

선형 위상 프로그램형 CTD 필터의 설계

(Programmable CTD Filter Design with Linear Phase)

金 炯 明*

(Hyung Myung Kim)

要 約

필터 계수가 +1, 0, -1로 제한되어 있는 프로그램 가능형 디지털 FIR CCD 필터를 설계하기 위한 기존의 방식에 따르면, 설계된 필터의 위상이 선형을 유지하도록 보장되어 있지 않다. 본 논문에서는 선형 위상 필터 계수의 대칭성을 바탕으로 이러한 설계 방식을 개선시켜 제안하였다. 제안된 알고리즘에 의하여 설계된 필터가 선형 위상을 가짐을 보여 주었고, 필터 설계시 소요되는 컴퓨터의 사용 시간 및 저장 공간이 기존의 방법보다 많이 개선되어 그 효율성이 높음을 시뮬레이션을 통하여 보여 주었다.

Abstract

Conventional design methods for CTD (charge transfer devices) FIR filters, whose coefficients consist of +1, 0, and -1, do not guarantee the phase linearity of the resulting filter. To obtain the linear phase filter, in this paper, an improved algorithm is presented based on the symmetry property of the linear phase filter coefficients. It has been shown that the proposed algorithm results in the linear phase filter and that the computational complexity of the proposed algorithm is reduced by an half of that in the existing method.

I. 서 론

표본화된 자료를 처리하기 위한 디지털 비순환형 필터의 구현에 전하연계장치(CCD: charge coupled device) 및 BBD(bucket brigade device) 등의 전하전

송장치(CTD: charge transfer device)가 유용하게 쓰인다.^[1] 일반적으로 CCD 필터는, 그 계수를 마스크링할 때 전극을 분리시키는 방식^[2]과 같은 간단한 방법으로 처리하여, 단일 칩으로 제조되기 때문에 제조 가격이 낮은 반면, 필터 계수가 마스크되어 있어 사용자가 필터의 주파수 특성을 조정할 수 없다는 단점이 있다. 그러나 프로그램이 가능한 스위칭 작용을 통하여 두 개의 감지선중 원하는 필터의 계수에 해당하는 감지선에 전극이 연결되도록 하는 방식^[3]에 따르면 사용자가 CCD 필터의 계수를 +1 또는 -1로 프로그램할 수 있어 사용자가 필터의 특성을

*正會員, 韓國科學技術大學 電子電算學部
(School of Elec. Eng. and Comp. Sci., Korea
Institute of Technology)
接受日字: 1989年 1月 28日

변화시킬 수 있게 하여 준다. 또한 전극들에 바이어스 전압을 각각 걸어 주도록 하고 그 전극들이 양쪽 감지선 모두에 연결되지 않았을 경우에는 필터 계수 0의 값에 대응시킴으로써 +1, 0, -1 세가지 종류의 계수를 가지도록 할 수 있다. 여기에 프로그램이 가능한 스케일링 상수를 곱하는 방식도 제안⁽⁴⁾되어 있어서 이들 방식을 이용하여 일반적인 디지털 필터의 특성을 프로그램이 가능한 CCD 필터로 구현할 수 있다.

근래에 들어 프로그램 가능형 CCD 필터를 이용하여 디지털 FIR 필터를 구현할 수 있게 하기 위하여 FIR 필터의 계수가 +1, 0, -1의 값만을 가지도록 설계하는 방법에 관한 연구가 행하여지고 있다. Bateman과 Liu^(5,6)는 필터의 계수가 +1, 0, -1 만으로 이루어진 FIR 필터의 주파수 특성과 원하는 필터의 주파수 특성을 근접시키기 위하여, 델타 모듈레이션과 흡사한 방식을 통하여 이 필터의 계수를 구하는 알고리즘을 제안하였다. 그러나 그들이 제안한 알고리즘은 필터 계수를 구하는데 많은 시간이 소요되어 Benvenuto 등^(7,8)이 다이내믹 프로그래밍 기법을 적용, 순환형 state-space 모델화한 알고리즘을 제시하였다. 이 개선안은 Bateman과 Liu⁽⁶⁾에 의하여 제시된 이중 또는 삼중적분기를 쓰는 경우에도 적용할 수 있도록 일반화 시켜져 있으나, 이 방법 적용시 컴퓨터의 사용시간이 줄어 든 반면 저장 공간 소요가 증대되어, 필터의 길이가 길어지거나 이중 또는 삼중적분기를 쓰는 경우에는 너무 많은 저장 공간을 필요로 하게 된다.

디지털 FIR 필터의 가장 중요한 특성중의 하나가 선형 위상을 가지도록 설계할 수 있다는 점이다.^(9,10) 그러나 프로그램이 가능한 CCD 필터를 이용하여 디지털 FIR 필터를 구현하기 위한 지금까지의 연구에 있어 선형 위상을 유지하도록 하는 점에 대한 고려가 되어 있지 않다. 본 논문에서는 필터 계수가 +1, 0, -1로 이루어진 디지털 FIR 필터가 선형 위상을 가지도록 설계하는 방식을 제안할 것이다. 다이내믹 프로그래밍 기법을 기본으로 하여 Benvenuto 등⁽⁸⁾이 제시한 방식보다 컴퓨터 사용시간 및 이에 소요되는 저장 공간을 줄이는 방법으로 제안될 것이다. 이를 위하여 먼저 기존의 알고리즘을 간단히 소개한 후 선형 위상 필터를 설계하기 위한 개선된 알고리즘을 제안하도록 한다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안된 알고리즘의 적용 예를 보여주도록 하겠다.

