한 標本數 100일 때의 檢定力이다. 검정력은 표본수에 비례하기 때문에 표본수를 500개로 늘리면 검정통계량에 관계없이 거의 완벽한 검정력을 보인다. 표본수가 100일 경우에도 $\alpha=0$ 인 경우에 대한 검정력은 1에 가깝다. 하지만 α 의 값이 1에 가까워지면 검정력은 현저히 감소된다.

이상적인 檢定統計量이 되기 위해서는 有限標本에서의 實質臨界領域이 名目臨界領域과 항상 비슷해야 한다. J의 장점은 SD나 GP에 비해 그 실질임계영역이 〈表 2〉와 〈表 4〉에서 알 수 있는 바와 같이 데이터生成過程에 대해 安定的인 데 있다. 이는 특히 표

〈表 4〉 有限標本에서 SD檢定法에 의한 名目 5% 臨界領域의 실제크기(%)

θ	$m=2$	$m=4$	$m=8$	$m=12$
$p=0$				
0.0	5.4 (5.6)	6.2 (5.3)	6.4 (5.7)	6.7 (5.2)
0.5	4.5 (4.5)	6.1 (5.0)	6.3 (5.7)	6.7 (5.5)
0.8	3.4 (3.6)	5.2 (4.0)	5.7 (5.2)	6.6 (5.1)
-0.5	11.9 (12.1)	7.2 (6.5)	6.0 (5.9)	6.6 (5.3)
-0.8	67.1 (75.3)	33.0 (41.3)	11.5 (13.6)	7.9 (8.0)
$p=1$				
0.0	7.5 (5.4)	8.3 (5.5)	10.4 (5.8)	13.9 (6.4)
0.5	4.9 (3.3)	7.6 (4.9)	10.7 (5.8)	14.4 (6.3)
0.8	3.2 (2.0)	5.4 (3.4)	9.5 (5.1)	13.8 (5.8)
-0.5	16.9 (16.5)	10.0 (7.7)	10.2 (5.8)	13.3 (6.3)
-0.8	85.2 (94.6)	46.7 (62.2)	19.2 (20.2)	15.5 (10.5)
$p=2$				
0.0	7.6 (6.1)	8.0 (5.3)	8.4 (6.0)	9.4 (6.3)
0.5	4.4 (3.5)	7.2 (4.8)	8.4 (5.9)	9.5 (6.2)
0.8	2.5 (1.9)	4.7 (2.9)	7.0 (4.8)	8.9 (5.8)
-0.5	19.8 (20.5)	10.1 (7.7)	8.2 (6.0)	9.1 (6.1)
-0.8	89.4 (98.5)	46.7 (73.4)	17.6 (23.6)	11.2 (10.4)

註: 標本數는 100이며 5,000번 반복하였다. ()속의 값은 標本數가 500인 경우이다. θ 와 m 에 대해서는 本文中에서 (23)式과 (6)式을 각각 참조.

〈表 5〉 5% 名目臨界값을 사용한 有限標本에서의 SD檢定法の 檢定力(%)

θ	$l=2$	$l=4$	$l=8$	$l=12$
$p=0$				
0.0	71.3	58.4	40.0	30.0
0.5	53.5	50.6	33.2	26.7
0.8	38.7	38.9	33.6	26.0
-0.5	93.2	76.0	48.2	34.1
-0.8	100.0	99.7	86.5	61.7
$p=1$				
0.0	50.4	39.4	27.6	23.8
0.5	34.0	33.1	27.1	22.7
0.8	20.3	22.5	22.7	22.0
-0.5	84.2	57.1	34.2	27.1
-0.8	100.0	97.8	70.0	48.0
$p=2$				
0.0	40.0	30.9	19.9	17.5
0.5	23.5	25.7	18.8	17.0
0.8	13.6	16.8	16.0	16.2
-0.5	76.4	46.0	23.2	18.3
-0.8	100.0	93.3	55.1	32.8

註: 標本數 100일 때 $\alpha=0.8$ 인 경우에 대한 SD檢定法の 檢定力를 보고하였으며 標本數가 500인 경우는 보고하지 않았지만 항상 100%에 가까운 것으로 나타났다.

본수가 커질수록 두드러지는데 GP의 경우 $\theta = -0.8$ 일 때에는 표본수를 500까지 증가시켜도 5%에 가까워져야 할 임계영역이 100% 가까이 나타나고 있어 極限分布에 수렴하는 속도가 극히 느리다는 것을 단적으로 보여준다. m 을 크게 하면 SD의 임계영역도 비교적 安定的인 것으로 나타나지만(表 4) 그 대가로 상당한 檢定力弱화를 감수해야 한다(表 5). 여기서 한가지 명시적으로 언급되어야 할 것은 실제임계영역의 크기가 명목임계영역의 크기를 현저히 超過하는 경우에는 檢定力이 아무리 월등하게 나오더라도 意味가 없다는 것이다. 우리는 檢定을 행할 시점에서 데이터生成過程에 대한 情報를 충분히 가지고 있지 못하다. 이러한 점에서 볼 때 그 生成過程과는 비교적 무관하게 安定的인 結果를 보여주는 J檢定法이 돋보인다 하겠다.

