

## 로봇과 포지셔너의 특이성 회피 방법

(A Method of Singularity Avoidance for A  
Robot-Positioner System)

崔 臣 亨\*, 徐 一 弘\*, 林 俊 弘\*, 金 庚 基\*

(Shin Hyeong Choi, Il Hong Suh, Joon Hong Lim and Kyung Ki Kim)

## 要 約

본 논문에서는 R-P 시스템의 특이성 회피 기능을 갖는 경로제어 방법에 관하여 논하였다. 먼저 R-P 시스템을 하나의 기구학적 모델로 하여 여유자유도를 갖는 Manipulator 제어 문제로 유도하였다. 또한 R-P 시스템의 특이성을 해석적으로 분석 고찰한 후 (내부) 특이성일때 이를 회피하면서 경로오차를 허용범위내에 있도록 하기 위하여 DLS (damped least square)의 Damping Factor를 가변시켜 주는 방법을 제시하였다.

제시된 방법의 타당성을 보이기 위하여 5자유도를 갖는 Rhino 로봇과 2자유도를 갖는 포지셔너를 대상으로 조작성능지수 (manipulability)를 최대화하는 방법, 고정 Damping Factor를 갖는 DLS 방법과 제시된 가변 Damping을 갖는 DLS 방법을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 경로오차와 성능지수 및 관절 속도에 관점을 두어 비교 검토하였다.

## Abstract

A trajectory control method being capable of singularity avoidance is proposed for a robot and positoner (R-P) system. In the proposed method, the damping factor of the Damped Least Square (DLS) method is adjusted by gradients of trajectory following errors so that the singularity avoidance can be achieved while mimimizing the errors.

Two numerical examples are given by employing a Rhino robot with five degrees-of-freedom (d.o.f.) and two d.o.f.'s, where the method of maximizing the manipulability the DLS method with a fixd damping factor and the proposed method are compared in terms of trajectory following errors, manipulabilities and joint velocities.

## I. 서 론

\*正會員, 漢陽大學校 電子工學科  
(Dept. of Elec. Eng., Hanyang Univ.)  
接受日字: 1988年 11月 14日

Arc 용접이나 Painting 작업시 로봇트 하나만으로는 작업능률을 향상시키지 못하는 경우가 빈번하므로 보조장치인 포지셔너를 사용하는 경우를 산업체

에서 많이 볼 수 있다.<sup>[1]</sup> 이 두 장치를 조합하여 쓸 경우 로봇트가 취할 수 없었던 자세나 갈 수 없었던 위치등 로봇트의 작업공간이 미칠 수 없는 곳까지도 두 장치를 한 시스템으로 결합함으로써 실질적인 작업공간이 더 넓어지는 잇점이 있다. 근래에는 3차원 작업공간에서 작업의 수행시 필요한 6개의 자유도보다 작은 자유도를 지닌 로봇트와 포지셔너시스템(이하 R-P 시스템이라 하자.)을 서로 결합하여 하나의 기구학적 모델을 이용함으로써 제어할 수 있었다.<sup>[2]</sup>

하나로 결합한 R-P 시스템의 제어문제는 이 시스템의 전체 자유도가 로봇트 자유도(nr)에 포지셔너 자유도(np)를 더한 것이므로 3차원 작업 영역에서의 필요한 최소 자유도(6)보다 크게 되어 여유자유도를 갖는 Manipulator를 제어하는 문제가 된다. 따라서 자유도의 손실로 인하여 임의의 원하는 방향으로 로봇트의 끝점을 움직일 수 없는 상태, 즉 특이성이 발생했을때 R-P 시스템은 여유자유도를 갖는 Manipulator의 특이성 회피방법을 이용할 수 있다.<sup>[3,4,5]</sup> 그러나 이들 방법의 대부분이 경로제어시 발생할 수 있는 특이점을 회피하면서 경로오차를 주어진 범위내로 유지하는데 효율적이지 못하다.

본 논문에서는 상기기술한 R-P 시스템의 특이성 회피기능을 갖는 경로제어 방법에 관하여 논하고자 한다. 이를 위하여 먼저 R-P 시스템을 하나의 기구학적 모델로 하여 여유자유도를 갖는 Manipulator 제어문제로 유도한다. 또한 R-P 시스템의 특이성을 해석적으로 분석 고찰한 후 특이성일 때 이를 회피하면서 경로오차를 줄이기 위하여 이 오차가 허용오차 내에 있도록 Damping Factor를 가변시켜 주는 DLS (damped least square) 방법을 제시하였다. 제시된 방법의 타당성을 보이기 위하여 5자유도를 갖는 Rhino 로봇트와 2자유도를 갖는 포지셔너를 대상으로 조작 성능지수(manipulability)를 최대화하는 방법 및 DLS 방법과 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 경로오차와 성능지수 및 관절속도에 관점을 두어 비교 검토하였다.

