

신경회로망의 2차 비선형 연상기억 모델의 광학적 구현

(Optical Implementation of a Quadratic Associative Memory Model of Neural Networks)

張珠錫*, 申相永*, 李壽永*

(Ju-Seog Jang, Sang-Yung Shin and Soo-Young Lee)

要 約

신경회로의 이차 비선형 연상기억모델을 광학적으로 구현하였다. 이 때 요구되는 신경소자들 간의 가중 N^3 연결은 광벡터-행렬 곱셈기와 연결홀로그램으로 실현하였고 구성된 시스템이 연상기억작용을 나타냄을 관측하였다.

Abstract

Optical implementation of a quadratic associative memory model of neural networks is reported. Weighted N^3 interconnections between neurons are realized with an optical matrix-vector multiplier and interconnection holograms.

I. 서 론

최근 광연상기억이 정보저장이나 패턴인식을 위해 많은 관심을 끌고 있다. 여러가지의 광연상기억 형태가 제안되고 또한 실험적으로 증명되었다.¹⁻⁷ 그러나 종래의 선형 분별함수에 근거한 연상기억은 그의 저장용량이 제한되어 있었다.^{8,9} 이를 극복하기 위해 상관(correlation) 영역에서 비선형성을 도입하는 것이 한가지 방법이다.¹⁰⁻¹³ 홀로그램 연상기억에서는 광굴절결정의 비선형성을 사용하여 저장용량을 증가시키며¹¹⁻¹⁴ 신경회로의 연상기억에서는 고차 비선형 분별함수 혹은 고차 에너지함수에 근거한 연상기억

모델이 제안되었었다.¹⁵⁻¹⁷

비선형성의 차수가 높아질수록 저장용량은 증가하지만 이를 구현하기 위한 시스템은 급격히 복잡해지므로 이의 타협점을 찾아야 할 것이다. 이 논문에서는 비교적 간단한 시스템이지만 저장용량을 증가시킬 수 있는 신경회로의 2차 비선형 연상기억(2차 분별함수 모델)의 광학적 구현방법을 제시하고¹⁸ 실험적으로 입증하였다. 이 때 신경간에 존재하는 가중 N^3 연결은 홀로그램 어레이와 광벡터-행렬 곱셈기를 이용하여 실현하였다. 홀로그램 어레이를 이용한 다중연결 방법¹⁹은 본 연구실에서 처음으로 제안되고 실험되었으며, 독립적으로 Caulfield에 의해 병렬 N^4 연결법²⁰으로 제안된 바 있다. 이 방법은 공간에서 평면과 평면사이의 임의의 연결을 시킬 수 있는 것으로서, 2차 비선형연상기억 시스템을 구현하는 본 논문에서도 이를 부분적으로 이용한 것이다.

*正會員, 韓國科學技術院 電氣 및 電子工學科
(Dept. of Electrical Eng., KAIST)
接受日字: 1988年 12月 7日

II. 신경회로의 이차 비선형 연상기억 모델

Hopfield 모델과 같은 선형 자기연상기억(autoassociative memory)을 고차의 연결강도를 갖도록 확장하면 다음과 같이 쓸 수 있다.¹¹⁾

$$V_i = \text{thr} \{W_0 + \sum_j W_{ij} V_j + \sum_j \sum_k W_{ijk} V_j V_k + \dots\} \quad (1)$$

여기서 V_i 는 벡터의 i 번째 요소값이고 $\text{thr}\{\cdot\}$ 은 thresholding 작용을 나타내며 W_{ijk} 는 연결 가중치이다. 일반적으로 자기연상기억에서는 출력 벡터를 다시 입력으로 케환될 수 있고, 이질연상기억(heteroassociative memory)의 고차모델로의 확장도 마찬가지로 얻어진다. 고차 비선형 연상기억에서는 단위소자인 신경들간에 연결이 직접 일어나지 않고 입력 패턴에 따라 신경간의 연결세가 그때그때 변화된다(식(1)에서 세번째 항 이후). 이들 동적연결은 연결의 많은 자유도를 제공하므로 저장능력의 증대를 가져온다. 여기서는 특히 구현이 간단하면서 선형모델에 비해 저장용량을 증대시키는 2차 비선형모델에 대해 고찰한다. 수식적으로 살펴보면, 길이 N bit의 M 개의 2진 벡터 $V^s (S=1, 2, \dots, M)$ 는 다음과 같은 외적에 의한 3차 rank의 tensor에 기억된다.