V. 부트스트랩技法(bootstrap method)을 이용한 檢定力 分析

Nelson and Plosser(1982) 이래로 주요한 巨視經濟變數들이 單位根(unit root)을 가지고 있다는 實證分析結果가 수없이 나왔음에도 불구하고 그 결과에 대한 본질적인 회의 를 버리지 않고 있는 經濟學者들이 많이 있다. 그들이 單位根의 存在에 대해 의심을 품고 있는 이유는 크게 다음 두가지로 요약될 수 있다. 첫째, 많은 巨視經濟變數들이 不安定的이라하면 확률적으로 중국에는 그 값이 폭

발적으로(explosively) 커지거나 작아져야 하는데 경험적으로 볼 때 經濟變數는 비교적 좁은 범위내에서 장기적으로 움직여 왔다. 둘째, 單位根의 存在與否에 대한 檢定統計量은 無限標本에 입각한 極限分布를 기반으로 하고 있는데 실제로 적용되는 有限標本에서의 성능은 그 결과를 확신할 수 있는 정도가 되지 못한다. 第4章에서 살펴본 바와 같이 유한표본에서의 검정통계량의 분포는 그 極限分布와 동떨어져 있으며 그 검정력 또한 유보없이 신뢰할 수 있을 정도로 높은 것이 아니다.

本章에서는 單位根의 存在에 대한 검정결과를 부트스트랩技法(bootstrap method)을 통해 평가해 보기로 한다. 부트스트랩技法은 컴퓨터기술이 발달함에 따라 최근에 널리 이용되기 시작한 것으로 Hartigan(1986)은 다음과 같이 그 概念을 규정하였다. 어떤 관측가능한 確率變數 y 가 알지 못하는 어떤 分布 F 를 할 때 y 의 函數 $h(y)$ 의 분포에 대해서 알고 싶다면, y 에 의해서 추정된 \hat{F} 로부터 수많은 샘플 y^* 를 추출하여 $h(y^*)$ 의 분포를 추정함으로써 소기의 목적을 이룰 수 있다⁸⁾.

부트스트랩技法을 Nelson and Plosser의 로그1人當 GNP에 적용해 보기로 하자. 동일한 자료에 대해서 Stock and Watson(1986)과 Perron and Phillips(1987)는 線型趨勢值를 허용하고 單位根의 存在를 검증한 결과 有意水準(significance level) 10%에서 不安定性의 歸無假說을 기각하지 못했다. \hat{F} 를 추정하기 위해 선형추세치를 감안한 (1)식에서의 x^* 의 분포를 ARMA(α, b)와 ARIMA($\alpha, 1, b$)로 각각 추정하여 \hat{F}_s 와 \hat{F}_i 로 부른다. 本稿에서는 적정한 α, b 를 결정하기 위해 다음 (24)

8) 부트스트랩技法의 理論과 그 適用에 대해서는 먼저 Efron and Tibshirani(1986)를 참조하기 바란다.

〈表 6〉 Nelson and Plosser의 1人當 實質GNP [1909~70] (n=62)

	$J(p, q)$	$Z_p(\hat{\alpha})$	$Z_p(t(\hat{\alpha}))$	SD	$G(p, q)$
[Level]					
$\hat{p} = 1$	1.334	-8.52	-2.086	-2.100	13.38
	Power : $x_t = .22t + x^*$, $x^* = 1.31x^*_{t-1} - .44x^*_{t-2} + \epsilon_t$				
.05 test	.186	.021	.025	.166	.544
.10 test	.318	.088	.082	.279	.676
p-power	.788	.846	.799	.821	.228
	Size : $x_t = .22t + x^*$, $\Delta x^* = .37\Delta x^*_{t-1} + \epsilon_t$				
.05 test	.030	.004	.017	.059	.888
.10 test	.062	.016	.039	.106	.934
p-value	.288	.345	.382	.523	.716
[Log]					
$\hat{p} = 1$	0.632	-11.92	-2.522	-2.555	9.25
	Power : $x_t = .25t + x^*$, $x^* = .81x^*_{t-1} + .35\epsilon^*_{t-1} + \epsilon_t$				
.05 test	.173	.083	.092	.121	.602
.10 test	.301	.204	.200	.211	.719
p-power	.434	.660	.600	.488	.618
	Size : $x_t = .25t + x^*$, $\Delta x^* = .31\Delta x^*_{t-1} + \epsilon_t$				
.05 test	.040	.012	.028	.057	.872
.10 test	.083	.039	.060	.105	.921
p-value	.133	.220	.238	.282	.880

