Journal of the KSQC
Vol. 17, No. 1 1989

특급비용을 고려한 진부화 제품의 동적 생산-재고 모형

Dynamic Production-Inventory Scheduling Model for Deteriorating Items with Expediting Cost

최 영 진*
김 만 식**

ABSTRACT

A multi-period production-inventory scheduling model, which extends the customary dynamic lot sizing model to the one for deteriorating items, is developed. The amount of deterioration during a period is assumed to be proportional to the on-hand inventory at the end of the period. It is futher assumed that the deterioration rates vary from period to period.

In addtion, an expediting cost due to the delay of outstanding order is included and it is allowed to offset the order release date in advance, instead, in order to avoid incurring the cost. Finally, a quasi-WW algorithm corresponding to the Wagar-Whitin algorithm is proposed to obtain the optimal production-inventory schedules.

1. 서 론

대부분의 기존 재고모형에서는 미래의 수요를 충족시키기 위하여 제품을 영원히 보관할 수 있다는 가정을 내포하고 있으며 이에따라 오직 수요요인에 의해서만 재고수준이 감소되

* 동의공업전문대학 공업경영과
** 한양대학교 산업공학과

는 상황에서 적정재고정책을 수립하고 있다. 그러나 식품, 의약품, 화학제품, 전자부품, 방사능 물질, 혈액등의 재고시스템에 있어서는 제품의 부패, 손상, 변질, 고장등으로 인한 진부화 손실이 재고 정책결정에 중대한 영향을 미친다.

따라서 다수의 진부화 제품 재고시스템에 관한 연구가 실행된 바 그것은 첫째, 제품의 수명이 시스템의 다른 모든 변수들과는 독립적으로 사전에 어떤 일정기간으로 확정되어 있는 고정적 수명기간(fixed lifetime) 모형과 둘째, 제품의 수명이 어떤 확률분포를 가지는 확률적 수명기간(random lifetime)모형의 두가지 분야로 대별할 수 있다.

이에 관한 대부분의 연구에서는 시간을 연속변수로 취급하고 있으나 현실적 상황에서는 일, 주, 월 등과 같이 이산변수로 되어야 한다.

Dave(1979)는 시간을 이산변수로 하는 확률적 수명기간 모형을 개발하였으며 Rangarajan과 Vartak(1983)는 이것을 단위기간마다 수요가 변화하는 동적수요의 모형으로 확장하였다. 그러나 이들의 연구는 단위기간의 보유재고량에 대한 일정비율로 제품의 진부화 손실이 발생한다는 가정하에서 각 계획기간 동안의 발주량을 결정하는 정기발주방식으로서 매 계획기간의 발주량이 일정하였다.

이에 반하여 본 연구는, 발주량이 매기간마다 다를 수 있는 즉 진부화 제품관한 동적로트결정모형을 정립하여 효율적인 해법을 구함을 목적으로 한다. 진부화의 효과를 고려하지 않은 동적 로트결정문제에 관해서는 Wagner와 Whitin(1958) (이후로는 WW로 표시함) 이래 단일품목 동적로트결정 문제에 관한 많은 연구가 진행되었다. WW는 확정적이나 각 기간에 따라 변화하는 동적수요의 상황하에서 매기마다 변화할 수 있는 재고유지비용과 발주비용의 합이 최소가 되도록 각 기의 발주량을 결정하는 알고리즘을 개발하였으며, Eppen등(1969)은 기간에 따라 변화하는 한계생산비용의 개념을 도입하여 WW알고리즘을 확장하였다. 그리고 계산상의 간편성을 도모하기 위한 발견적 기법들이 등장하였는데 최소비용법(Least Total Cost : LTC),PPB법(Part Period Balancing)등과 더불어 Freeland와 Colley(1982), Croff(1979), Silver와 Meal(1973, 1975)등의 연구가 이에 해당한다.

