

강철도교의 실용답해석에 관한 연구

A Study on Analysis of Real Response of Steel Railway Bridges

장	동	일*
Chang,	Dong	Il
최	강	희**
Choi,	Kang	Hee
이	희	현***
Lee,	Hee	Hyun

Abstract

In this paper, measured and calculated responses are compared in order to give how the static and dynamic responses occurred in steel railway bridges due to train loads could be calculated appropriately. From this, it is investigated how the impact factors are varied by changing the train speed above 100 km/h

Field measurement is carried out by the steel strain gages and displacement transducers at the main design points, and then the static and dynamic response, fundamental frequencies, damping ratios and impact factors of the bridges are obtained.

Static analysis is done using the computer program developed according to three dimensional matrix structural analysis in which the trains and bridges are modelled as 1, 2 and 3 dimensions. Dynamic analysis is done according to 2 approaches, the moving force and mass problem. In moving force problem, the solutions are obtained by the mode-superposition-method and in moving mass problem by the direct integration method.

From this study, it is known that in order to obtain the static response in the railway bridges, the bridge could be modelled by 1 or 2 dimension as in the highway bridge, however the response ratio(measured/calculated) is high comparing to the highway bridges. By the way, the dynamic response should be obtained by the moving mass problem.

And by comparing the measured and code specified impact factors, it is known that the factors specified in the present railway bridge code are very safe under the present service speed below 100 km/h. However, because the factors become very high under the speed above 100km/h, especially in the simple plate girder bridge, it is thought that

*정희원 · 한양대학교 공과대학 교수

**정희원 · 철도청 시설국장

***정희원 · 한양대학교 공과대학 강사

the code specification on impact factor should be discussed enough under the rapid transit system.

요 지

본 논문에서는 열차하중에 의해 강철도교에 일어나는 정·동적응답을 보다 정확하게 예측하기 위한 방법을 제시하기 위하여, 강철도교의 정·동적응답 측정치를 해석에 의한 것과 비교해 보았으며, 이를 토대로 열차의 속도가 설계속도보다 높은 고속(100km/h이상)으로 될때 철도교의 충격 계수가 어떻게 변하는지 살펴보았다.

실측은 철도교의 주설계대상이 되는 부분에 변형계이지와 치짐측정기에 의해 실시하여, 이로부터 교량의 정·동적응답, 기본진동수, 감쇄비 및 충격계수를 구하였다. 정적해석은 3차원 매트릭스 구조해석법에 따라 프로그램을 작성하여 실시하였으며 동적해석은 주행하중문제와 주행질량문제로 나누어 주행하중문제의 경우 동적응답은 모드중첩법에 의해, 주행질량문제의 경우는 직접적분법에 의해 구했다.

연구결과 철도교의 정적응답을 구하는 경우 도로교와 같이 교량을 1차원 또는 2차원으로 모델링하면 응답비(측정치/계산치)는 도로교에 비해 높고, 동적응답은 열차의 질량을 포함하는 주행질량문제로 해석해야 된다는 것을 알수 있었다.

그리고 실측결과들을 현재의 철도교 시방서 규정과 비교해 본 결과 충격에 관한 규정은 현재의 공용속도(100km/h이하)하에서는 상당히 안전하나, 열차가 고속(100km/h이상)으로 되면 특히 단순 플레이트거어더교의 경우 충격계수가 상당히 커지므로 시방서의 충격에 관한 규정을 충분히 검토할 것을 제시하였다.

1. 서 론

차량의 주행에 의해 교량에는 어떠한 현상이 일어나는가 하는 것은 교량의 합리적인 설계 및 해석을 위해 필수적으로 알아야 할 사항이다.

그런데 이 문제를 정확하게 해석하기 위해서는 수많은 인자를 고려해야 하며, 그 내용이 극히 복잡하고 또한 차량과 교량의 구조형식이 시대에 따라 변하기 때문에 많은 학자들은 1세기 이상 전서부터 현재까지 실험적, 이론적 연구를 진행해 보고 있는 실정이다.

그런데 철도교란 도로교와 달리 특별한 화물이 통과한다든지, 긴급의 경우를 제외하고는 일반적으로 과재하중이 통과하는 경우는 없으며, 또한 열차가 선로위를 통과하므로 하중이 작용하는 위치가 매우 명확하고 구조형식과 상관동도 도로교에 비해 단순하여 비교적 해석이 쉽기 때문에 선진국에서는 도로교에서 보다 먼저 철도교의 거동해석을 실시하였다^(1, 2).

그러나 현재 우리나라에서 철도교에 관한 문헌

을 조사해 보면 내하력조사보고서⁽³⁾들과 실측응답이력을 통계정리하여 실열차주행에 의한 철도교의 동가피로피해의 정도를 파악하고⁽⁴⁾, 평면트러스교에 여러가지 열차하중이 속도를 변화시키면서 주행할 때 충격계수의 변화양상을 조사한 문헌⁽⁵⁾들만이 있을뿐 실제 철도교에 일어나는 정·동적응답을 이론치와 비교검토하여 체계적으로 철도교의 실거동해석을 실시한 연구는 없는 실정이다.

이러한 사실을 고려하여 본 논문은 살열차하중에 의한 철도교의 실거동을 보다 합리적으로 해석하기 위한 자료를 제시하기 위하여 실측과 해석 두 단계로 나누어 실시하였으며, 이를 토대로 열차가 고속(100km/h이상)으로 될때 충격계수가 어떻게 변하는지 조사해 보았다.

실측은 철도교의 형식으로 가장 많이 사용되고 있는 단순 및 3경간 연속 플레이트거어더교와 트러스교를 채택하여 교량의 주 설계 대상이 되는 곳에 변형계이지와 치짐측정기를 부착하여 실시하였으며, 그때 얻어지는 정적응답 및 동적응답 이력 곡선으로 부터 철도교의 기본고유진동수, 감쇄비

및 층계수등을 구하였다. 그리고 해석은 실제와 유사하게 열차와 교량을 모델링하기 위하여 3차원 매트릭스 구조해석법에 따라 작성된 프로그램을 이용하여 실시하였다.

2. 구조해석

2.1 가 정

구조해석은 열차와 교량의 모델링에 있어서 다음의 가정을 두고 실시한다⁽⁶⁻⁹⁾.

- 1) 구조물은 선형탄성거동을 한다.
- 2) 트러스교의 경우 축방향력만을 고려한다.
- 3) 교량에 작용하는 열차하중의 크기는 일정하고 열차하중은 각 축에 균등히 분배되며 집중하중으로 표시될 수 있다.
- 4) 감쇄매트릭스는 질량매트릭스에 비례하고, 모드중첩법에서 각 모드에서의 감쇄비는 일정하다.
- 5) 열차의 로울링(rolling)과 피칭(pitching)의 영향은 무시한다.
- 6) 하중의 재하되지 않았을때 교량은 직선이다.