式으로 표시되는 Hannan-Rissanen의 기준 (criterion)을 이용하였다.

$$\text{Min}(\log \hat{\sigma}_{a,b}^2 + (a+b) \frac{\log n}{n}) \dots\dots\dots (24)$$

(24)式에서 $\hat{\sigma}_{a,b}^2$ 는 最大尤度分散推定量 (maximum likelihood estimate of variance) 이다. 이렇게 해서 구한 Nelson and Plosser의 로그1人當 GNP의 \hat{F}_i 와 \hat{F}_s 는 ARI(1,1)와 ARMA(1,1)으로 식별되었으며 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{F}_i : x_t &= .25 + x^*, \\ \Delta x^* &= .31\Delta x^*_{t-1} + \epsilon_t, \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{F}_s : x_t &= .25t + x^*, \\ x^* &= .81x^*_{t-1} + .35\epsilon^*_{t-1} + \epsilon_t \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

(25)式과 (26)式에 보이는 趨勢値의 係數는 측정된 標準偏差推定値로 표준화된 값이다.

\hat{F}_i 와 \hat{F}_s 는 다 같이 원래의 時系列을 추정 한 것들이지만 그 經濟學의 意味나 적용되어 야 할 計量經濟學의 技法은 판이하게 다르다. \hat{F}_s 가 옳다면 통상의 計量技法이 사용될 수 있으나 \hat{F}_i 가 옳다면 다음 章에서 설명하는 共積分(cointegration)의 개념을 이용하거나 아니면 差分을 해야 한다. \hat{F}_i 와 \hat{F}_s 의 어느

〈表 7〉 Nelson and Plosser의 名目GNP [1909~70] (n=62)

	$J(p, q)$	$Z_p(\hat{\alpha})$	$Z_p(t(\hat{\alpha}))$	SD	$G(p, q)$
[Level]					
$\hat{p} = 3$	3.616	-10.60	-2.176	-2.700	18.85
Power: $x_t = .56t + .03t^2 + .003t^3 + x_t^*$, $x_t^* = 1.18x_{t-1}^* - .35x_{t-2}^* + \epsilon_t$					
.05 test	.093	.004	.016	.117	.541
.10 test	.173	.020	.047	.197	.691
p-power	.984	.956	.958	.784	.022
Size: $x_t = .54t - 0.3t^2 + .003t^3 + x_t^*$, $\Delta x_t^* = -.25\epsilon_{t-1} + \epsilon_t$					
.05 test	.038	.004	.021	.061	.775
.10 test	.075	.017	.049	.107	.863
p-value	.899	.804	.834	.618	.124
[Log]					
$\hat{p} = 1$	1.208	-6.97	-1.809	-1.527	12.25
Power: $x_t = .57t + x_t^*$, $x_t^* = 1.39x_{t-1}^* - .49x_{t-2}^* + \epsilon_t$					
.05 test	.136	.008	.010	.142	.630
.10 test	.242	.036	.039	.244	.741
p-power	.651	.845	.838	.947	.411
Size: $x_t = .57t + x_t^*$, $\Delta x_t^* = .44\Delta x_{t-1}^* + \epsilon_t$					
.05 test	.026	.002	.014	.059	.896
.10 test	.055	.010	.033	.107	.941
p-value	.230	.437	.506	.779	.797

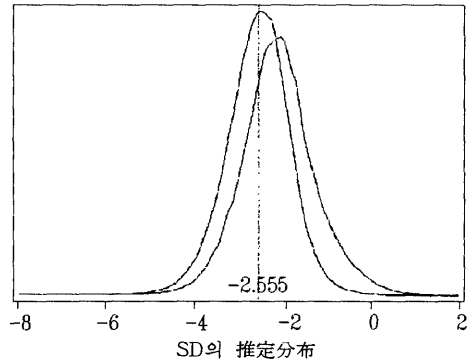
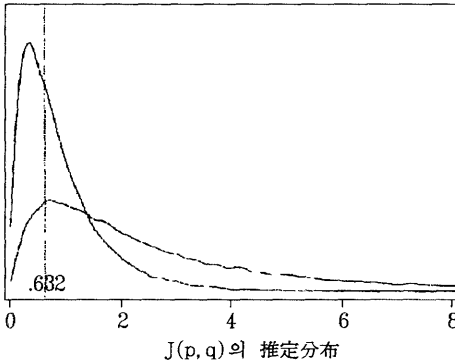
것이 올바른 추정이나에 따라서 豫測技法이나 豫測値의 分布가 달라질 수 있는데 이에 대해서는 第1章의 설명과 [圖 1]을 참조하기 바란다.