근래에 생산관리기술의 한 수법으로서 주목되고 있는 MRP의 운용에 있어서, 부품의 생산 및 구매가 기준생산계획(MPS) 그대로 이루어지지 않는 경우가 많다. 그렇지만 그 때마다 재계획을 수립하는 것은 현실적이지 못하며, 일정기간을 설정하여 그 기간내에서의 지연등은 현장에서 처리하고 있다. 이러한 관점에서 Shimizu등(1987)은 생산의 지연에 대비하여 특급생산을 고려하는 동적로트결정모형을 제시하였다.

본 연구에서는 기존의 동적로트결정문제를 제품의 진부화 손실이 있는 모형으로 확장하기 위하여, 각 기간의 진부화 손실량은 보유재고량에 비례하며 더우기 이 진부화율이 기간에 따라 변화하는 상황에서 문제를 전개한다. 그리고 각 기간의 생산지연에 대처한 특급생산을 고려하고, 이 특급생산으로 야기되는 비용을 줄이기 위한 선행생산을 동시에 고려하여, 전체 계획기간동안의 총비용을 최소로 하는 최적 발주정책을 결정하기 위한 준(의사) WW알고리즘을 개발한다.

2. 문제의 설정 및 분석

모형의 정립을 위한 가정은 다음과 같다.

1. 전체의 계획기간은 유한하다.

2. 각 기간의 수요는 확정적이나 기간에 따라 변화하며 매 기초에 발생한다.
3. 품절은 허용되지 않는다.
4. 각 기간의 길이내에서 생산지연이 발생할 수 있으며 기간마다의 지연의 길이는 독립적이고 동일한 분포를 따른다.
5. 각 기말의 보유재고량에 대하여 변화하는 비율로 제품의 진부화 손실이 발생하며 차기이월시 진부화된 제품은 제거된다.
6. 발주비용, 재고유지비용 및 특급비용을 고려한다.

모형을 정립하는데 사용되는 기호의 정의는 다음과 같다.

T : 계획기간
d_t : t기의 수요
θ_t : t기의 진부화율
X_t : t기의 생산량
S_t : t기의 발주비용
h_t : t기의 단위당 재고유지비용
I_t : t기말의 재고량
α_t : t기의 특급발주비용
β_t : t기의 특급비용계수
λ_t : t기의 지연시간(확률변수, 평균$\bar{\lambda}_t$)
q_o : 지연이 있을 확률
$V_t(\lambda_t,X_t)$: 특급비용함수

$$V_t(\lambda_t,X_t)=\alpha_t\delta(\lambda_t)\delta(X_t)+\beta_t\lambda_tX_t \tag{1}$$

단,

$$\delta(X)=\begin{cases}1, X>0\\ 0, X=0\end{cases}$$

이상과 같은 가정 및 정의에 의하여, 총기대비용 TC를 최소화하기 위한 모형이 다음과 같이 정립된다.

$$\text{Min } TC=E\left[\sum_{t=0}^{T}h_tI_t+\sum_{t=0}^{T}s_t\delta(X_t)+\sum_{t\in A}V_t(\lambda_t,X_t)\right]$$
$$=\sum_{t=0}^{T}h_tI_t+\sum_{t=0}^{T}s_t\delta(X_t)+\sum_{t\in A}\bar{V}_t(\lambda_t,X_t) \tag{2}$$

Subject to

$$I_t=(1-\theta_{t-1})I_{t-1}+X_t-dt$$
$$t=1,2\cdots\cdots,T, \tag{3}$$

$$I_t\geq 0,\ X_t\geq 0,\ t=0,1\cdots\cdots,T. \tag{4}$$

여기서 집합 A,B,C는

$$A=\{t|X_t>0, I_{t-1}<d_t\},$$
$$B=\{t|X_t>0, I_{t-1}\geq d_t\},$$
$$C=\{t|X_t=0\} \tag{5}$$

로 정의하며, t기의 특급비용의 기대치는 다음과 같다.

$$\bar{V}_t(\bar{\lambda}_t, X_t)=q_o, \alpha_t+\beta_t\bar{\lambda}_tX_t.$$

또한 여기서

$$Z_t(X_t)=\begin{cases}S_t+\bar{V}_t(\bar{\lambda}_t, X_t), & t\in A,\\ S_t & ,t\in B,\\ 0 & ,t\in C\end{cases} \tag{6}$$

라 정의하면, 총기대비용은

$$TC=\sum_{j=0}^{T}h_tI_t+\sum_{t=0}^{T}Z_t(X_t) \tag{7}$$

로 나타낼 수 있으며, 이것은 WW알고리즘을 확장시킨 Eppen등(1969)의 모형에 귀착된다.

