

# 有限要素法에 의한 半導體 素子 解析의 安定化에 관한 研究

崔 炅 \*

## On the development of successive finite element code for semiconductor devices analysis

Choi Kyung

---

### ABSTRACT

In the finite element analysis of semiconductor devices analysis, the solution often be diverged due to the numerical instability of discretized equations. To overcome this problems, a noble finite element code which guarantees a successful convergence is developed. The factor of divergence in the current continuity equation of semiconductor governing equations is derived using stability test and an adaptive mesh refine scheme is introduced to eliminates the divergence properties.

A test calculation of GaAs MESFET model reveals that the proposed scheme has a robust self-convergence property and is suitable for the semiconductor devices analysis.

---

### 1. 序 論

半導體 내의 특성을 數值的으로 解析하기 위해서는 3組의 非線型性이 강한 偏微分 方程式을 聯立해서 풀어야 하므로 그 解를 얻기가 매우 까다롭다. 有限要素法 (Finite Element Method)은 기존의 有限差分法 (Finite Difference Method)에 비하여 境

界值의 처리 및 場 變數의 連續性에 있어서 解析機能이 우수하지만 半導體 문제를 해석하는 경우에는 다른 技法과 마찬가지로 국부적인 Overshoot, 振動 및 解의 收斂不可 등의 문제점등이 발생하기 쉽다. 이는 支配方程式의 특성에 좌우되는 경우가 많은 데 특히 半導體 電流連續方程式을 처리하는 데는 그 해석이 매우 불안정하다.

---

\* 강원대학교 전자공학과

이러한 문제점은 해석모델의 分割要素數를 크게 늘려줌으로써 어느정도 해결될 수가 있으나 數值的 모델의 시스템 係數가 증가하므로 소요 계산시간이 불필요하게 증가하여 해석 효율이 떨어진다. 최근에 와서는 自動要素分割法<sup>(1)</sup>이나 適應要素分割法<sup>(2)~(5)</sup> 등으로 위의 문제점을 해결하려는 노력이 많이 보여지고 있으나 특정한 모델에 국한되거나 要素分割의 根據가 명확하지 못한 편이다.

本 研究에서는 有限要素法을 半導體 解析에 적용하는 경우 解의 發散要因을 適用 方程式의 數值的 安定度 檢査에 의하여 구하였으며 이를 適應要素法으로 具現하여 解析 技法의 強忍한 收斂性을 確保할 수 있도록 하였다.

## 2. 半導體 有限要素 方程式

半導體 解析에 필요한 支配方程式은 다음과 같다.

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla \phi) = -q(P - n + Nd - Na) \quad (1)$$

$$q \frac{\partial n}{\partial t} = \nabla \cdot \vec{J}_n + q(G - R) \quad (2)$$

$$q \frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_p + q(G - R) \quad (3)$$

$$\vec{J}_n = q\mu_n n \vec{E} + qD_n \nabla n \quad (4)$$

$$\vec{J}_p = q\mu_p p \vec{E} - qD_p \nabla p \quad (5)$$

위의 方程式을 해석하기 위한 解析變數를 式(6), (7)에 정의된 준 페르미 준위 (Quasi-Fermi level)  $\phi_n, \phi_p$  로 선정하고 式(4) (5)를 式(2), (3)에 대입하면 반도체 해석에 고려할 기본 방정식은 式(8), (9), (10)과 같다.

$$n = n_i \exp\left(\frac{q}{kT} (\phi - \phi_n)\right) \quad (6)$$

$$p = n_i \exp\left(\frac{q}{kT} (\phi_p - \phi)\right) \quad (7)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla \phi) = -q(p - n + Nd - Na) \quad (8)$$

$$\nabla \cdot (-q\mu_n n \nabla \phi_n) = q \frac{\partial n}{\partial t} - q(G - R) \quad (9)$$

$$\nabla \cdot (-q\mu_p p \nabla \phi_p) = -q \frac{\partial p}{\partial t} + q(G - R) \quad (10)$$

위의 기본방정식을 有限要素法으로 해석하기 위하여 離散化한다. 離散化方程式을 誘導하는데는 Galerkin법을 사용하였으며 Gummel Algorithm<sup>(8)</sup>을 적용하였다.