2.2 정적해석

정적해석은 3차원 매트릭스 구조해석법에 따라 프로그램을 작성하여 실시하였는데, 해석시 플레이트 거더어더교는 보와 격자구조로 모델링하고 트러스교는 다음과 같이 4가지 방법으로 모델링하였다. 즉 첫째는 평면트러스만을 고려하여 열차하중이 직접 작용하는 것으로 모델링하였고, 두번째는 첫번째와 같이 평면트러스로 모델링하였지만 하중은 바닥판을 격자구조로 모델링하여 가로보와 트러스가 연결된 점에서의 수직반력을 구하여 이 반력이 트러스에 작용하는 것으로 간주하여 간접하중으로 계산한 것이다. 세번째는 트러스를 입체트러스로 모델링하여 직접하중이 작용하는 것으로, 네번째는 입체트러스에 간접하중이 작용하는 것으로 모델링하였다.

그림 1은 본 논문에서 사용된 임의부재 i 에 대한 부재력과 변위의 부호규약을 보여준다.

그림 1에서 x, y, z 는 전체좌표계를, x_m, y_m, z_m 은 부재 좌표계를 표시한다. 그리고 그림에 표시된 숫자는 부재에서 자유도에 대한 번호를 부여하는 순서이고, 화살표 1개는 병진, 두개는 회전을 의미한다. 해를 구하는 상세한 과정은 지면 관계상 생략

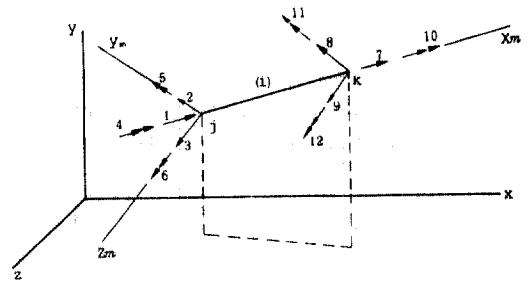


그림 1. Typical Space Frame Member

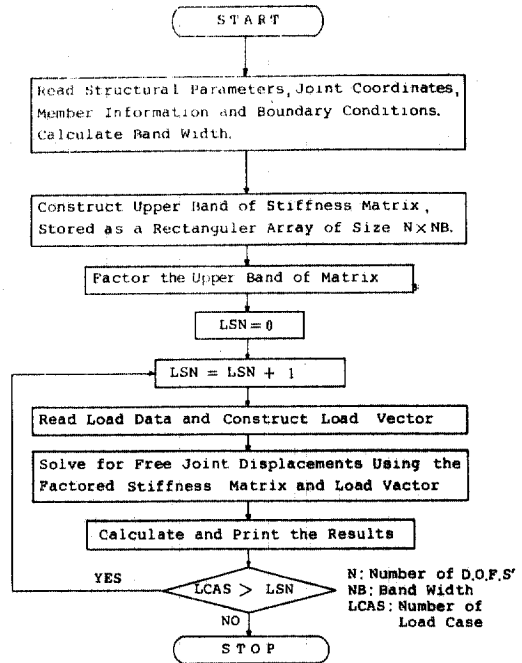


그림 2. Flow Chart of Static Analysis Program

하였으나 문헌(10, 15)를 참고하면 될 것이다.

그림 2에는 본 논문을 위해 개발한 정적해석 프로그램의 개략적인 흐름도가 주어져 있다. 이때 한 개의 집중하중에 의한 등가절점력 벡터는 열차의 수직운동만을 고려하여 보요소에는 Hermitian 보간함수^(11, 13)를, 트러스 요소에 대해서는 단순보의 반력의 영향선^(6, 9)을 이용하여 구했다.

