

## 재료비선형성을 고려한 R/C 구조물의 유한요소해석

## Material Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures

최 창 근\* · 곽 호 경\*\*  
Choi, Chang Koon · Kwak, Hyo Gyoung

## Abstract

This paper concentrates on the analysis of reinforced concrete(R/C) structures subjected to monotonic loading, from zero to ultimate loads. Tensile cracking, the nonlinear stress-strain relationship for concrete and reinforcement are taken into account. the concrete is assumed to be elastic in tension region and elasto-hardening plastic in compression region. The Kupfer's failure criteria and associated flow rule are adopted to govern the plastic behavior of the concrete. The reinforcing bar is considered as a elasto-hardening plastic material.

The tension stiffening effect of the concrete between cracks is also considered. The numerical error depends on the used finite element mesh size is reduced by correcting the slope of strain softening region of the concrete according to the developed energy criteria.

## 要 旨

본 논문은 점진적 증가하중에 의한 철근 콘크리트 구조물의 전반적인 거동을 고찰하기 위한 것으로서 콘크리트의 인장균열, 철근 및 콘크리트의 응력-변형을 관계의 비선형성을 고려하였다. 콘크리트는 인장영역에서는 선형 탄성체로 가정하였으며 압축영역에서 탄소성체로 가정하였다. 압축영역의 콘크리트 거동을 파악함에 있어 Kupfer가 제안한 파괴표면 식을 항복한계로 사용 하였으며 associated flow rule에 의해 거동한다고 가정하였다. 철근은 일축응력을 받는 선형의 변형경화 재료로 모델링하였다.

콘크리트의 균열 발생시 인접한 균열 사이의 tension stiffening effect를 고려하였으며 콘크리트 구조물의 해석시 나타나는 유한요소의 크기에 따른 수치해석 오차를 콘크리트 인장부분의 변형연화 영역의 기울기를 보정함으로써 감소시키는 에너지 개념에 의한  $\epsilon_0$ 의 결정 모델을 제안하였다.

\*정회원 · 한국과학기술원 교수, 토목공학과

\*\*정회원 · 한국과학기술원 박사과정, 토목공학과

## 1. 서 론

철근콘크리트 구조물은 안전성, 실용성, 경제성을 고려하여 설계하는 데 실용성을 고찰키 위해서는 슬래브의 사용시 가해지는 하중에 대한 응력변화, 균열 및 처짐의 정확한 추측이 필요하며 안전성의 고찰을 위해서는 극한하중의 추측이 필요하게 된다. 또한 이러한 일련의 점점은 탄성, 비탄성, 극한 하중 상태의 모든 영역에 걸쳐 행해져야 한다.

처짐과 극한하중 등을 파악하기 위한 방법으로써 실험과 수치해석의 대표적 두 방법을 들 수 있다. 실험에 의한 방법은 각 하중상태에 따라 구조물의 거동을 정확히 파악할 수 있는 장점을 지닌 반면 기술적으로 어렵고 경제적으로 비용이 많이 들며 시간이 많이 소요되는 단점을 지니고 있다. 따라서 실험을 대체할 수 있는 철근콘크리트 구조물의 수치해석 프로그램의 개발이 필요하게 되었다.

R/C 구조물의 수치해석 방법으로는 크게 다음의 두 가지로 구분할 수 있다. (1) The modified stiffness approach, (2) The layer approach. 전자는 모멘트-곡률관계에 토대를 두고 재료상태에 따라 다른 휨강성을 가정하여 구조물을 해석하는 것이며<sup>(5, 10)</sup>, 후자의 경우는 구조체를 가상의 층상구조로 나누어 접근하는 방법으로써 하중상태에 따라 각각의 층이 서로 다른 재료상태를 표현하게 된다<sup>(6, 12)</sup>.