II. R-P 시스템의 기구학적인 모델

1. R-P 시스템의 작업에 대한 정의

산업용 R-P 시스템은 포지셔너 시험편 위에 물체를 올려놓고 그 위에 정해진 경로를 따라 용접이나 페인팅을 하게 된다. R-P 시스템의 작업영역은 포지셔너 원점의 위치와 설정된 경로에 달려있다.

예를 들어 본 논문에서 대상으로 하는 Rhino와 2개의 회전관절을 갖는 포지셔너 시스템의 작업경로는 다음과 같은 점을 만족하도록 정의한다. (그림 1

참조) 경로는 PE에서 본 점(X, Y, Z)으로 주어진다 고 할 때 Z축을 고정시키고 PE(포지셔너 End-Effector 좌표계)에서 본 반지름( $R^2=X^2+Y^2$ )을 구하여 원의 식에 넣는다. 포지셔너의 Rotary 각( $\beta$ )에 대한 원의 식은  $x^2+y^2=R^2$ 이 되며 이 식을 매개변수식  $x=R \cos \beta, y=R \sin \beta$ 로 쓸 수 있다. 원상의 모든 점(x, y, z)을 다시 PB(포지셔너 기준좌표계)에서 본 점으로 변환하면  ${}^{PB}R {}^{PE}P = {}^{PB}P$  즉 포지셔너의 Tilting 각에 의해 회전하는 반경이  $\|{}^{PB}P\|$ 인 구가 로봇트의 작업공간(반경  $a_4+a_5+\sqrt{a_6^2+d^2}$ 인 구)에 포함되어야 한다. 여기서  $a_4, a_5, a_6, a_7$ 는 로봇트 링크들의 길이이다.

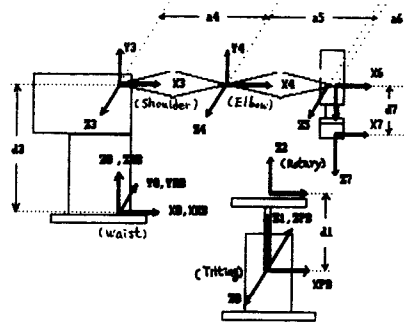


그림 1. Rhino 로봇트와 포지셔너의 좌표계  
Fig. 1. Coordinate system for Rhino robot and positioner.

2. R-P 시스템의 기구학과 자코비안행렬

일반적으로 R-P 시스템의 작업은 포지셔너의 시험편위에서 수행됨으로 포지셔너의 End-effector에서 본 로봇트의 위치와 자세를 나타내는 4x4 Homogeneous 행렬을 유도하였다. 그림 2의 변환관계 그래프에서 다음 관계식을 유도할 수 있다.

$${}^{RE}T = ({}^{RB}T {}^{PE}T)^{-1} \quad {}^{RB}T = {}^{PE}T {}^{RB}T \quad (1)$$

여기서 RE, RB는 로봇트의 End-Effector 좌표계와 기준좌표계를 각각 나타내며  ${}^aT$ 는 a좌표계에서 본 b좌표계의 원점의 위치와 자세를 나타내는 4x4 Homogeneous 행렬이다. (1)은 포지셔너의 End-effector좌표계에서 본 로봇트의 End-effector의 위치와 자세를 표현한다. (1)식을 시간에 대하여 미분하면

$$\dot{X} = J(\theta) \dot{\theta} \quad (2)$$

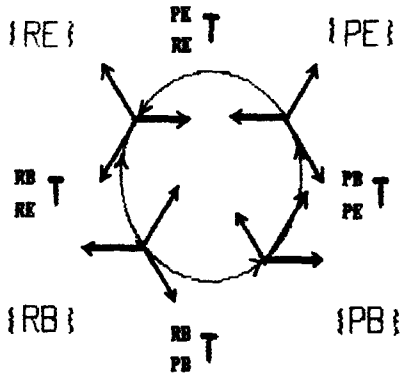


그림 2. 변환관계 그래프  
Fig. 2. Transform graph.