2.3 동적해석

철도교란 도로교와 달리 활하중에 의한 응답이 사하중에 의한 응답보다 큰 경우가 많다. 그리하여

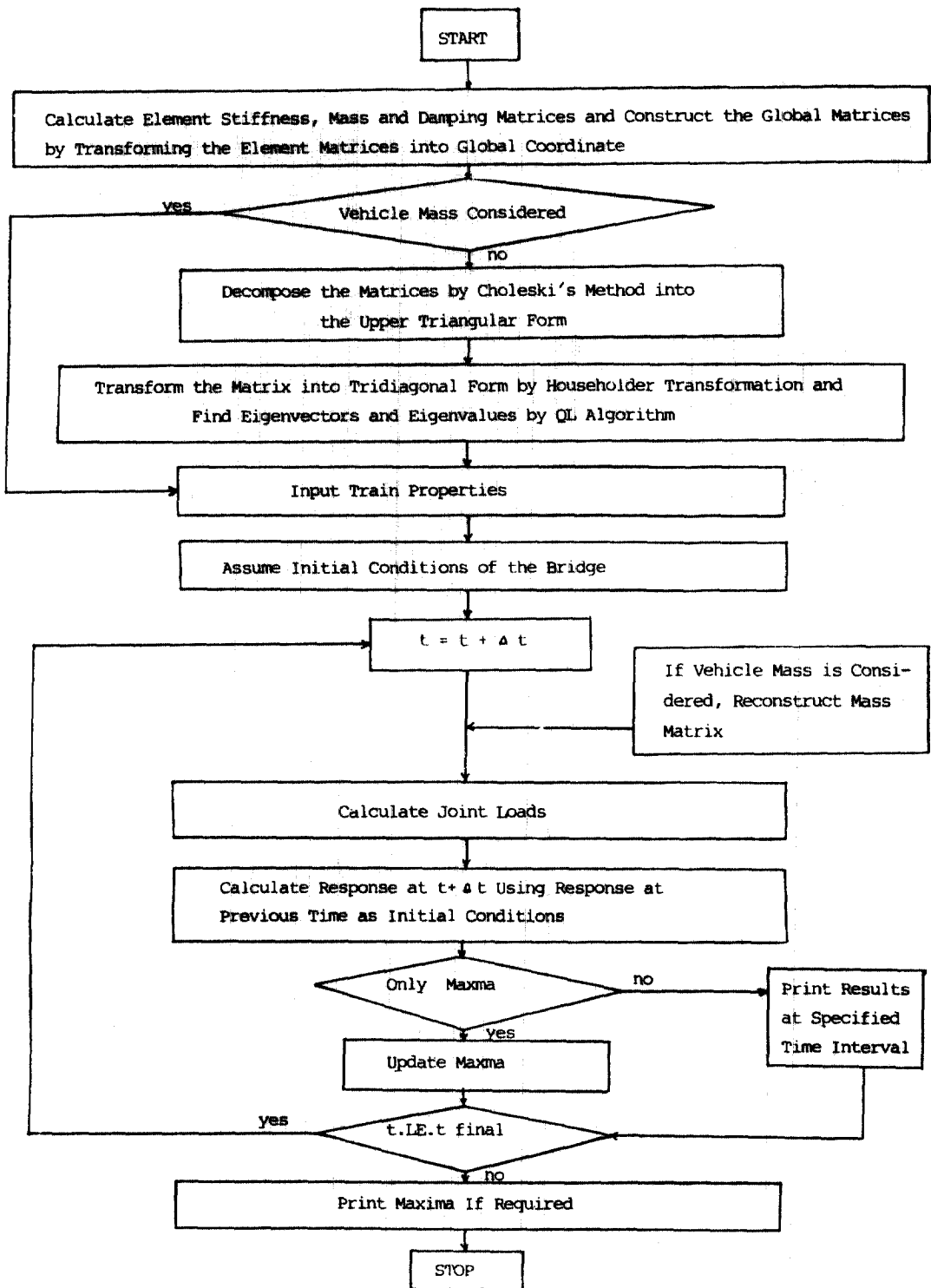


그림 3. Flow chart of Dynamic Analysis Program

본 논문에서는 동적해석시 열차의 질량에 의한 관성력이 동적응답에 다소의 영향을 줄것으로 생각되어 열차의 질량을 무시하는 주행하중문제와 고려하는 주행질량문제로 나누어 실시하였다. 이때 교량의 모델은 플레이트거더교인 경우 하나의 보로서, 트러스교의 경우는 바닥판을 구성하는 세로보, 가로보 및 레일등의 질량이 동적응답에 영향을 줄 것으로 사료되어 이들의 질량을 트러스 하현재의 질점에 균등히 분배(동가질점질량)하여 이것을 포함하는 경우와 포함하지 않는 경우로 나누어 해석하여 측정치와 비교하였다.

해는 주행하중문제의 경우 모드층첩법⁽⁶⁾에 따라, 주행질량문제와 같이 비선형문제의 경우는 Newmark의 직접적분법^(11, 12)에 따라 구했다.

한편 주행하중에 의한 교량의 운동방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}) + m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + C \frac{\partial u}{\partial t} = p(x, t) \quad (1)$$

여기서 u 는 변위, m , EI 및 C 는 각각 교량의 단위길이에당 질량, 휨강성 그리고 감쇠상수이며, $p(x, t)$ 는 외부로부터 작용하는 하중, t 및 x 는 시간 및 거리변수이고, θ 는 편미분을 의미한다. 식(1)에서 주행하중문제의 경우 m 은 일정하지만 주행질량문제인 경우 m 은 시간에 따라 달라져서 하중의 위치에 따라 다음과 같이 쓸 수 있다⁽¹³⁾.

$$\bar{m} = m + M\delta(x - x_0) \quad (2)$$

여기서 M 은 하중의 질량, x_0 는 하중의 위치, δ 는 Dirac Delta 함수이다. 따라서 운동방정식은 다음

과 같이 된다.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} (EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}) + \bar{m} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + C \frac{\partial u}{\partial t} = p(x, t) \quad (3)$$

식(1) 또는 (3)를 풀기 위하여 매트릭스 구조해석법을 이용하였다^(5, 11~14).

그림 3에는 본 논문을 위해 개발한 동적해석 프로그램의 개략적인 흐름도가 주어져 있다.

3. 시 험

다음은 본 논문에서 유도한 이론적 해석방법의 정당성을 검증하기 위하여 이미 실시한 내하력 조사 보고서의 결과^(15, 16)를 인용한 것이다.

3.1 시험대상교량

시험대상교량은 철도교의 형식으로 가장 널리 채택되고 있는 교량을 대상으로 하기 위해 용산과 노량진을 연결하고 각각 공용이력년수 21년과 33년을 갖는 한강 B, C 선 교량으로 삼았다. B 교량은 단선으로 21개의 단순 플레이트거더와 10개의 단순 와렌트러스로, C 교량은 복선으로 7개의 3경간 연속 플레이트거더와 3개의 3경간 연속 이중(double) 와렌트러스로 구성되어 있다. 설계하중은 B 교량이 LS-22, C 교량이 LS-25 하중이다. 측정 위치는 시험대상교량 전 경간중 보편성이 제일 높은 부위를 택하였다.

3.2 시험과정 및 방법

시험은 교량에서 변형과 처짐을 측정하려는 곳에 4mm 스틸게이지와 $\pm 5cm$ 까지의 변위를 측정할 수 있는 처짐측정기를 이용하여 실시하였다. 이때 게이지는 여러가지 환경적 영향을 많이 받기

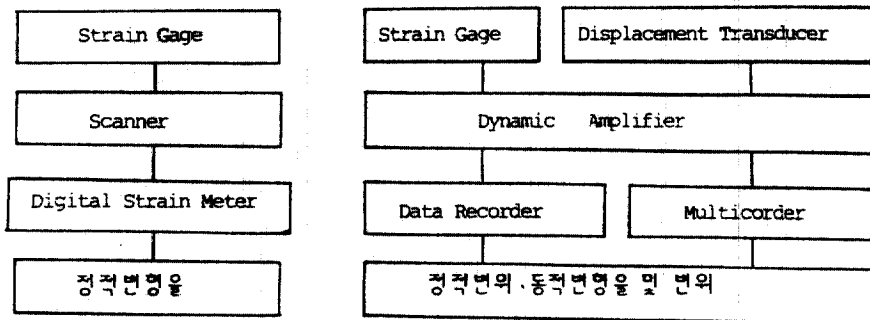


그림 4. Measuring System

때문에 가급적 이로부터 오는 오차를 줄이기 위하여 플레이트거어서교에서는 한점에 두개, 트러스교에서는 한부재에 4개의 게이지를 부착하여 그 평균값을 사용하도록 하였다. 측정자료는 그림 4와 같은 순으로 획득하였다.