휨에 의한 작용이 구조물의 거동을 지배하는 철근콘크리트 보 및 슬래브의 경우 인접한 균열 사이의 콘크리트에 의한 응력의 분담이 상대적으로 크게 작용하는 데(tension stiffening effect) 이를 고려하기 위한 많은 연구가 이루어 지고 있으며 그 방법으로는 하중의 상태에 따라 철근의 응력-변형을 관계를 수정, 적용하거나<sup>(12)</sup>, 콘크리트 응력-변형을 관계의 인장영역의 변형연화(strain softening)를 가상적으로 추가하여 고려하는 방법이 있다<sup>(3, 12)</sup>. 그러나 지금까지는 변형연화 영역의 기울기는 문제의 형태나 해석자의 경험에 의존해 오고 있다. 또한 구조물의 거동에 지배적인 영향을 미치는 균열(crack)을 모델링 함에 있어 일반적으로 smeared crack model을 사용하는 데 이는 적용이 용이한 반면 해석결과가 사용하는 유한요소의 크기에 영향을 받는다는 것은 잘 알려진 사실이다<sup>(17, 18)</sup>.

이러한 현상은 콘크리트의 tension stiffening effect를 고려해도 제거되지는 않는다.

본 논문에서는 유한요소의 크기에 따라 나타나는 수치해석 오차를 감소시키기 위해 파괴에너지 개념을 도입하여 사용하는 유한요소의 크기에 따라 콘크리트의 변형연화영역의 기울기를 변화시키는 새로운 한계식(criteria)을 제안하고 수치해석을 통해 이를 검증하였다.

## 2. 재료성질의 모델화

콘크리트와 철근의 재료성질은 재료의 응력이나 변형을 상태에 종속되어 지는데 이러한 재료의 상태변화를 나타내기 위해 두께를 따라 가상의 철근과 콘크리트의 층상구조로 나누었으며(그림 1) 각 층은 응력이나 변형을 상태에 따라 각각의 다른 재료의 성질과 상태를 표현하게 된다. 전체 좌표계와 철근 배근 방향과의 관계나 인장균열 또는 압축 파괴시의 콘크리트의 상태를 표현하기 위해 다음과 같은 가정을 도입하였다. (1) 철근은 탄소성

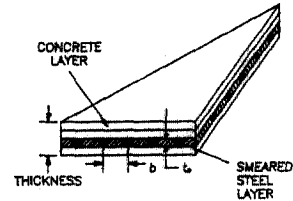


그림 1. Layer System

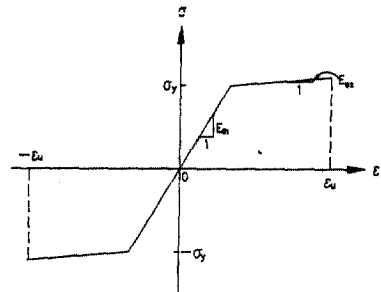


그림 2. Idealized Uniaxial Stress-Strain Relationship for Steel

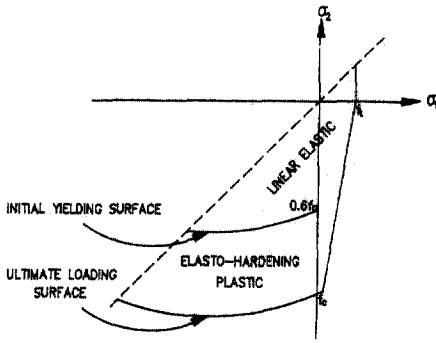


그림 3. Biaxial Strength Envelopes

변형의 일축응력만 받는다. (2) Mindlin 평판이론과 Timosenko 보 이론이 적용되었다. (3) 각 층간 요소의 변위장은 연속적이다.

**철근:** 철근은 항복강도가  $\sigma_y$  인 선형 변형경화 (linear strain hardening) 재료로 가정하였으며 (그림 2) Von-Mises의 항복조건식이 사용되었다. 철근은 등가의 등분포된 철근층으로 대체되며 철근의 배근방향으로 일축응력 상태에 놓인다고 가정한다.