로 얻을 수 있다. 여기서  $\dot{X} (X \in R^n)$ 는 포지셔너 End-effector 좌표계에서 본 로봇 End-effector의 선속도와 각속도를 나타내는  $6 \times 1$  벡터이며  $\theta (\theta \in R^7)$ 는 관절속도를 나타내는  $(nr+np) \times 1$  벡터이다. 또한  $6 \times (nr+np)$ 인  $J(\theta)$ 는 전체 시스템의 자코비안행렬을 나타낸다. 본 논문에서 대상으로 하는 5자유도 Rhino 로봇과 2자유도의 포지셔너에 대한 기구학과 자코비안식을 구하기 위하여 R-P 시스템의 좌표계와 링크 파라미터를 그림 1과 표 1에 각각 나타내었다. 링크 파라미터를 이용하여 (1)식의 각 행렬을 구하여 기구학식을 계산한 후 자코비안식을 구하면

$$J(\theta) = \begin{bmatrix} C2[(n \times p)z - (n \times p_0)z] - S2[(n \times p)x - (n \times p_0)x], \\ C2[(o \times p)z - (o \times p_0)z] - S2[(o \times p)x - (o \times p_0)x], \\ C2[(a \times p)z - (a \times p_0)z] - S2[(a \times p)x - (a \times p_0)x], \\ S2 nx - C2 nz, \\ S2 ox - C2 oz, \\ S2 ax - C2 az, \\ -(n \times p)y + (n \times p_0)y, -(n \times p)z, C7(S6a5 + S56a4 + d7), \\ -(o \times p)y + (o \times p_0)y, -(o \times p)z, -S7(S6a5 + S56a4 + d7), \\ -(a \times p)y + (a \times p_0)y, -(a \times p)z, -(a6 + C6a5 + C56a4), \\ ny, nz, S7, \\ oy, oz, C7, \\ ay, az, 0, \\ C7(d7 + S6a5), C7d7, 0 \\ -S7(d7 + S6a5), -S7d7, 0 \\ -(a6 + C6a5), -a6, 0 \\ S7, S7, 0 \\ S7, C7, 0 \\ 0, 0, 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 n, o, a, p는 로봇 기준좌표계에서 본 로봇 End-Effector의 자세와 위치를 각각 나타내며  $C_{ij}$ 와  $S_{ij}$ 는  $\cos(\theta_i + \theta_j)$ 과  $\sin(\theta_i + \theta_j)$ 를 각각 표현한 것이다. 또한 "x"는 벡터의 외적(cross product)이다. 식(3)의 J는 로봇 End-effector 좌표계에서 본 자코비안행렬이다.

표 1. 로봇과 포지셔너의 링크 파라미터  
Table 1. Link parameter for Rhino robot and positioner.

Link i	$\alpha$	a	b	$\theta$
0	90	0	0	0
1	-90	0	0	$\theta_1$
2	0	0	d1	$\theta_2$
3	90	0	d3	$\theta_3$
4	0	a4	0	$\theta_4$
5	0	a5	0	$\theta_5$
6	90	a6	0	$\theta_6$
7	0	0	d7	$\theta_7$

### III. R-P 시스템의 특이성에 대한 해석

대개의 모든 Manipulator는 자코비안행렬의 독립인 열의 수가 감소되는 모양(configuration)을 가지고 있으며 이 때 대응되는 모양을 랭크부족 모양 또는 기구학적인 특이성이라고 말한다. 이 경우 arm은 임의의 속도/각속도를 발생시킬 수 없으며 End-effector가 움직일 수 없는 방향이 적어도 하나는 있게 된다.

자코비안행렬 J가 정방행렬일 때 특이성은 Determinant가 영 인지를 조사하면 되나 비정방행렬일 때는 자코비안행렬의 랭크(rank)를 알면 특이성인지를 조사할 수 있다. 본 논문의 대상인 R-P 시스템은 자코비안행렬이  $6 \times 7$ 행렬인 경우이므로 랭크가 6보다 적으면 서로 독립인 행 벡터(row vector)의 수가 6보다 적음으로 이 행렬은 특이행렬이 된다. 자코비안행렬의 i번째 행 벡터와 j번째 열 벡터를 각각  $iJ, Jj$ 라고 하자. 자코비안행렬 (3)식을 고찰하면

(특이상태 1)  $\theta_2 = 0^\circ, \pm 180^\circ, \theta_3 = 0^\circ, \pm 180^\circ$ 이고  $\theta_4 + \theta_5 + \theta_6 = 0^\circ, \pm 180^\circ$ 일 때  $4J = c5J$ 가 된다. 여기서 c는 임의의 상수이다. 또한

(특이상태 2)  $\theta_4 + \theta_5 + \theta_6 = 0^\circ, 180^\circ$ 이고  $a4 - a5C4 - a6 = 0^\circ$ 일 때  $J3 = J7$ 되어 R-P는 특이상태가 된다.

(특이상태 3) 그림 3에서 로봇의 관절각3(waist)과 포지셔너의 관절각1(rotary)을 고정시켜 로봇과 포지셔너가 같은 평면에 놓여있다고 하면 해석적으로  $\text{Det}(JJ')$ 을 직접 구하지 않고 제한된 조작성능지수(constrained manipulability index)를 이용하여 특이성이 발생하는 자세를 알 수 있다.<sup>[6]</sup> 그림 3에서는 제한된 조작성능지수(CHI)는

$$\text{CHI} = \frac{\| 4a_4a_5(\sqrt{a_6^2+d_7^2})S_5 + a_5(bC_{45}-aS_{45}) - a_4(bC_4-aS_4) \|}{(4)}$$

로 주어진다. 여기서 a와 b는 로봇 기준좌표계에서 본 포지셔너 원점의 위치좌표이다.

