

케이블의 기하학적 비선형성을 고려한 사장교의 동적거동에 관한 연구

A Study on the Dynamic Behavior of Cable-Stayed Bridge Considering Geometric Nonlinearity of Cables

박 영 석* · 정 시 윤** · 이 명 우***
Park, Young Suk · Chung, Si Youn · Lee, Myong Woo

Abstract

This paper presents the results of the numerical analysis on the behavior of cable-stayed bridge considering geometric nonlinearity of cables. Finite element method is used and geometric nonlinearities are considered on the analysis of cable-stayed bridge. The governing equilibrium equations are derived by the principle of virtual work, and modified Newton-Raphson method and Newmark- β method are employed in response calculations. The validity of this study is demonstrated by comparing the examples with analytical results by other method and testing results.

要 旨

본 논문에서는 케이블의 기하학적 비선형성을 고려한 사장교의 정적 및 동적 해석방법을 제시하였다. 가상일의 원리와 유한요소법을 사용하여 기본식을 유도하였으며, 비선형 운동방정식의 해는 modified Newton-Raphson 방법과 Newmark- β 방법을 사용하여 구하였다.

사장교의 케이블은 단면적의 변화가 없이 인장력만 받을 수 있는 기하학적 비선형성을 고려한 3차원 트러스요소를 사용하였으며, 주형과 교탑은 3차원 선형 보요소를 사용하였다.

해석 적용예에서 대칭형 및 비대칭형 사장교의 정적거동과 이동하중에 의한 동적거동을 다루었으며 다른 방법에 의한 해석결과 및 실험결과와 비교하여 본 논문의 정당성을 입증하였다.

1. 서 론

사장교(cable-stayed bridge)는 교탑에 연결된 케이블로서 주형을 탄성적으로 지지하는 교량형식

이다. 따라서 긴 경간을 가질 수 있으며, 현수교에 비하여 일반적으로 처짐이 적고 강성이 크다. 또한 케이블의 용력조정으로 각 부재의 단면크기를 조절할 수 있으며, 가설이 용이하여 장경간 교량에

*정회원 · 명지대학교 공과대학 부교수, 토목공학과

**정회원 · 서울특별시 도시계획국 시설계획과

***정회원 · 명지대학교 대학원 박사과정, 토목공학과

유리한 경제적인 교량형식으로 알려져 있다⁽¹⁻⁵⁾.

그러나 사장교는 경사진 케이블의 처짐, 주형 및 교탑에서의 압축력과 휨의 상호작용, 구조물의 전반적인 기하학적변형 등에 의한 비선형거동으로 인하여 그의 정확한 구조해석이 어렵다. 이러한 해석상의 어려움에도 불구하고 그 경제적 또는 구조적인 유리함 때문에 전 세계적으로 많은 수의 사장교가 건설되었으며, 현시점에서 많은 교량을 사장교로 계획하거나 건설중에 있다⁽¹⁻⁵⁾. 국내에서도 진도대교 및 돌산대교가 사장교로 건설되었으며, 한강상에 올림픽대교, 팔당대교, 행주대교가 시공중에 있어 장경간 교량의 대부분이 사장교로 건설되는 추세이다⁽⁶⁾.

사장교의 구조해석방법으로 응력법, 변위법, reduction method 등이 사용되고 있으며, 여러가지 하중조건에 따르는 구조물의 거동을 더 정확하게 구하기 위한 연구가 계속되고 있다^(1-5, 10-22). 1967년 Smith는 변위와 힘을 미지수로하여 혼합법으로 해석하였으며, 그후 선형해석이론으로 2면 사장교를 해석하였다^(10, 11). Tang은 케이블의 비선형성을 고려하여 reduction method로 해석하였으며^(12, 13), Troitsky와 Lazar는 응력법으로 해석하였고, 또 모델을 제작하여 실험으로 그 거동을 구하였다^(14, 15). Morris는 감쇠효과를 고려하여 모드중첩법으로 동적거동을 구하였으며, 구조물의 비선형성이 미치는 영향에 비하여 감쇠효과의 영향이 더 중요하다고 보고하였다^(16, 17). 특히 일본의 渡邊 昇은 구조물의 단면력과 변위를 영향선이론으로 간편하게 구하는 방법을 자신의 저서에서 제안하였다⁽¹⁸⁾.

그리고 Lazar등은 케이블의 응력조정으로 주형과 교탑에 작용하는 하중을 감소시키는 방법을 제시하였으며⁽¹⁹⁾, Fleming은 컴퓨터를 이용한 해석프로그램을 개발 보급하였다⁽²⁰⁾. 초기에는 사장교를 주로 선형으로 해석하였으나 점차 비선형성을 고려함은 물론 이동하중, 지진, 바람등에 의한 동적 영향을 고려하여 보다 엄밀한 해석을 추구하고 있다^(21, 22).

위에서 언급한것과 같은 사장교의 비선형거동에는 케이블의 처짐이 가장 큰 영향을 미치고 그 이외의 다른 영향들은 무시할 수 있다고 하였다⁽²⁰⁻²²⁾.