**콘크리트:** 콘크리트는 압축-인장영역과 2축 인장영역에서는 선형 탄성체로 가정하였으며 2축 압축영역에서는 탄소성체 (elasto-hardening plastic)로 가정하였다 (그림 3). 탄소성의 재료 상태를 표현하기 위해 사용한 항복조건식은 Kupfer<sup>(9)</sup>가 제안한 콘크리트의 파괴표면식을 사용하였으며 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$F = (\sigma_1 + \sigma_2)^2 / (\sigma_2 + 3.65\sigma_1) - A f_c \quad (1)$$

여기서  $\sigma_1$ 과  $\sigma_2$ 는 주응력 성분들이고  $f_c$ 는 일축 압축강도이며 A는 초기 항복표면 ( $A=0.6$ )과 극한 하중표면 ( $A=1.0$ )을 나타내는 상수이다.

또한 항복된 이후의 콘크리트는 associated flow rule에 따라 거동한다고 가정하였다.

하중이 증가함에 따라 각 요소의 응력이 극한하중표면 (ultimate loading surface)을 넘어가면 그 콘크리트 요소는 변형연화 영역에 위치하게 된다. 이 영역의 재료성질과 응력-변형을 관계를 모델링하기 위해 Darwin과 Pecknold<sup>(10)</sup>가 제안한 elastic orthotropic model을 사용하였다.

**균열상태의 콘크리트:** 두 주인장 변형을 (principal

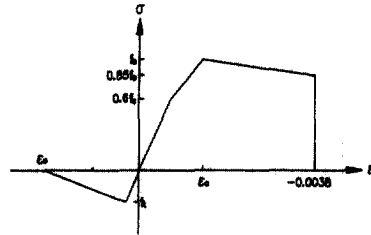


그림 4. Idealized Uniaxial Stress Strain Relationship for Concrete

tensile strain) 중 어느 하나가  $\epsilon_0$  (그림 4)를 넘어가면 그 요소는 주응력 방향에 직각인 방향으로 균열이 발생한다고 가정하였다. 균열이 발생한 요소는 균열의 직각 방향으로는 더이상 힘을 받지 못하므로 응력-변형을 관계는 다음의 식 2와 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda(1-\nu^2)G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

이때 균열로 인해 전단응력의 전달능력이 감소하는 것이 사실이지만 철근의 dowel action과 콘크리트의 aggregate interlocking 등으로 이의 효과를 정확히 고려하기 힘들다. 또한 구조물의 거동에 있어 보 및 슬래브와 같이 휨의 영향이 지배적인 구조물의 경우, 전단에 의한 효과는 그리 크지 않으므로 본 연구에서는 식 2의 균열전단 상수 ( $\lambda$ )를 0.4로 가정하였다<sup>(3, 6, 12)</sup>.

### 3. TENSION STIFFENING EFFECT

콘크리트 구조물의 어느 특정 부위에서 균열이 발생해도 균열 사이의 부분은 철근과 콘크리트의 bond stress에 의해 부분적으로 인장력을 받을 수 있다. 이러한 현상은 수치해석에 의해 구조물을 해석할 시 균열이 발생된 부분보다 상대적으로 큰 유한요소의 평균강도를 증가시키는 효과가 있다. 이러한 효과는 콘크리트 응력-변형을 관계의 인장축 부분에 변형연화 영역을 가상적으로 추가하는 방법에 의해 고려될 수 있다<sup>(3, 12)</sup>.

한편 구조물의 거동에 지배적인 영향을 미치는 균열을 고려함에 있어 사용하는 모델로는 discrete

crack model과 smeared crack model의 대표적 두 가지를 들 수 있다<sup>(1)</sup>. 전자는 균열의 전파 방향을 미리 알 경우 구조물의 형상을 계속 바꾸어 가면서 구조물의 특성을 파악하는 것으로 재료의 파괴 성질이나 균열선단(crack tip)의 국부적인 특성을 파악하기 위해 주로 사용되며 후자는 균열을 요소 내에 분포시키는 것으로 하중의 상태에 따라 재료의 성질을 치환하는 것으로 구조물 전체의 전반적 거동을 고찰하기 위해 널리 사용된다.