윗 식은  $S_5 = \sin(\theta_5) = 0$ 이고  $bC_{45} - aS_{45} = 0$ 이고  $bC_4 - aS_4 = 0$ 일 때 즉  $\theta_6$ 에는 무관하고  $\theta_5 = 0, \pm 180$ 이고  $\tan(\theta_4) = \tan(\theta_4 + \theta_5) = b/a$ 일 때 특이성이 발생한다. 즉 포지셔너의 Tilting각에는 무관하며 로봇의 Shoulder와 Elbow가 일직선으로 퍼져 있거나 접혀 있을 경우에 포지셔너 원점이 그 연장선상에 놓일 때 발생하게 된다.

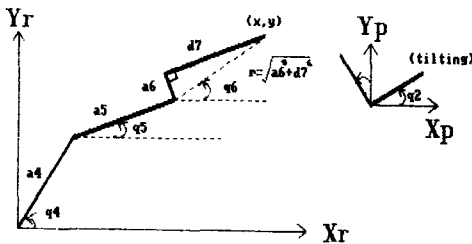


그림 3. Rhino 로봇의 waist각과 포지셔너 Rotary각 고정시의 모양  
Fig. 3. Configuration when waist angle of Rhino robot and rotary angle of positioner are fixed.

IV. 특이성 (Singularity) 회피를 위한 제어

여유자유도를 지닌 Manipulator의 가장 큰 장점은 End-effector가 정해진 경로뿐만 아니라 여러목적의 부수적인 작업까지도 동시에 수행시킬 수 있다는 것이다. 예를들면 관절각의 제한범위 회피<sup>[7]</sup>, 장애물 회피<sup>[8]</sup>, 특이성 회피, 토크 최적화<sup>[9]</sup> 등을 수행할 수 있다.

1. 조작성능지수 최대화 방법

역 기구학적 해는 기구학식이 비선형이고 초월함

수로 구성되어 있으므로 해석적으로 해를 구하기가 어려움으로 수치해석법을 이용하여 구하기로 한다. 코비안행렬이  $n \times m$ 이고  $n > m$ 이면 (2)식은 식의 수보다 미지수가 더 많은 경우로 해가 무한히 많이 있다. 이 경우 일반해는

$$\dot{\theta} = J^+ \dot{X} + (I - J^+ J) Z \tag{5}$$

로 주어진다. 여기서  $J^+$ 는  $J^+ = J'(JJ')^{-1}$ 인 pseudoinverse<sup>[10]</sup>이며 I는  $n \times n$ 인 항등행렬이고 Z는  $n \times 1$ 의 임의의 벡터이다. 첫째항은 무한히 많은 해 중에서 특별해로서 주어진  $\dot{X}$ 의 운동을 하게 한다. 둘째항은 임의로 Z를 선택할 수 있는 여유를 준다. 만약  $Z = 0$ 이면 (5)식의 해는  $\|\dot{\theta}\|^2$ 이 최소가 되는 해가 된다.<sup>[11]</sup> 또한 Z를 적절히 선택함으로써 우리가 원하는  $\theta$ 를 선택하게 하며, 영 공간(null space)상에 놓여 있음으로  $\dot{X}$ 에는 아무영향을 미치지 않고 성능지수를 최적화하는  $\theta$ 를 선택할 수 있다.

일반적으로 성능지수를 H( $\theta$ )라 하면 Z를 H( $\theta$ )의  $\theta$ 에 대한 기울기 벡터 (gradient vector)와 같은 방향으로 하면 조작성능지수를 최대화 할 수 있다. 여기서 기울기 벡터  $\nabla_{\theta} H(\theta)$ 를 구하면

$$\nabla_{\theta} H(\theta) = 1/2(\sqrt{\det(JJ')})^{-1} \sum_{i,j=1}^n [JJ']^{-1}ij (\hat{J}_i J_j + \hat{J}_j J_i)$$

로 된다.<sup>[12]</sup> 여기서  $[JJ']^{-1}ij = (JJ')$ 의 (i, j) 원소,  $J_i = J$ 의 i번째 행 벡터,  $\hat{J}_i = \partial J_i / \partial \theta_i$ 이다.

윗식은  $(JJ')^{-1}$ 가 반드시 존재해야 성립하기 때문에 만일  $JJ'$ 가 특이행렬일 경우에는 정확한 벡터를 구하기가 어렵게 된다. R-P 시스템의 초기모양이 만일 특이상태이거나 또는 그 근처에 있다면 옳바로 구할 수가 없게되어 특이성 회피에 실패하게 되는 경향이 있다.