본 연구에서는 케이블의 기하학적 비선형성을 고려하여 사장교의 정적 및 동적거동을 해석할 수

있는 해석방법을 제시하였다. 몇가지 모델에 대하여 해석을 실시하고 이를 변위법으로 해석한 Morris의 결과 및 Lazar가 응력법으로 구한 결과와 비교 검토하였으며, 또한 실험에 의한 결과와도 비교 검토하였다.

2. 케이블의 기하학적 비선형성을 고려한 사장교의 해석이론

운동중인 물체의 시간 $t+\Delta t$ 에서의 동적평형을 관성력을 고려하여 가상일의 원리로 나타낸 후, 질량 보존의 법칙이 성립되고 외력성분의 시간에 따른 변화가 없다고 가정하여 선형화된 운동방정식을 얻을 수 있다. 이러한 식을 기법식으로 하여 변형체의 운동을 해석할 수 있다^(6, 7).

연속체는 유한한 크기의 개별요소의 집합체로 근사화시켜 유한요소법으로 해석할 수 있다. 이러한 개별요소들은 절점에서 서로 연결되어 있음으로 절점변위를 구하여 요소내의 변위 및 내력등을 구할 수 있다. 사장교에 대하여도 개개 부재의 유한요소 매트릭스를 구하여 전체적으로 조합시키면 필요한 운동방정식을 얻을 수 있다.

본 연구에서 주형과 교탑은 3차원 선형 보요소를 사용하였으며, 이때 축방향과 비틀림변위는 선형형상함수를 사용하고, 휨에 의한 변위는 3차형상함수를 사용하여 기울기에 대한 연속조건을 만족시키도록 하였다⁽⁷⁾. 케이블요소는 단면적의 변화가 없이 인장력만 받을 수 있는 기하학적 비선형성을 고려한 3차원 트러스요소를 사용하였다⁽²³⁾. 본 논문에서 사용된 선형과 비선형 유한요소의 조합에 대한 증분형 운동방정식은 참고문헌 7, 23, 26에 자세히 논의 되어 있으며 여기에서는 케이블과 보요소에 대한 강도매트릭스와 질량매트릭스만을 부록에 나타내었다.

시간 $t+\Delta t$ 에서 동적평형에 대한 사장교의 증분형 운동방정식은 다음과 같다.

$$[M]^{t+\Delta t}\{\ddot{q}\} + [C]^{t+\Delta t}\{\dot{q}\} + [K]\{dq\} = {}^{t+\Delta t}\{R\} - \{F\} \quad (1)$$

$$\{dq\} = {}^{t+\Delta t}\{q\} - \{q\} \quad (2)$$

여기서 $[M]$ 은 질량매트릭스, $[C]$ 는 감쇠매트릭스, $[K]$ 는 시간 t 에서의 전체 접선강도매트릭스 ($[K]_L + [K]_{NL}$)로서 $[K]_L$ 은 선형강도매트릭스이고, $[K]_{NL}$ 은 절점변위값에 따라 변하는 기하학적 비선

형 접선강도매트릭스이다. 또한 ${}^{t+\Delta t}\{R\}$ 은 시간 $t + \Delta t$ 에서의 하중벡터, ${}^t\{F\}$ 는 변위 ${}^t\{q\}$ 에 대응하는 부재응력과 같은 절점력벡터이고, ${}^{t+\Delta t}\{\dot{q}\}$ 와 ${}^{t+\Delta t}\{\ddot{q}\}$ 는 시간 $t + \Delta t$ 에서 절점속도벡터와 절점가속도벡터이며, $\{\Delta q\}$ 는 증분절점변위벡터이다.

케이블의 기하학적 비선형성을 고려한 사장교의 비선형 운동방정식 (1)의 해는 증분법과 반복법을 혼합한 Newmark 방법으로 구하였으며, $\gamma = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{4}$ 을 취하였다. Newmark 방법을 사용하여 시간 $t + \Delta t$, 반복단계 $i+1$ 에서의 해를 구하기 위한 기본식은 다음과 같다(7, 23, 28).

$$[M] {}^{t+\Delta t}\{\ddot{q}\}^{(i+1)} + [C] {}^{t+\Delta t}\{\dot{q}\}^{(i+1)} + [K]\{\Delta q\}^{(i+1)} = {}^{t+\Delta t}\{R\}^{(i+1)} - {}^{t+\Delta t}\{F\}^{(i)} \quad (3)$$

$${}^{t+\Delta t}\{\dot{q}\}^{(i+1)} = {}^{t+\Delta t}\{\dot{q}\}^{(i)} + \{\Delta \dot{q}\}^{(i+1)} \quad (4)$$

$i+1$ 반복단계의 가속도는 다음과 같다.

$${}^{t+\Delta t}\{\ddot{q}\}^{(i+1)} = \frac{1}{\Delta t^2 \cdot \beta} \{\Delta q\}^{(i+1)} - \frac{1}{\Delta t \cdot \beta} {}^{t+\Delta t}\{\dot{q}\}^{(i)} + \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) {}^{t+\Delta t}\{\ddot{q}\}^{(i)} \quad (5)$$

이 식을 식 (3)에 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$[K_{\text{eff}}]\{\Delta q\}^{(i+1)} = {}^{t+\Delta t}\{P_{\text{eff}}\}^{(i)} \quad (6)$$