式(10)을 주어진 境界條件에 대해 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla \phi) = -f(\phi) \quad (11)$$

$$\text{境界조건 } \phi = g_1 \text{ on } \partial\Omega_1$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n_\tau} + g_2 = 0 \text{ on } \partial\Omega_2$$

$$f(\phi) = -(n_i \exp\left(\frac{q(\phi_p - \phi)}{kT}\right) - n_i \exp\left(\frac{q(\phi - \phi_n)}{kT}\right) + Nd - Na)$$

$\partial\Omega$ : 解析 領域 境界 (=  $\partial\Omega_1 + \partial\Omega_2$ )

$\Omega$ : 解析 領域

$n_\tau$ : 境界 方向 法線 成分

解析領域을 離散化하고 포텐셜  $\phi$ 를 基底函數 (basis function)  $\psi_i$ 를 사용하여 近似化한뒤 Galerkin법을 적용하면 有限要素方程式은 다음과 같다.

$$\phi = \tilde{\phi} = \sum_{i=1}^N \phi_i \psi_i(x, y), \quad (12)$$

$$\psi_i(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{at } i=j \\ 0 & \text{at } i \neq j \end{cases}$$

$N$ : 절점수

$\phi_i$ :  $i$ 번 절점에서의 포텐셜 값

$$\int_N (\epsilon \nabla \tilde{\phi} \cdot \nabla \psi_i - f(\tilde{\phi}) \psi_i) d\Omega + \int_{\partial\Omega_2} g_2 \psi_i d\partial\Omega = 0 \quad i = 1, \dots, N, \phi = g_1 \text{ at } \partial\Omega_1 \quad (B)$$

위 數式에서 forcing term  $f(\phi)$ 가  $\phi$ 의 함수이므로 式(14), (15)와 같이 線型化하여

反復技法으로 해석하여야 한다.  $\phi$ 의 미소변위량을  $\delta\phi$ 라 놓으면 최종 식은 식(16)과 같다.

$$\phi = \phi_0 + \delta\phi \quad (14)$$

$$\delta\phi \cong \delta\tilde{\phi} = \sum_{i=1}^N \delta\phi_i \psi_i(x, y) \quad (15)$$

$$\int_{\Omega} (\epsilon \nabla \delta\tilde{\phi} \cdot \nabla \psi_i - \frac{\partial f}{\partial \phi} \Big|_{\tilde{\phi}_0} \delta\tilde{\phi} \psi_i) d\Omega + \int_{\partial\Omega_2} g_2 \psi_i d\Omega$$

$$= \int_{\Omega} (-\epsilon \nabla \tilde{\phi}_0 \cdot \nabla \psi_i + f(\tilde{\phi}_0) \psi_i) d\Omega, \quad (16)$$

$$\delta\tilde{\phi} = 0 \text{ at } \partial\Omega_1$$

式(9)의 電流 連續方程式을 正常狀態로 해석하면 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$\nabla \cdot (a_n(\phi_n) \nabla \phi_n) = h_n(\phi_n) \quad (17)$$

$$\phi_n = b_1 \text{ at } \partial\Omega_1$$

$$\frac{\partial \phi_n}{\partial n} + b_2 \phi_n = b_3 \text{ at } \partial\Omega_2$$

$$a_n(\phi_n) = -\mu_n n_i \exp \frac{q(\phi - \phi_n)}{KT}$$

$$h_n(\phi_n) = -(G(\phi_n) - R(\phi_n))$$

위의 방법과 마찬가지로 Galerkin 법을 적용하고 線型化하면 식(18)과 같이 표현된다.

$$\int_{\Omega} (a_n(\tilde{\phi}_{no}) \nabla \delta\tilde{\phi}_n \cdot \nabla \psi_i + \frac{\partial a_n}{\partial \phi_n} \Big|_{\tilde{\phi}_{no}} \delta\tilde{\phi}_n \nabla \tilde{\phi}_{no} \cdot \nabla \psi_i - \frac{\partial h_n}{\partial \phi_n} \Big|_{\tilde{\phi}_{no}} \delta\tilde{\phi}_n) d\Omega + \int_{\partial\Omega_2} (b_2(\tilde{\phi}_{no}) \delta\tilde{\phi}_n + \frac{\partial b_2}{\partial \phi_n} \Big|_{\tilde{\phi}_{no}} \delta\tilde{\phi}_n \tilde{\phi}_{no} - \frac{\partial b_3}{\partial \phi_n} \Big|_{\tilde{\phi}_{no}} \delta\tilde{\phi}_n) \psi_i d\Omega$$

$$= -\int_{\Omega} (a_n(\tilde{\phi}_{no}) \nabla \tilde{\phi}_{no} \cdot \nabla \psi_i - h_n(\tilde{\phi}_{no}) \psi_i) d\Omega - \int_{\partial\Omega_2} (b_2(\tilde{\phi}_{no}) \tilde{\phi}_{no} \psi_i - b_3(\tilde{\phi}_{no}) \psi_i) d\Omega$$

$$i = 1, 2, \dots, N. \quad (18)$$

式(10)의 正孔密度(hole density)에 관한 電流連續方程式의 경우에도 같은 방법으로 유도하면 다음과 같다.