2. Damped Least Square 방법

DLS 방법은 Cartesian에서의 속도오차를 최소화시키는 동시에 관절에너지를 최소로 하여 특이성을 회피하는 방법인데 완전한 초기 특이성에서도 잘 회피되어 관절각 값을 산출할 수 있다.  $\|J\theta - X\|^2 + \alpha^2 \|\theta\|^2$ 을 최소로 하는 관절속도  $\theta$ 는

$$\theta = (J'J + \alpha^2 I)^{-1} J' \dot{X} \tag{6}$$

이다.<sup>[4]</sup> 여기서  $\alpha$ 는 임의의 상수이며 Damping Factor이다. (6)식은  $J'J$ 가 ill-condition이며 특이행렬이라 할지라도 항등행렬에 Scalar 곱을 해준 행렬을 더해줌으로서 Damping Factor가 영이 아닌한 비 특이행렬이 되어 역행렬이 존재하여  $\theta$ 값을 계산할 수 있다.

만일  $\alpha$ 가 J의 영이 아닌 가장 작은 특이치보다 훨씬 더 작으면  $\theta$ 는 근사적으로 최소 Norm의 해가 된다. 해의 크기  $\|\theta\|$ 는  $\alpha$ 가 증가할 때 감소하는데 이러한 성질을 관측속도 제한범위내에 있는 해를 구하는데 이용할 수 있다.  $n \times n$ 행렬인  $(J'J + \alpha^2 I)$ 에 대하여 Condition number는

$$\text{cond}(J'J + \alpha^2 I) = \frac{\sigma_1^2 + \alpha^2}{\sigma_n^2 + \alpha^2} \quad (7)$$

로 주어진다.<sup>[4]</sup>

(7)식은 Damping Factor  $\alpha$ 가 수치적인 안정성을 얻기 위해서는 충분히 커야함을 의미하며 이 때 Condition Number는 1에 근접됨을 알 수 있다. 반대로, J가 완전랭크일 때 경로오차가 크게 증가되지 않도록 하려면  $\alpha$ 를 충분히 작게 해야한다.

### 3. Damping Factor를 가변시키는 DLS 방법

허용오차를 만족하는 Damping Factor를 초기에 설정하기가 쉽지 않을뿐 아니라 전 경로에 걸쳐 경로오차가 허용오차내에 있도록 보장되는 Damping Factor를 얻기도 어렵다. 따라서, Damping Factor를 가변하는 방법을 제안하고자 한다. 다음과 같이 경로오차  $e(t)$ 를 정의한다.

$$e(t) = Xd(t) - f(\theta(t)) \quad (8)$$

여기서  $Xd$ ,  $f(\theta(t))$ 은 주어진 경로와 기구학이다.

$$\dot{e}(t) = \dot{X}d(t) - J(\theta) \dot{\theta}(t) \quad (9)$$

(5)식을 윗식에 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{X}d(t) - J[J'J + \alpha^2 I]^{-1} J' \dot{X}d(t) \\ &= [I - J(J'J + \alpha^2 I)^{-1} J'] \dot{X}d(t) \end{aligned} \quad (10)$$

가 된다.

또한, 경로오차는 다음과 같이 제한된다.<sup>[4]</sup>

$$\frac{\|\dot{e}(t)\|}{\|\dot{X}d(t)\|} \leq \frac{\alpha^2}{\sigma r^2 + \alpha^2} \quad (11)$$

여기서  $\sigma r$ 는 J의 영이 아닌 가장적인 특이치이다. (11)식은  $\alpha$ 가 0에 접근할 때, 경로오차는 거의 0에 가까와지며 Cartesian에서의 주어진 속도에 거의 영향을 받지 않는다. 그러나  $\alpha$ 가  $\sigma r$ 보다 매우 클 때, 경로오차는 Cartesian에서의 주어진 속도에 비례하여 영향을 받게된다.

$\alpha$ 값에 따라 경로오차의 제한범위값을 제어할 수 있음을 보이기 위하여 그림 4는 초기  $\alpha$ 값의 변화에 대한 경로오차의 Norm을 나타내었다. 그림에서 볼 수

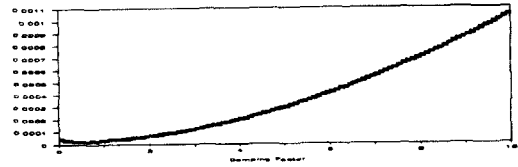


그림 4. Damping Factor 변화에 대한 경로오차  
Fig. 4. Path error for variation of damping factor.

있듯이 경로오차가 작아지도록  $\alpha$ 를 선택할 수 있지만 너무 작게 하면 특이성을 회피하지 못하므로 허용오차에 의한 적절한  $\alpha$ 가 선택되도록 한다.