Smeared crack model은 Rashid<sup>(15)</sup>에 의해 처음 사용된 이후 적용이 간단하고 용이한 관계로 널리 사용되고 있지만 사용하는 유한요소의 크기에 의해 크게 영향을 받는 것이 Bazant와 Cedolin<sup>(17, 18)</sup>에 의해 언급된 바 있으며 이러한 단점을 극복하기 위해 많은 연구가 진행되어 오고 있다. 이 중에서 대표적인 연구로는 Bazant와 Oh<sup>(16)</sup>의 "Crack Band Model"을 들 수 있다. 이 모델은 FCM(the Fictitious Crack Model)의 한 종류로써 기본적인 생각은 콘크리트의 경우 균열은 일정한 폭을 가지고 형성되며 그 폭은 대략 최대 골재크기의 3배이고 변형율이 이 폭 내에서 일정하다는 것이다. 이 모델은 유한요소의 크기가 상대적으로 작을 경우에는 성공적으로 적용될 수 있지만 실제 크기의 상대적으로 큰 구조물에 적용할 경우는 수치해석 결과와 실험치 사이에 다소 차이가 나는 것을 볼 수 있다. 이는 유한요소의 크기가 커질 경우 한 요소의 전영역에 미세균열(microcrack)이 균일하게 분포한다고 가정하는 것은 실제의 미세균열 분포와는 다소 차이가 있기 때문이다.

본 연구에서는 대부분의 수치해석에서 사용되는 비교적 유한요소의 크기가 큰 경우에 적용할 수 있는 새로운 모델을 제시 하고자 한다. 먼저 한 요소 내의 미세균열의 분포는 요소의 중앙에 집중되어 있으며 변으로 갈수록 점차 감소하는 경향이 있으므로 그 분포를 가장 일반적인 지수함수 식을 사용하여 표현하였다.

$$f(x) = ae^{\beta x} \quad (3)$$

여기서  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 재료상수이다.

위의 식 3에  $f(0)=1$  과  $f(b/2)=3/b$ 의 경계조건을 대입함으로써 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$f(x) = e^{-2/b \ln \frac{b}{3} x} \quad (4)$$

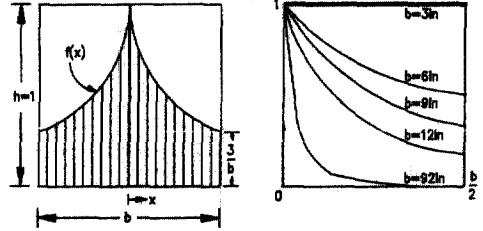


그림 5. Assumed Distribution of Microcracks in an Element

여기서  $b$ 는 한 요소의 폭을 나타내며 1은 단위 두께를 나타낸다.

함수  $f(x)$ 의 요소의 크기에 따른 분포는 그림 5에 표시해 놓았으며 사용된 경계조건은 다음과 같은 가정을 포함하고 있다: (1) 미세균열은 요소의 중앙을 중심으로 대칭적으로 분포한다. (2) 유한요소의 끝단에서의 미세균열은 요소의 크기에 반비례하며 그 크기는 3in.이다. 이는 유한요소의 크기가 3 in.이하인 경우는 Bazant와 Oh<sup>(16)</sup>가 제안한 모델과 같이 한 요소내의 미세균열의 분포는 전영역에 걸쳐 동일한 분포를 가짐을 의미한다.

다음으로 콘크리트의 응력-변형을 관계에 의한 변형에너지(strain energy)와 파괴에너지 개념과의 관계에 의해 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$G_I = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot f_t \cdot \int_0^{b/2} f(x) dx \cdot 2 \quad (5)$$

여기서  $f_t$ 는 콘크리트의 인장강도이고  $\epsilon_0$ 는 변형영역의 끝단의 변형율(그림 4)이며  $G_I$ 는 단위두께당 단위길이의 균열을 발생시키는 데 소모된 파괴에너지를 나타낸다.

특히  $G_I$ 는 사용 철근량과 철근의 종류 및 골재 크기 등에 의해 영향을 받는 데 Welch와 Haisman<sup>(7)</sup>은 실험을 통해  $G_I/f_t$ 이 대략 0.005-0.01 mm의 값을 갖는다고 발표한 바 있다.