單位根의 存在를 歸無假說로 하는 SD, GP, J를 사용할 때를 기준으로 〈表 6〉 및 [圖 2]를 설명한다. 〈表 6〉의 하단부에는 로 1인當 實質GNP에 대해 구한 檢定統計量의 값과, p-값, 對立假說을 \hat{F}_s 로 했을 때의 檢定力; 그 歸無假說이 \hat{F}_1 일 때의 實質臨界領域의 크기 등이 표시되어 있다. 표본수는 원래의 자료와 같이 62개로 했다. Stock and

Watson(1986)이나 Perron and Phillips(1987)의 연구결과와 마찬가지로 4개의 檢定統計量은 10%의 유의수준에서 귀무가설을 기각하지 못한다. \hat{F}_1 를 바탕으로 추정된 p-값은 J(1,5), $Z_p(\hat{\alpha})$, $Z_p(t(\hat{\alpha}))$ 와 SD에 대해서 각각 .133, .220, .238과 .282로 나왔다. 당연히 제기되는 의문은 이같은 검정 과정에 있어서 그 檢定力이 유보없이 결과를 신뢰할 수 있을 정도로 우수한가 하는 것이다. \hat{F}_s 를 對立假說로 했을 때 5% 名目臨界값에 의한 검정력은 각각 .173, .083, .092 그리고 .121인 것으로 나타났다. 10% 名目臨界값을 사용하

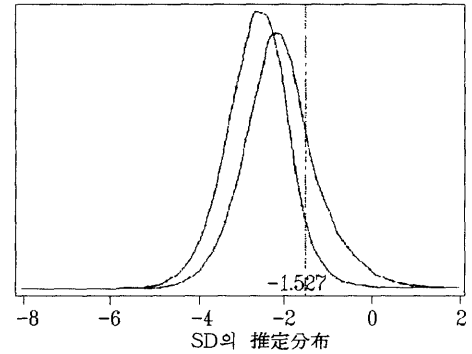
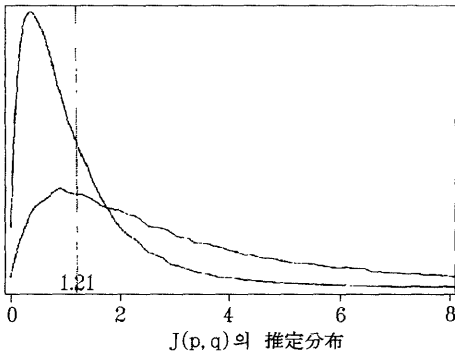
〔圖 2〕 Nelson and Plosser의 로그1人當 實質GNP

〔왼쪽 : 安定性的 假定下에서
오른쪽 : 不安定性的 假定下에서〕



〔圖 3〕 Nelson and Plosser의 名目GNP

〔왼쪽 : 安定性的 假定下에서
오른쪽 : 不安定性的 假定下에서〕



더라도 檢定力은 현저하게 높아지지 않고 .301, .204, .200 그리고 .211에 각각 머물러 있음을 알 수 있다. 이같이 열등한 검정력은 비록 추정된 檢定統計量의 값이 신뢰구간 안에 있어 歸無假說을 기각할 수 없다 할지라도 對立假說인 \hat{F}_s 가 올바른 것인지도 모른다는 추측을 낳게 한다. 설명의 편의를 위해 p -검정력의 개념을 새로 도입해서 추정된 檢定統計量의 값을 臨界값(critical value)으로 했을 때 對立假說 \hat{F}_s 에 대한 檢定力으로

정의한다. 이는 달리 정의하면 p -값을 臨界領域의 크기로 했을 때의 檢定力이다. 만약 이 p -檢定力의 크기가 0.5 전후로 나온다면 그 檢定統計量의 값은 \hat{F}_s 로부터 나온 것일 가능성이 크다는 결론이 된다. Nelson and Plosser의 로그1人當 實質GNP에 대한 $J(1, 5)$, $Z_p(\hat{\alpha})$, $Z_p(t(\hat{\alpha}))$, 그리고 SD 의 p -檢定力은 각각 .434, .660, .600, 그리고 .488로 나타나 .5에 상당히 가깝다.

보다 시각적으로 이해하기 위해 \hat{F}_t 와 \hat{F}_s 에

각각 입각한 檢定統計量의 確率密度函數를 각각 100,000번씩의 反復實驗을 통해 구해서 [圖 2]에 보였다. 標本數($n=62$)가 작기 때문에 \hat{F}_1 와 \hat{F}_2 에 입각한 두 분포는 상당부분 서로 중첩되어 있다. 따라서 결정적인 결론을 내릴 수는 없으나 대체로 다음과 같이 말할 수 있겠다. 비록 單位根의 存在를 부인할 수 있는 확실한 증거는 포착하지 못하였지만, 安定性의 가정하에서 추정된 데이터生成過程이 Nelson and Plosser의 로그1人當 實質GNP와 부합하는 것으로 받아들이는 쪽이 보다 안전하다.