이를 위하여 본 논문이 제시한 가변 Damping Factor는

$$\alpha(t) = -\delta \text{sgn}(\nabla_{\alpha} \|e(t)\|^2) \quad (12)$$

단, 모든 t에 대해  $\alpha(t) > 0$

로 구한다.

(12)식은 경로오차(Euclidian Norm)의  $\alpha$ 에 대한 기울기에 따라 변화하며 경로오차가 감소되는 방향의  $\alpha$  값을 취하도록 해준다. 그러나 (12)식을 실제로 사용하여  $\alpha$ 값을 구하기전에 먼저  $\nabla_{\alpha} \|e(t)\|^2$ 을 구해야 하는데 이를 구하는데 어려움이 있으므로 다음과 같이 (12)식을 변형하여  $\alpha$ 를 구한다.

$$\alpha(k+1) = \min_{\alpha^*} \{ \|e(k+1)\|_{\alpha^* = \alpha + \epsilon}, \|e(k+1)\|_{\alpha^* = \alpha}, \|e(k+1)\|_{\alpha^* = \alpha - \epsilon} \} \quad (13)$$

(13)식은  $k+1$  단계에서 Damping Factor를 구하는데 사용한다.

## V. 시뮬레이션 및 결과

모든 예제에서 포지셔너의 End-effector에서 본 로봇트의 자세는 초기의 자세를 그대로 유지하도록 주어졌으며 길이와 각도의 단위는 각각 [Cm]와 [Degree]이다.

<예제 1> 특이성: R-P 시스템의 초기모양이 (0, 0, 0, 2°, 0, -3°, 0)이고 직각 좌표계에서 직선경로 (45, 86, 0, 8)에서 (45, 86, 0, 35)까지 경로등분 500등분 하였으며 포지셔너 원점의 위치는 (120, 0, 27)로 주었다.

<예제 1>에 대해 그림 5는 로봇트의 관절4와 5를 더한값의 Tangent 값과 포지셔너의 원점 (x0, 0, z0)의 z0/x0의 값을 나타낸 것으로 27번째 단계 부근에서 두 곡선이 교차하고 있음을 볼 수 있는데 바로 이때

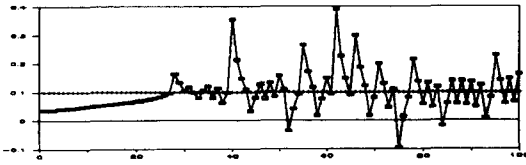


그림 5. 로보트의 TAN( $\theta_4 + \theta_5$ )과 포지셔너 원점의 b/a값의 궤적  
 Fig. 5. Trajectory for TAN( $\theta_4 + \theta_5$ ) of robot and b/a of positioner.

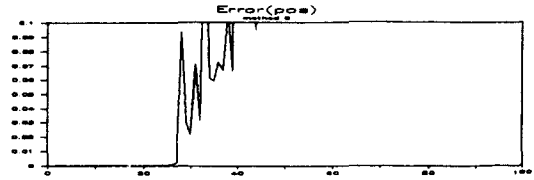


그림 7. 가상역변환을 이용하여 제어할 때의 위치 오차의 Norm  
 Fig. 7. Norm of position error using pseudoinverse.

조작성능지수는 거의 영이 되어 특이성이 발생한다. 그림 6은 조작성능지수 곡선을 그린것으로 처음에서 서서히 감소하다가 27번째 단계 부근에서 갑자기 크게 불연속적으로 변동하고 있음을 볼 수 있다. 또한 그림 7은 위치오차의 Norm을 나타낸 것이며 27번째 단계 부근에서 역시 오차가 커지고 있음을 볼 수 있다. 그러므로 그림 5의 두 곡선의 교차점에서 명백히 R-P 시스템은 특이성이 됨을 알 수 있다. 특이성에서는 가상 역변환을 이용한 제어가 불가능하므로 특이성 회피를 위해 4장에서 논의된 제어방법을 적용해 보았다. 그림 8, 9는 조작성능지수를 최대화하는 방법을 적용했을 경우도 조작성능지수와 위치오차가 역시 특이성 영역을 회피하지 못하고 위와 비슷한 결과가 얻어진다. 반면 그림 10은 Damping Factor (DF)를 10으로 고정할 때와 허용오차 0.0001가 변폭 1로 DF를 가변할 때의 위치오차를 각각 나타낸 것으로 제시된 방법이 허용오차를 만족하면서 특이성을 회피하고 있음을 볼 수 있다. 그림 11, 12는 Damping Factor의 변화와 관절속도의 Norm을 각각 나타낸 것이다.