II. 델타 모듈레이션 방식

원하는 필터의 인접 계수들이 밀접하게 상관되어

있는 경우 델타 모듈레이션과 흡사한 방식으로 필터 계수가 +1, 0, -1로 이루어진 근사 FIR 필터를 설계할 수 있다. 이 방식은, 원하는 필터의 계수를 $h_0(n)$ 으로 표기하고 필터의 계수가 +1, 0, -1로 이루어진 필터를 $w(n)$ 으로 표기하면, $w(n)$ 이

$$w(n) = [h_0(n) - h_0(n-1)]/d, \quad n=1, 2, \dots, N-1 \quad (1)$$

$$w(0) = h_0(0)/d$$

$$w(n) \in \{+1, 0, -1\}, \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

을 만족시키도록 하여 구하는 방법이다. 위 식(1)과 (2)에 쓰인 N 은 원하는 필터의 길이이며 $w(n)$ 의 길이이기도 하다. 또한 d 는 델타 모듈레이션의 스텝 크기에 해당하는 스케일링 상수를 나타낸다. 위 식(1)은

$$h_0(n) = d \sum_{p=0}^n w(p), \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (3)$$

과 같이 표현될 수 있는데,⁽¹¹⁾ 이는 $h_0(n)$ 의 특성을 얻기 위하여 $w(n)$ 을 적용하려면, 필터 $w(n)$ 을 적용한 다음, 추가로 적분기를 적용하여야 함을 보여 준다. 이 관계는 그림 1에 나타나 있다. 위 식(1)과 (2)를 만족시키는 정확한 $w(n)$ 의 값은 존재하지 않는 경우가 일반적이므로 다음과 같이 정의된

$$E_0 = \sum_{n=0}^{N-1} [h_0(n) - d \sum_{p=0}^n w(p)]^2 \quad (4)$$

를 최소화시키면서 식(2)를 만족시키는 $w(n)$ 의 값을 구하는 문제로 대치된다. 이렇게 하여 구한 $w(n)$ 을 식(3)에 대입하면 식(3)의 우변은 정확한 $h_0(n)$ 과는 다르게 되므로 위 식(3)은

$$\hat{h}_0(n) = d \sum_{p=0}^n w(p), \quad n=0, 1, \dots, N-1 \quad (5)$$

로 고쳐 적어야 하며, $\hat{h}_0(n)$ 은 $h_0(n)$ 의 근사치로 설명할 수 있다.

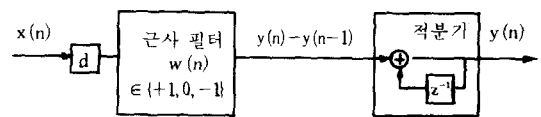


그림 1. 제안된 필터의 구조를 나타낸 블록 다이어그램

Fig. 1. Block diagram for the proposed filter structure.

또한 식(5)의 근사 필터 $\hat{h}_0(n)$ 이 FIR 필터가 되기 위하여

$$\hat{h}_0(n) = 0, \quad n \geq N \tag{6}$$

을 만족시켜야 하는데, 이를 만족시키기 위하여 $w(n)$ 에

$$\sum_{p=0}^{K-1} w(p) = 0, \quad K \geq N \tag{7}$$

와 같은 제한조건을 둠으로써, 실제 적용되는 필터 $w(n)$ 의 길이가 N 이 됨과 동시에 식(6)을 만족시키도록 할 수 있다.

1. 최적 스케일링 상수 및 보간

식(2)와 (7)을 만족시키면서 식(4)에 정의된 오차 E_0 를 최소화시키는 $w(n)$ 은 주어진 d 값에 대하여 최적인 필터 계수이지만, 주어진 d 값이 이 필터 계수에 대하여 최적인 스케일링 상수라고 볼 수는 없으며, 이 최적값은 식(4)의 E_0 를 스케일링 상수에 관하여 미분하여 이를 0으로 둠으로써 구할 수 있는데, 이 값은

$$\begin{aligned} d &= s_1/s_2 \\ s_1 &= \sum_{n=0}^{N-1} \left[\sum_{p=0}^n w(p) \right] h(n) \\ s_2 &= \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{p=0}^n w(p) \right)^2 \end{aligned} \tag{8}$$

로 주어진다. 그러므로 주어진 d 값에 대하여 식(2)와 (7)을 만족시키면서 E_0 를 최소화하는 $w(n)$ 을 먼저 구한 후 다시 스케일링 상수 d 값을 조정하여 주면 된다.

이렇게 조정된 d 값은 국부적인 최적값이며 전체적인 최적값이라고 볼 수는 없다. 전체적인 최적 d 의 값을 선택하는 문제는 최적 d 값의 존재 가능 구간 $[d_1, d_2]$ 에서 되도록 여러 개의 d 값을 추출하여, 각 d 값에 대한 최적 $w(n)$ 과 E_0 를 구한 후, 각 경우의 E_0 값을 비교하여 가장 작은 E_0 값을 갖는 d 를 선정하는 방법이 쓰였다.^[8] 구간 $[d_1, d_2]$ 는 여러 가지 방법으로 선정할 수 있는데 한 가지 예를 들면 다음과 같이 정해질 수 있다.

$$\begin{aligned} d_1 &= \min |h_0(n) - h_0(n-1)| \\ d_2 &= \max |h_0(n) - h_0(n-1)| \end{aligned}$$

또는 d_1 의 값은^[9]

$$|h_0(n)| < d_1/2, \quad n \geq N \text{ 또는 } n < 0$$

를 만족시키도록 정할 수 있는데, 이는 d 의 값을 최

적화하는 특별한 알고리즘을 필요로 하지 않으므로 본 논문에서는 고정된 d 값에 대하여 최적 $w(n)$ 을 구하는 문제를 중점논의 하고자 한다.