이상에서 든 예는 標本數가 충분하지 못할 경우 單位根 檢定統計量의 값과 名目臨界값을 단순 비교하여 결론을 도출하는 것은 상당히 위험하다는 것을 강력히 시사하고 있다. 같은 실험을 Nelson and Plosser의 1人當 實質GNP의 水準變數와 實質GNP에도 적용한 결과 앞서와 비슷한 결론에 이르렀다. 하지만 名目GNP(表 7과 圖 3 참조), GNP 디플레이터, 消費者物價指數(CPI)에 적용하였을 때는 實質GNP의 경우와는 달리 대체로 單位根의 存在를 지지하는 경향을 보였다. 이와 같은 결과는 Nelson and Plosser의 자료에 국한된 것이 아니고 분기별 NIPA(national income and production account)자료를 이용하였을 때도 마찬가지였다⁹⁾.

安定的 時系列에 不安定的 時系列을 곱하거나 더하면 불안정적 시계열이 된다는 사실을 고려할 때 현재까지의 연구를 통해 도달할 수 있는 暫定的인 結論은 實質變數는 대체로 안정적이지만 물가지수 등 價格變數가

불안정적이어서 名目變數들이 不安定的으로 나타나는 것이 아닌가 하는 것이다.

VI. 共積分(cointegration)의 概念과 檢定法

單位根의 檢정결과 時系列이 불안정한 것으로 판명되면 전통적인 計量經濟學的 技法을 이용해서 분석할 수 없다. 單一時系列만을 다룰 경우에는 Box and Jenkins(1976)의 技法을 이용해서 差分(difference)를 통해 불안정성의 문제를 극복할 수 있지만 복수의 時系列간의 상관관계를 살펴보고자 할 경우에는 假性回歸分析(spurious regression)의 문제가 발생하여 實證分析結果에 대한 해석이 매우 어렵게 된다. Engle and Granger(1987)에 의해 도입된 共積分의 개념은 不安定時系列 상호간의 回歸分析에 새로운 활로를 열어주었을 뿐 아니라 경제학적으로도 유용한 의미를 지니고 있다.

개별적인 時系列은 累積的(integrated)이어서 單位根을 갖지만 그들 사이에 안정적인 時系列을 생성하는 線型結合(linear combination)이 존재하면 이들 時系列이 共積分關係에 있다고 정의한다. 計量經濟學的 意味와 經濟學的 意味로 크게 나누어서 共積分의 有用性에 대해 살펴보자. 일반적으로 볼 때 不安定時系列의 線型結合도 역시 불안정적이어서 안정성을 전제로 하는 통상적인 계량경제학적 기법을 이용할 수 없다. 그러나 이들 사이에 共積分이 존재하는 경우에는 전통적인 回歸分析의 결과가 의미를 지니게 된다.

9) 자세한 것은 Choi(1988) ch.3 참조.

共積分벡터(cointegrating vector)라고 불리는 不安定時系列간의 線型結合關係에 대한 假說檢定은 Park and Phillips(1986, 1987)에 소개된 H 統計量을 이용해서 할 수 있다. Stock(1984)은 共積分벡터의 分散推定量이 $O(n^{-2})$ 이어서 통상의 安定적인 경우 $O(n^{-1})$ 보다 더욱 정확하게 그 값을 추정할 수 있음을 처음 보였으며, Andrews(1987)는 통상의 회귀분석에서 문제를 일으킬 수 있는 여러가지 誤差(aberrant errors)들이 共積分이 있는 경우에는 回歸分析의 一致性(consistency)을 손상하지 못한다는 것을 발견하였다. Phillips and Park(1986)은 共積分벡터를 추정함에 있어서 OLS나 GLS의 어느 技法을 사용하더라도 漸近的으로(asymptotically) 같은 결론에 이른다는 사실을 증명하였다.

共積分의 보다 중요한 意義는 그 經濟學的 意味에 있다. 시계열상호간에 共積分이 있으면 그들 사이의 線형결합후 남은 잔차항이 安定적이어서 종국에는 그 均衡值인 0에 이른다는 결론이 되어 共積分의 존재는 누적적 時系列 사이에 安定적 상관관계가 있다는 사실(co-movement)을 강하게 지지한다. 한 예로 금융시장이 발달하면 유사한 利子率 사이에 共積分이 존재하기 마련이다. Choi(1989)는 1979년 10월에서 1982년 10월 사이의 기간동안에는 예외적으로 만기를 달리하는 美國財政證券割引率 사이에 共積分이 존재하지 않음을 발견하였는데 이는 그 당시에 현저히 증가하였던 不確實性和 일반에 익숙하지 못한 通貨管理政策으로 인하여 금융시장이 일시적이거나 不均衡狀態에 있었기 때문이라고 설명하였다. 또한 Engle and Granger(1987)는 誤差修正模型(error correction model)과

共積分의 개념이 밀접히 연관되어 있음을 주장하였다.