〈예제 2〉 비 특이성 : R-P 시스템의 초기모양이 (0, 0, 140°, -130°, 90°, 0) 이고 직각 좌표계에서 직선 경로 (14.67, 0, 36.38)에서 (14.67, 0, 50)까지 경로 등분을 400등분 하였으며 포지셔너 원점의 위치는

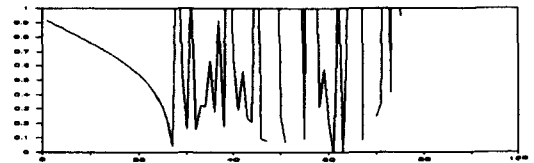


그림 8. 조작성능지수를 최대화하여 제어할 때의 조작성능지수  
 Fig. 8. Manipulability using method of maximizing manipulability.

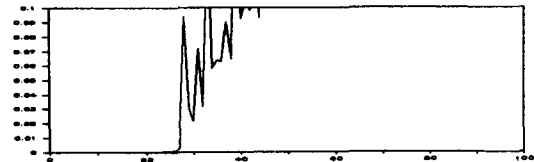


그림 9. 조작성능지수를 최대화하여 제어할 때의 위치오차의 Norm  
 Fig. 9. Norm of position error using the method of maximizing manipulability.

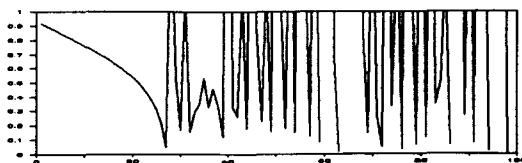


그림 6. 가상역변환을 이용하여 제어할 때의 조작성능지수  
 Fig. 6. Manipulability using pseudoinverse.

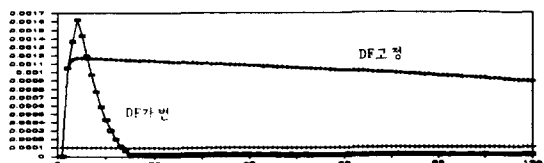


그림 10. 위치 오차의 Norm  
 Fig. 10. Norm of position error.

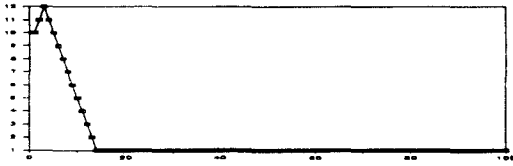


그림 11. DF의 변화곡선  
Fig. 11. Variation of damping factor.

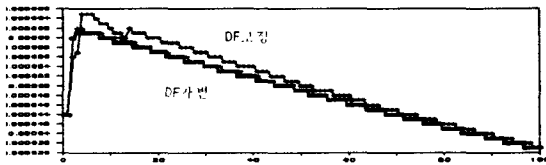


그림 12. 관절속도의 Norm  
Fig. 12. Norm of joint velocity.

(90, 0, 0)로 주어졌다. 즉 전 경로 구간이 비 특이 상태이다.

〈예제 2〉에 대하여 그림 13, 14는 DLS 방법을 적용하여 DF를 10으로 고정할 때와 허용오차 0.0007 가변폭 1로 하여 DF를 가변할 때의 DF변화와 위치 오차의 Norm을 나타낸 것으로 제시된 방법이 더 우수함을 알 수 있다.

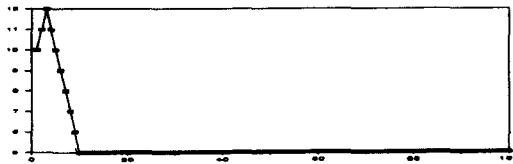


그림 13. DF의 변화곡선  
Fig. 13. Variation of damping factor.

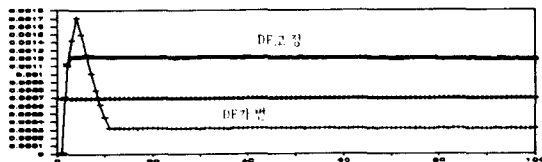


그림 14. 위치오차의 Norm  
Fig. 14. Norm of position error.

윗 예제 1 과 2에서 볼 수 있듯이 제시된 방법은 특이성 회피를 하면서 경로추적은 가능한 작은 오차로 할 수 있을뿐 아니라, 특이성이 없는경우에도 damping factor를 가변하므로 경로추적오차를 기존의 DLS 방법보다 작게 할 수 있게된다.