여기서

$$[K_{\text{eff}}] = [K] + \frac{\gamma}{\Delta t \cdot \beta} [C] + \frac{1}{\Delta t^2 \cdot \beta} [M] \quad (7)$$

$$\begin{aligned} {}^{t+\Delta t}\{P_{\text{eff}}\}^{(i)} = & {}^{t+\Delta t}\{R\}^{(i)} - {}^{t+\Delta t}\{F\}^{(i)} \\ & + [C] \left(\frac{\gamma}{\Delta t \cdot \beta} {}^t\{\dot{q}\}^{(i)} - \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) {}^t\{\ddot{q}\}^{(i)} \right) \\ & - \Delta t \cdot \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) {}^t\{\ddot{q}\}^{(i)} \\ & + [M] \left(\frac{1}{\Delta t^2 \cdot \beta} {}^t\{q\}^{(i)} + \frac{1}{\Delta t^2 \cdot \beta} {}^t\{\dot{q}\}^{(i)} \right) \\ & - \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) {}^t\{\ddot{q}\}^{(i)} \end{aligned} \quad (8)$$

이다.

3. 해석적응에 및 비교

본 논문에서 제시한 이론을 기초로하여 사장교의 정적 및 동적 비선형해석을 수행할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 동적해석은 완성된 사장교에 동적하중이 작용하는 경우의 거동을 구하는 것이므로 구조물의 모든 자중을 제하시킨후 케이블 장력을 조절하여 완성된 형상이 될 때까지는 정적 해석을 수행하도록 하고, 이동하중이 작용되는 순간부터 동적해석을 수행토록 프로그램을 구성하였다.

3.1 정적해석 적용에

본 적용에에서는 그림 (3.1a)에서 보는 바와 같은 대칭형 사장교모형을 택하여 케이블에 발생하는 응력을 구하였으며, Lazar가 응력법으로 구한 결과(18)와 비교하였다. 비교의 목적으로 ft·lb 단위를 사용하였다.

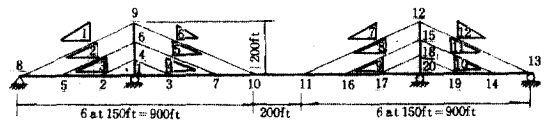


그림 3.1. a 대칭형 사장교

모델의 전체 교량길이는 2000ft이고, 중앙경간 1,100ft, 양 측경간 450ft인 3경간 대칭형이며, 작용 하중으로는 600 lb/ft의 등분포 사하중이 전 교량 길이에 재하되었다. 해석에서 사하중은 절점집중하중으로 환산하여 절점 10과 11에 1,050 kips, 절점 2, 3, 5, 7, 14, 16, 17, 19에 900 kips를 작용하였으며, 모델에 사용된 기타 제원은 다음과 같다.

표 3.1

구 분	주 형	교 타			케 이 블		
		1-4	4-6	6-9	상 부	중 앙	하 부
단 면 적(ft ²)	344	290	254	218	0.452	0.174	0.174
단 면 2 차 모 멘 트(ft ²)	131	50	40	24.4			
단 성 계 수(Ksf)	4,320,000	4,320,000			4,320,000		

표 3.2에 사하중의 작용에 따라 발생한 각 케이블의 응력을 선형해석 및 비선형해석으로 구하여 Lazar가 응력법으로 선형해석한 결과와 비교하여 나타내었다. 표에서 보는바와 같이 선형해석의 경우는 두가지 해석결과가 서로 잘 일치함을 알 수 있으며, 비선형해석 결과는 선형해석에 비하여 최대 3%정도 감소되었다.

표 3.2 비대칭형 사장교 해석결과

케이블 번호	케이블 인장력 (단위: kips)		
	B. E. Lazar	본 연구	
		선형해석	비선형해석
1, 12	2,840	2,887	2,905
2, 11	1,550	1,508	1,489
3, 10	1,370	1,356	1,350
4, 9	1,372	1,375	1,370
5, 8	1,550	1,546	1,531
6, 7	2,842	2,854	2,790

다음으로 그림 (3.1.b)에 나타낸것과 같은 비대칭형 사장교를 해석하였으며, Morris가 변위법으로 해석한 결과⁽¹⁶⁾와 비교하였다.

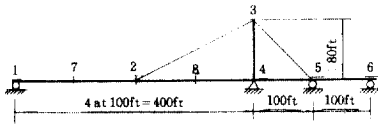


그림 3.1 b 비대칭형 사장교

자중은 절점 2, 5, 7, 8에 1,600 kips, 절점 3에 185 kips의 집중하중이 작용하는 것으로 고려하였다.

표 3.4 비대칭형 사장교 해석결과

구 분	S ₁			S ₂		
	Morris	본 연구		Morris	본 연구	
		선형해석	비선형해석		선형해석	비선형해석
7번절점 처짐(ft)	1.231	1.234	1.171	1.001	0.991	0.969
2번절점 처짐(ft)	1.178	1.167	1.084	0.480	0.477	0.447
3번절점 x방향 변위(ft)	0.220	0.218	0.207	0.060	0.059	0.053
좌측케이블인장력(kips)	4,065	4,044	3,890	1,688	1,682	1,624
우측케이블인장력(kips)	5,088	4,875	4,631	2,136	1,956	1,869
7번절점의 모멘트(kip-feet)	36,440	36,748	36,011	44,041	43,773	43,507

자중으로 인하여 발생한 초기 케이블 인장력은 선형해석의 경우 좌측에서 9,696 kips, 우측에서 11,500 kips이며, 이때 케이블에 도입된 프리스트레스는 좌, 우측에 각각 1,612 kips, 1,750 kips이다. 비선형해석의 경우에도 동일한 프리스트레스를 적용하였으며, 모델의 제원은 다음과 같다.