4. 측정치와 계산치의 비교분석

4.1 정적응답

(1) 플레이트거어더교

단순 및 3경간 연속 플레이트거어더교에서의 정적시험에 의한 응력 및 처짐결과를 3차원 정적해석용 프로그램에서 보와 격자구조모델을 이용하여 계산한 것과 비교해 본 결과⁽¹⁵⁾ 응답비(측정치/계산치)는 특히 전단응력의 경우 도로교⁽¹⁸⁻²⁰⁾에 비해 다소 크다는 것을 알수 있었는데 이는 철도교의 경우 열차하중이 작용하는 위치가 거어더 바로 위로 아주 명확하여 도로교의 경우에 비해 하중분산이 적게 일어나기 때문인 것으로 사료된다. 그리고 교량의 전 단면이 중앙단면과 같다고 가정하여 해석한 결과 오히려 실측치에 가까운 처짐을 계산할 수 있었는데 이는 하중분산과 보강재 및 로울러 지점부에서의 마찰등으로 거어더의 실제 휨감성이 커졌기 때문인 것으로 사료된다. 이로부터 플레이트거어더교의 해석시 간편화를 위해 “교량의 전 단면은 중앙단면과 같다”고 하는 가정은 타당하다는 것을 확인할 수 있었다. 그리고 3경간 연속교의 경우 단순교에 비해 응답비가 높고, 넓게 분포되어 있었는데 이는 이 교량이 측정당시 32년의 공용기간을 갖고 있어 다소 노후화 되었기 때문인 것으로 사료된다. 또한 보와 격자 모델에 의한 해석결과는 큰 차이가 없어서 플레이트거어더교의 설계시 격자 모델보다는 간단한 보로서 해석해도 좋다는 것을 확인할 수 있었다.

(2) 트러스교

단순 및 3경간 연속 트러스교에서 측정치와 2.2에서 설명한 4가지 방법에 따라 계산한 결과치를 비교해 본 결과⁽¹⁵⁾, 상현제에서 보다 바닥판과 연결된 하현제에서 하중분산이 비교적 잘 일어나 응답비가 다소 낮다는 것을 알수 있었다.

그리고 처짐에 비해 응력에 대한 응답비가 높고 1.0을 초과하는 것이 다수 있었는데 이는 측정시 부재가 휨의 영향을 받았기 때문이며, 특히 연속교

의 경우 단순교에 비해 응답비가 매우 넓게 분포되어 있었는데 이는 플레이트거어더교의 경우와 같이 이 교량이 32년의 공용기간동안 다소 노후화 되었기 때문으로 사료되었다. 아울러 4가지 방법에 의한 해석결과들을 비교해 본 결과 별 차이가 없었는데 이로부터 트러스교의 해석시 가장 간단한 모델인 교량은 평면트러스로 하중은 직접하중으로 모델링하여도 좋다는 것을 확인할 수 있었다.

4.2 동적응답

본 논문에서 동적응답은 충격계수로 표시하였는데 충격계수는 시험기관차가 5km/h의 속도로 달릴때 얻어지는 최대치를 정적최대응답으로 간주하여(최대동적응답/최대정적응답)으로 구했다.

그림 5는 동적시험시 얻어지는 응답-시간 곡선의 일례를 보여준다.

(1) 플레이트거어더교

단순 및 3경간 연속 플레이트거어더교에서 응력과 처짐에 대한 충격계수를 구하여 정리한 것이 그림 6, 7이다. 해석시 교량은 보로서 모델링하였다. 여기서 측정치에 의한 충격계수를 시방서규정(단순교: 1.42, 연속교: 1.41)과 비교해 보면 시방서규정은 상당히 안전하다는 것을 알 수 있다. 그리고 측정치와 계산치를 비교해 보면 주행하중문제로 해석할 경우 전 모드를 고려하여도 계산치는 측정치보다 훨씬 낮게 평가되나, 주행질량문제로 해석할 경우 측정치와 유사한 최대충격계수를 구할수 있음을 알수 있는데 이는 열차의 질량이 교량의 질량에 비해 커서(단순교: 8.2배, 연속교: 1.46) 열차질량에 의한 관성력이 교량의 동적응답에 큰 영향을 주기 때문인 것으로 사료된다.

그런데 연속교의 경우 측정치들이 계산치보다 다소 큰데 이는 앞에서 지적한 바와같이 이 교량이 다소 노후화 되었기 때문으로 사료된다. 그리고 측정기본진동수는 단순교의 경우 10.01 Hz, 연속교의 경우 8.41 Hz 이고 계산치는 각각 15.74 Hz, 17.67 Hz 로 진동수비는 0.64, 0.48 이었고 측정감쇄비는 각각 2.92%, 2.55%로 도로교의 경우와 유사한 경향을 나타내었다^(15, 20).

