

철근콘크리트 셸의 재료비선형 파괴해석

Material Nonlinear Fracture Analysis of Reinforced Concrete Shell

진	치	섭*
Jin,	Chi	Sub
차	영	수**
Cha,	Young	Soo
장	희	석***
Jang,	Heui	Suk

Abstract

A finite element program for material nonlinear fracture analysis of reinforced concrete shell was developed. This method can be used to trace the load-displacement response and crack propagation through the elastic and inelastic ranges.

A layered isoparametric flat finite element considering the coupling effect between the in-plane and the bending action was developed. Mindlin plate theory taking account of transverse shear deformation was used.

The validity of the present program was proved by comparing the numerical results with Hedgren's experimental data.

요 지

철근콘크리트 셸의 재료비선형 파괴해석을 위한 프로그램을 개발하여 탄성 및 비탄성 범위에서의 하중-변형 응답과 균열전파를 추적하였다.

면내력과 면외력 사이의 상호작용효과를 고려한 층분할 등매개변수 평판요소를 사용하였으며 전단 변형을 고려하기 위하여 Mindlin판 이론을 이용하였다.

해석프로그램의 정당성은 철근콘크리트 셸 시험체를 해석하고 그 결과와 실험결과를 비교하므로써 확인하였다.

1. 서 론

고전적인 얇은 셸 이론⁽¹⁾은 셸의 기하학적 형상에 따라 복잡한 미분방정식의 형태로 표현된다. 이에 대한 엄밀한 해석의는 하중과 경계조건이 매우

단순한 상태에서 몇가지의 간단한 형태를 가진 셸의 경우에만 구할 수 있다. 그러나 현재는 고속 컴퓨터의 출현과 유한요소법과 같은 수치해석기법의 발달로, 임의의 하중과 경계조건을 가진 임의의 형상의 셸을 해석할 수 있게 되었다.

*정희원 · 부산대학교 공과대학 부교수, 토목공학과

**정희원 · 동의공업전문대학 부교수, 토목과

***정희원 · 부산공업대학 조교수, 토목공학과

유한요소법을 이용하여 철근콘크리트 쉘의 균열 및 철근의 항복동을 해석할 때에는, 면내작용과 휨 작용간의 상호작용 때문에 대단히 복잡해진다. Hand et al⁽²⁾와 Lin et al^(3,4,5)은 각각 사각형 쉘 요소와 삼각형 쉘 요소를 이용하여 쉘을 해석하였다. 그들은 충분할 방법으로 철근과 콘크리트를 나타내었고 면내외의 상호작용을 포함시켜 콘크리트의 균열 진행을 추적하였다. Fialkow⁽⁶⁾는 절판 구조물의 소성붕괴 이론을 철근콘크리트 쉘에 확장하여 이용하였다.

실험적 연구로는 Hedgren et al^(7,8)의 연구가 유명한데 단격벽이 있는 철근콘크리트 원통형 쉘에 등분포 진공압력을 주어 처짐과 변형률을 측정하였다. 또 Dayaratnam et al⁽⁹⁾은 두꺼운 쌍곡포물면 쉘의 모델로 처짐을 측정하고 각 단면의 휨 모멘트를 계산하였다.

본 연구의 목적은 단조증가하중을 받는 철근콘크리트 쉘의 비선형 해석방법을 제시하고 여기서 사용되는 유한요소 해석프로그램을 개발하는 것이다. 그 결과로서 쉘의 두께방향의 콘크리트의 균열 및 소성, 또한 철근의 항복을 추적한다. Mindlin판 이론에 의한 충분할 유한요소법을 적용하였으며 면내력과 면외력 사이의 상호작용효과를 고려하기 위하여 휨요소에 평면응력요소를 조합한 8절점 2차원 등매개변수 요소를 개발하였다. 한 절점을 공유하는 이웃요소들이 동일 평면내에 있을때의 특이성은 가회전강성도를 도입하여 해결하였다. 증분하중에 대한 비선형 해석은 점선강성도 반복법을 사용하였다. 그러나 균열사이의 인장강성도 효과(tension stiffening effect)와 철근과 콘크리트 사이의 부착활동, 시간종속적 효과 및 열효과는 고려하지 않았다. 아울러 대변위 효과도 무시하였다.