3. 문제의 해법

모형의 효율적인 해법을 도출하기 위하여 다음과 같은 최적해의 성질을 고찰한다.

[정리 1] 모든 t에 대하여 $I_{t-1}X_t(I_t-X_t)=0$을 만족하는 최적해가 존재한다.

증명 : 임의의 k에 대하여 $I_{k-1}X_k(I_k-X_k)\neq 0$인 최적해가 존재한다고 가정하면 다음과 같은 두 경우를 고려할 수 있다.

1. $I_{k-1}>0, X_k>0$이며 $I_k-X_k>0$인 경우 $X_k>0$, $I_k>X_k$ 이므로 X_k는 $k+1$기의 생산 지연으로 인한 특급생산의 비용을 절감하기 위한 k 기의 선행생산에 해당된다. 따라서 $X_k=I_k$가 되도록 재계획을 해야하며 최소한 재고유지비용 $h_k(I_k-X_k)$를 절감할 수 있다.

2. $I_{k-1}>0$, $X_k>0$이며, $I_k-X_k<0$인 경우 $X_k>0, I_k<X_k$이므로 X_k는 생산지연이 발생할 시 특급생산으로 대처하는 통상의 생산에 해당된다. 따라서 WW의 정리에 의해 $(1-\theta_{k-1})I_{k-1}X_k=0$ 즉 $I_{k-1}X_k=0$이 성립해야 하므로 $I_{k-1}=0$가 되도록 재계획을 해야 하며 최소한 재고유지비용 $h_k(1-\theta_{k-1})I_{k-1}$을 절감할 수 있다.

1,2에 의해 $I_{t-1}X_t(I_t-X_t)\neq 0$인 최적해는 모순이므로 $I_{t-1}X_t(I_t-X_t)=0$인 최적해가 존재한다.

일반적인 동적로트결정문제에서는 재고가 남아 있을 때 발주하지 않는 것이 최적이지만, 정리 3-1은 재고가 남아있다 하더라도 발주할 수도 있으며 다만 이 경우의 생산은 t기 이후의 특급생산비용을 절감하기 위한 선행생산으로서 그 생산량이 t기말까지 재고로 유지된다는 것을 나타내고 있다.

[정리 2] 모든 t에 대하여

$$X_t=0 \text{ 또는 } \quad X_t=\sum_{j=t'}^{t''}\left(\prod_{i=j}^{j-1}(1-\theta_i)^{-1}\right)d_j,$$

$$t\le t'\le t''\le T$$

가 되는 최적해가 존재한다.

[정리 3] $I_t=0$가 되면, $0\sim t$기 및 $(t+1)\sim T$기의 문제로 분리된다.

상기의 정리들은 WW의 정리에 진부화 효과를 고려하면 쉽게 증명할 수 있다.

정리 1, 2 및 3을 이용하여 본 문제를 전진형 동적계획법의 형태로 변환시킨다. 0기부터 t기의 최소비용을 $F(t)$라 하고 k기의 수요량을 j기에서 발주할 때의 발주량을 $D_{j,k}$라 하면,

$$F(t)=\min\begin{cases}\min\limits_{0<j\le t}\left\{S_{j-1}+\sum\limits_{r=j-1}^{t-1}h_r\prod\limits_{i=j-1}^{r-1}(1-\theta_i)\sum\limits_{k=r+1}^{t}D_{j-1,k}+F(j-1)\right\} & (8)\\ \min\limits_{0<j\le t}\left\{S_j+\alpha_j'+\beta_j\bar{\lambda}_j\sum\limits_{k=j}^{t}D_{j,k}+\sum\limits_{r=j}^{t-1}h_r\prod\limits_{i=j}^{r-1}(1-\theta_i)\sum\limits_{k=r+1}^{t}D_{j,k}\right\} & (9)\end{cases}$$