$$\int_{\Omega} (a_p(\tilde{\phi}_{po}) \nabla \delta\tilde{\phi}_p \cdot \nabla \psi_i + \frac{\partial a_p}{\partial \phi_p} \Big|_{\tilde{\phi}_{po}} \delta\tilde{\phi}_p \nabla \tilde{\phi}_{po} \cdot \nabla \psi_i - \psi_i \frac{\partial h_p}{\partial \phi_p} \Big|_{\tilde{\phi}_{po}} \delta\tilde{\phi}_p) d\Omega + \int_{\partial\Omega_2} (c_2(\tilde{\phi}_{po}) \delta\tilde{\phi}_p$$

$$+ \frac{\partial c_2}{\partial \phi_p} \Big|_{\tilde{\phi}_{po}} \delta\tilde{\phi}_p \tilde{\phi}_{po} - \frac{\partial c_3}{\partial \phi_p} \Big|_{\tilde{\phi}_{po}} \delta\tilde{\phi}_p) \psi_i d\Omega$$

$$= -\int_{\Omega} (a_p(\tilde{\phi}_{po}) \nabla \tilde{\phi}_{po} \cdot \nabla \psi_i - h_p(\tilde{\phi}_{po}) \psi_i) d\Omega - \int_{\partial\Omega_2} (c_2(\tilde{\phi}_{po}) \tilde{\phi}_{po} \psi_i - b_3(\tilde{\phi}_{po}) \psi_i) d\Omega$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

### 3. 有限要素解의 安定性 檢査

위의 같은 방법으로 반도체 문제를 해석하는 경우 식(16)의 Poisson 방정식은 單調收斂하나 식(18), (19)의 전류연속방정식은 해석이 용이하지 않다. 이것은 전류연속방정식의 1차 미분항의 계수가 커질 경우 算出된 시스템 行列式의 性質이 매우 나빠지기 때문이며, 解의 振動現象이 나타나거나 反復解析時 解가 發散하게 된다. 이러한 경우에 要素를 더욱 細分化하면 그 尖銳度를 鈍化시킬 수 있기 때문에 解析 安定度를 높일 수 있으나 불필요한 要素細分은 全 시스템의 係數를 증가시키므로 계산시간의 累進的인 增加를 가져오며 이로 인하여 解析收斂率이 떨어진다.

그러므로 전류연속방정식의 유한요소 해석시의 安定度를 檢査하고 이에따른 要素分割의 必要條件을 구하기 위해 다음과 같이 簡略化한 數式을 이용하여 그 특성을 알아본다.

#### 3.1 一次 補間函數에 의한 安定性 條件

式(18)을 carrier generation (G)과 recombination (R)이 없는 steady-state 상태에서 homogeneous Neumann 조건을 인가하여, 1차원 영역에서 해석하면 다음과 같다.

$$R\Omega = \int_{d1}^{d2} \left[ \frac{d\psi_i}{dx} + M \frac{d\tilde{\phi}_n}{dx} \right] \delta\tilde{\phi}_n dx = 0 \quad (20)$$

$$i = 1, 2, \dots, N.$$

$$M = \frac{\partial a_n}{\partial \phi_n} \Big|_{\phi_{n0}} \cdot \frac{d\tilde{\phi}_{n0}}{dx} / a_n(\tilde{\phi}_{n0}) = -\frac{q}{kT} \frac{d\tilde{\phi}_{n0}}{dx}$$

$$= -\frac{q}{kT} \sum_{j=1}^m \frac{d\psi_j}{dx} \phi_{noj}$$

위 해석구간  $[d1, d2]$ 를 길이  $h$ 인 均等要素로 離散化하고 式(21)과 같은 1차 補間函數를 사용하여 Galerkin법을 적용하면 殘差  $R_\Omega$ 는 式(22)와 같다.

$$\psi_1^e = \frac{1}{2}(1-\xi), \quad \psi_2^e = \frac{1}{2}(1+\xi) \quad (21)$$

$$\xi : [-1, 1], \quad \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{h}, \quad h: \text{요소}의 \text{길이}$$

$$R_\Omega = \int_{d1}^{d2} \left[ \frac{d\psi_i}{dx} \frac{d\delta\tilde{\phi}_n}{dx} + M \frac{d\psi_i}{dx} \delta\tilde{\phi}_n \right] dx = 0, \quad i=1, \dots, N \quad (22)$$