본 논문에서 유도한 이론에 의한 철근콘크리트 쉘의 수치예를 다른 실험데이터⁽¹⁰⁾와 비교함으로써 그의 타당성을 검토하였다.

2. 재료의 이상화

철근콘크리트 구조물의 유한요소 해석에 필요한 기본적인 정보는 철근콘크리트 재료의 기본특성을 적절히 나타낼 수 있는 구성방정식과 파괴이론이다. 특히 콘크리트의 구성관계 결정에서 피할 수 없는 것이 콘크리트 고유의 비균질성이라 볼 수

있다. 그러나 철근콘크리트 쉘 자체를 해석하는데에는 그 과정이 대단히 복잡하기 때문에 본 연구에서는 재료비선형 문제를 매우 단순하게 가정하였다.

아울러 충분할법을 이용하여 유한요소내에서 두께방향의 재료성질을 달리할 수 있도록 요소를 콘크리트층과 철근층으로 나누고 Mindlin 가정에 따라 중립면에 수직인 응력은 무시하여, 평면응력상태의 구성관계와 파괴기준만을 충분할 계에서 적용하였다⁽¹⁰⁾.

2.1. 철근

철근은 요소내에 균등하게 분포한다는 가정하에 본 연구에서는 등가의 분산 분포된(smearred distributed) 철근층으로 대체하여 등가두께를 정하였다. 아울러 축방향력만을 전달하는 2차원 완전탄소성(perfect elastic-plastic)재료로 가정하고 Von Mises의 항복조건을 적용하였다.

2.2. 콘크리트

철근콘크리트 구조는 전체 비선형 거동이 콘크리트의 인장균열에 지배됨을 고려하여 2축압축 상태에서는 탄성-완전소성재료로, 2축인장과 인장-압축에서는 선형탄성으로 이상화하였다. Von Mises의 항복조건을 2축압축상태에서 콘크리트의 항복면을 근사시키기 위하여 사용하였다. 또한 결합유동법칙(associated flow rule)이 콘크리트 항복후의 응력-변형을 관계를 지배하는 것으로 가정하였다. 항복된 콘크리트의 완전한 파괴를 나타내기 위하여 변형률 형태로 파쇄면을 규정하였다. 2축인장상태에서는 최대응력이론을 적용하여 주응력 중 어느 하나가 1축인장강도를 초과하면 콘크리트에 균열이 생긴다고 가정하였다. 이 경우 균열방향에 직각방향 수직응력은 '0'으로 되고 전단응력도 균열 때문에 감소하게 되나 철근의 다올작용(dowel action)과 골재억물림(aggregate interlock)의 영향으로 '0'으로 떨어지지 않는게 된다. 따라서 본 연구에서는 균열된 콘크리트 내의 전단응력을 유지시킬 수 있는 등가전단강성계수(shear retention factor)를 도입하여 처리하였다. 인장-압축상태에서는 1축압축강도와 1축인장강도를 연결하는 직선을 파괴면으로 가정하여 이 응력선을 벗어나면 균열이 생긴다고 하였다⁽¹⁰⁾.

3. 유한요소해석

3.1. 셸의 이상화

셸구조물에 유한요소법을 적용하려면 먼저 셸의 표면을 임의의 요소로 분할해야 한다. 이 요소는 셸의 실제 곡률을 근사화할 수 있도록 선택해야 하는데 그 중 가장 단순한 것은 셸의 표면이 평평한 요소로 결합되어 있다고 가정하는 것이다. 따라서 본 연구에서는 그림 3.1과 같이 셸을 평평한 요소들의 결합체로 이상화하였다. 이 경우에 재료성질이 중립면에 관하여 상하 대칭이어도 면내력과 면외력사이의 상호작용은 무시될 수 없다. 그러므로 본 연구에서는 요소강성도를 구하는 데 이 효과를 포함시켰다.