표 3.3

구 분	주 형	교 탑	케이블
단 면 적(ft ²)	8	3	1.1
단면 2차모멘트(ft ⁴)	45	20	
탄 성 계 수(Ksf)	4,000,000	4,000,000	4,000,000

표 3.4에 몇가지 하중이 작용한 경우에 주형과 교탑의 처짐, 케이블의 인장력, 주형의 모멘트를 선형해석 및 비선형해석으로 구하여 Morris가 변위법으로 선형해석한 결과와 비교하여 나타내었다. 표에서 S₁은 절점 1, 6에 400 kips, 절점 2, 4, 5, 7에 800 kips의 집중하중이 작용하였을 때의 결과이고, S₂는 절점 7에만 1,000 kips의 집중하중이 작용한 때의 결과이다.

해석에서 케이블은 1개의 요소로 고려하였으며, 비선형해석의 경우 케이블에 대하여는 기하학적 비선형성을 고려하였고, 교탑과 주형은 선형으로 고려하였다. 표 3.4에 나타낸 모든 결과값은 추가로 작용된 하중으로 인하여 증가된 값(최종값-자중으로 발생된 값)을 의미한다.

표 3.4에서 보는 바와 같이 선형해석의 경우는 두가지 해석결과가 잘 일치함을 알 수 있다. 그러나 비선형해석 결과는 선형해석에 비하여 전반적으로 약 2%~8% 감소하였다.

이러한 결과로 볼 때 사장교의 거동에 케이블의

비선형성이 미치는 영향을 무시할 수 없으며, 사장교의 정확한 거동을 파악하기 위해서는 케이블의 기하학적 비선형성을 고려하여야 할 것으로 판단된다.

3.2 동적해석 적용예

본 적용예에서는 그림 (32)에 보이는 것과 같은 전체 교량길이 9.77m, 긴 경간 5.87m, 짧은 경간 3.90m, 높이 2m인 비대칭형 사장교모델에 대하여 정적 및 동적해석을 실시하고, 김남식의 실험결과⁽²⁴⁾와 비교 검토하였다. 모델의 제원은 다음과 같다.

표 3.5

구 분	주 형	교 탑	케 이 블
단면적(cm ²)	9.45	6.52	0.19635×2=0.3927
단면2차모멘트(cm ⁴)	21,651	24.92	
탄성계수(kgf/cm ²)	2,100,000	2,100,000	2,200,000
단위길이당자중(kgf/cm)	0.0743	0.0513	0.0015×2=0.003
단위길이당사하중(kgf/cm)	0.173		
집중사하중(kgf)	0.85	2.80	

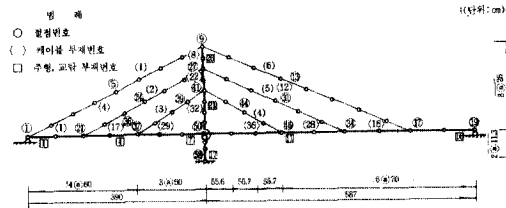


그림 3.2 사장교 모델

실험에 사용된 케이블은 직경 5mm의 PC강선을 2면으로 설치하였으며, 주형은 두께 45mm인 강판을 용접, 상자형으로 제작하였으나 자중이 너무 가벼워서 추가로 두께 22mm인 강판을 절단하여 재하시켰다. 교탑은 주형 외측에 2개의 C형강을 마주보게 세우고 강판으로 연결 보강하였으며, 주형과의 연결부분은 주형이 축방향이동은 가능하나 상하이동은 구속되도록 하였다⁽²⁴⁾.

실험방법은 주형위에 설치된 레일위로 15kgf의 차량하중을 별도의 이동장치를 사용하여 이동시켰으며, 이때 발생하는 주형의 처짐과 각 케이블의 인장력을 측정하였다⁽²⁴⁾.

본 연구에서는 사장교의 수치모델을 평면구조물로 가정하였으며, 좌우측의 상부, 중앙, 하부 케이블은 각각 8, 6, 4개의 요소로 분할하여 해석하였다. 자중과 사하중은 절점집중하중으로 처리하였으며, 집중하중은 해당 절점에만 작용하는 것으로 고려하였다. 케이블의 자중과 단면적은 2개를 합한 값을 사용하였으며, 표와 그림에 나타난 케이블 인장력은 해석결과 값을 $\frac{1}{2}$ 로 나눈 1개의 케이블에 대한 값이다.

실험과는 달리 수치해석으로 사장교의 거동을 정확하게 구하려면 먼저 완성된 형상을 찾아내는 것이 중요하다. 본 적용예에서는 자중과 사하중을 작용시킨 후 케이블의 인장력을 조절하여 실험에서와 같은 초기 케이블 인장력을 갖는 완성된 사장교 형상을 구하였으며, 이때 케이블에 발생한 초기 인장력은 표 3.6과 같다.