여기서 전 영역의 殘差  $R_\Omega$ 는 式(23)과 같이 각 요소 殘差  $R_\Omega^e$ 의 線型합으로 나타나므로 1개 요소  $e$ 에서의 要素殘差方程式을 구하고 산출된 要素行列式을 組立하여 全體 系의 行列方程式을 形成한다. 즉,

$$R_\Omega = \sum_{e=1}^{Me} M_e : \text{전요소수} \quad (23)$$

이며 이때

$$\psi^e = [\psi_1^e, \psi_2^e] \quad (24)$$

$$\delta\tilde{\phi}_n^e = \sum_{i=1}^2 \psi_i^e \delta\phi_{n,i} \quad (25)$$

이므로 要素殘差方程式은

$$R_\Omega^e = \int_{x1^e}^{x2^e} \left[ \frac{d\psi^e}{dx} \frac{d\delta\tilde{\phi}_n^e}{dx} + M \frac{d\psi^e}{dx} \delta\tilde{\phi}_n^e \right] dx \quad (26)$$

이 되고 요소  $e$ 의 要素行列式  $K_i^e$ 는 다음과

같다.

$$K_i^e = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{h} - \frac{M}{2} & -\frac{1}{h} - \frac{M}{2} \\ -\frac{1}{h} + \frac{M}{2} & \frac{1}{h} + \frac{M}{2} \end{bmatrix} \quad (27)$$

이 要素行列式을 組合하여 系 行列方程式을 形成하고 係數項인  $M$ 값을 각 요소에서 동일한 값이라 가정하면 系 行列方程式의  $i$ 번째 行은 다음과 같은 방정식이 된다.

$$\left[ -\frac{2}{h} - M \right] \delta\phi_{n,i+i} + \frac{4}{h} \delta\phi_{n,i} + \left[ -\frac{2}{h} + M \right] \delta\phi_{n,i-1} = 0 \quad (28)$$

$\delta\phi_{n,i} = Ar^i$ 라 가정하고 위 식을 풀면 解는 다음과 같다.

$$r_1 = 1, \quad r_2 = \frac{-1 + \frac{Mh}{2}}{-1 - \frac{Mh}{2}} \quad (29)$$

$$\delta\phi_{n,i} = \alpha_1 + \beta_1 \left[ \frac{-1 + \frac{Mh}{2}}{-1 - \frac{Mh}{2}} \right]^i \quad (30)$$

이때  $\alpha_1, \beta_1$ 은 境界조건에 의해 결정되는 상수이다. 이 식에서 부터  $r_2$ 의 값이 陰의 값이 되면  $\delta\phi_{n,i} (i=1, 2, \dots, N)$ 의 解가 그림 1과 같이 진동함을 알 수 있으며 反復解析時에는 解가 점차적으로 發散하게 된다.

그러므로  $m = |Mh/2|$ 라 놓았을 때 위 식은  $m < 1$ 인 경우에만 안정된 해를 얻을 수 있음을 알 수 있으며 이는 요소의 크기와 係數項의 값에 의해 결정됨을 알 수 있다. 式(20)으로부터  $m$ 값의 실제값은 1차 요소에서

$$m = \left| \frac{Mh}{2} \right| = \left| \frac{q}{kT} \frac{d\tilde{\phi}_{n0}}{dx} \cdot \frac{h}{2} \right|$$

$$= \left| \frac{q}{2kT} (\tilde{\phi}_{n1}^c - \tilde{\phi}_{n2}^c) \right| \quad (31)$$

이 되므로 결국 요소의 크기는 준 페르미 준위값의 변화幅에 의하여 제한됨을 알 수 있다.

2차원장의 해석인 경우에는 위의 성질을 고려하여 m의 값을 식(32)와 같이 설정 하던 된다.

$$m = \frac{q}{2kT} |\nabla \tilde{\phi}_{no}| \cdot h_2 \quad (32)$$

이때  $\nabla \tilde{\phi}_{no}$ 의 값은 要素 내에서 常數이며  $h_2$ 는 三角要素 e의 外接圓의 지름이다.

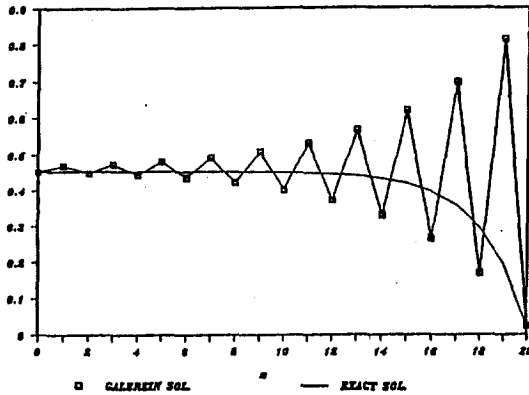


Fig.1 The oscillation effect of F.E. solution

### 3.2 二次要素에 의한 安定性 條件

실제 반도체 문제를 해석하는 경우에는 解析變數의 1차 微分項이 物理的으로 중요한 값이 되므로 유한요소 해석의 補間函數를 2차 함수로 적용하는 경우가 많다. 이때의 要素分割 安定化 조건을 구해보면 다음과 같다. 式(20)에 式(33)과 같은 2차 補間函數를 적용하여 離散化하고  $m = |Mh/2|$ 라 놓으면 系行列方程式에서 1개 요소의 양 끝점에 해당하는  $i$ 번째 行과 요소의 중점에 해당하는