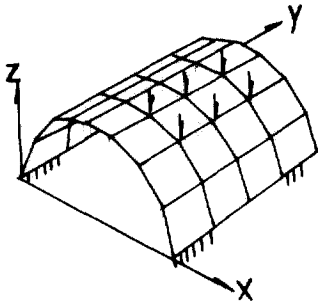


그림 3.1 Shell composed of two-dimensional flat element

Mindlin의 가정에 의한 판의 임의점에서의 변위는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} u = u_0 - Z\theta_x \\ v = v_0 - Z\theta_y \\ w = w_0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

윗식에서 u, v, w 는 각각 x, y, z 방향 변위이고 하첨자 '0'는 기준면상의 해당변위로 기준면은 판의 중립면이다. 또 $\theta_x = \frac{\partial w}{\partial x} + \phi_x, \theta_y = \frac{\partial w}{\partial y} + \phi_y$ 이다. u_0, v_0, w_0 에 대한 변위함수를 가정하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \end{bmatrix} = \tilde{N} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} \quad (32)$$

윗식에서 함수 N 는 2차원 8절점 등매개 변수요

소에서 사용되는 함수¹³⁾이며 또한 첨자 'e'는 절점 변위에 관계됨을 의미한다. 임의점의 변형률은 식 (31)을 미분하여 얻는다.

$$\epsilon_b = \begin{bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial u_0 / \partial x \\ \partial v_0 / \partial y \\ \partial u_0 / \partial y + \partial v_0 / \partial x \end{bmatrix} - Z \begin{bmatrix} \partial \theta_x / \partial x \\ \partial \theta_y / \partial y \\ \partial \theta_x / \partial y + \partial \theta_y / \partial x \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\text{또는, } \epsilon_b = \tilde{\epsilon}_b + Z\chi \quad (34)$$

그리고 식(32)를 통상의 커마규약으로 미분하면

$$\tilde{\epsilon}_b = \begin{bmatrix} \tilde{N}_x & 0 \\ 0 & \tilde{N}_y \\ \tilde{N}_y & \tilde{N}_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}^e = \tilde{B}_m \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}^e \quad (35)$$

$$\chi = \begin{bmatrix} 0 & -\tilde{N}_x & 0 \\ 0 & 0 & -\tilde{N}_y \\ 0 & -\tilde{N}_y & -\tilde{N}_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix}^e = \tilde{B}_b' \begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix}^e \quad (36)$$

또, 전단변형률은

$$\tilde{\epsilon}_s = \begin{bmatrix} \tilde{N}_x & -\tilde{N} & 0 \\ \tilde{N}_y & 0 & -\tilde{N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix}^e = \tilde{B}_b'' \begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix}^e \quad (37)$$

식(35) 및 (36)을 식(34)에 대입하고 식(37)을 고려하면

$$\tilde{\epsilon} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_m & Z\tilde{B}_b' \\ 0 & \tilde{B}_b'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix}^e = \tilde{B}\tilde{\delta}^e \quad (38)$$

따라서 요소강성도 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} K &= \int \tilde{B}^T \underline{D} \tilde{B} d(\text{vol}) \\ &= \int \left[\begin{array}{cc} \tilde{B}_m^T \underline{D} \tilde{B}_m & Z \tilde{B}_m^T \underline{D} \tilde{B}_b' \\ Z \tilde{B}_b'^T \underline{D} \tilde{B}_m & Z^2 \tilde{B}_b'^T \underline{D} \tilde{B}_b' + \tilde{B}_b''^T \underline{D} \tilde{B}_b'' \end{array} \right] d(\text{vol}) \\ &= \begin{bmatrix} \tilde{K}_{mm} & \tilde{K}_{mb}' \\ \tilde{K}_{b'm} & \tilde{K}_{b'b}'' + \tilde{K}_{b''b}'' \end{bmatrix} \quad (39) \end{aligned}$$

윗식에서

$$\begin{bmatrix} \tilde{K}_{mm} = \iint \tilde{B}_m^T (\underline{J} \underline{D} dz) \tilde{B}_m dxdy \\ \tilde{K}_{mb}' = \iint \tilde{B}_m^T (\underline{J} Z \underline{D} dz) \tilde{B}_b' dxdy = \tilde{K}_{b'm} \\ \tilde{K}_{b'b}'' = \iint \tilde{B}_b'^T (\underline{J} Z^2 \underline{D} dz) \tilde{B}_b' dxdy \\ \tilde{K}_{b''b}'' = \iint \tilde{B}_b''^T (\underline{J} \underline{D} dz) \tilde{B}_b'' dxdy \end{bmatrix} \quad (310)$$

K_{mm} , K_{mb} , K_b , K_b' 는 각각 면내강성도, 상호작용강성도, 휨강성도, 전단강성도이다.