원하는 필터 $h_0(n)$ 의 주파수 특성에 가까운 필터 $\hat{h}_0(n)$ 을 얻기 위하여, 위에 기술한 델타 모듈레이션과 흡사한 방법을 적용하려면, $h_0(n)$ 의 계수가 밀접하게 상관되어 있어야 하므로, 일반적으로 $h_0(n)$ 을 k 배 만큼 보간(interpolation)하여 $h_k(n)$ 을 얻은 후, 이 $h_k(n)$ 에 대하여 이 방법을 적용한다.^[6,8] 그 결과 얻어진 $+1, 0, -1$ 계수를 갖는 필터는 길이가 k 배이며, 적분기를 거친 후 $\hat{h}_k(n)$ 의 특성을 가지므로, 이를 다시 decimator를 거치게 하여 길이 N 인 근사 필터 $\hat{h}_0(n)$ 의 특성을 얻도록 하였다. 이에 대한 자세한 기술은 참고문헌[5]에 실려 있으므로 본 논문에서는 보간에 대한 고려없이 $w(n)$ 을 구하는 방법에 대하여 논하도록 하겠다.

2. 다이나믹 알고리즘

식(2)와 (7)을 만족하고 식(4)의 E_0 를 최소화하는 $w(n)$ 을 구하기 위한 Bateman과 Liu의 알고리즘^[8]은 소요되는 시간이 매우 길게 되는 단점이 있어 이를 보완하기 위하여 다이나믹 프로그래밍 기법이 도입되었다. 다이나믹 프로그래밍 기법은 참고문헌^[10] 등에 잘 설명되어 있는 프로그래밍 기법의 하나인데 Benvenuto등^[7,8]이 상기의 근사 필터 설계에 도입하여 순환형 state-space 모델을 제시, 필터 설계 알고리즘을 개선하였다. 이 알고리즘이 본 논문에서 개선시키도록 고려한 알고리즘이므로, 필요한 부분을 간단히 설명하도록 한다.

선정된 스케일링 상수로 필터 계수를 나누어 준값을 각각

$$h(n) = h_0(n)/d, \quad n=0, 1, \dots, N-1 \tag{9}$$

$$\hat{h}(n) = \hat{h}_0(n)/d = \sum_{p=0}^n w(p), \quad n=0, 1, \dots, N-1 \tag{10}$$

와 같이 나타내면, 식(2)와 (7)을 만족시키면서 E_0 를 최소화하는 $w(n)$ 을 구하는 문제는 식(2)와 (7)을 만족시키면서 다음에 보인 식(11)의 E 를 최소화하는 $w(n)$ 을 구하는 문제로 대처된다.

$$E = E_0/d^2 \tag{11}$$

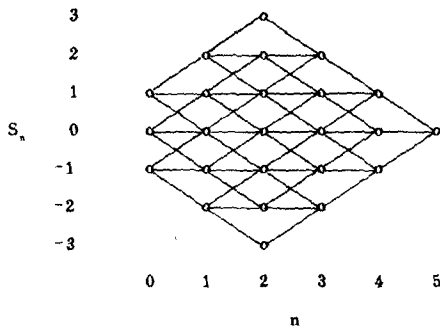
최적 $\hat{h}(n)$ 의 존재 가능 범위는 식(2)와 (7), (10)의 관계에서 얻어지며, 이는 필터 길이 N 과 n 의 값에 따라 정해지는 정수의 집합, S_n 으로 나타낼 수 있는데, 이 S_n 은 N 이 홀수일 때

$$S_n = \begin{cases} \{m; m \text{은 정수, } |m| \leq n+1, \\ 0 \leq n \leq (N-3)/2 \\ \{m; m \text{은 정수, } |m| \leq N-1-n, \\ (N-1)/2 \leq n \leq N-1 \end{cases} \quad (12)$$

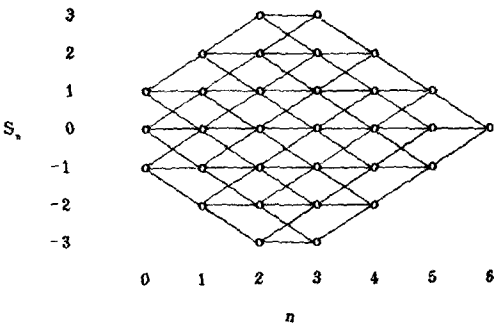
가 되며, N이 짝수일 때는

$$S_n = \begin{cases} \{m; m \text{은 정수, } |m| \leq n+1, \\ 0 \leq n \leq (N/2) - 1 \\ \{m; m \text{은 정수, } |m| \leq N-1-n \\ N/2 \leq n \leq N-1 \end{cases} \quad (13)$$

이 된다. 이 범위들은 N=6 과 N=7 인 경우를 예로 들어 그림 2에 다이어그램의 형태로 나타내었다. 최적 $\hat{h}(n)$ 의 값은 식(12)와 (13)에 보인 S_n 의 원소중 하나이며 그림 2에 예시한 바와 같이 인접한 최적 계수치로부터 +1 과 -1의 범위 내에서 E값을 최소



(a) N=6인 경우



(b) N=7인 경우

그림 2. S_n 의 범위와 인접 계수로의 변화를 나타낸 다이어그램

(a) N=6인 경우 (b) N=7인 경우

Fig. 2. Diagram for the range of S_n and its variation to the next coeff.

화하는 방법으로 선정되는데, 이에 대한 자세한 내용은 참고문헌⁽¹²⁾에 나타나 있으므로 본 논문에서는 생략하도록 한다.