$i+1$  번째 行의 방정식은 각각 式(34),(35)와 같다.

$$\psi_1 = \frac{1}{2} \xi (\xi - 1), \psi_2 = 1 - \xi^2, \psi_3 = \frac{1}{2} \xi (\xi + 1) \quad (33)$$

$$\xi : [-1, 1], \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{h}, h: \text{요소}의 \text{길이}$$

$$(1-m) \delta\phi_{n,i+2} + (-8+4m) \delta\phi_{n,i+1} + 14 \delta\phi_{n,i} + (-8-4m) \delta\phi_{n,i-1} + (1+m) \delta\phi_{n,i-2} = 0 \quad i=1, \dots, N \quad (34)$$

$$(-8+4m) \delta\phi_{n,k+1} + 16 \delta\phi_{n,k} + (-8-4m) \delta\phi_{n,k-1} = 0 \quad (35)$$

$$K = i+1$$

먼저 式(35)를 풀면 解는

$$\delta\phi_{n,k} = \alpha_2 + \beta_2 \left[ \frac{2-m}{2+m} \right]^k \quad (36)$$

이 되므로 解의 振動을 抑制하는 m값의 臨界値는 2가 됨을 알 수 있다. 式(34)를 풀기 위해 式(36)을 이용하여 각각  $\delta\phi_{n,i+1}$ ,  $\delta\phi_{n,i-1}$ 의 경우에 대하여 式(34)에 대입하면 式(34)는

$$(-m^2 + 3m - 3) \delta\phi_{n,i+2} + (6+2m^2) \delta\phi_{n,i} + (-m^2 - 3m - 3) \delta\phi_{n,i-2} = 0 \quad (37)$$

이 되고 이 式의 解는

$$\delta\phi_{n,i} = \alpha_3 + \beta_3 \left[ \frac{m^2 + 3m + 3}{m^2 - 3m + 3} \right]^i \quad (38)$$

이 된다. 이때 式(38)의  $\delta\phi_{n,i}$ 는 m값의 변화에 따라 振動현상이 없다. 그러므로 二次補間函數를 사용하는 경우의 m값의 臨界値는 2가 되며 1차 補間函數에 비하여 그

制限性이 줄어들음을 알 수 있다.

二次元場 해석에 二次補間函數를 사용하는 경우에  $m$ 값은 式(32)와 동일하며 이 경우  $m$ 값의 臨界値는 2이다.

$$m = \frac{q}{2kT} |\nabla \tilde{\phi}_{n0}| \cdot h_2 \quad (39)$$

### 3.3 收斂性 確保를 위한 適應技法

반도체 문제를 Gummel Algorithm에 따라 해석하는 경우 式(16)의 Poisson 방정식은 비교적 單調收斂을 하므로 解析이 容易하나 電流連續方程式은 發散하는 경우가 많다. 이는 前節의 安定化 因數  $m$ 의 값이 과도하게 커진 경우이므로 이 영역에 대하여  $m$ 의 값이 安定領域에 들어가도록 要素細分을 해주어야 한다. 그러나  $m$ 의 값은 式(31)에서 보여지는 것과 같이 해석 변수의 함수이므로 解를 정확히 알기전에는 최적의 要素망을 構成해 주기가 불가능하다. 그러므로 반복계산중에 적절한 要素분할을 수행하도록 適應要素分割法을 적용하는 것이 필요하다. 適應要素分割法은 과도한 발산이 일어나는 요소에 대하여 그 정도에 따라 2, 3, 혹은 4개의 요소로 細分하는 방법이며 이 경우는 요소 安定化 因數  $m$ 의 값이 安定化 領域에 들어갈 때까지 反復分割을 수행한다. 분할 방법은 二分法(bisection method)<sup>(9)</sup>을 사용하여 요소의 質이 低下되지 않도록 하였다.