3.2 층분할 해석

각 층내에서 재료성질이 일정하다고 할때 식(3.10)의 내부에 있는 적분은 다음과 같다(그림 3.2).

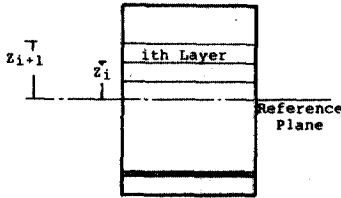


그림 32. Typical layered system

$$\left. \begin{aligned} \int \underline{D} dz &= \sum_{i=1}^n (Z_{i+1} - Z_i) \underline{D}_i \\ \int Z \underline{D} dz &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (Z_{i+1}^2 - Z_i^2) \underline{D}_i \\ \int Z^2 \underline{D} dz &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{3} (Z_{i+1}^3 - Z_i^3) \underline{D}_i \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

여기서 \underline{D}_i 는 i 번째 층의 재료성질행렬이다.

절점변위가 구해지면 기준면상의 면내변형률, 곡률 및 전단변형률은 식(3.5), (3.6), (3.7)로부터 쉽게 구할 수 있다. 각 층의 중심에서의 변형률은 식(3.4)로부터 다음과 같이 계산된다.

$$\underline{\epsilon}_i = \underline{\epsilon}_0 + \frac{1}{2} (Z_{i+1} + Z_i) \chi \quad (3.12)$$

또, 각 층의 응력은 다음으로 구할 수 있다.

$$\underline{\sigma}_i = \underline{D}_i \underline{\epsilon}_i \quad (3.13)$$

4. 비선형 해석

구조해석 문제에서는, 구조물의 연속조건, 평형조건 및 구성관계식을 동시에 만족하는 해를 구하는 것이 목표가 된다. 비선형 문제에서는 이 3가지 조건 중 하나나 두가지 조건을 만족하는 시산해를 구하여 나머지 조건을 만족시킬 때까지 연속적으로 수정해 나가는 것이 보통이다.

본 연구에서 사용한 수치해석 방법에서는 비선형 구성관계식을 수정해 나가면서 평형방정식을 만족하도록 하였다.

콘크리트 구조물의 유한요소 해석에서는 대부분 콘크리트가 압축을 받을때는 탄소성 재료로, 인장

을 받을때에는 탄성재료로 취급하고 있고 균열이 생기지 않은 콘크리트에 대해서는 여러가지의 탄성구성 모델과 소성구성 모델이 제안되고 있다. 균열이 발생한 후에는 다음의 두 가지 모델이 채택되고 있다⁽⁹⁾. 첫째는 균열을 연속체에 분포된 균열(smearred crack)로 취급하는 방법이고, 둘째는 이산화된 균열(discrete crack)을 도입하는 것으로 균열이 전파될때 그 때마다 구조물의 형상을 바꾸는 것이다. 후자의 경우 유한요소 해석에서 요소의 자동 소멸과 생성을 정의해야 하므로 대단히 번거롭고 어려운 문제가 된다.

본 연구에서는 전자의 방법을 택하여 구조물의 형상을 바꾸지 않고 요소의 재료성질만을 변화시키면서 균열진전을 추적하였다.

탄성상태에서의 평형방정식은 비선형의 경우에도 사용할 수 있는데 다음과 같다.

$$K \cdot r - R = 0 \quad (4.1)$$

여기서 R 은 외부하중, 물체력, 초기변형률 및 초기응력 등에 의한 모든 절점력이고 K 는 r 의 함수로서 비선형 강성도 행렬이다. r 은 절점변위이다. 위의 평형방정식을 다음과 같은 증분형으로 정식화 한다.

$$K_T dr - dR = 0 \quad (4.2)$$

여기서 dr 과 dR 은 각각 절점변위증분과 절점력 증분을 나타내고 K_T 는 접선강성도행렬이다.