앞의 식 5를  $\epsilon_0$ 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$\epsilon_0 = \frac{G_I}{f_t \cdot \int_0^{b/2} f(x) dx} \quad (6)$$

따라서 사용하는 유한요소의 크기에 따라 식 6에 의해  $\epsilon_0$ 를 재 조정함으로써 사용 요소의 크기에 따른 수치해석 오차를 줄일 수 있다.

#### 4. 유한요소 이상화

그림 1에서 본 바와 같이 유한요소는 가상의 콘크리트와 철근층으로 나누어 지지만 변위장은 연속적이라 가정하며 각 층은 각각의 다른 재료성질을 나타내지만 이 재료성질은 층의 두께방향으로 일정하다고 가정한다. 따라서 유한요소의 체적분은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\int_{vol} [B]^T [D] [B] dv = \sum_{i=1}^{n_s} \int_{vol} [B]^T [D_s] [B] dv$$

$$= \sum_{i=1}^{n_c} \int_{vol} [B]^T [D_c] [B] dv \quad (7)$$

여기서  $[D_s]$ ,  $[D_c]$ ,  $n_s$ 와  $n_c$ 는 각각  $i$ 번째 콘크리트 층의 재료행렬, 철근층의 수와 콘크리트 층의 수를 의미한다.

Mindlin 평판이론을 적용하면 평면상의 변위와 변형을 관계는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (z-d_{nx}) & 0 & 0 \\ 0 & (z-d_{ny}) & 0 \\ 0 & 0 & (z-d_{nxy}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 & -\frac{\partial N}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial N}{\partial y} \\ 0 & -\frac{\partial N}{\partial y} & \frac{\partial N}{\partial x} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} W \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} \quad (8)$$

여기서  $d_{nx}$ ,  $d_{ny}$ 와  $d_{nxy}$ 는 각 응력의 중립축을 의미하며  $\int \sigma_x dz = \int \sigma_y dz = \int \tau_{xy} dz = 0$ 의 조건에 의해 각각 구해진다.  $z$ 는 중립축으로부터의 깊이를 나타내며 단순화를 위해 전단계수  $G$  (shear modulus)는 두께방향으로 일정하다고 가정하면  $d_{nxy}$ 를  $d/2$ 로 치환할 수 있다.

위의 식 8과 변위와 전단변형을 사이의 관계식 및 앞에서 언급했던 재료행렬을 식 7에 대입함으로써 요소의 강성행렬을 구성할 수 있다.

#### 5. 수치해석 과정

본 연구에서 사용한 유한요소는 Hughes와 Cohen<sup>(13)</sup>에 의해 개발된 heterosis element이며 구조물의 하중-변위의 관계를 얻기위해 하중은 점진적으로 증가시켰으며 하중의 증분은 콘크리트의 균열발생 후에 점진적으로 감소시켰다. 각 하중중

분의 매 반복과정 중 잔여분의 하중증분 (residual force)은 Initial Stress Method<sup>(8)</sup>에 의해 보정하였으며 반복기법은 각 하중스텝에서 만 요소의 강성행렬을 재구성하는 combined constant-variable stiffness method를 사용하였다. 특정 하중스텝에서의 기본적인 해석과정을 설명하면 다음과 같다.

- (1) 하중 증가분으로 인한 새로운 강성행렬을 구하고 이를 이용해 각 절점의 변위를 구한다.
- (2) 앞에서 구한 변위에 새로 구해진 변위를 합하여 전체 변위를 구한다.
- 다음의 과정은 각 요소의 각 층에 대해 수행한다.
- (3) 마지막 구성된 재료성질을 이용하여 각 층에 대한 응력과 변형율을 구한다.
- (4) 주어진 항복한계 (yield criteria)에 대해 응력과 변형율을 검토한다.
- (5) 전체 적용된 절점하중으로 부터 equivalent nodal forces를 제거 함으로써 unbalanced nodal forces를 구한다.
- (6) 응력상태에 따른 각 요소의 중립축을 재구성한다.
- (7) 수렴 여부를 검토한다. 만약 주어진 오차한계를 만족하면 다음 하중증분 단계로 넘어가지만 수렴이 되지 않으면 unbalanced nodal forces에 의해 과정(2)부터 다시 반복하게 된다.
- (8) 모든 하중증분을 마치면 해석을 끝마친다.