III. 선형 위상 필터의 설계

일반적으로 디지털 FIR 필터의 설계시 선형 위상을 갖도록 하려면, 필터의 계수가 중간 표본화점을 중심으로 대칭형이 되도록 하면 된다.⁽¹²⁾ 식(2)와 (7)을 만족시키면서 E를 최소화시키는 필터 $w(n)$ 으로부터 식(10)을 적용하여 얻은 $\hat{h}(n)$ 이 선형 위상을 갖도록 하려면 이 $\hat{h}(n)$ 이 대칭을 이루도록 설계가 이루어져야 한다. 즉 필터의 길이 N이 홀수인 경우

$$M = (N-1)/2 \quad (14)$$

로 정의된 표본화점 M을 중심으로, 필터의 길이 N이 짝수인 경우는

$$M = N/2 \quad (15)$$

로 정의된 표본화점 M을 중심으로

$$\hat{h}(n) = \hat{h}(N-1-n), \quad n=0, 1, \dots, M-1 \quad (16)$$

을 만족시켜야 선형 위상을 유지한다. 본 절에서는 선형위상 필터의 이러한 특성을 만족시키는 다이나믹 알고리즘을 기술하고자 한다.

1. 선형 위상 필터의 설계요건

선형위상 조건을 만족시키는 설계방식을 제시하기 위하여 식(16)을 충족시키기 위한 조건을 알아 보도록 한다. 먼저 $n=0$ 인 경우, 식(16)의 좌변은 식(10)에 의하여 $w(0)$ 가 되며, 식(16)의 우변은 식(7)에 의하여 0이 되므로

$$w(0) = 0 \quad (17)$$

임을 알 수 있다. 또한 식(16)에 식(10)을 대입한 후, 식(7)과 (17)을 이용하면

$$\sum_{p=1}^n w(p) = - \sum_{p=N-n}^{N-1} w(p), \quad n=1, 2, \dots, M \quad (18)$$

의 관계를 끌어 낼 수 있다. 이 식(18)에 $n=1$ 인 경우를 대입하면

$$w(1) = -w(N-1)$$

을 얻게 되고, 식(18)에 $n=2$ 를 대입하면

$$w(1) + w(2) = -w(N-1) - w(N-2)$$

가 되므로, 위 두 식에서

$$w(2) = -w(N-2)$$

임을 알 수 있다. 같은 방법을 $n=M$ 까지 계속 적용하면

$$w(n) = -w(N-n), \quad n=1, 2, \dots, M \quad (19)$$

의 관계식을 얻을 수 있다. 식(17)과(19)를 만족시키는 $w(n)$ 은 식(7)을 만족시키므로 주어진 문제는 원래 길이의 절반으로 줄어 든 필터 계수를 구하는 문제로 축소하여 대치될 수 있다. 필터의 길이 N 이 홀수일 때 최소 자승오차 E 는

$$E = 2 \sum_{n=0}^{M-1} \left[h(n) - \sum_{p=0}^n w(p) \right]^2 + \left[h(M) - \sum_{p=0}^M w(p) \right]^2 \quad (20)$$

로 적을 수 있다. 필터의 길이 N 이 짝수인 경우에는 M 이 식(15)와 같이 정의되고, 식(16), (2), (10)으로부터 식(19)의 관계식을 얻을 수 있는데, 이 경우에는 식(19)와 (2)를 만족하는 $w(M)$ 이

$$w(M) = 0 \quad (21)$$

밖에 없음을 잘 알 수 있다. 또한 식(11)의 E 는

$$E = 2 \sum_{n=0}^{M-1} \left[h(n) - \sum_{p=0}^n w(p) \right]^2 \quad (22)$$

가 된다. 그러므로 선형 위상을 갖는 최적 필터계수 $w(n)$, $n=0, 1, \dots, N-1$ 을 구하는 문제는 길이 M 인 필터의 계수 $w(n)$, $n=1, 2, \dots, M$ 을 구하여 식(17)과(19)를 적용하는 축소된 문제로 대치되는데, 그림 3에 $N=6$ 과 $N=7$ 의 경우를 예로 들어 그림 2에 상응되는 다이어그램을 도시하였다. 그림 2와 그림 3을 비교하면 필터 설계를 위하여 소요되는 공간이 절반가량으로 줄어들음을 확인할 수 있다

2. 개선된 알고리즘

위 III 장 1 절에서 얻은 관계식을 고려하여 (12)와(13)을 개선시킬 필요가 있는데, 이는 다음과 같이 개선할 수 있다. N 이 홀수이면

$$S_n = \{m; m \text{은 정수}, |m| \leq n\}, \quad 0 \leq n \leq M \quad (23)$$

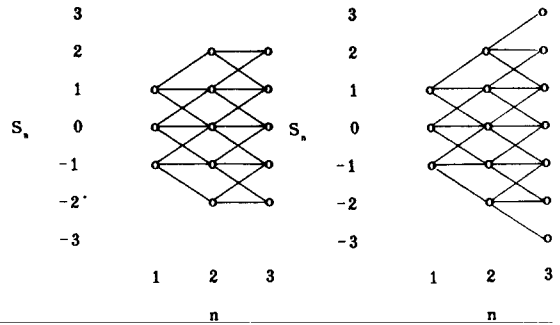
로 되고, N 이 짝수이면

$$S_n = \{m; m \text{은 정수}, |m| \leq n\}, \quad 0 \leq n \leq M-1$$

$$S_M = S_{M-1} \quad (24)$$

로 나타낸다. 식(11)의 E 값은

$$\left. \begin{aligned} R_{n,m} &= \min \{E_{n-1,m-1}, E_{n-1,m}, E_{n-1,m+1}\}, \quad m \in S_n \\ E_{n,m} &= R_{n,m} + 2[h(n)-m]^2, \quad m \in S_n, \\ E_{n,m} &= \infty, \quad m \notin S_n \\ E_{0,0} &= 2[h(0)]^2 \end{aligned} \right\} n=1, 2, \dots, M \quad (25)$$



(a) $N=6$ 인 경우 (b) $N=7$ 인 경우

그림 3. 선형 위상필터 설계시의 S_n 의 범위 및 변화
Fig. 3. The range of S_n and its variation for the linear phase filter.