단,

$$D_{j,k}=\prod_{i=j}^{k-1}(1-\theta)^{-1}d_k, \alpha'_t=q\alpha,$$

$$F(0)=0 \ .$$

여기서 (9)는 지연발생시에 특급생산으로 대처하는 통상적인 생산에 관한 것이며, (8)는 선행생산에 대응된다. 그런데 본 모형의 해를 구하는 과정에서 계산상의 효율이 요구되므로 다음과 같은 정리를 설정하여 계산량을 줄여나간다.

여기서 정리 4 및 5를 도출하기 위하여 사용되는 기호는 다음과 같다.

$P(t)$: t기간 문제

$F_j(t)$: 마지막 발주기간이 j인 $P(t)$의 최소비용

$j(t)$: $P(t)$의 마지막 발주기간

$j^*(t)$: $P(t)$의 최적해에서의 마지막 발주기간

[정리 4] $P(t)$에 관하여 (8)및 (9)를 동시에 고려할 때 $j^*(t)\le t$에서 $F(t)$를 갖는다면, $t'>t$인 $P(t')$에 관해서는 $j^*(t)\le j(t')\le t'$만 고려해도 충분하다.

증명 : $j\in\{0,1,2,\cdots\cdots,j^*(t)\}$인 임의의 j에 관하여 (8) 및 (9)에서 $Fj(t+1)\ge F_{j^*(t)}(t+1)$이 성립함을 보이면 된다.

1. 선행생산의 경우—식(8)

$$F_j(t+1)=S_{j-1}+\sum_{r=j-1}^{t}h_r\prod_{i=j-1}^{r-1}(1-\theta_i)$$

$$\sum_{k=r+1}^{t+1}D_{j-1,k}+F(j-1)$$

$$=S_{j-1}+\sum_{r=j-1}^{t-1}h_r\prod_{i=j-1}^{r-1}(1-\theta_i)$$

$$\sum_{k=r+1}^{t}D_{j-1,k}+F(j-1)$$

$$+\sum_{r=j-1}^{t}h_r\prod_{i=j-1}^{r-1}(1-\theta_i)D_{j-1,t+1}$$

$$=F_j(t)+\sum_{r=j-1}^{t}h_r\prod_{i=j-1}^{r-1}(1-\theta_i)D_{j-1,t+1}$$

$$=F_j(t)+\sum_{r=j-1}^{t}h_r\prod_{i=j-1}^{r-1}(1-\theta_i)$$

$$\prod_{i=j-1}^{t}(1-\theta)^{-1}d_{t+1}$$

$$=F_j(t)+\sum_{r=j-1}^{t}h_r\prod_{i=r}^{t}(1-\theta_i)^{-1}d_{t+1}\ .$$

같은 방법으로,

$$F_{j^*(t)}(t+1)=F_{j^*(t)}(t)$$

$$+\sum_{r=j^*(t)-1}^{t}h_r\prod_{i=r}^{t}(1-\theta_i)^{-1}d_{t+1}\ .$$

따라서,

$$F_j(t+1)-F_{j^*(t)}(t+1)$$

$$=F_j(t)-F_{j^*(t)}(t)+\left\{\sum_{r=j-1}^{t}h_r\prod_{i=r}^{t}(1\right.$$

$$\left.-\theta_i)^{-1}-\sum_{r=j^*(t)-1}^{t}h_r\prod_{i=r}^{t}(1-\theta_i)^{-1}\right\}d_{t+1}$$

$$=F_j(t)-F_{j^*(t)}(t)$$

$$+\sum_{r=j-1}^{j^*(t)-2}h_r\prod_{i=r}^{t}(1-\theta_i)^{-1}d_{t+1}\ .$$

여기서,

$F_j(t)\ge F_{j^*(t)}(t)$이고 $\sum_{r=j-1}^{j^*(t)-2}h_r\prod_{i=r}^{t}(1-\theta_i)^{-1}d_{t+1}\ge 0$

이므로 $F_j(t)\ge F_{j^*(t)}(t+1)$가 성립한다.