#### 6. 수치예제

##### 철근콘크리트 슬래브

McNeice<sup>(10)</sup>에 의해 고찰되었던 정방형의 2방향 슬래브가 tension stiffening effect를 고찰기 위해 사용되었다. 이 슬래브는 36 in.의 정방형 슬래브이고 두께는 1.75 in.이며 중앙에 집중하중이 작용한다 (그림 6). 예제해석을 위해 가정된 재료상수는 표 1에 표시해 놓았으며 그 이외의 재료상수는 다음과 같다. 콘크리트의 포아송 비 ( $\nu$ )=0.167, 콘크리트의 인장강도 ( $f_t$ )=5.5 $\sqrt{f_c}$ , 그리고 파괴에너지 ( $G_f$ )=0.5 ib/in.이며 또한 단면은 두께방향으로 8개의 균일한 두께의 콘크리트 층으로 모델링하였다.

그림 7은 점 2에서의 하중-변위 곡선을 나타내고 있으며 이 그림에서 볼 수 있듯이 tension stiffening effect를 고려하지 않은 경우는 구조물의 강성을 과소평가하게 되며 (solution A) 기존의 점근방

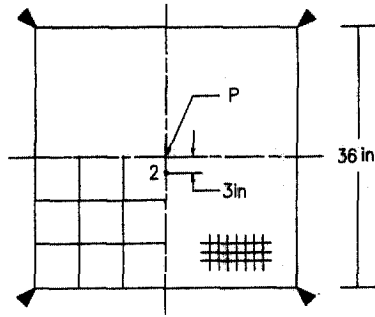


그림 6. Corner Supported Two-Way Slab Tested By McNeice<sup>(60)</sup>

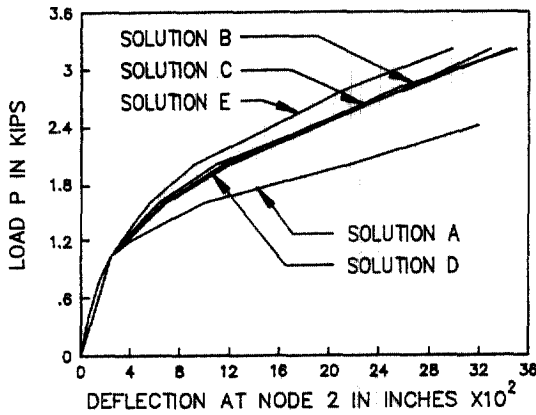


그림 7. Load-Deflection Relationship at Point 2 of McNeice's Slab

법인 해석자의 경험과 판단에 의한 방법도 그 효과를 적절히 고려하지 못하면 사용요소의 크기에 따른 수치해석 오차는 제거되지 않음을 볼 수 있다 (solution E). 본 연구에서 제시한  $\epsilon_0$ 의 결정식 (식 6)에 의해 요소의 크기에 따라 콘크리트 변형 연화 영역의 기울기를 보정해 줄 경우 사용하는 유한요소의 크기에 따른 수치해석 오차를 보정할 수 있으며 (solution B : 9개의 유한요소, solution C : 4개의 유한요소 사용) 실험치 (solution D)에 근접한 결과를 얻을 수 있음을 볼 수 있다.

#### 철근콘크리트 보

Burns and Siess<sup>(11)</sup>에 의해 실험된 단순지지 보 (그림 8)인 J-4를 보의 수치예제로 선택하였다. 구조물의 재료성질 및 특성은 그림 8과 표 1에서