표 3.6. 초기케이블 인장력

(단위 : kgf)

케이블 번호	초기 인장력	비 고
1 (8)	58.191	()내 번호는 케이블 요소의 번호를 의미함.
2 (22)	34.874	
3 (32)	29.093	
4 (33)	39.429	
5 (23)	37.934	
6 (9)	49.752	

케이블은 여러개의 요소로 나누어 계산하였기 때문에 각각의 요소에 대한 인장력은 조금씩 다르게 된다. 해석결과 교탑에 정착된 부분의 인장력이 가장크고, 주형에 정착된 부분이 가장적게 나타났으며, 1번 케이블의 경우 가장 큰 값과 작은 값의 차이는 0.261 kgf이다. 표 3.6 및 앞으로 제시되는 모든 결과값은 교탑에 정착된 부분의 값을 나타내었다.

이동하중에 의한 사장교의 동적거동 해석결과와 비교하기 위하여 먼저 정적하중이 작용에 따른 거동을 구하였다.

정적해석은 실험에서와 같이 주형의 좌측에서 우측으로 15kgf의 하중을 각 절점에 순차적으로 재하시켰을 때 각 케이블에 발생하는 인장력과 34번, 36번 절점의 처짐값을 구하였다. 작용하중으로 인하여 발생된 결과 값(최종 값-하중 작용전 값)

중에서 가장 큰 값을 실험결과와 비교하여 표 3. 7에 나타내고, 하중의 작용위치에 따른 2번 케이블의 인장력 변화와 34번 절점의 처짐변화 응답을 실험결과와 비교하여 그림 3. 3, 그림 3. 4에 나타내었다.

표 3. 7에서 보는 바와 같이 수치해석결과는 실험결과에 비하여 케이블인장력은 전반적으로 크고(최대 39%), 주형의 처짐은 작은 값으로 나타냈다. 그러나 그림 3. 3, 그림 3. 4에서 알 수 있는 것

표 3. 7 정적해석 결과 비교

구분	분	실험결과	수치해석결과
케이블인장력 변화량(kgf)	1	10.102	13.11
	2	6.701	8.56
	3	7.731	10.82
	4	8.659	11.52
	5	10.205	11.13
	6	8.040	11.07
주형처짐변화량 (mm)	34번 절점	1.155	0.943
	36 "	0.860	0.781

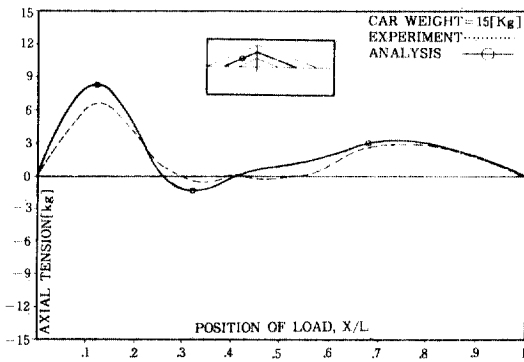


그림 3. 3 Static response of cable.

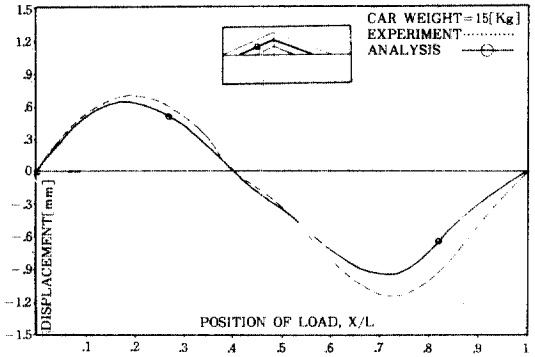


그림 3. 4 Static response of node 34

같이 전반적인 응답이력곡선은 서로 잘 맞는 것을 알 수 있다. 따라서 실험결과와 차이가 나는 것은 실험모델이 지점, 케이블 정착부, 보강판 용접부등에 불규칙한 강성을 가지며, 수치해석에 사용된 모델의 강성이 크게 가정되어 발생한 것으로 판단된다.

동적해석을 실험에서와 같이 15 kgf의 차량하중이 주형위를 일정한 속도로 이동할 때 각 케이블에 발생하는 인장력과 34번, 36번 절점에서 주형의 처짐을 구하였으며, 이동하중의 속도와 진행방향이 구조물에 미치는 영향을 파악하기 위하여 속도를 $V=80 \text{ cm/sec}$, 140 cm/sec 로 취하고, 진행방향이 좌측에서 우측, 우측에서 좌측인 경우에 대하여 해석하였다.

해석결과 구한 각 케이블의 인장력과 34번, 36번 절점의 처짐량 중에서 가장 큰 값을 표 3. 8, 표 3. 9에 실험결과와 비교하여 나타내었으며, 이동하중의 위치에 따른 2번 케이블의 인장력 변화와 34번 절점의 처짐변화 응답을 그림 3. 5에서부터 그림 3. 12까지에 나타내었다.