2. 통상적 생산의 경우—식(9)

$$F_j(t+1)=S_j+\alpha_j'+\beta_j\bar{\lambda}_j\sum_{k=j}^{t+1}D_{j,k}+\sum_{r=j}^{t}h_r$$

$$\prod_{i=j}^{r-1}(1-\theta_i)\sum_{k=r+1}^{t+1}D_{j,k}+F(j-1)$$

$$=S_j+\alpha_j'+\beta_j\bar{\lambda}_j\sum_{k=j}^{t}D_{j,k}$$

$$+\sum_{r=j}^{t-1}h_r\prod_{i=j}^{r-1}(1-\theta_i)\sum_{k=r+1}^{t}D_{j,k}$$

$$+F(j-1)+\beta_j\bar{\lambda}_jD_{j,t+1}$$

$$+\sum_{r=j}^{t}h_r\prod_{i=j}^{r-1}(1-\theta_i)D_{j,t+1}$$

$$=F_j(t)+\beta_j\bar{\lambda}_jD_{j,t+1}$$

$$+\sum_{r=j}^{t} h_r \prod_{i=j}^{r-1}(1-\theta_i) D_{j,t+1}$$

$$=F_j(t)+\beta_i\bar{\lambda}_j\prod_{i=j}^{t}(1-\theta_i)^{-1}d_{t+1}$$

$$+\sum_{r=j}^{t} h_r \prod_{i=r}^{t}(1-\theta_i)^{-1}d_{t+1}.$$

같은 방법으로,

$$F_{j^*(t)}(t+1)=F_{j^*(t)}(t)+\beta_{j^*(t)}\bar{\lambda}_{j^*(t)}\prod_{i=j^*(t)}^{t}(1-\theta_i)^{-1}d_{t+1}$$

$$+\sum_{r=j^*(t)}^{t} h_r \prod_{i=r}^{t}(1-\theta_i)^{-1}d_{t+1}.$$

따라서,

$$F_j(t+1)-F_{j^*(t)}(t+1)$$

$$=F_j(t)-F_{j^*(t)}(t)+\Big\{\beta_j\bar{\lambda}_j\prod_{i=j}^{t}(1-\theta)^{-1}$$

$$+\sum_{r=j}^{j^*(t)-1} h_r \prod_{i=r}^{t}(1-\theta_i)^{-1}$$

$$-\beta_{j^*(t)}\bar{\lambda}_{j^*(t)}\prod_{i=j^*(t)}^{t}(1-\theta_i)^{-1}\Big\}d_{t+1}.$$

여기서,

$$C_j=\beta_j\bar{\lambda}_j, C_{j^*(t)}=\beta_{j^*(t)}\bar{\lambda}_{j^*(t)}$$

라 하면

$$F_j(t+1)-F_{j^*(t)}(t+1)$$

$$=F(t)-F_{j^*(t)}(t)+\Big\{C_j\prod_{i=j}^{t}(1-\theta)^{-1}$$

$$+\sum_{r=j}^{j^*(t)-1} h_r \prod_{i=r}^{t}(1-\theta_i)^{-1}$$

$$-C_{j^*(t)}\prod_{i=j^*(t)}^{t}(1-\theta_i)^{-1}\Big\}d_{t+1}.$$

$\prod_{i=j}^{t}(1-\theta_i)^{-1}$와 $\prod_{i=r}^{t}(1-\theta_i)^{-1}$이 항상 $\prod_{i=j^*(t)}^{t}(1-\theta_i)^{-1}$보다 크거나 같으므로 Eppen등(1969)의 conditionⅡ 즉 $C_j+\sum_{r=j}^{j^*(t)-1} h_r \geq C_{j^*(t)}$가 성립한다고 가정하면 $F_{j(t)}(t+1)>F_{j^*(t)}(t+1)$가 성립한다.