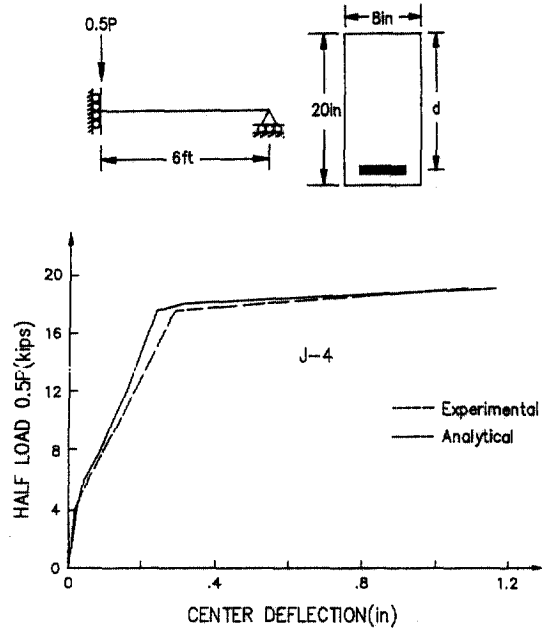


그림 8. Load-Deflection Relationship of J-4.

표 1. Material Properties Used in Numerical Analysis

Examples	Material Properties					
	$E_c$ (ksi)	$E_s$ (ksi)	$f_c$ (ksi)	$f_y$ (ksi)	$\rho$ (%)	$d$ (in)
McNeice's Slab	4.15	29.0	5.50	40.0	0.85	1.31
Beam J-4	3.80	29.5	4.82	44.9	0.99	18.00

표 2. The Load-Deflection Relationship of J-4 with the Variation of the number of Finite Element Used

0.5P (Kips)	Experi. (in.)	Elem.=5	Elem.=9	Elem.=13
2.0	0.0088	0.0112	0.0112	0.0113
4.0	0.0176	0.0226	0.0227	0.0228
6.0	0.0525	0.0406	0.0384	0.0378
8.0	0.0949	0.0862	0.0719	0.0651
10.0	0.1390	0.1196	0.1118	0.1040
11.0	0.1630	0.1364	0.1294	0.1228
12.0	0.1780	0.1569	0.1476	0.1411
13.0	0.2000	0.1721	0.1642	0.1586
14.0	0.2200	0.1870	0.1819	0.1760
15.0	0.2410	0.2017	0.1976	0.1926
16.0	0.2590	0.2164	0.2132	0.2095
17.0	0.2760	0.2309	0.2289	0.2250
18.0	0.5410	0.3152	0.7024	0.7029
19.0	1.0860	1.1624	-	-

표 3. The Load-Deflection Relationship of J-4 with the Variation of Tensile Strength of Concrete

0.5P (kips)	Experi. (in.)	$\alpha=5.5$	$\alpha=6.7$	$\alpha=9.0$
2.0	0.0088	0.0112	0.0112	0.0112
4.0	0.0176	0.0227	0.0227	0.0227
6.0	0.0525	0.0384	0.0355	0.0341
8.0	0.0949	0.0719	0.0723	0.0636
10.0	0.1390	0.1118	0.1106	0.1101
11.0	0.1630	0.1294	0.1301	0.1241
12.0	0.1780	0.1476	0.1474	0.1471
13.0	0.2000	0.1642	0.1632	0.1614
14.0	0.2200	0.1819	0.1822	0.1823
15.0	0.2410	0.1976	0.1976	0.1981
16.0	0.2590	0.2132	0.2126	0.2125
17.0	0.2760	0.2289	0.2280	0.2273
18.0	0.5410	0.7024	0.7010	0.7098
19.0	1.0860	-	-	-

Note :  $f_t = \alpha \sqrt{f_c}$ , the number of finite element used is 9, the values here are the deflection in inches at the center

볼 수 있으며 그 밖의 재료상수 들은 슬래브의 예제해석에서 사용한 것과 동일하다. 단면은 8개의 동일한 콘크리트 층으로 분할 하였다.

본 논문에서 제안한  $\epsilon_0$ 의 결정식에 의해 tesnion stiffening effect를 고려해 본 결과 그림 8에서 보는 바와 같이 수치해석 결과가 실험치와 잘 일치함을 알 수 있으며 사용하는 요소의 수에 거의 영향을 받지 않음을 알 수 있었다(표 2). 또한 표 3에서 볼 수 있듯이 콘크리트의 인장강도를 변화시킬 경우 본 논문에서 제안한  $\epsilon_0$ 의 결정식에 따라 변형연화 영역의 기울기를 보정해 줄 경우 강도변화에 따른 해석결과의 차이는 거의 나타나지 않음을 볼 수 있다. 이 사실로부터 tesnion stiffening effect를 무시한 강도개념에 의한 해석보다는 에너지 개념에 의한 해석의 타당성을 간접적으로 볼 수 있다.