식(4.1)이나 식(4.2)의 방정식 해를 직접저거으로 구하는 것은 불가능 하기 때문에 여러가지 반복기법이 이용된다.^{12,13)} 이 방법에는 직접 반복법(direct iteration method), Newton-Raphson법, 접선 강성도법(tangential stiffness method), 초기 강성도법(initial stiffness method) 및 조합법(combination method)등이 있다. 본 연구에서는 콘크리트의 재료 구성방정식의 다양성을 고려하여 증분형접선 강성도법을 이용하였다.

각 하중증분에 대하여 다음과 같은 순서로 철근 콘크리트 쉘의 재료 비선형 거동을 조사하였다.

- 1) 하중증분치와 전 단계 증분의 끝에서 구해진 잔차력을 합하여 절점의력으로 한다.
- 2) 전 단계의 응력상태에 따라 구조강성도를 재구성한다. 단, 첫번 하중증분에 대해서는 초기 균열에 없는 선형 탄성상태로 가정하여 해석한다.
- 3) 전체 좌표계에서 변위와 반력을 계산하고, 전

단계의 전체 변위 및 반력과 합하여 전체절점변위 및 반력을 구한다.

4) 중분변위와 전체변위를 각 요소 좌표계의 변위로 변환시켜 기준면의 곡률의 중분치 및 각 층의 변형률의 중분을 구한다. 각 층의 도심에서 전 응력상태에 따른 재료성질 행렬과 변형률의 중분을 곱하여 응력의 중분치를 얻는다.

5) 전 응력에 중분된 응력을 합한 값을, 적용한 파괴기준과 비교한다. 만일 그 기준을 초과하지 않으면 단계 7)로 간다.

6) 각 층에서의 현 응력을, 적용한 기준의 상태에 적합하도록 수정을 가한다. 즉 소성상태에서는 소성강성도를 재구성하여 현 응력을 다시 계산하며, 압축파괴상태에서는 그 층의 응력을 모두 잃어버리는 것으로 한다. 또한 인장균열 상태에서는 균열에 직각 방향의 수직 응력을 '0'으로 하여 그 층의 응력을 구한다.

7) 한 요소의 모든 층에 대한 계산이 끝나지 않았으면 단계 4)에서 단계 6)까지를 반복한다.

8) 수치 적분을 이용하여 현 응력으로 부터 등가절점력을 구한다.

9) 현 단계까지의 작용 하중에서 등가절점력을 감하여 잔차력을 구한다.

10) 잔차력이나 변위중분을 수렴조건과 비교한다.

11) 수렴하면 이번 하중중분에서의 계산을 종료한다. 만약 다음 단계의 하중중분이 더 필요하면 위에서 구한 잔차력과 하중 중분치를 합하여 단계 1)로 간다.

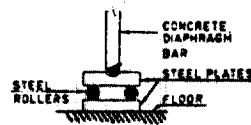
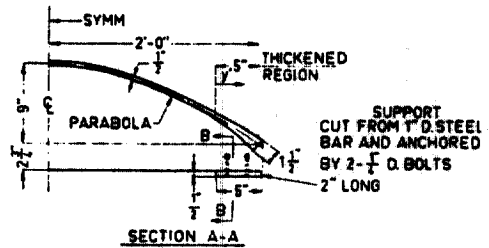
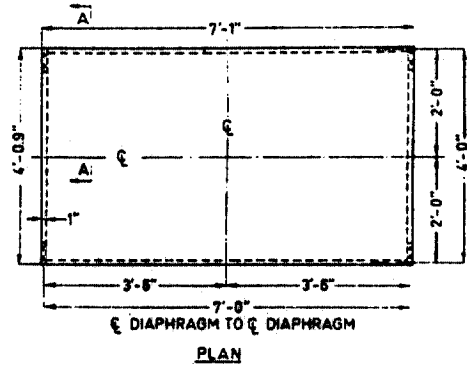
12) 수렴하지 않으면 잔차력을 절점외력으로 하여 단계 2)로 간다. 이 반복은 규정된 최대 반복 횟수까지 한다. 최대 반복 횟수를 수행하고도 수렴하지 않으면 발산하는 것으로 한다.