[정리 5] $t<t'$인 기간 t와 t'에 대하여 $F(t)\leq\alpha_t+\beta_t\bar{\lambda}_t\sum_{k=t}^{t'}D_{t,k}+F(t-1)$가 성립하면, $t''>t'$인 모든 t''에 대하여 $[\text{식}(9)]_{j=t}\geq[\text{식}(8)]_{j=t}$의 관계가 성립한다.

증명 : 특급비용은 로트의 크기에 관한 비감소 함수이므로 계속되는 $F(t)$의 계산에서 일단 $[\text{식}(9)]_{j=t}\geq[\text{식}(8)]_{j=t}$이 되면 그 대소관계는 역전되지 않는다.

정리 3-4는 WW모형의 계획기간정리와 같은 형태로서, 기간 t까지의 비용이 최소가 되는 마지막 발주기간 $j^*(t)$가 결정되면, $t+1$ 이후의 문제에서는 $j^*(t)$ 이후의 발주만 고려하면 충분하다는 것을 나타낸다. 그리고 정리 5에 의하면, 모든 $F(t)$의 계산에서 반드시 (8) 및 (9)를 동시에 계산하는 것은 아니며 따라서 전체의 계산량을 줄일 수 있다.

이상의 정리들을 이용하여 특급생산 및 선행생산을 고려한 최적발주정책을 결정하는 과정을 <Algorithm 1>에 나타내며 이하 준 WW법이라 칭한다.

Algorithm 1. 준 WW법

기간 t $(t=0,1,\cdots,T)$에 있어서의 알고리즘은 다음과 같다.

단계 1. $D_{j,k}$를 계산한다. $j=0,1,\cdots,T, K=j,j+1,\cdots,T$.

단계 2. j기 $(j=1,2,\cdots,t)$에서 생산하여 $d_k(k=j,j+1,\cdots,t)$를 충족시키는 계획과 j기 $(j=0,1,\cdots,t-1)$에서 생산하여 $d_k(k=j+1,\cdots,t)$를 충족시키는 계획을 고려한다.

단계 3. 각 계획들에 대하여 t기까지의 총비용을 계산한다.

이 계산에는 $(t-1)$기 까지의 계산결과를 이용한다.

단계 4. 단계 3의 결과를 비교하여 최소치 $F(t)$를 찾는다.

단계 5. $t \neq T$이면 $t \leftarrow t+1$하여 단계 2로 간다.

4. 수치예제

〈Algorithm 1〉의 계산과정을 상세히 설명하기 위해 다음의 예제를 고려 한다.

본 예제에 이용되는 데이타는 〈Table 1〉에서 나타내고 있으며, 〈Table 2〉에서는 계산과정을 요약한다.

〈Table 2〉에서 U는 (9) 즉 통상의 생산에 대응되며 또한 L은 (8) 즉 선행생산에 관한 것이다. 따라서 예를 들어 기간 3에서의 계산과정을 상세히 설명하면 다음과 같다.

$1U$: 3기의 수요를 3기에서 생산 $(D_{3,3})$

$F(2)+S_3+\alpha_3'+\beta_3\bar{\lambda}_3 D_{3,3}$

$=251.12+50+50+16=367.12$

$2U$: 2, 3기의 수요를 2기에서 생산$(D_{2,2}+D_{2,3})$

$257.12+\beta_2\bar{\lambda}_2 D_{2,3}+h_2 D_{2,3}$

$=217.12+17.78+2*17.78=310.46$

$2L$: 3기의 수요를 2기에서 선행생산 $(D_{2,3})$

$301.12+h_2 D_{2,3}=301.12+2*17.78=336.68$

$3U$: 2기의 계산에서 $2U>2L$ 이므로, 정리 5에 의해서 계산할 필요가 없다.