第2章에서 설명한 單位根 檢定統計量의 技法은 공적분검정의 방법으로도 이용될 수 있다. Engle and Granger(1987)에 의해서 도입된 ADF(augmented Dickey-Fuller) 檢定法은 기본적으로 不安定的 時系列(integrated series)의 線型結合 후 남은 잔차항(다음 (27)式의 $\hat{\epsilon}_t$)에 單位根이 존재하느냐를 자기회귀 계수의 추정을 통해 검정하는 방법으로 후반부는 SD檢定法과 동일하다. 不安定的 時系列 $\{x_t\}$ 와 $\{y_t\}$ 간에 共積分 여부를 ADF나 Phillips Z 統計量으로 검정하고자 한다면 먼저 다음 (27)式으로 回歸해서 잔차항을 구한다.

$$y_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x_t + \hat{\epsilon}_t \dots\dots\dots (27)$$

(27)式에서 구한 殘差時系列 $\{\hat{\epsilon}_t\}$ 가 單位根을 갖는다면 $\{x_t\}$ 와 $\{y_t\}$ 사이에 共積分이 존재하지 않는 것이다.

다만 이 경우에는 그 極限分布(limiting distribution)가 틀리기 때문에 따로이 구한 임계값을 이용해야 한다(表 8). Phillips의 Z 檢定法도 잔차계열에서 單位根을 검정한다는 의미에서 본질적으로 동일하며 ADF와 같은 극한분포를 갖는다. 不安定的時系列간의 假性的結果(spurious result)를 직접 이용하여 Park, Ouliaris and Choi(1988)는 單位根檢定法을 연장시켜 共積分 檢定을 위한 $J(p, q)$ 를 소개하였다. ADF, Z , J 공히 共積分의 不在를 歸無假說로 한다.

時系列 $\{x_t\}$ 와 $\{y_t\}$ 간에 共積分與否를 $J(p, q)$ 를 이용해 검정할 때에는 회귀방정식 (28)에 의해 第2章에서와 같이 RSS_p 와 RSS_q 를

〈表 8〉 公積分 檢定統計量의 臨界값

回歸變數의 數	Size	J(0, 3)	J(1, 5)	ADF	Z α
1	0.01	.06864	.10269	-3.935	-27.90
	0.05	.23286	.25064	-3.345	-20.22
	0.10	.39897	.38367	-3.046	-16.95
	0.15	.56638	.49845	-2.940	-15.74
	0.20	.72613	.61403		
2	0.01	.05520	.00819	-4.351	-34.83
	0.05	.17539	.21040	-3.770	-26.39
	0.10	.29622	.32251	-3.468	-22.37
	0.15	.41245	.42530	-3.362	-21.13
	0.20	.53295	.51925		
3	0.01	.04418	.00759	-4.671	-40.71
	0.05	.13811	.18262	-4.138	-32.23
	0.10	.23909	.27942	-3.840	-27.83
	0.15	.33511	.36983	-3.731	-26.37
	0.20	.42912	.45672		
4	0.01	.03752	.67493	-5.034	-46.74
	0.05	.11734	.16195	-4.466	-37.45
	0.10	.19901	.24991	-4.179	-32.92
	0.15	.27582	.32775	-4.067	-31.34
	0.20	.34575	.39942		

註: 標本數 500으로 25,000번 반복하여 구했으며 確率變數는 정규분포에서 얻었다. ADF와 Z α 에 대한 臨界값은 趨勢值가 없는 경우(p=0)에 대한 것이며 Phillips and Ouliaris(1987)에서 옮겼다. Z α 의 臨界값은 ADF와 같다.

이용해서 J(p, q)를 구한 다음 〈表 8〉에 있는 임계값과 비교한다.

$$y_t = \sum_{i=0}^p \hat{\alpha}_i t^i + \hat{\beta}' x_t + \hat{\epsilon}_t$$

$$y_t = \sum_{i=0}^q \tilde{\alpha}_i t^i + \tilde{\beta}' x_t + \tilde{\epsilon}_t \quad q > p,$$

$$J(p, q) = \frac{RSS_p - RSS_q}{RSS_q} \dots \dots \dots (28)$$

이들 共積分 檢定統計量을 이용해서 實證分析을 할 경우 유의해야 할 점을 간단히 열거하면 다음과 같다. ADF의 경우에는 時差差分變數를 右邊에 몇개나 허용하느냐에 따라서 검정결과가 달라진다는 문제가 있으며, Phillips統計量의 경우에는 漸近的 分散推定量 $\hat{\omega}^2$ 가 有限標本에서 비교적 부정확하다는 것이 문제이고 J의 경우에는 回歸分析의 방향

에 따라 다시 말해서 右邊에 $\{x_t\}$ 와 $\{y_t\}$ 의 어느 것을 두느냐에 따라 그 추정치가 달라진다는 문제가 각각 있다.