5. 수치에 및 고찰

본 연구 방법의 정당성을 알아보기 위하여 Hedgren^(7,8)이 시험한 철근콘크리트 원통형 셸 시험체를 수치 해석하였다. 시험에 사용된 셸의 치수는 그림 51과 같이 두께가 0.5"이었다. 셸의 길이방향 테두리에서 수평거리 5'구간에 두께의 변화가 있었는데 아래식과 같이 증가되었다.

$$h = 0.5 + \left(\frac{y'}{5}\right)^{1.5}$$

윗식에서 h 는 두께이고 y' 는 수평거리이다. 이것은 테두리보에 대응하는 것으로 테두리부분의 처짐과 모멘트를 감소시키고 종방향 인장철근을 배근하기 위하여 증가시킨 것으로 사료된다.



DETAIL AT ROLLER SUPPORT

그림 5.1. Dimensions for cylindrical shell^(7,8)

셸의 경계조건은 종방향 테두리부분에서는 구속이 전혀 없으며 횡방향 곡선부 끝에 셸을 충분히 지지할 수 있는 격벽이 설치되어 있었다. 또 4개의 구석점에는 로울러를 설치하였으며 하중은 진공하중장치를 사용하였는데 브레이싱을 댄 합판대 구조속에 모델을 넣고 아래로 공기를 빼내는 방법이 사용되었다.