### 4. 適用事例

본 알고리즘을 그림 2와 같은 GaAs MES-FET 모델에 적용하였다. Source와 Drain이 Gate와 한면에 있으나 電極이 충분히 멀리 떨어져 있다고 가정하여 假想接觸子를  $S'$ 와

$D'$ 에 설정하여 活動領域만을 해석하였다. 이 모델에 대한 初期 要素網은 그림(3-a)와 같으며 補間 函數는 2차를 사용하였다. 이 요소에서  $V_G = 0$ ,  $V_D = 0.1$  (V)인 경우에 비교적 近似한 初期解를 주어 解를 구해 본 결과 계산도중에 그림 4-a)에서 보는 바와 같이  $\phi_n$  값의 진동현상이 발생하여 解가 發散하였다. 그러므로 式(39)의  $m$ 값이 큰 요소에 대하여 適應要素分割을 適用하여 그림(3-b)와 같은 요소에서 그림 4-b)와 같이 安定된 解를 얻었다. 이때 a-b-c-d 부분의 要素分割 過程 및  $m$ 값의 변화를 보면 그림 5와 같다. 그림 5-a), b), c)의 모든 경우에도 그림 4-a)와 類似한 發散이 있었으며 그림(5-d)는 그림(3-b)의 경우와 같다. 二次 補間函數를 사용하는 경우에는 3.2절에 나타난 바와 같이  $m$ 값의 安定化 값이 2가 되었음을 알 수 있으며, 이 조건이 非均一 要素에 대해서도 解의 收斂에 必修 條件임을 확인하였다.

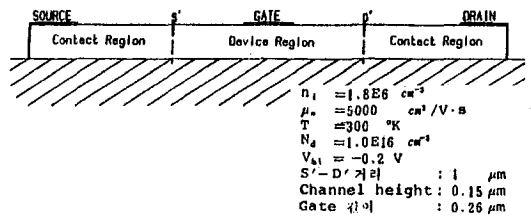


Fig. 2 GaAs MESFET Model

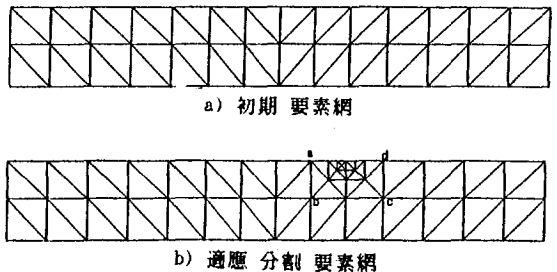
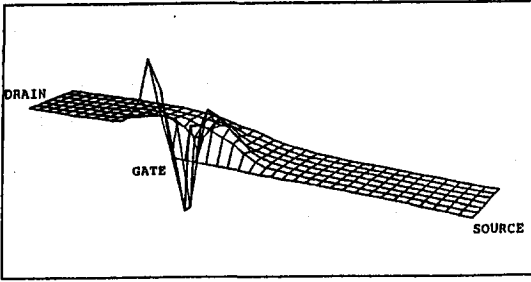
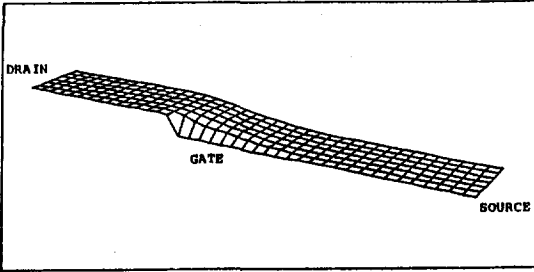