## 7. 결 론

본 논문에서 콘크리트 구조물의 균열에 의한 비선형해석 시 나타나는 유효요소의 크기에 따른 수치해석 오차를 보정할 수 있는  $\epsilon_0$ 의 결정식(식 6)

을 제안하였으며 예제해석을 통해 이를 검증하였다. 또한 콘크리트의 강도를 변화시켜도 한 요소가 받을 수 있는 변형에너지의 양이 같도록  $\epsilon_0$ 를 보정하면 강도변화에 따른 해석결과의 차이는 거의 없으며 이는 에너지 개념에 의한 구조물 해석의 타당성을 간접적으로 보여준다고 하겠다.

## 참 고 문 헌

1. ASCE Committee on Concrete and Masonry Structures, A State-of-the Art Report on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete, Task Committee on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, ASCE Spec. Publ, New York, 1981.
2. C. S. Desai and H. J. Siriwardane, "Constitutive Laws for Engineering Materials," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1972.
3. C. S. Lin and A. C. Scordelis, "Nonlinear Analysis of RC Shells of General Form," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 101, No. ST3, pp. 523-558, March, 1975.
4. D. Darwin and D. A. W. Pecknold, "analysis of Cyclic Loading of Plane R/C Structures," *Computer & Structures*, Vol. 7, No. 1, pp. 137-147, 1977.
5. F. K. Bashur and D. Darwin, "Nonlinear Model for Reinforced Concrete Slabs," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 104, No. ST1, pp. 157-170, January, 1978.
6. F. R. Hand, D. A. Pecknold and W. C. Schnobrich, "Nonlinear Layered Analysis of RC Plates and Shells," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 99, No. ST7, pp. 1491-1505, July, 1973.
7. G. B. Welch and B. Haisman, "Fracture Toughness Measurements of Concrete," University of New South Wales, Sydney, Australia, Uniciv, Report No. R42, January, 1969.
8. G. C. Nayak and O. C. Zienkiewicz, "Elasto-Plastic Stress Analysis," *International Journal for Numerical Method in Engineering*, Vol. 5, pp. 113-135, 1972.
9. H. Kufer, H. K. Hilsolort and H. Rusch, "Behavior of Concrete under Biaxial Stresses," *ACI Journal*, Vol. 66, No. 66-62, pp. 656-666, August, 1969.
10. J. C. Jofrit and G. M. McNeice, "Finite Element Analysis of RC Slabs," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 97, No. ST3, pp. 785-806, March, 1971.
11. N. H. Burns and C. P. Siess, "Load-Deformation Characteristics of Beam-Column Connections in Reinforced Concrete," Civil Engineering Studies, SRS

- No. 234, University of Illinois, Urbana, Ill., January, 1962.
12. R. I. Gilbert and R. F. Warner, "Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs," *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 104, No. ST12, pp. 1885-1900, December, 1978.
  13. T. J. R. Hughes and M. Cohen, "The Heterosis Finite Element for Plate Bending," *Computer & Structures*, Vol. 9, 1978.
  14. W. F. Chen, "Plasticity in Reinforced Concrete," McGraw-Hill, New York, 1976.
  15. Y. R. Rashid, "Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 7, No. 4, pp. 334-344, April, 1968.
  16. Z. P. Bazant and B. H. Oh, "Crack Band Theory for Fracture of Concrete," *Materials and Structures (RILEM, Paris)* Vol. 16, pp. 155-176, 1983.
  17. Z. P. Bazant and L. Cedolin, "Fracture Mechanics of Reinforced Concrete," *Journal of the Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 106, No. EM6, pp. 1287-1306, December, 1980.
  18. Z. P. Bazant and L. Cedolin, "Finite Element Modeling of Crack Band Propagation," *Journal of the Structural Engineering, ASCE*, Vol. 109, No. ST1, pp. 69-93, January, 1983.

(接受 : 1989. 5. 17)