표 3. 8 동적해석결과 비교(케이블 인장력 변화량)

(단위 : kgf)

케이블번호	구분	실험 결과				수치해석 결과			
		80 cm/sec		140 cm/sec		80 cm/sec		140 cm/sec	
		좌 → 우	우 → 좌	좌 → 우	우 → 좌	좌 → 우	우 → 좌	좌 → 우	우 → 좌
1		14.99	13.96	13.88	14.34	13.19	13.12	13.32	13.27
2		10.00	10.04	10.93	10.75	8.58	8.54	8.50	8.51
3		9.88	10.16	10.39	10.55	10.83	10.90	10.84	10.33
4		12.26	12.92	13.14	13.37	11.53	11.50	11.38	11.50
5		14.19	13.29	15.01	14.98	11.14	11.70	11.15	11.13
6		11.35	11.29	11.75	12.29	11.24	11.16	10.91	10.96

표 3.9 동적해석 결과 비교(주형 처짐 변화량)

(단위 : mm)

절점번호	구분 이동속도 진행방향	실험 결과				수치해석 결과			
		80 cm/sec		140 cm/sec		80 cm/sec		140 cm/sec	
		좌 → 우	우 → 좌	좌 → 우	우 → 좌	좌 → 우	우 → 좌	좌 → 우	우 → 좌
34		1.275	1.351	1.311	1.308	0.953	0.945	0.962	0.942
36		0.879	0.866	0.912	0.915	0.781	0.780	0.789	0.791

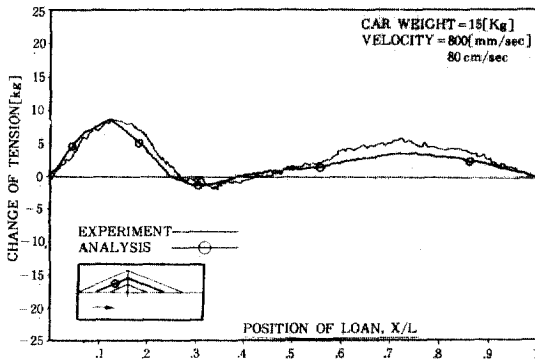


그림 3.5. Dynamic response of cable 2.

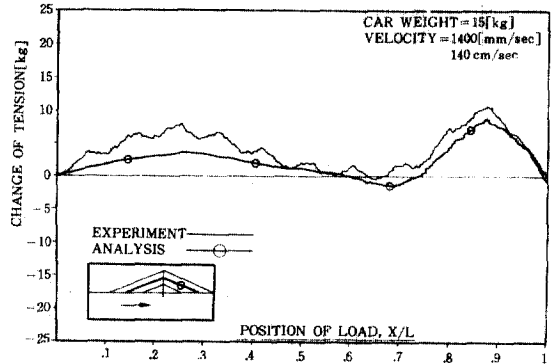


그림 3.8. Dynamic response of cable 2.

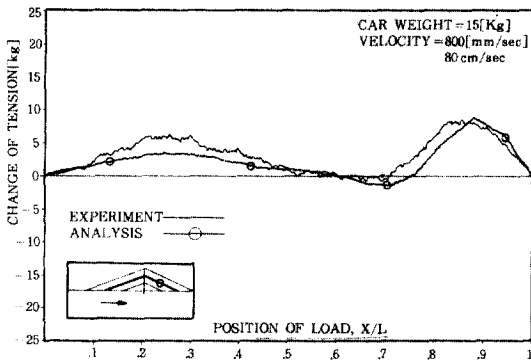


그림 3.6. Dynamic response of cable 2.

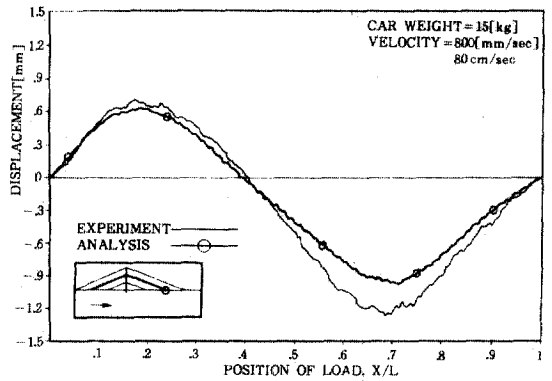


그림 3.9. Dynamic response of node 34

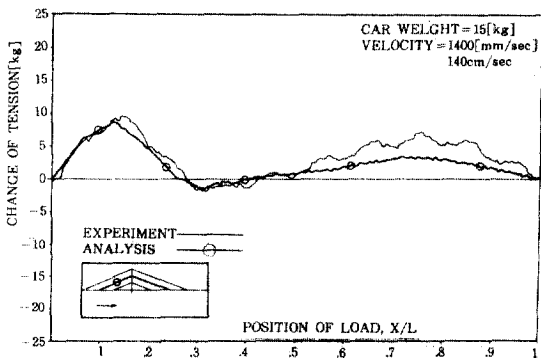


그림 3.7. Dynamic response of cable 2.