VI. 결 론

본 논문에서는 R-P 시스템을 여유자유도를 갖는 Manipulator 문제로 유도한 후 특이성이 발생했을 경우 이를 회피하기 위한 방법으로 DLS의 Damping Factor를 가변시키는 방법을 제시하였으며, 또한 조작성능지수 최대화 방법과 DLS 방법을 비교하였다. 시뮬레이션을 통한 비교결과, 조작성능지수를 최대화하는 방법은 기울기 벡터 (gradient vector)가 JJ'의 역행렬이 존재해야 한다는 전제조건이 필요하다. 만일 JJ'가 특이행렬이거나 그 근처에 있으면 원하는 관절속도를 산출할 수 없다. 이에 반해, DLS 방법은 J'J의 역행렬이 존재하지 않아도 항등행렬이 더해져서 역행렬이 존재하여 원하는 관절속도를 얻을 수 있다. 그렇지만, DLS 방법의 경우 특이성 근처 이든 비 특이성인 Damping Factor에 따라 Cartesian에서의 오차가 증가하거나 감소하게 되어 Damping Factor를 적절히 선택하여야 한다. 본 논문은 이러한 Damping Factor를 경로오차의 기울기로 추정하여 경로오차를 줄일 수 있음을 보였다. 앞으로 연구과제는 Damping Factor를 이러한 경로오차 즉 Cartesian에서의 오차와 관련시켜 역으로 오차를 최소로 시키며 특이성을 피하게 할 수 있는 Damping Factor를 추정하기 위한 효율적인 방법이 모색되어야겠다.

参 考 文 献

- [1] Nof, S.Y. Handbook of industrial robotics. New York: Wiley Sons Press, pp. 913-929, 1985.
- [2] Suh, I.H., and Shin, K.G. "Cooperative control of robot and a positioning device." Proc. IEEE SMC Conference, 1987.
- [3] Yoshikawa, T. Analysis and control of robot manipulators with redundancy. Int. Robotics research: The First International Symposium, eds. M. Brady and R. Paul, pp. 735-747. Cambridge: MIT Press, 1984.
- [4] Wampler, II, C.W. "Manipulator inverse kinematic solutions based on vector formulations and damped least-squares meth-

- ods." *IEEE Trans. Sys., Man, Cyber.* SMC-16(1): 93-101, 1986.
- [5] mayorga, R.V., and Wong, A.K.C. "A singularities avoidance method for the trajectory planning of redundant and nonredundant robot manipulators." *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Automation. computer society Press*, pp. 1707-1712, 1987.
- [6] Baillieul, J. "Design of kinematically redundant mechanisms." *Proc. 1985 IEEE Int. Conf. Robotics Automation.* pp. 18-21, 1985.
- [7] Liegeois, A. "Automatic supervisory control for the configuration and behavior of multibody mechanisms." *IEEE Trans. Sys., Man, Cyber.* SMC-7(12):868-871, 1977.
- [8] Maciejewski, A.A., and Klein, C.A. "Obstacle avoidance for kinematically redundant manipulators in dynamically varying environments." *Int. J. Robotics Res.* 4(3):109-117, 1985.
- [9] Hollerbach, J.M., and Suh, K.C. "Redundancy of manipulator through torque optimization." *IEEE J. Robotics Automation.* RA-3(4): 308-316, 1987.
- [10] Barnett, S. *Matrices in Control Theory with Applications to Linear Programming.* PP. 130-136. Van Nostrand Reinhold, 1971.
- [11] Whitney, D.E. "Mathematics of coordinated control of prosthetic arms and manipulators." *Trans. ASME Ser. Gr.* pp. 303-309, 1972. \*

---

著 者 紹 介

---

**崔 臣 亨 (正會員)**

1963年 3月 8日生. 1986年 2月 한양대학교 공과대학 졸업. 1988年 8月 한양대학교 석사학위 취득. 현재 석사장교 복무중. 주관심분야는 로보틱스임.



**林 俊 弘 (正會員)**

1956年 11月 21日生. 1979年 서울대학교 공과대학 졸업. 1981年 한국과학기술원 석사학위 취득. 1986年 Univ. of Iowa 박사학위 취득. 1981年 3月~1982年 2月 한국항공대학교 조교수. 1989年 3月~현재 한양대학교 전자공학과 조교수. 주관심분야는 로보틱스, 지능제어 및 Neural Network 등임.

**徐 一 弘 (正會員)**

1955年 4月 16日生. 1977年 서울대학교 공과대학 졸업. 1979年 한국과학기술원 석사학위 취득. 1982年 한국과학기술원 박사학위 취득. 1982年 2月~1985年 2月 대우중공업 기술연구소 근무. 1985年 3月~1989年 2月 한양대학교 전자공학과 조교수. 1987年 1月~1988年 1月 미국 미시간대학교 CRIM 연구소 객원연구원. 현재 한양대학교 부교수. 주관심분야는 로보틱스 및 지능제어, Computer Vision 및 제어응용 등임.



**金 庚 基 (正會員)**

1931年 2月 9日生. 1956年 서울대학교 공과대학 졸업. 1959年 서울대학교 석사학위 취득. 1973年 서울대학교 박사학위 취득. Univ. of Michigan 및 Cornell Univ. 교환교수. 현재 한양대학교 교수.