처럼 순환적으로 계산되나, N 이 홀수인 경우

$$E_{M,m} = E_{M-1,m} + [h(M)-m]^2, \quad m \in S_M \quad (26)$$

가 되며, N 이 짝수이면 $E_{M,m} = E_{M-1,m}$ 으로 정한다. 이 때 동시에

$$Q_{n,m} = \begin{cases} -1, & R_{n,m} = E_{n-1,m+1} \\ 0, & R_{n,m} = E_{n-1,m}, \quad m \in S_n, n=1, 2, \dots, M \\ 1, & R_{n,m} = E_{n-1,m-1} \end{cases} \quad (27)$$

로 정하되, N 이 짝수일 때의 $Q_{M,m}$ 값은 식(21)에 의하여

$$Q_{M,m} = 0, \quad m \in S_M = S_{M-1} \quad (28)$$

로 정하도록 한다. 이로써 알고리즘 구현에 필요한 식을 모두 얻을 수 있는데 식(28)의 N 이 짝수인 경우, $S_M = S_{M-1}$ 로 된 이유는 식(21)에 의하여 $w(M) = 0$ 이기 때문이다. 또한, N 이 홀수일 때 식(20)의 최소 자승 오차는

$$E = \min \{E_{M,m}, m \in S_M\}$$

이며, N 이 짝수일 때 식(22)의 최소 자승 오차는

$$E = \min \{E_{M,m}, m \in S_M\} = \min \{E_{M-1,m}, m \in S_{M-1}\}$$

로 주어진다. 위 식(23)-(28)을 이용하여 개선된 알고리즘을 기술하면 다음과 같다.

● 알고리즘

- [1] N 이 홀수이면 식(14)에 의거, N 이 짝수이면 식(15)에 의거 M 을 계산하고 식(25)에 의거 $E_{0,0}$ 을 계산한다. 그리고 $n=1$ 로 정한다.

- [2] 식 (23) 또는 (24)에 정의된 $m \in S_n$ 에 대하여 $E_{n,m}$ 을 식 (25) 또는 (26)에 의하여 계산하고, 식 (27) 및 (28)에 의해 $Q_{n,m}$ 을 정한 후 각각 저장한다.
- [3] $n=M$ 이면 [4]로, 그렇지 않으면 n 을 1 증가시키고 [2]를 반복한다.
- [4] $E = \min \{E_{n,m}, m \in S_n\}$ 로 정하여, $E = E_{n,k}$ 인 k 를 구한다.
- [5] $w(n) = -w(N-n) = Q_{n,k}$ 로 정한다.
- [6] $n=1$ 이면 정지, 그렇지 않으면 $k=k-Q_{n,k}$ 를 대입한 후 n 을 1 감소시켜 [5]를 반복한다.

위 알고리즘을 사용한 실제 계산시 명기할 점은 $R_{n,m}$ 의 값은 스칼라로 처리되며, $E_{n,m}$ 의 값은 모두 저장할 필요없이, $n=p$ 인 때 $E_{p,m}, m \in S_p$ 를 계산하기 위하여는 $E_{p-1,m}, m \in S_{p-1}$ 만 기억되어 있으면 충분하다는 점이다.

IV. 시뮬레이션을 통한 적용 예

제 II 장과 III 장에서 논의된 필터 설계 알고리즘을 SUN-3 마이크로 컴퓨터를 사용하여 시뮬레이션하도록 하였다. 첫번째 적용례는 길이 50이고 통과 대역이 0-0.021(정규화된 디지털 주파수)이며 전이 대역이 0.021-0.07인 저역 통과 FIR 필터를 Minimax(Equiripple) 설계방식^[9]에 의하여 얻은 후, 이 필터를 원하는 필터로 하여, 세가지 방식의 알고리즘을 각각 적용, 그 결과를 비교하였다. 그림 4에 원하는 필터 계수를 나타내었고, 그림 5와 6에 이 필터의 주파수 특성을 보였다. 그림 6에 주파수영역에서의 위상 반응을 도시하였는데, 이는 causal 필터가 가지는 선형 위상 지연 부분을 상쇄시킨 후의 반응만을 도면에 나타낸 것이다. 먼저 Bateman과 Liu의 알고리즘을 적용한 경우, CPU 시간이 2.2초 소요되었으며, 그 결과 얻은 $\hat{h}(n)$ 과 주파수 특성을 그림 7과 그림 8 및 9에 각각 나타내었다. 원하는 필터 계수의 최대치를 1로 정규화시킨 경우, 최소 자승오차는 0.0312가 되었다. 다이나믹 알고리즘을 적용한 결과, CPU 시간은 0.8초로 단축되었으며, 개선된 선형 위상을 얻기 위한 알고리즘을 적용한 결과, CPU 시간은 0.4초로 단축되었다. 두 경우 모두 그림 7, 그림 8 및 9와 동일한 결과를 얻었으며, 최소 자승오차도 동일하였다. 즉, 이 예에서는 모든 알고리즘이 선형 위상을 가진 필터를 근사 필터로 설계한 예가 되겠다.

두번째 예에서는 동일 Equiripple 설계방식에 의거, 길이 294이고 통과 대역과 전이 대역을 각각 1/3로 줄인 필터를 구하였는데 이를 그림 10과 11 및 12에 보였다. 이 필터를 원하는 필터로 하여, Bateman과

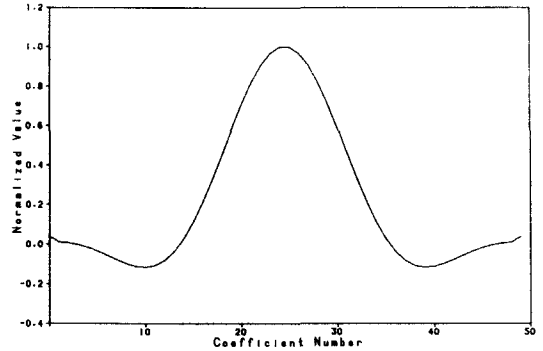


그림 4. 길이 50인 minimax 필터의 계수
Fig. 4. Minimax filter coefficients (length=50).