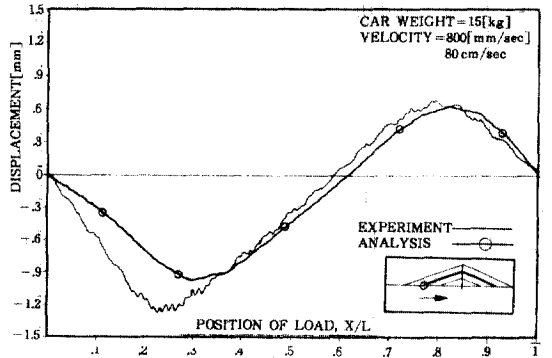


그림 3.10. Dynamic response of node 34

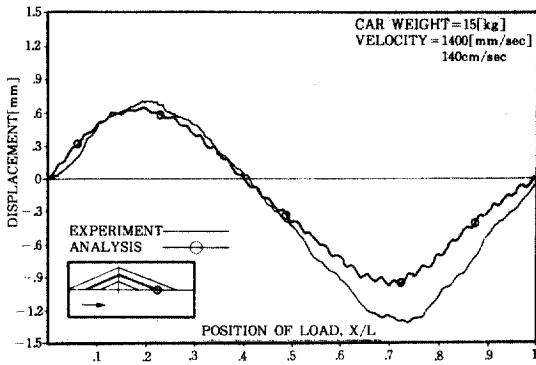


그림 3. 11 Dynamic response of node 34

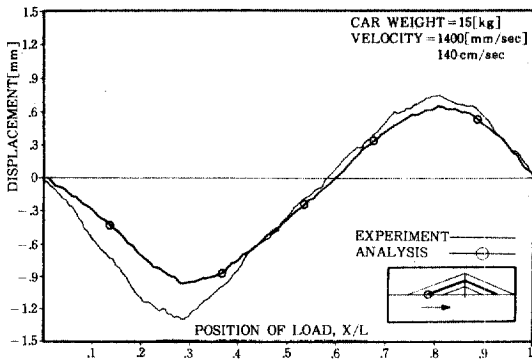


그림 3. 12 Dynamic response of node 34

표 3. 8과 표 3. 9에서 보는바와 같이 실험결과와 이동속도가 빨라지면 전반적인 케이블 인장력과 주형의 처짐량이 증가되며, 진행방향이 바뀌어짐에 따라서도 상당한 차이가 있으나, 수치해석결과는 이동속도와 진행방향이 변화여도 그 차이가 거의 없는 것을 알 수 있다.

표 3. 8의 수치해석결과와 실험결과를 비교할 때, 케이블인장력의 차이는 2번 및 5번 케이블에서 15%, 21%이며, 그 외의 케이블에서는 약 10%이내의 차이를 나타내고 있다. 그러나 그림 3. 5에서부터 그림 3. 8까지에서 보는 바와 같이 응답이력곡선은 실험과 수치해석결과가 전반적으로 그 경향이 거의 일치하고, 응답치도 서로 잘 맞는 것을 알 수 있다.

표 3. 9에 나타낸 바와 같이 주형의 처짐량은 실험결과와 수치해석결과가 상당한 차이를 나타내고 있으나(대략 최대 30%까지) 이는 처짐응답치가 상당히 작은 값의 범위(최고 1.35 mm)에 있기 때문에 실험시의 여러가지 원인(모델제작, 처짐값 측정, 계기 등)에 의한 오차가 누적되어 나타나는

것으로 판단된다.

하중의 이동속도가 구조물에 미치는 영향을 검토하기 위하여 이동속도가 80 cm/sec, 140 cm/sec일 때 2번 케이블의 인장력변화 응답을 그림 3. 13에 함께 나타내고, 34번 절점의 처짐변화 응답을 그림 3. 14에 함께 나타내었다. 그림에서 보는바와 같이 이동속도가 80 cm/sec에서 140 cm/sec로 변화함에 따라 인장력과 처짐변화 응답이력곡선이 우측(진행방향)으로 약간 이동되었음을 알 수 있다. 이러한 현상은 이동속도가 구조물의 거동에 영향을 준다는 것을 의미한다. 그러나 인장력과 처짐값은 별 차이를 나타내지 않으므로 속도의 변화가 구조물에 미치는 영향은 무시하여도 좋을 것으로 판단된다. 이러한 결과는 사장교에 일정한 속도로 이동하는 동적하중이 작용하여도 그 응답은 정적하중의 작용에 의한 응답과 큰 차이를 나타내지 않는 것을 의미한다고 볼 수 있다.

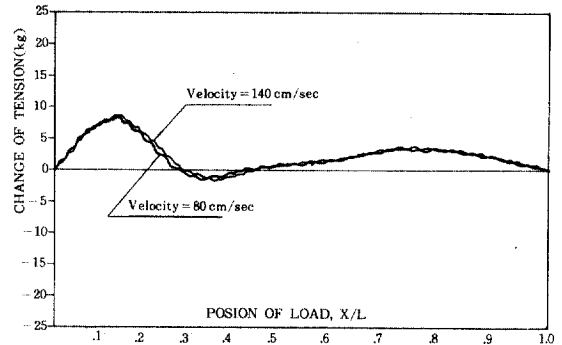


그림 3. 13 Dynamic response of cable 2.

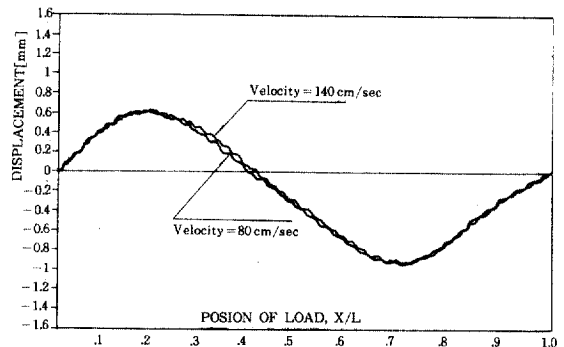


그림 3. 14 Dynamic response of node 34

4. 결 론

본 연구에서는 케이블의 기하학적 비선형성을 고려하여 사장교의 정적 및 동적거동을 구하였다.