(2) 트러스교

트러스교에서 각 속도별 응답에 대한 충격계수를 구하여 그림 8, 9에 표시해 놓았다. 계산치는 평면트러스로만 모델링한 경우와 등가절점질량(단순

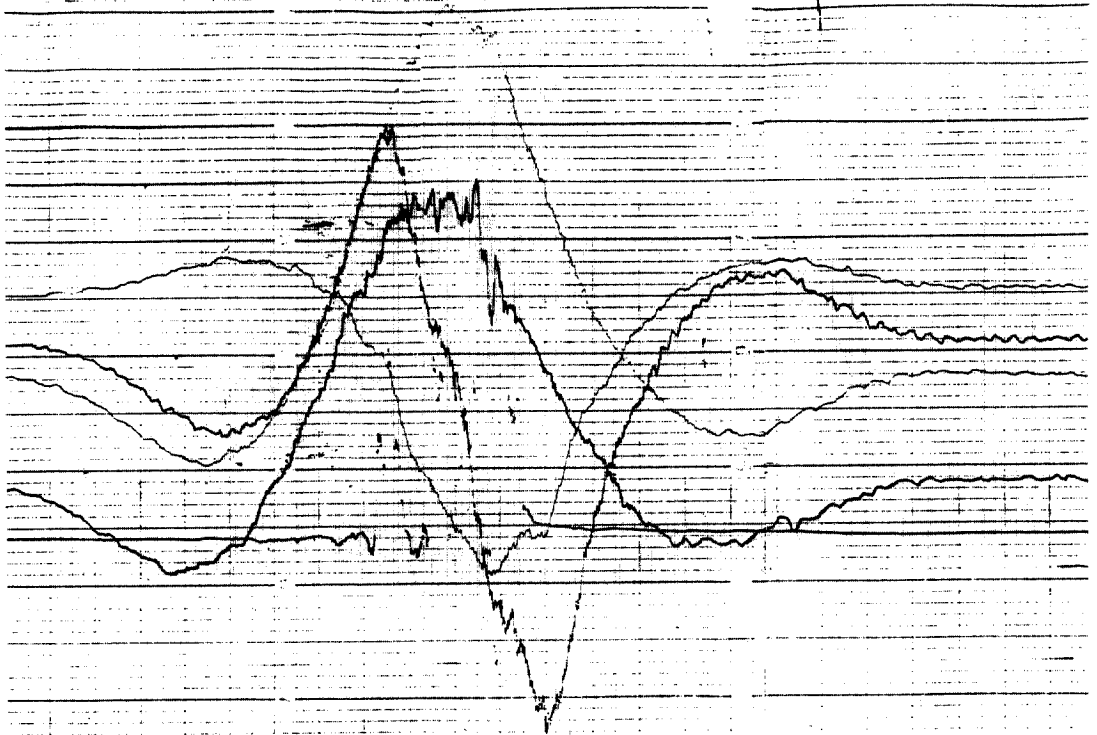


그림 5. Measured Dynamic Response-Time History Curve

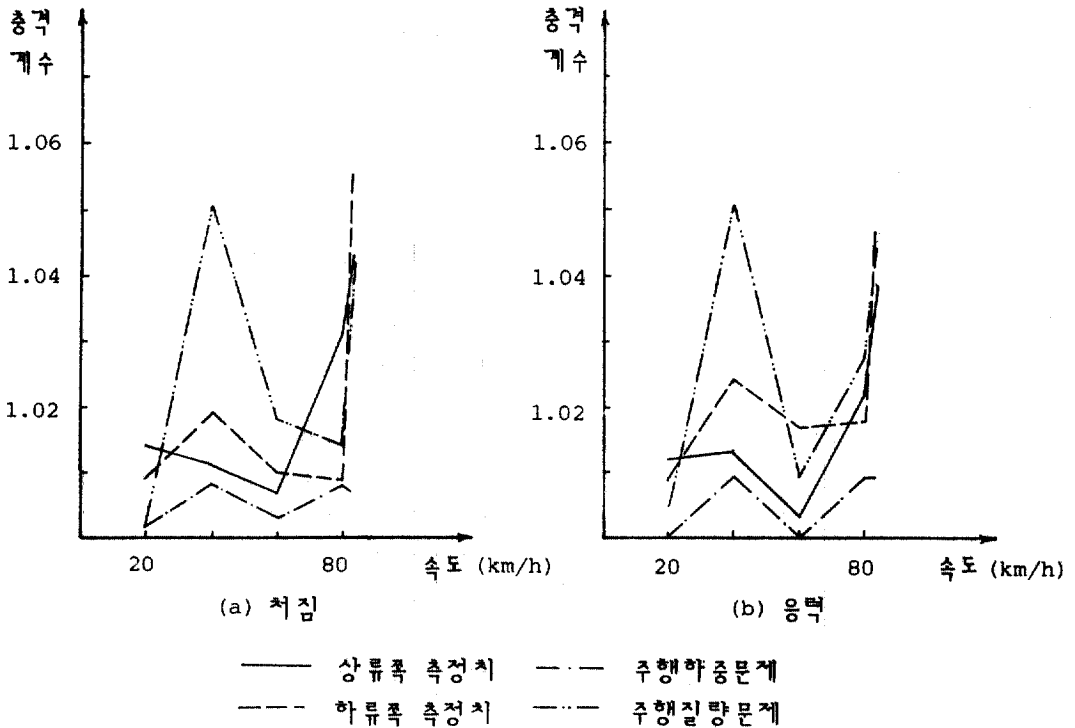


그림 6. Measured and Calculated Impact Factor on Sample Plate Girder Bridge

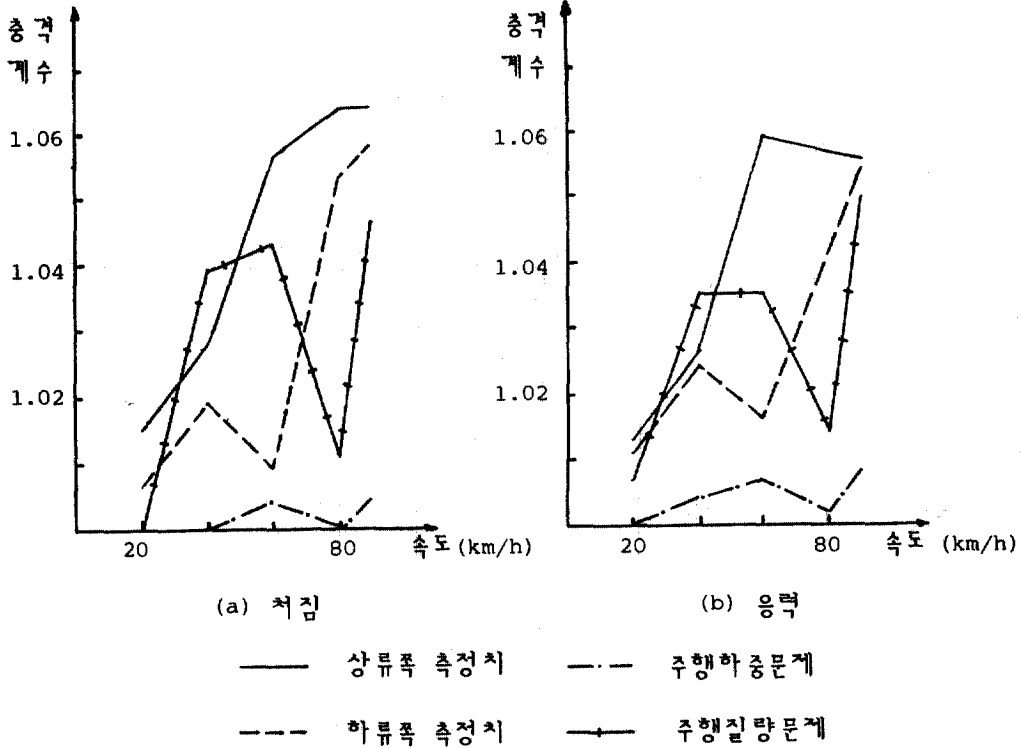


그림 7. Measured and Calculated Import Fator on thee span Continucus plate Girder Bridge

교 : 7.16 t, 연속교 : 10.93 t) 을 고려한 경우를 비교해 보았다.

그림 8, 9 에서 측정치를 시방서규정과 비교해 보면(단순교 : 1.29, 연속교 : 1.29) 측정치가 시방서 규정에 의한 계산치보다 훨씬 작고, 충격계수를 구하기 위해서는 등가절점질량을 고려하든 그렇지 않든 주행 질량문제로 해석해야 되고 등가절점질량을 고려하면 실측치보다 다소 높은 값이 구해진다 는 것을 알수 있다. 그러나 그림 8(d)에서 사재의 경우 등가절점질량을 고려하지 않은 주행질량문제인 경우 측정치보다 다소 낮은 값이 계산되었는데 이는 橋本香⁽¹⁷⁾ 이 지적한 바와 같이 사재의 충격계수 측정치가 다소 크게 나왔기 때문으로 사료된다. 그리고 그림 9(c)에서 연속교 상현재 응력에 대한 충격계수는 계산치에 비해 큰데 이는 앞에서 언급한 바와 같이 휨의 영향 또는 이 부재가 다소 노후화 되었기 때문으로 사료된다.