이상에서 설명한 세가지 共積分 檢定統計量은 모두 데이터生成過程에 따른 障礙母數(nuisance parameter)에 의존하지 않는 極限分布(limiting distribution)를 가지고 있음이 증명되었기 때문에 분석결과的一致性(asymptotic consistency)을 기대할 수 있다. Durbin-Watson 統計量의 값은 共積分이 없는 경우 0에 수렴하기 때문에 흔히들 共積分 檢定統計量으로 사용하고 있으나 이 경우에는 그 극한분포도 장애모수에 의존하여 데이터 생성과정을 알지 못하는 경우 객

〈表 9〉 5% 名目臨界값을 사용했을 때 實質棄却率(데이터 生成過程 : (29)式)

標本數	α_2	$J(0, 3)$	ADF	$Z\alpha$	棄却率(%) Z_L
200	0.0	4.4	4.3	4.8	5.0
	0.5	4.7	4.6	8.1	8.5
	1.0	5.6	6.5	19.6	19.3
	1.5	7.8	10.4	38.7	38.6
	2.0	10.0	17.1	57.3	57.3
	2.5	13.2	25.4	72.8	73.0
	3.0	17.5	34.1	82.7	82.6
500	0.0	5.0	5.0	5.0	4.8
	0.5	5.1	5.3	7.7	7.5
	1.0	5.6	7.3	17.1	16.5
	1.5	6.4	12.5	35.1	33.7
	2.0	7.7	21.0	54.3	53.3
	2.5	8.8	32.4	69.4	68.3
	3.0	10.7	45.3	80.0	79.0

註 : 5,000번 반복하여 구했으며 ADF 에서 $m=4$, Parzen window에서 $\ell=8$ 을 사용했다.

관적인 검정의 척도를 알지 못해 과학적인 분석이 될 수 없다. 共積分檢定の 경우에도 單位根檢定과 마찬가지로 有限標本에서의 성능이 문제가 된다. 여기서 성능이라 함은 檢定力과 臨界領域의 安定性を 말하는데 單一時系列을 다루는 單位根檢定の 경우와는 달리 共積分의 경우에는 복수시계열의 연관관계를 다루므로 그 歸無假說이나 對立假說에 입각한 데이터生成過程에 따라 체계적인 비교를 하기 어렵다.

Park, Ouliaris and Choi(1988)는 다음 (29)式的 데이터生成過程을 이용해서 共積分檢定の 實質臨界領域 變動程度를 알아 보았다.

$$\begin{cases} x_t \\ y_t \end{cases} = W_t = A W_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 \\ \alpha_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \varepsilon_t \sim i, i, d. N(0, 1) \dots \dots \dots (29)$$

Park, Ouliaris and Choi(1988)는 또한 共

積分相關係數 ρ^2 를 도입하였는데 이들에 의해 증명된 바에 의하면 ρ^2 과 1과의 차이가 回歸分析의 假性程度를 효과적으로 측정한다. 다시 말해서 $\rho^2=1$ 이면 해당 時系列들은 共積分의 관계에 있다. ρ^2 에 대한 더 이상의 설명은 지나치게 기술적이기 때문에 여기서는 약하기로 하고 다만 (29)式的 ρ^2 를 계산하면 다음과 같다.

$$\rho^2 = \frac{\alpha_2^2}{(1-\alpha_1)^2 + \alpha_2^2} \dots \dots \dots (30)$$

(30)式에서 보는 바와 같이 $\alpha_1=1$ 이 아니라면 α_2 의 값에 관계없이 $\rho^2 \neq 1$ 이어서 $\{x_t\}$ 와 $\{y_t\}$ 사이에 共積分이 존재하지 않는다. $\alpha_1=0.5$ 로 두고 α_2 의 값을 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0으로 바꿔가면서 有限標本에서 측정된 棄却領域의 크기가 名目臨界領域 5%와 어떻게 달라지는지를 〈表 9〉에 기록하였다. 〈表 9〉에서 α_2 가 커짐에 따라 ρ^2

가 1에 가까워져 5%에 머물러야 할 實質臨界領域이 점차 증가함을 알 수 있는데 ADF나 Z에 비해 J는 그 정도가 훨씬 안정적이다.

共積分의 檢定은 해당 時系列이 모두 單位根을 가지고 있음을 확인한 후 행해져야 한다. 第4章과 第5章에서 살펴본 바에 의하면 有限標本에서의 單位根 檢定結果는 유보없이 신임하기 어려운 경우가 허다하다. 이와 같은 난점은 單位根檢定の 연장선에 있는 共積分檢定에서도 그대로 나타나 그 檢定統計量의 측정된 값을 名目臨界값과 단순比較하는 것은 誤謬를 초래할 가능성이 크다. 특히 國民所得, 物價, 貨幣量 등의 변수들은 시간에

따른 趨勢值를 가지고 있어서 데이터生成過程간의 식별능력을 더욱 떨어뜨린다.