가상일의 원리를 적용하여 기본방정식을 유도하고 증분이론으로 선형화하였다. 평형방정식의 해를 구하는 방법으로 정적해석은 modified Newton-Raphson 방법을 사용하였고, 동적해석은 Newmark- β 방법을 사용하였다.

사장교의 케이블은 단면적의 변화는 고려하지 않고 기하학적 비선형성을 고려한 인장력만 받을 수 있는 3차원 트러스요소를 사용하였으며, 주형과 교탑은 3차원 선형 보요소를 사용하였다.

수치해석으로 사장교의 동적거동을 정확하게 파악하기 위하여, 먼저 정적으로 자중을 작용시켜 완성된 사장교 형상을 찾아낸 후, 이동하중의 작용에 의한 동적거동을 구하였다.

몇가지 사장교 모델에 대한 정적 선형해석 및 비선형해석, 동적 비선형해석을 수행하여 거동을 고찰한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

첫째로 본 연구에서 제시한 방법에 의한 해석결과는 Morris와 Lazar의 해석방법 및 실험으로 구한 결과와 잘 일치함을 보이므로 케이블의 기하학적 비선형성을 고려한 사장교의 거동은 본 연구의 해석방법에 의하여 효과적으로 구할 수 있다.

둘째로 케이블의 비선형성을 고려한 사장교의 해석결과 케이블의 인장력, 주형의 처짐 및 모멘트 등의 전반적인 응답치가 선형해석에 비하여 최대 8%정도까지 차이가 나는 것으로 볼 때 비선형해석의 필요성이 있다고 본다.

셋째로 케이블의 비선형효과는 대칭형 사장교에 비하여 비대칭형 사장교에서 더 큰 영향을 나타내었다.

넷째로 하중의 이동속도와 진행방향이 구조물에 미치는 영향은 경미함으로 설계시 이러한 영향은 무시할 수 있는 것으로 판단된다. 다만, 진행차량의 급격한 제동 또는 충격등에 의한 영향은 고려하지 않았으므로 이에대한 별도의 연구가 필요한 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

1. Fritz Leonhardt, "Cable Stayed Bridges With Prestressed Concrete", *PCI Journal*, September October, 1987
2. Troitsky, M. S., "Cable-Stayed Bridges: Theory and Design", Crosby Lockwood Staples, London, 1977
3. Mathivat J., "The Cantilever Construction of Prestressed Concrete Bridges", John Wiley & Sons, 1975
4. Podolny W. and Scalzi J. B., "Construction and Design of Cable-Stayed Bridges", John Wiley & Sons, 1976
5. Gimsing N. J., "Cable Supported Bridges, Concept and Design", John Wiley & Sons, 1988
6. Bathe. K. J., "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", Prentice-Hall, 1982
7. Park, Y. S., "Geometrically Nonlinear Static and Dynamic Analysis of Cable Structures", Ph. D. Thesis, Seoul National University, Seoul, Korea, 1986
8. Weaver. W and Gere. J. M., "Matrix Analysis of Framed Structures", Van Nostrand Reinhold Co., 1980
9. Paz, M., "Structural Dynamics: Theory and Computation", Van Nostrand Reinhold Co., 1985
10. Smith, B. S., "The Single Plane Cable-Stayed Girder Bridges: A Method of Analysis Suitable for Computer Use", *Proceeding of the Institution of Civil Engineers*, May, 1967
11. Smith, B. S., "A Linear Method of Analysis for Double-Plane Cable-Stayed Girder Bridges", *Proceeding of the Institution of Civil Engineers*, January, 1968
12. Tang. M. C., "Analysis of Cable-Stayed Girder Bridges", *Journal of the structural Division*, ASCE, Vol. 97, No. ST5, May, 1971, pp.1481-1496
13. Tang, M. C., "Design of Cable-Stayed Girder Bridges", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 98, No. ST8, August, 1972, pp.1789-1802
14. Troitsky, M. S., and Lazar. B. E., "Model Analysis and Design of Cable-Stayed Bridges", *Proceedings, Introduction of Civil Engineers*, Vol. 48, Mar. 1971, pp.439-464, Paper No. 7375
15. Lazar, B. E., "Structural Analogue for Determination of Post-Tensioning Forces in a Cable-Stayed Bridge", *Strain*, Vol. 7, No. Oct. 1971, pp.157-159
16. Morris, N. F., "Dynamic Analysis of Cable-Stiffened Structures", *Journal of Structural Division*, ASCE Vol. 100, No. ST5, May 1974, pp.971-982
17. Morris, N. F., "Analysis of Cable-Stiffened Space Structures", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 102, No. ST3, March, 1976, pp.501-513
18. Lazar, B. E., Troitsky. M. S., and Douglass. M. McC., "Load Balancing Analysis of Cable Stayed Bridges", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 98, No. ST8, August, 1972, pp.1725-1740
19. 와다나베, "교량의 영향선의 이론과 계산법", 현대이공학출판(주), 일본, 1978