$3L$: 2, 3기의 수요를 1기에서 선행생산 $(D_{1,2}+D_{1,3})$

$251.12+h_1 D_{1,3}+h_2(1-\theta_1)D_{1,3}$

$=251.12+2*19.75+2*(1-0.1)*19.75=326.17$

$4U$: 2기의 $3U$가 없으므로 계산할 필요가 없다.

$4L$: $F(2)$가 $2L$의 값이므로 정리 4에 의해서 계산할 필요가 없다. 이상의 계산에 따라서 3기까지의 최소비용 $F(3)$는 $2U$의 값이 되며,

Table 1. Input data for the example

Period	0	1	2	3	4	5	6
s_t	50	50	50	50	50	50	50
h_t	2	2	2	2	2	2	2
d_t	—	32	36	16	20	15	20
α_t'	50	50	50	50	50	50	50
β_t	1	1	1	1	1	1	1
$\bar{\lambda}_t$	1	1	1	1	1	1	1
θ_t	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

Table 2. Caculations for The example

Period	0	1	2	3	4	5	6
0	—	35.56	44.44	21.95	34.29	32.15	71.44
1		32.00	40.00	19.75	30.86	28.93	64.30
2			36.00	17.78	27.78	26.04	57.87
3				16.00	25.00	23.44	52.08
4					20.00	18.75	41.67
5						15.00	33.33
6							30.00
$1U$	—	132.00	257.00	367.12	430.46	525.46	616.71
$1L$	50	171.12	301.12	360.46	460.46	536.71	———
$2U$		———	252.00	310.46	———	486.71	625.85
$2L$		121.12	251.12	336.68	410.46	497.96	603.37
$3U$			———	———	443.80	———	678.39
$3L$			289.99	327.17	442.24	494.84	647.97
$4U$				———	———	———	———
$4L$				———	———	———	———
$F(j)$	———	121.12	251.12	310.46	410.46	486.71	603.37
Optimal Policy	$D_{0,1}$	0	$D_{2,2}+D_{2,3}$	0	$D_{4,4}+D_{4,5}$	$D_{5,6}$	0

3기의 $1L$은 4기의 $2L$에 대한 예비계산으로서 $F(3)+S_3=310.46+50=360.46$이 된다.

<Table 3>에는 본 모형에 의한 최적발주정책과 진부화의 효과를 고려하지 않은 모형의 결과를 비교하고 있다. 전자의 최적비용 603은 후자의 최적비용 558보다 다소 높으며 또한, 양쪽의 발주정책이 차이가 나는 것은 진부화로 인한 제품손실 때문이다. 여기서 진부화의 효과 및 생산지연에 대처한 특급비용을 고려하지 않는다면 본 모형의 결과는 *WW*의 결과와 일치하게 된다.

<Table 4>는 예제 3-1과 같은 상황에서 특급발주비용을 변화시킬 때의 발주정책 및 관련 총비용을 변화를 나타낸다. 여기서 특급발주비용이 비교적 적은 경우에는 지연발생 시 특급생산으로 대처하는 통상적 생산이 많으나, 특급비용이 증가함에 따라 이 비용을 절감하기 위한 선형생산이 차츰 많아져서 궁극적으로는 모든 기간에서 선형생산이 이루어짐을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 동적 생산—재고 모형에 진부화의 효과 및 생산의 지연을 고려하였다. 각 기간의 제품손실은 보유재고량에 비례하며, 더우기 제품의 진부화율이 각 기간에 따라 변하는 상황하에서, 각 기간의 생산지연에 대비한 특급생산 및 이 비용을 절감하기 위한 선행생산을 동시에 고려하여 전체 계획기간 동안의 비용을 최소화하는 최적 생산—재고 정책을 결정하는 효율적 알고리즘을 개발하였다.

본 연구의 결과는 진부화를 고려하지 않은 모형에 비해 총비용이 다소 높았으며 계획기간 동안의 생산 및 재고정책에서 상당한 변화가 있었다. 그리고 특급비용의 증가에 따라 이 비용을 절감하기 위한 선형생산 횟수가 증가하였다.