한편 이 교량들의 측정진동수는 단순교의 경우 3.48 Hz, 연속교의 경우 3.72 Hz 이고, 계산치는 등가

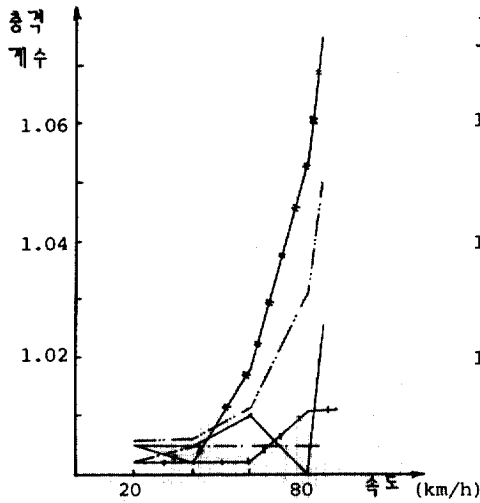
절점질량을 고려하지 않을때 각각 6.26 Hz, 15.72 Hz, 고려할때 4.35 Hz, 3.73 Hz로 진동수비는 등가절점질량을 고려하지 않은 경우 0.56, 0.72, 고려한 경우 0.80, 1.0 이다.

따라서 진동수를 구하는 경우 등가절점질량을 고려하면 측정치에 가깝게 계산할 수 있음을 알 수 있다. 그리고 측정감쇄비는 단순교의 경우 247 %, 연속교의 경우 0.97 % 였다.

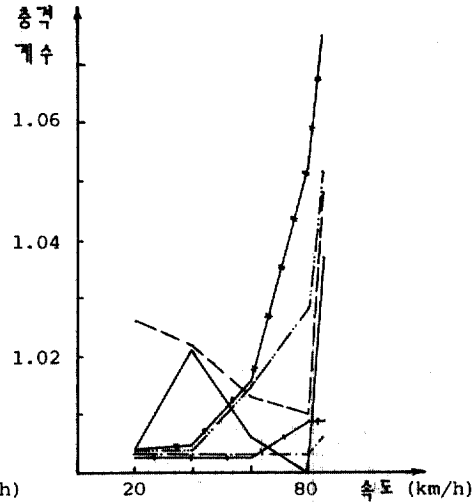
4.3 속도증가에 따른 충격계수

열차가 고속(100km/h 이상)으로 달릴때 철도교의 주설계대상이 되는 부분에서의 충격계수가 어떻게 변하는지 조사하기 위하여 앞에서와 같은 요령으로 충격계수를 구하며 그림 10에 표시하였다. 여기서 이용한 열차하중은 일본의 신간선 설계용 표준 활하중인 화물열차 N 하중과, 여객열차 P 하중과 거의 유사한 우리나라의 전동차(M 차) 하중이었다⁽⁵⁾.

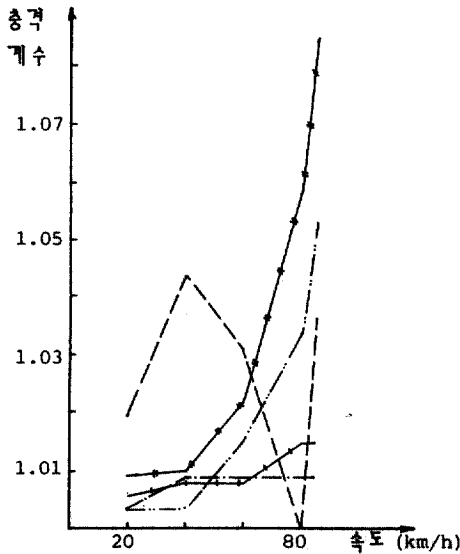
그림 10에서 실선과 점선은 각각 M 차에 의한 처짐과 응력에 관한 충격계수를 나타내고, 일점쇄



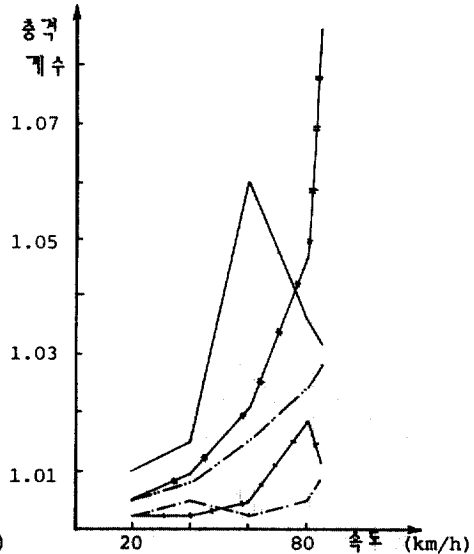
(a) 저침



(b) 상현재 응력



(c) 하현재 응력



(d) 사재 응력

- | | | | |
|-------|-----------------------|-------|-----------------------|
| — | 상류쪽 측정치 | --- | 등가점점집량을 고려치 않은 주행실량문제 |
| --- | 하류쪽 측정치 | — | 등가점점집량을 고려한 주행하중문제 |
| - - - | 등가점점집량을 고려치 않은 주행하중문제 | - - - | 등가점점집량을 고려한 주행실량문제 |