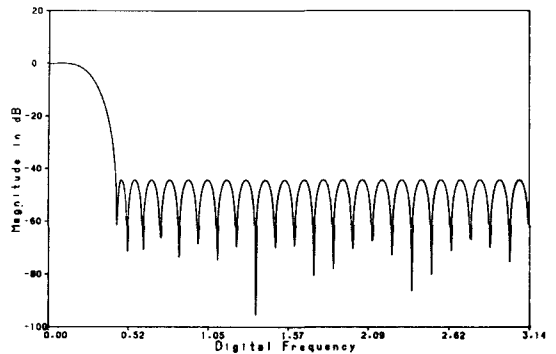


그림 5. 그림 4의 필터 계수로부터의 크기 반응곡선
Fig. 5. Magnitude response curve for the filter coeff. in Fig. 4.

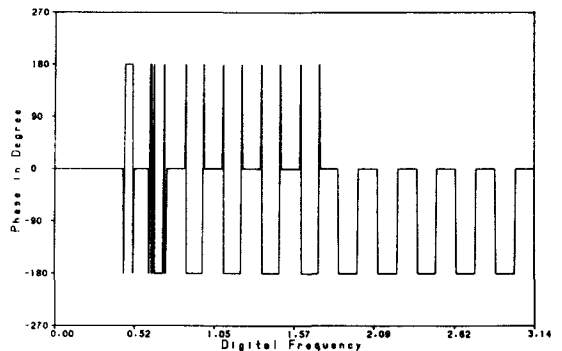


그림 6. 그림 4의 필터 계수로부터의 위상 반응곡선
Fig. 6. Phase response curve for the filter coeff. in Fig. 4.

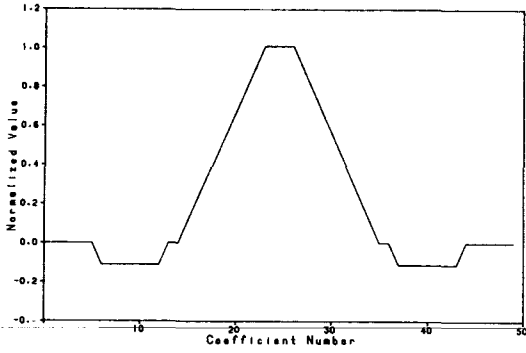


그림 7. 그림 4의 필터 계수로부터 구한 근사 필터의 계수
 Fig. 7. Filter coefficients approximating the filter coeff. in Fig. 4.

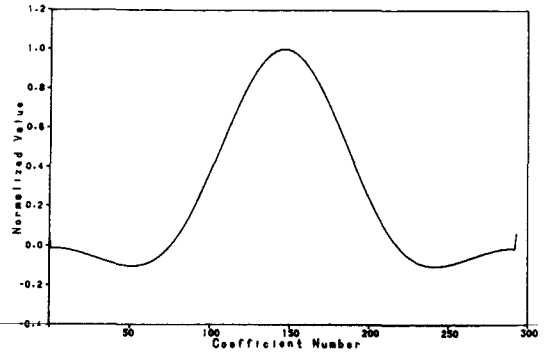


그림 10. 길이 294인 minimax 필터의 계수
 Fig. 10. Minimax filter coefficients (length=294).

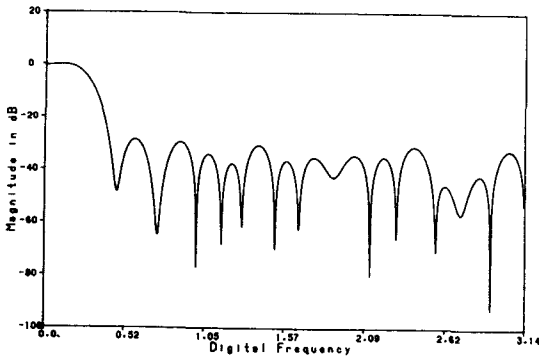


그림 8. 그림 7의 필터 계수로부터의 크기 반응곡선
 Fig. 8. Magnitude response curve for the filter coeff. in Fig. 7.

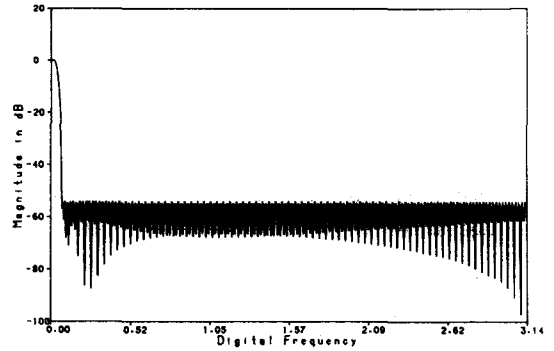


그림 11. 그림 10의 필터 계수로부터의 크기 반응곡선
 Fig. 11. Magnitude response curve for the filter coeff. in Fig. 10.

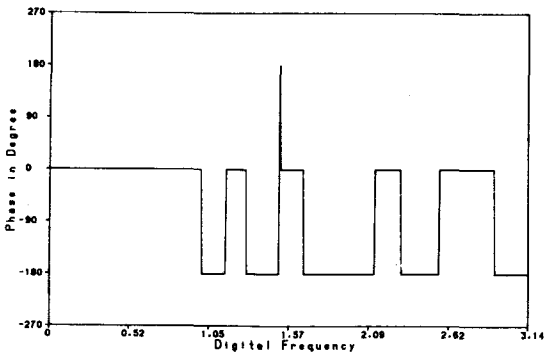


그림 9. 그림 7의 필터 계수로부터의 위상 반응 곡선
 Fig. 9. Phase response curve for the filter coeff. in Fig. 7.