끝으로 품절의 발생, 확률적 수요 및 생산과 재고량의 제약조건을 고려하는 문제 또한 이동계획기간을 고려하는 문제 등을 향후의 연구과제로 남긴다.

Table 3. Comprison between the computational results of two models

Period	0	1	2	3	4	5	6	minial total cost
Proposed model	36	0	54	0	39	33	0	603
no deterioration	32	0	52	35	0	30	0	558

Table 4. Production Policies and Total Costs varing with Change of α_t'

Period / α_t'	0	1	2	3	4	5	6	minimal total cost
0	0	D_{11}	$D_{22}+D_{23}$	0	$D_{44}+D_{45}$	0	D_{66}	427 6
10	0	D_{11}	$D_{22}+D_{23}$	0	$D_{44}+D_{45}$	0	D_{66}	467 6
20	0	D_{11}	$D_{22}+D_{23}$	0	$D_{44}+D_{45}$	0	D_{66}	507 6
30	0	D_{11}	$D_{22}+D_{23}$	0	$D_{44}+D_{45}$	0	D_{66}	547 6
40	D_{01}	0	$D_{22}+D_{23}$	0	$D_{44}+D_{45}$	D_{56}	0	583 4
50	D_{01}	0	$D_{22}+D_{23}$	0	$D_{44}+D_{45}$	D_{56}	0	603 4
60	D_{01}	0	$D_{22}+D_{23}$	0	$D_{44}+D_{45}$	D_{56}	0	623 4
70	D_{01}	0	$D_{22}+D_{23}$	D_{34}	D_{45}	D_{56}	0	634 4
80	D_{01}	D_{12}	D_{23}	D_{34}	D_{45}	D_{56}	0	640 8
90	D_{01}	D_{12}	D_{23}	D_{34}	D_{45}	D_{56}	0	640 8
100	D_{01}	D_{12}	D_{23}	D_{34}	D_{45}	D_{56}	0	640 8

REFERENCES

1. Dave, U., (1979), *"On a Discrete-In-Time Order-Level Inventory Model for Deteriorating Items"*, Journal of Operational Research Society, Vol. 30, No. 4, pp. 349-354.
2. Rengarajan, S. and Vartak, M. N., (1983), *"A Note on Dave's Inventory Model for Deteriorating Items"*, Journal of Operational Research Society, Vol. 34, No. 6, pp. 543-546.
3. Wagner, H.M. and Whitin, T.M, (1958), *"Dynamic Version of the Economic Lot Size Model"*, Management Science, Vol. 5, No. 1, pp. 89-96.
4. Eppen, G.D., et al., (1969), *"Extension of the Planning Horizon Theorem in the Dynamic Lot Size Model"*, Management Science, Vol. 15, No. 5, pp. 268-277.
5. Freeland, J.R. and Colley, J.L., (1982), *"A Simple Heuristic Method for Lot Sizing in a Time-Phased Reoder System"*, Production and Inventory Management, Vol. 13, No. 2, pp. 19-34.
6. Groff, G.K., (1979), *"A Lot Sizing Rule for Time-Phased Component Demand"*, Production and Inventory Management, Vol. 20, No. 1, pp. 47-53.
7. Silver, E.A. and Meal, H.C., (1973), *"A Heuristic for Selecting Lot Size Quantities for Case of a Deterministic Time-Varing Demand Rate and Discrete Opportunities for Replenishment"*, Production and Inventory Management, Vol. 14, No. 2, pp. 64-71.
8. Silver, E.A. and Meal, H.C., (1975), *"A Note and the PPB Method of Determining an EOQ"*, Production and Inventory Management, Vol. 16, No. 2, pp. 88-91.
9. Shimizu, C., Emkawa, T. and Akiba, M., (1987), *"Dynamic Lot Sizing with Expediting Cost and Its Extension to Milti-Echelon Problem"*, JIMA, Vol. 38, No. 3, pp. 169-175.