Fig. 3 The initial mesh and adaptive mesh of the GaAs MESFET

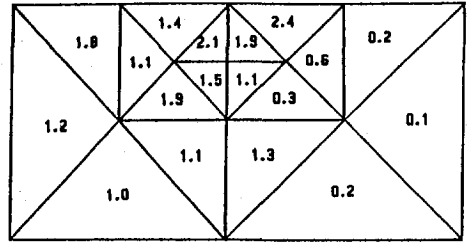


a) 그림 3-a) 要素網에의한 준페르미준위 發散解

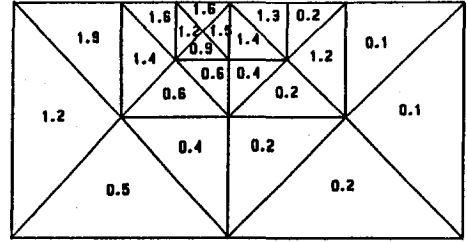


b) 그림 3-b) 要素網에의한 준페르미준위 收斂解

Fig. 4 Quasi-Fermi level distribution



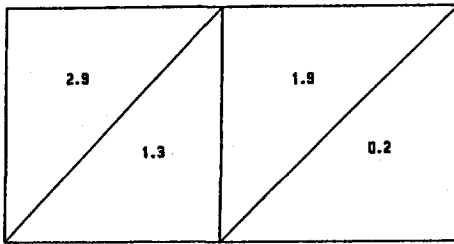
c) 二次分割



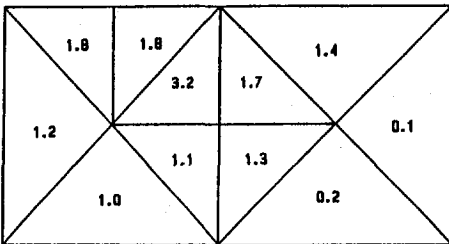
d) 三次分割

Fig. 5 The adaptive mesh refinement procedure & its m values

解의 振動에 대한 臨界 條件  $m$ 은 解析 變數  $\phi_n$ 의 함수이므로 초기해의 설정에 따라 適應 分割의 基準도 달라지게 된다. 초기해가 나쁜 경우에는 일반적으로 解의 算出이 불가능하나 위와같은 適應分割技法을 사용하면 任意의 초기해에 대해서도 發散을 억제할 수 있다. 그러나 초기해의 설정은 해석모델을 떠나서는 고려할 수 없으므로 가능한 몇가지 경우에 대하여 收斂 效能 및 分割 推移를 알아보았다. 그림 6에 여러가지 초기해에 대한 분할 결과가 나타나 있다. 그림 6-a)는 보통 많이 사용되는 경우로서 bias가 없는 恒溫 正常 狀態(Thermal equilibrium state)에서 bias를 인가한 전극부분의 변수값만 상승시킨 경우이다. 이때는 초기에 電極(Drain)部位의  $\nabla\phi_n$  값이 매우 크게 되므로 電極 部位가 먼저 분할되었던 것을 알 수 있으며 계산이 진행됨을 따라 gate 부근의 요소가 다시 분할되는 것을 볼 수 있다.



a) 初期要素



b) 一次分割

이때  $m$ 의 값은 前 段階의  $\phi_n$ 의 값에 의 하여만 산출되므로 gate 부근은 前 경우에 비하여 비교적 적게 분할 된것을 알 수 있다. 이러한 방법을 사용한 경우는 계산 종료후에 필요없이 분할된 요소를 消去 시키는 것이 필요하다. 그림 6-b)는 6-a)와 같은 방법을 사용하되 전위  $\phi$ 값이 수렴된 후에  $\phi$ 의 변화량을  $\phi_n$ 에 부가시켜 초기해로 설정한 경우이다. 이 경우는 전극 부위의 불필요한 분할이 緩和됨을 알 수 있지만 한꺼번에 높은 전위로 올라가는 경우에는 6-a)의 경우와 마찬가지로 결과를 나타내었다. 그림 6-c)는 전극의 bias를 올릴때 우선 각각의 경계 조건을 그대로 갖는 상태에서 라플라스 방정식만을 풀어서 그 분포도를  $\phi$ 와  $\phi_n$ 에 부가하여 bias 상승에 따른 초기해로 준 경우이다. 이 경우 비교적 분할영역을 제대로 찾아가고 있으나 Laplacian의 해가 공간적으로 平滑(smooth)하게 분포하므로 한꺼번에 높은 전위로 올라가는 경우 全 領域에 대

하여 넓은 요소 분할이 일어날 수가 있다. 그림 6-d)는 초기 요소망에서 發散이 없는 정도의 微小變位量 만큼의 bias 전위를 올려 계산하고 이의 변화량을 비례적으로 연산하여 초기해로 준 경우이다. 이 경우가 비교적 요소 분할이 필요 부위에 잘 집중 됨을 알 수 있으며 계산상 효율도 좋았다. 이상의 경우에서 適應要素分割의 推移는 초기해의 설정에 깊은 관계가 있음을 알 수 있었고 본 연구에서 제시한 適應技法이 임의의 초기해 및 초기요소망에 대해서도 수렴을 확보할 수 있는 효과적인 방법임을 확인할 수 있었다.

### 5. 結 論

本 研究에서는 半導體 問題의 有限要素 解析시에 安定된 收斂性을 얻을 수 있는 새로운 數値解析 알고리즘을 제시하였다. 半導體 支配方程式 중 電流連續方程式의 數値解析의 인 安定性을 考察함으로써 半導體 素子 解析 시 필요한 要素常數  $m$ 의 限界值를 구하였으며 이를 適應 要素分割技法으로 實現시킴으로써 任意의 초기치에 대해서도 解의 收斂을 確保할 수 있는 適應 要素技法을 確立하였다.

本 알고리즘을 GaAs MESFET 모델에 적용해 본 결과 주어진 초기요소망에 최소의 要素細分을 더함으로써 解가 收斂할 수 있었고 算出된 解는 비교적 眞值에 잘 近似됨을 알 수 있었다.