그림 8. Measured and Calculated Impact Factor on Simple Truss Bridge

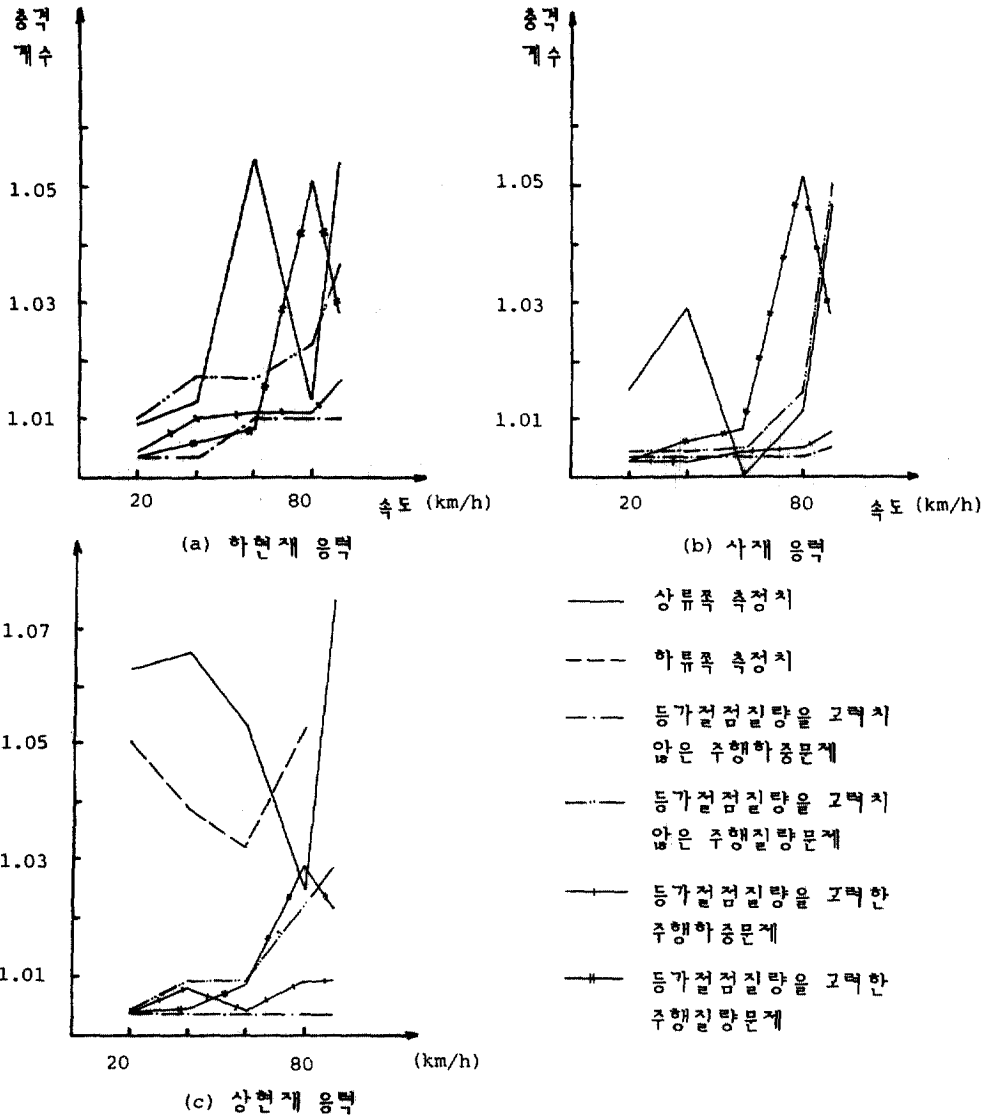


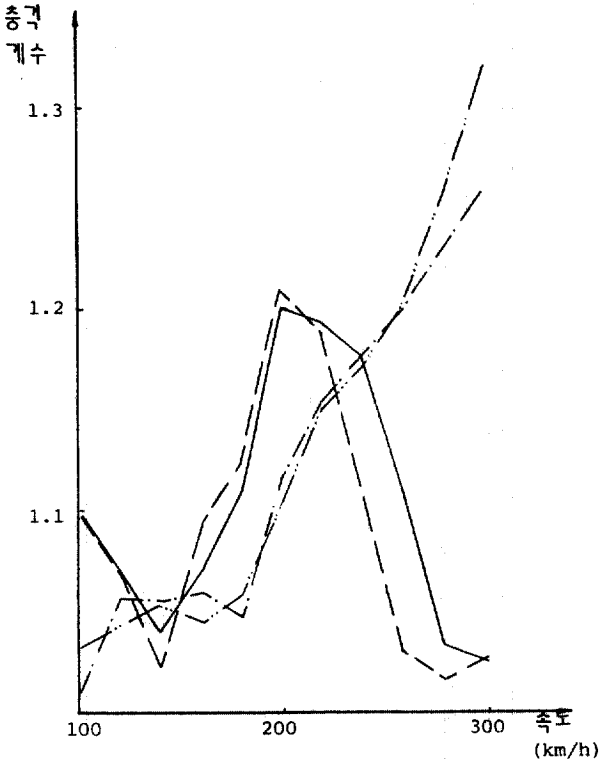
그림 9. Measured and Calculated Impact Factor on Three Span Continuous Truss Bridge

선 및 이점쇄선은 N차에 의한 처짐과 응력에 관한 충격계수를 표시한다. 이때 트러스교의 경우 증가절점질량을 고려하지 않았으며 4교량 모두 주행질량 문제로 해석하였다. 이 그림으로 부터 충격계수는 교량과 열차의 형식에 따라 상당히 다르다는 것을 알수 있다. 연속교에 비해 단순교의 충격계수가 훨씬 크고 특히 연속교의 경우는 열차속도가 300 km/h 까지 증가하여도 충격계수는 대부분 1.1이하이나 단순 플레이트거더교의 경우 속도 증가에 따라 시방서 규정(1.42)에 상당히 접근한다.

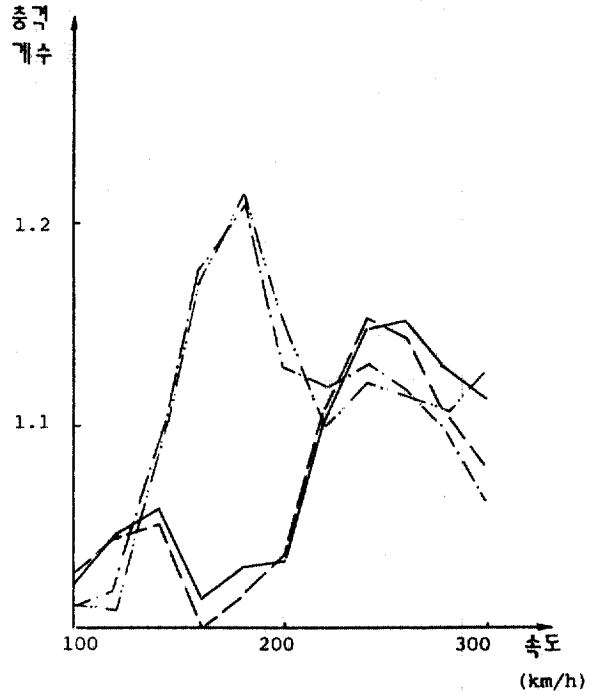
그리고 단위길이당 하중이 큰 N하중쪽의 충격계수가 크다. 그런데 이러한 충격계수들은 모두 최대정적응답을 주는 곳에서의 값인데, 충격계수란 정적응답이 작은 곳에서 비교적 크다고 알려져 있으므로^(11, 13) 고속화 시대에는 충격에 관한 시방서 규정의 개정이 있어야 하며, 사용할 열차들에 대해서도 동적해석이 선행되어야 할 것으로 사료된다.