본 연구에서는 단조증가하중을 받는 셸 구조물

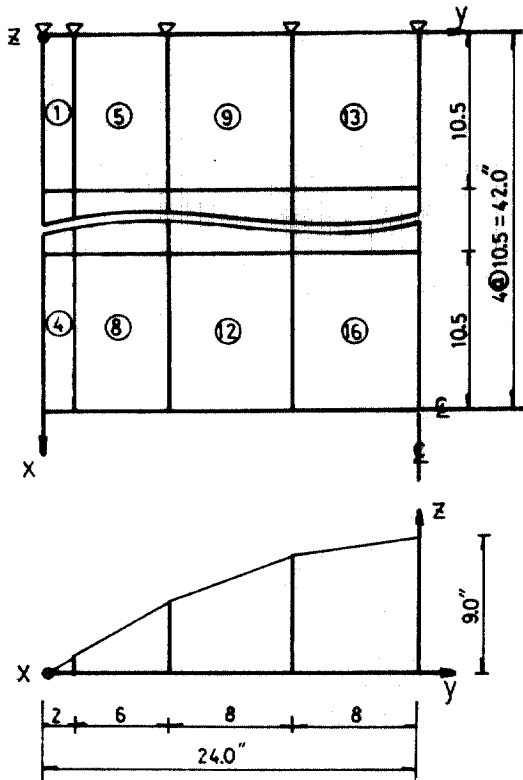


그림 52. Finite element mesh

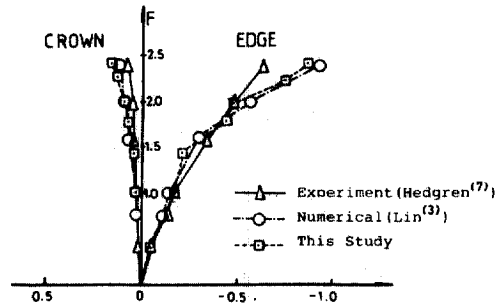


그림 53. Load-deflection curve

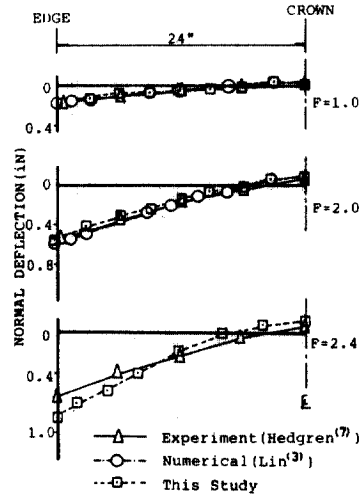


그림 54. Normal deflection at midspan section

의 응답이력을 추적하는 것이 목적이므로 셀의 두께, 배근 및 경계조건들을 단순화하여 수치해석하였다. 격벽이 있는 양단은 단순지지로 가정하고, 대칭성을 고려하여 셀의 1/4부분에 대하여 '4×4'의 유한요소망으로 분할하였다(그림 52). 셀의 두께는 모두 0.6"로 가정하였고 철근은 실제의 철근량을 등가의 철근층으로 환산하여 사용하였다. 요소의 충분함은 철근 2층, 콘크리트 4층으로 기준면에 대하여 상하 대칭으로 하였다.

사용된 재료의 특성치는 콘크리트에서 탄성계수 3000ksi, 인장강도 0.70ksi, 프와송비 0.15, 압축강도 4.39ksi이다. 또한 일축압축극한변형률은 0.003, 등가전단강성계수는 휨변형에 대하여 0.4 전단변형에 대하여 1.0을 사용하였다. 철근은 탄성계수 29000ksi, 인장강도 60.9ksi이다.

Hedgren의 실험에서 셀의 설계하중은 0.52psi이었다. 본 연구에서는 Fialkow⁽⁶⁾가 계산한 등가절점력을 요소좌표계로 변환하여 사용하였다. 하중의 증분과정에서 수렴여부는, 잔차력과 처음부터累加

된 작용하중의 비 및 변위의 증분량과 현재까지의 총 변위량과의 비값을 허용치(본 논문에서는 2%)와 비교하여 판단하였다. 또한 최대 반복횟수는 60회로 제한하였다.

해석결과를 나타내는 데에는 설계하중에 대한 작용하중의 비를 정의하는 하중계수 F를 이용하였다. 그림 53은 F값에 따른 셀의 정부와 테두리부의 수직변위를 나타낸 것으로 Hedgren⁽⁷⁾의 실험치와 Lin⁽³⁾의 수치해를 함께 표시하였다. 여기서 Lin의 수치해석은 동일한 1/4부분의 셀을 '16×16'의 삼각형 충분할 요소에 의하여 얻은 것이다. 본 연구에서는 요소를 '4×4'로 매우 거칠게 분할했음에도 다른 결과와 아주 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 그림 54는 중앙단면의 수직변위를 또 그림 55는 정부에 연한 수직변위의 종방향변화를 나타낸다.