自己回歸係數 α 가 1이냐 아니냐 1과 가까운 값이냐(單位根의 存在有無) 또는 共積分 相關係數 ρ^2 가 1이냐 아니냐 1과 가까운 값이냐(共積分 存在有無)에 대한 精確한 檢定을 위해서는 標本數가 아주 커야 한다. 利子率이나 換率 등에 대해서 單位根이나 共積分을 이용한 연구가 활발한 것은 이들 변수들이 單位根을 가진다는 이론적 근거가 있고 趨勢值가 없을 뿐 아니라 자료가 풍부하여 比較적 有意한 結論을 얻을 수 있기 때문이다.

▷ 參 考 文 獻 ◁

- Anderson, T. W., *The Statistical Analysis of Time Series*, New York, Wiley, 1971.
- Andrews, D. W. K., "Least Squares Regression with Integrated or Dynamic Regressors under Weak Error Assumption," *Econometric Theory*, Vol. 3, No. 1, 1987, pp. 98~116.
- , "Heteroskedasticity Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation," Cowles Foundation Discussion Paper, Yale University, 1988.
- Box, G. E. P. and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Holden day, San Francisco, 1976.
- Branchard, O. J. and L. H. Summers, "Hysteresis and the European Unemployment Problem," S. Fisher(ed.), *NBER Macroeconomics Annual*, 1986, M.I.T. Press, Cambridge, 1986, pp. 15~77.
- Choi, B., *Three Essays on the Federal Funds Market and Development and Evaluation of Testing Procedures for Unit Roots*, Ph.D Dissertation, Yale University, 1988.
- , "The Effect of the Monetary Regime Changes on Stability of the Financial Market-Lessons from the U.S. Experience-," KDI Working Paper, 1989.
- Dickey, D. A. and W. A. Fuller, "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Journal of the American*

- Statistical Association*, 74, 1979, pp. 427~431.
- Dickey, D. A., W. R. Fuller, "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Econometrica*, 49, 1981, pp.1057~1072.
- Efron, B. and R. Tibshirani, "Bootstrap Methods for Standard Errors, Confidence Intervals, and Other Measures of Statistical Accuracy," *Statistical Science*, Vol.1, 1986, pp.54~77.
- Enders, W., "Unit Roots and the Real Exchange Rate before World War I: the Case of Britain and the U.S.A.," *Journal of International Money and Finance*, Vol.8, No.1, 1989, pp.59~74.
- Engle, R. F. and C. W. J. Granger, "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing," *Econometrica*, Vol.55, No.2, 1987, pp.251~276.
- Fama, E. E., "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work," *Journal of Finance*, 25, 1970, pp.383~417.
- Fuller, W. A., *Introduction to Statistical Time Series*, John Wiley and Sons, 1976.
- Gould, J. and C. R. Nelson, "The Stochastic Structure of the Velocity of Money," *American Economic Review*, Vol.64, 1974, pp.404~418.
- Granger, C. W. J. and W. K. Newbold, "Spurious Regressions in Econometrics," *Journal of Econometrics*, 2, 1974, pp.111~120.
- Hakkio, C.S. and M. Rush, "Market Efficiency and Cointegration: An Application to the Sterling and Deutschmark Exchange Markets," *Journal of International Money and Finance*, Vol.8, No.1, 1989, pp.75~88.
- Hall, R. E., "Stochastic Implication of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence," *Journal of Political Economy*, Vol.86, 1978, pp.971~987.
- Hannan, E. J., *Multiple Time Series*, Wiley, New York, 1970.
- Hannan, E. J. and J. Rissanen, "Recursive Estimation of Mixed Autoregressive-moving Average Order," *Biometrika*, Vol.69, 1982, pp.81~94.
- Hartigan, J. A., "Contribution to discussion of Efron and Tibshirani (1986)," *Statistical Science*, Vol.1, 1986, pp.75~77.
- Herrndorf, N., "A Functional Central Limit Theorem for Weakly Dependent Sequences of Random Variables," *Annals of Probability*, Vol.12, 1984, pp.141~153.
- Hurwicz, L., "Least-squares Bias in the Time Series," T. C. Koopmans(ed.), *Statistical Inference in Dynamic Economic Models*, Cowles Commission for Research in Economics, John Wiley & Sons, New York, 1950, pp.365~383.
- Mussa, M., "Empirical Regularities in the Behavior of Exchange Rates and Theories of the Foreign Exchange Market," K. Brunner and A. H. Meltze(ed.), *Policies for Employment, Prices and Exchange Rates*, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Vol.II, 1979.
- Nelson, C. R. and C. Plosser, "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications," *Journal of Monetary Economics*, 10, 1982, pp.139~192.