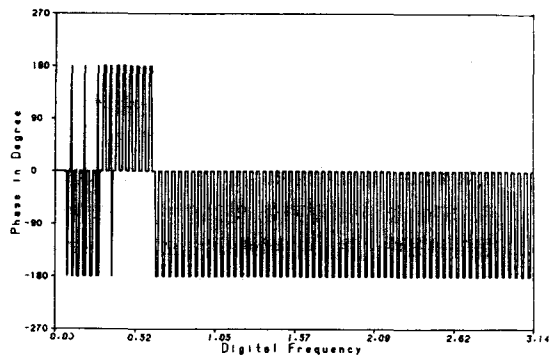


그림 12. 그림 10의 필터 계수로부터의 위상 반응곡선
 Fig. 12. Phase response curve for the filter coeff. in Fig. 10.

Liu의 알고리즘을 적용한 결과, 그림13과 14 및 15의 근사필터를 얻었다. 이 근사 필터의 설계에 107.0 초의 CPU 시간이 소요되었으며, 최소 자승오차는 정규화된 계수를 기준으로 0.0142로 나타났다. 그림 15의 위상 반응 곡선에 나타난 바와 같이 이 방법을 적용한 경우 비선형 위상의 필터가 얻어짐을 알 수 있다. 다음으로 다이내믹 알고리즘을 적용한 결과 CPU 시간만 19.6초 단축되고 그림13, 그림14 및 15와 동일한 결과를 얻었다. 본 논문에서 개선시킨 알고리즘을 적용한 경우에는 CPU 시간이 11.6초로 단축되었으며, 그림16과 그림17 및 18에 보인바와 같이 선형 위상의 근사 필터를 얻을 수 있었다. 앞의 두 알고리즘의 경우 근사 필터가 좌우 대칭을 이루지 않아 선형 위상의 조건을 위반한 결과이지만, 본 논문에서 제시한 알고리즘의 경우에는 이 조건을 충

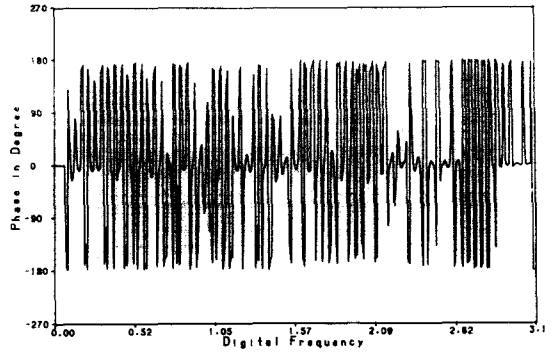


그림15. 그림13의 필터 계수로부터의 위상 반응 곡선
 Fig. 15. Phase response curve for the filter coeff. in Fig. 13.

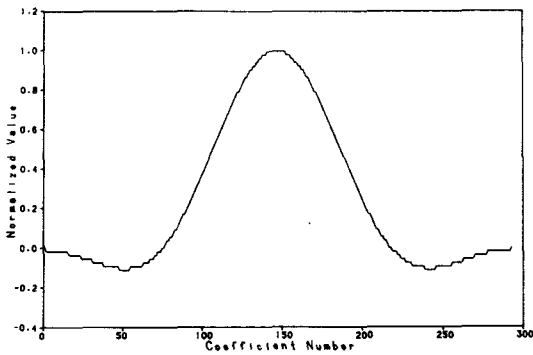


그림13. 기존의 알고리즘에 의한 근사 필터의 계수
 Fig. 13. Filter coefficients approximated using the existing algorithm.

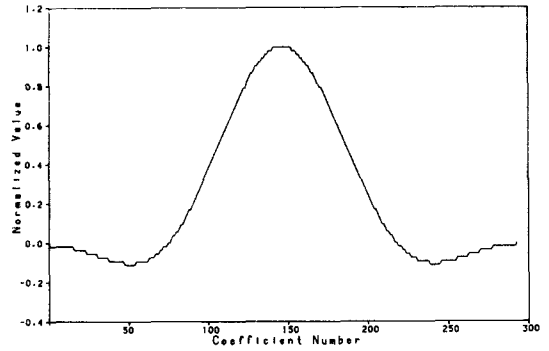


그림16. 제안된 알고리즘에 의한 근사 필터의 계수
 Fig. 16. Filter coefficients approximated using the proposed algorithm.

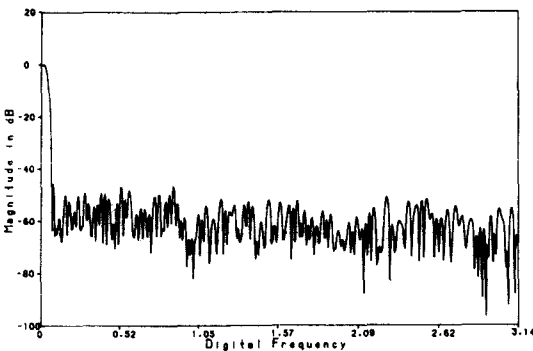


그림14. 그림13의 필터 계수로부터의 크기반응곡선
 Fig. 14. Magnitude response curve for the filter coeff. in Fig. 13.