그림 56은 F=24 때의 상부면과 하부면의 균열

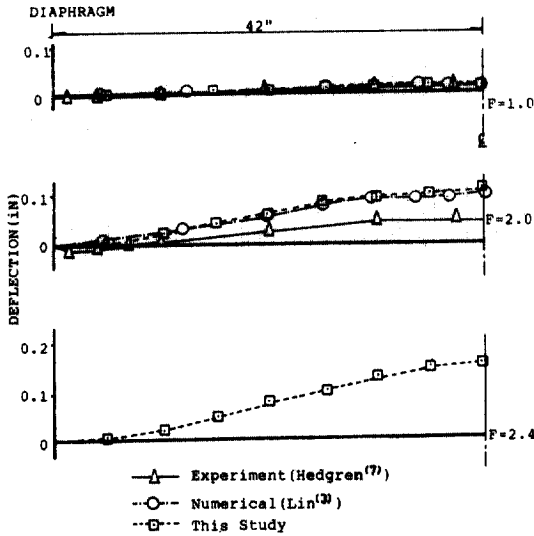


그림 55. Longitudinal variation of normal deflection along the crown

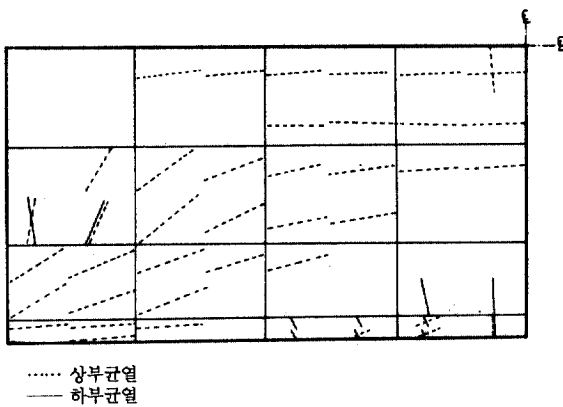


그림 56. Crack pattern on top and bottom surfaces

패턴을 보인 것이다. $F=1.2$ 일때 테두리부에서 균열이 시작되어 $F=2.4$ 일 때에는 테두리부의 요소에서 횡방향 균열이 발달하고 정부에서는 상부균열이 종방향으로 형성되어 테두리부로 내려오는 경향을 띄었다. 이균열패턴의 경향과 방향은 Hedgren의 실험결과와 일치하였다.

결론적으로 해석결과는 선형단계와 비선형의 초기단계에서는 실험결과와 일치하였다. 그러나 그 이후의 단계에서는 기하학적 비선형을 포함시키지 않아서 해석결과는 실험치에 비해 유연성을 나타내었다.

6. 결 론

연구결과에서 얻어진 결론은 다음과 같다.

1) 본 연구에서 제안한 해석방법과 개발된 유한 요소는 철근콘크리트 셸의 비선형해석에 적합한 것임을 알 수 있었다.

2) 본 연구에서 채택한 철근과 콘크리트의 비선형모델은 단조증가하중을 받는 철근콘크리트 셸구조의 지배적인 거동을 충분히 나타낼 수 있음을 알았다.

參 考 文 獻

1. Timoshenko, S. P., and Woinowsky-Krieger, S., "Theory of Plates and Shells", 2nded. McGraw-Hill, 1959, pp. 429-568.
2. Hand, F.R., Pecknold, D.A., and Schnobrich, W.C., "Nonlinear Layered Analysis of RC Plates and Shells", *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 99, No. ST7, July 1973, pp. 1491-1505.
3. Lin, C.S., "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Slabs and Shells", ph. D. dissertation, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California, Berkeley, UC-SESM73-7, April 1973.
4. Lin, C. S., and Scordelis, A.C., "Nonlinear Analysis of RC Shells of General Form", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 101, No. ST3, March 1975, pp. 523-538.
5. Lin, C.S. and Scordelis, A.C., "Finite Element Study of a Reinforced Concrete Cylindrical Shell Through Elastic, Cracking and Ultimate Ranges", *ACI Journal*, Vol. 72, No. 11, November 1975, pp. 628-633.
6. Fialkow, M.N., "Plastic Collapse of Folded Plate Structures", *Proceedings, ASCE*, Vol. 101, ST7, July 1975, pp. 1559-1584.
7. Hedgren, A. W., "A Numerical and Experimental Study of Translational Shell Roofs", ph. D. Thesis, Princeton University, New Jersey, 1965, pp. 1-180.
8. Hedgren, A. W., and Billington, D.P., "Mortar Model Test on a Cylindrical Shell of Varying Curvature and Thickness", *ACI Journal, Proceedings*, Vol. 64, No. 2, Feb. 1967, pp. 73-83.

9. Dayaratnam, P., Jagannadharao, V., and Pradhman, S., "Model Study of Hyperbolic Paraboloid Shells", *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 63, No. 5, May 1966, pp. 553~570.
10. 진치섭, 차영수, 엄종욱, "철근콘크리트 판의 비선형 파괴 유한요소 모델에 관한 연구", *대한토목학회논문집*, 제 8 권 제 3 호, 1988. 9, pp. 11~20.
11. Chen, W.F., "*Plasticity in Reinforced Concrete*", McGraw-Hill Book Co., New York, 1981, pp. 1-474.
12. Zienkiewicz, O. C., Valliappan, S., and King, I.P., "Elasto-Plastic Solution of Engineering Problems-Initial Stress-Finite Element Approach", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 1., 1969, pp. 75-100.
13. Owen, D.R.J., and Hinton, E., "*Finite elements in Plasticity*", Pineridge Press, Swansea, 1980. pp. 157-373.

(接受: 1988. 12. 12)