### 記 號 說 明 (Symbol List)

$\phi$  : 靜電場 電位  
(electric potential) Volt

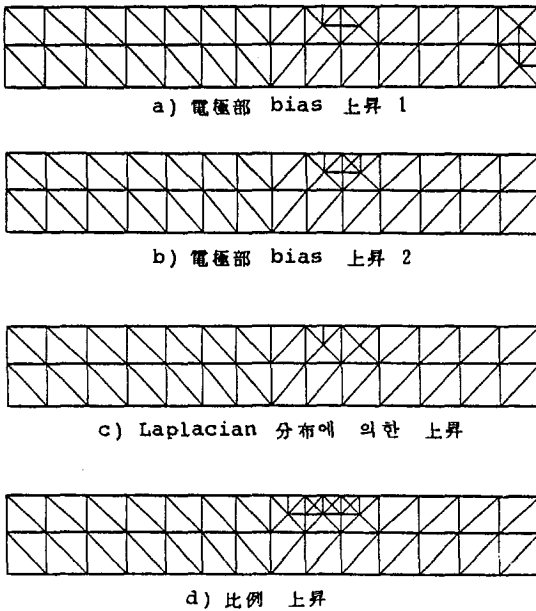


Fig. 6 The adaptive refine meshes according to the various initial solutions



$\phi_n, \phi_p$	: 준 페르미 준위 (quasi-Fermi level)	Volt
E	: 電界 (electric field intensity)	V/cm
$n, p$	: 캐리어 농도 電子, 正孔 (carrier density)	$\text{cm}^{-3}$
$N_d$	: 도우너 密度 (donor density)	$\text{cm}^{-3}$
$N_a$	: 억셉터 密度 (acceptor density)	$\text{cm}^{-3}$
$J_n, J_p$	: 전자, 정공 電流密度 (current density)	$\text{A}/\text{cm}^2$
G, R	: 생성, 결합 係數 (generation, recombination rate)	$\text{cm}^{-3}\text{sec}^{-1}$
$D_n, D_p$	: 캐리어 擴散 係數 (carrier dif- fusion constant)	$\text{cm}^2\text{sec}^{-1}$
$\mu_n, \mu_p$	: 캐리어 移動度 (carrier mobility)	$\text{cm}^2/\text{V sec}$
K	: 볼츠만 常數 (Boltzmann constant)	J / K
T	: 絕對 溫度 (absolute temperature)	$^{\circ}\text{K}$
q	: 電荷값 (magnitude of elect- ric charge)	C
$n_i$	: 眞性 密度 (intrinsic density)	$\text{cm}^{-3}$
$\epsilon$	: 半導體 誘電率 (semiconductor permittivity)	F/cm

#### REFERENCE

1. J. C. Cavendish, "Automatic Triangulation of Arbitrary Planar Domains for the Finite Element Method", I. J. N. M. E., Vol. 8, pp. 679~696, 1974
2. B. J. McCartin, "Discretization of the Semiconductor devices equation.", in New Problems and New Solution for Device and Process Medelling, J. J. Miller(Eds.) Dublin, Boole Press, pp. 72~82, 1985
3. G. A. Armstrong, R. S. Ferguson, J. G. Flynn, "An Interactive Finite Element Mesh Editor.", in NASECODE IV, J. J. Miller(Eds.) Dublin, Boole Press, pp. 152~157, 1985
4. T. Arnorg, "Mesh refinement strategies and applications to device simulation.", in NASECODE V, J. J. Miller(Eds.), Dublin, Boole Press pp. 124~129 1987
5. S. P. Edwards, K. De Meyer, Ph. De Wilde, "Adaptive meshing applied to a two-dimensional device simulator.", in Fundamental Research on the Numerical Modelling of Semiconductor Devices and Processes, J. J. Miller(ed.), Dublin, Boole Press, 1987
6. T. Adachi, A. Yoshii, T. Sudo, "Two-dimensional semiconductor analysis using FEM.", IEEE Trans, Electron Devices, V. 26, No. 7, pp. 1026~1032, 1979
7. S. E. Laux, R. J. Lomax, "Numerical investigation of Mesh Size Convergence Rate of the Finite Element Method in MESFET Simulation.", Solid State Electronics, V, 24, pp. 485~493, 1981
8. H. K. Gummel, "A Self Consistant iterative Scheme for One-Dimensional Steady-State Transistor Calculations.", IEEE Trans. Electron Devices, ED-11 pp. 455~465, 1964
9. M. C. Rivara, "Algorithms for refining triangular grids suitable for adaptive and multi-grid techniques.", I. J. N. M. E., V. 20, No. 4, pp. 745~756, 1984
10. R. Guerrieri and M. Rudan, "Optimization of the Finite-Element Solution of the Semiconductor-Device Poisson Equation.", IEEE ED. Vol. 30, No. 9, pp. 1097~1103 Sep. 1983