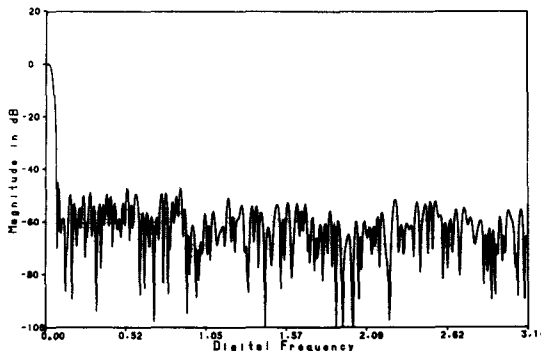


그림17. 그림16의 필터 계수로부터의 크기 반응곡선
 Fig. 17. Magnitude response curve for the filter coeff. in Fig. 16.

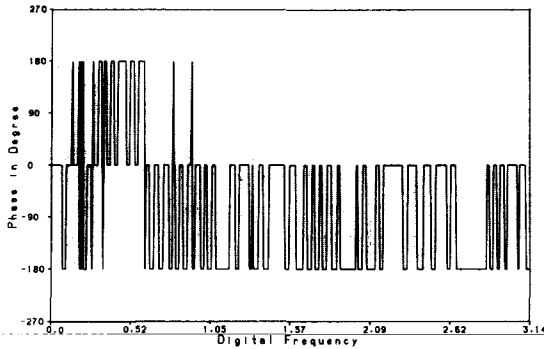


그림 18. 그림 16의 필터계수로부터의 위상 반응곡선
Fig. 18. Phase response curve for the filter coeff. in Fig. 16.

축시켰음을 확인할 수 있었다. 그러나 선형 위상조건을 만족시킴으로 인하여, 최소 자승오차가 0.0159로 약간 증가하여 나타났다.

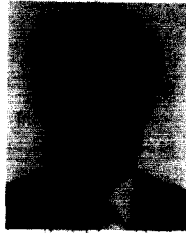
V. 결 론

지금까지 연구되어 온 $+1, 0, -1$ 만으로 이루어진 필터를 설계하기 위한 방법들의 장단점을 고려하여, 음성 처리등에 소요되는 선형 위상 필터를 얻기 위한 조건들을 구하여 제시하였다. 이 조건들을 반영한 개선된 다이나믹 알고리즘을 제시하였으며, 제안된 알고리즘 적용시 필터 계수 계산에 소요되는 컴퓨터 저장 공간이 줄어들음을 보였다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션으로 기존의 알고리즘과 제안된 알고리즘을 적용하여 얻은 결과로부터, 다음 두가지 사항을 확인함으로써 제안된 알고리즘이 효과적임을 보였다. 첫째로 모든 알고리즘이 선형위상 필터를 얻게되는 경우, 동일한 결과를 얻는데 소요되는 시간이 단축될 수 있음을 보였고, 둘째로 기존의 알고리즘이 비선형 위상 필터를 얻는 경우에는 제안된 알고리즘이 최소 자승오차를 약간 증가시킨 반면, 단축된 계산 시간으로 선형위상 필터를 얻을 수 있도록 함을 보였다.

參 考 文 獻

- [1] A. Gersho, "Charge-transfer filtering," *Proc. IEEE*, vol. 67, no. 2, pp. 196-218, Feb. 1979.
- [2] P.B. Deneyer and J. Mavor, "Miniature programmable transversal filter using CCD/MOS technology," *Proc. IEEE*, vol. 67, no. 1, pp. 42-50, Jan. 1979.
- [3] D.D. Buss, D.R. Collins, W.H. Bailey, and C.R. Reeves, "Transversal filtering using charge-transfer devices," *IEEE J. Solid-State Circuits*, vol. SC-8, no. 2, pp. 138-146, Apr. 1973.
- [4] B.E. Burke and W.T. Lendley, "New CCD programmable transversal filters," *Electronics*, vol. 13, no. 18, pp. 521-523, Sep. 1977.
- [5] M.R. Bateman and B. Liu, "Programmable CTD filters using coefficients 0, +1, -1," *IEEE Trans. Circuit*, no. 6, pp. 451-456, Jun. 1980.
- [6] M.R. Bateman and B. Liu, "Programmable CTD filtering using coefficients 0, +1, -1," *IEE Proc.*, vol. 128, Pt. G, no. 4, pp. 208-212, Aug. 1981.
- [7] N. Benvenuto, L.F. Franks, and F.S. Hill, "Realization of finite impulse response filters using coefficients +1, 0, -1," *IEEE Trans. Comm.*, vol. COM-33, pp. 1117-1125, Oct. 1985.
- [8] N. Benvenuto, L.E. Franks, and F.S. Hill, "Dynamic programming methods for designing FIR filters using coefficients -1, 0, and +1," *IEEE Trans. ASSP*, vol. ASSP-34, no. 4, pp. 785-792, Aug. 1986.
- [9] J.H. McClellan, T.W. Parks, and L.R. Labiner, "A computer program for designing optimum FIR linear phase digital filter," *IEEE Trans. Audio and Electroacoustics*, vol. AU-21, no. 6, pp. 506-526, Dec. 1973.
- [10] J.S. Sunwoo and C.K. Un, "Fast sequential least squares design of FIR filters with linear phase," *Proc. of IEEE*, vol. 76, no. 9, pp. 1247-1248, Sept. 1988.
- [11] S.E. Dreyfus and A.M. Law, *The Art and Theory of Dynamic Programming*, Academic Press, N.Y., 1977.
- [12] N.K. Bose, *Digital Filters: Theory and Applications*, North-Holland, N.Y., 1985. *

著 者 紹 介

**金 炯 明(正會員)**

1952年 10月 24日生. 1974年 2月
서울대학교 공과대학 공학사학위
취득. 1982年 4月 Pittsburgh 대
학 전기공학과 공학석사학위 취득.

1985年 12月 Pittsburgh대학 전기
공학과 공학박사학위 취득. 1986

年 4月~현재 한국과학기술대학 전자전산학부 조교
수. 주관심분야는 디지털 신호 및 영상처리, 다차원
시스템 이론, 컴퓨터비전 등임