5. 결 론

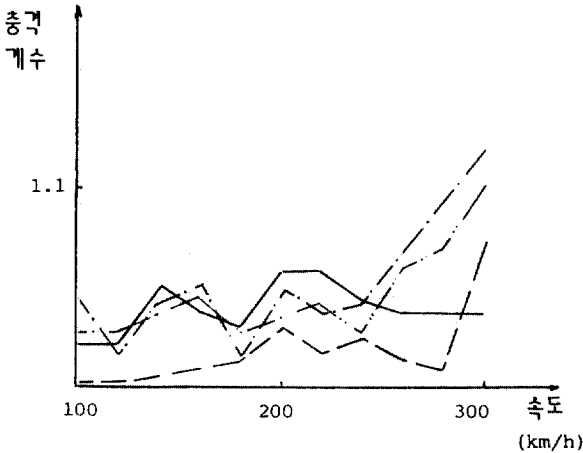
본 논문은 열차하중에 의해 강철도교에 일어나



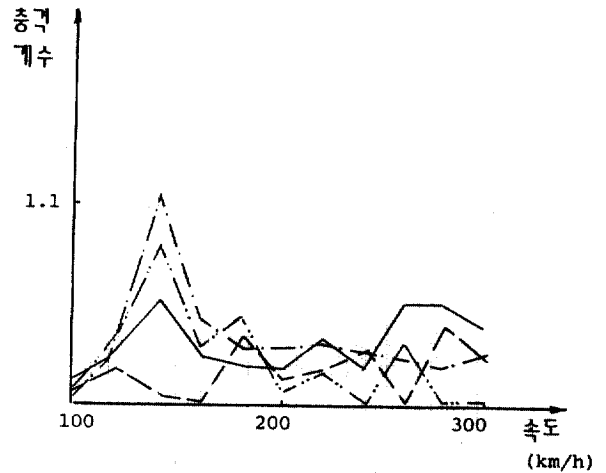
(a) Simple Span Plate Girder Bridge



(c) Simple Span Truss Bridge



(b) Three Span Continuous Plate Girder Bridge



(d) Three Span Continuous Truss Bridge

그림 10. Impact Factor due to Rapid Train

는 거동을 파악하기 위하여 이론적 해석방법을 제시하고 이의 결과를 실험결과와 비교하여 그 정당성을 입증한 것으로 그 결과를 요약하면 아래와

같다.

(1) 철도교의 동적거동을 이론적으로 파악하기 위하여, 철도하중을 주행하중으로 취급하면 실제

실험치와 다른 결과를 얻을 수 있는 반면에 철도 하중을 주행질량으로 취급하면 이론치와 실험치가 상당히 근접한다.

(2) 트러스형 철도교의 고유진동수를 이론적으로 구하기 위하여는 등가절점질량을 고려하여야 한다.

(3) 철도교의 정적응답을 구하기 위하여는 플레이트거더교의 경우는 하나의 보로써, 트러스교의 경우는 평면트러스로 구조시스템을 정하여도 무방하며, 열차하중은 직접하중으로 하여도 실제거동과 큰 차이 없음을 알았다.

(4) 해석의 간편화를 위해 플레이트거더교의 경우 "교량의 전단면은 중앙단면과 같다"고 하는 가정은 타당하다고 생각된다.

(5) 현재의 철도교 시방서상의 충격에 관한 규정은 현재의 공용속도하에서 상당히 안전하다.

(6) 트러스교의 경우 하현재에서 하중분산이 크게 일어난다.

(7) 열차의 고속(100km/h 이상)주행에 의한 철도교의 충격계수를 구해본 결과 단순 플레이트거더교의 경우에는 속도의 증가에 따라 최대 충격계수가 현재의 시방서 규정에 상당히 접근하므로, 고속전철시대를 앞에 두고 현재의 충격에 관한 시방 규정에 대하여 충분히 검토할 필요가 있다고 생각된다.

참 고 문 헌

1. 日本土木學會, "構造物の安定性·信頼性", 1976, pp 92~99.
2. 阿部英彦, 谷口紀久, "鋼鐵道橋設計標準の改訂" 日本土木學會論文集, 第344號/I-1, 1984. 4
3. 철도건설청, "호남복선 백양사-신흥리간 월계천트러스교량 내하력조사보고서", 1987. 12
4. 장동일, 이종득, 정영화, "강철도교의 등가피로피해에 관한 연구", 대한토목학회논문집 제2권 제4호, 1982, 12.
5. 장동일, 최강희, 이종득, "열차하중의 주행에 의한 트러스교의 동적응답에 관한 연구", 대한토목학회논문집 제9권 제2호, 1989, 6.

6. Biggs, J.M., "Introduction to Structural Dynamics", McGraw-Hill Inc. 1964, pp 85~97, pp 318~327.
7. Biggs, J.M., Seur, H.S., and Louw, J.H., "The Vibration of Simple Span Highway Bridges", ASCE Transactions, Vol. 124, 1959.
8. Walker, W. H., Veletsos, A. S. "Response of Simple Span Highway Bridges to Moving Vehicle", Bulletin No. 486, Univ. of Illinois, Engineering Experiment Station, Urbana, 1960.
9. 浦井一, "車輛走行による橋梁の動的應答の基本式とそのトラス橋への適用について", 修士論文, 東京工業大學, 1975.
10. Weaver, Jr, W., James, M.G. "Matrix Analysis of Framed Structures", 2nd ed, D. Van Nostrand, 1980, pp 253~274, pp 344~359.
11. Lee, H. H., "Impact Factor of Moving Load due to Surface Roughness of Girder Bridge of Variable Span", AIT, M.Eng. Thesis, 1985, 4
12. Klaus-Jurgen Bathe, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall, 1982, pp 511~514.
13. Inbanathan, M. J., "Random Vibrations of a Girder Bridge due to a Vehicle Moving over a Rough Surface", AIT, M.Eng. Thesis, 1982, 4
14. Weaver, Jr. W., Johnston, P.R., "Structural Dynamics by Finite Element", 1987. pp 82~112.
15. 철도건설청, "경부선 용산-노량진간 한강 B, C 교량 내하력조사 보고서", 1988. 12
16. 철도건설청, "철도차량형식도"
17. 橋本香一, "鋼鐵道橋の應力および衝擊に關する研究", 日本國鐵研究報告, No. 713, 1970. 6
18. Fisher, J.W., "Bridge Fatigue Guide", AISC, 1977.
19. Miki, C., Toyofuku, T., Yoshimura, Y., and Mura koshi, J., "Stress Reduction Factor for Fatigue Assessment of Highway Bridges", Proc. of JSCE, No. 386/I-8.
20. 한국도로공사, "고속도로교량내하력평가시스템개발연구(제1, 2단계용역)보고서", 1987~1988.
21. 철도청, "철도건설공사 표준시방서", 철도청 훈령 제4914~4919 호, 1980

(接受: 1989. 3. 21)