$$W_{ijk} = \sum_{s=1}^M (2V_i^s - 1) (2V_j^s - 1) (2V_k^s - 1) \quad (2)$$

여기서는 단극이진 $\{1, 0\}$ 모델을 가정하였다. 이 tensor W 에 오류가 발생되었거나 불완전한 입력벡터를 입력시키고

$$\hat{V}_i^s = \sum_j \sum_k W_{ijk} V_j^s V_k^s \quad (3a)$$

$$= \sum_{s=1}^M \{ \sum_j (2V_j^s - 1) V_j^s \} (2V_i^s - 1) \quad (3b)$$

다음의 thresholding 작용, 즉 $\text{thr}\{\cdot\}$ 함수

$$V_i^s = \begin{cases} 1 & \text{if } \hat{V}_i^s \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

을 거친후, 이 결과를 다시 새로운 입력으로 간주되어 위의 식(3), (4)의 작용을 반복하여 입력된 벡터와 가장 비슷한 완전한 저장벡터를 최종 출력으로 얻게 된다. 여기서 가장 비슷하다는 기준은 입력벡터와 저장벡터들 간의 내적값으로써, 그 값이 클 수록 비슷하다고 할 수 있다. 식(3b)에서 보는 바와 같이 제곱항이 도입되어 신호항과 잡음항의 분별을 보다 크게 함으로써 저장용량을 증가시키는 것이다. 이론적으로 신호-잡음비는 N/\sqrt{M} 에 비례하며 선형모델의

경우는 $\sqrt{N/M}$ 에 비례한다. 그리고 선형모델인 Hopfield 모델의 경우 저장용량 M_H 는 약 $0.1N$ 이라고 알려져 있지만 2차 비선형 모델은 약 $NM_H/3$ 이 된다. 일반적으로 k 차 비선형 모델로 확장하면 그 저장용량은 $N^k/k!$ 에 비례하게 된다.

위의 알고리즘에 기초한 광연상기억을 간단히 얻기 위해서 약간의 알고리즘의 변형이 도움이 된다. 첫번째 변형은 신경간의 연결세기를 양극 2진으로 clipping하는 것으로 on-off형의 광공간변조기(spatial light modulator)를 사용할 수 있게 되어 편리하다. 실제로 Hopfield 모델을 구현하는데도 많이 사용되었다.^{11,12)} 즉 식(3a)는 다음과 같이 쓸 수 있는데

$$T_{ij} = \sum_k \text{sgn}(W_{ijk}) V_k^s \quad (5a)$$

$$\hat{V}_i^s = \sum_j \text{sgn}(T_{ij}) V_j^s \quad (5b)$$

여기서 함수 $\text{sgn}(\cdot)$ 은 다음처럼 정의한다.

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ -1 & \text{if } x < 0 \end{cases} \quad (6)$$

이 때 저장된 벡터의 갯수 M 이 홀수이면 $\text{sgn}(W_{ijk})$ 는 두가지 값(1 또는 -1)만 갖게 되므로 $\text{sgn}(W_{ijk})$ 및 $\text{sgn}(T_{ij})$ 모두에 on-off형의 광공간변조기를 사용할 수 있고, M 이 짝수이면 세가지 값을 모두 갖게 되지만 $\text{sgn}(W_{ijk})$ 만 세가지 값으로 codin하면 $\text{sgn}(T_{ij})$ 를 위한 광공간변조기에는 역시 on-off형을 쓸 수 있다.

두번째 변형은 이 양극 2진 $\text{sgn}(W_{ijk})$ 와 $\text{sgn}(T_{ij})$ 에 어떤 상수를 더하여 단극 2진으로 바꾸고(편의상 M 이 홀수라고 함) 이를 입력의존 thresholding 시스템으로 보상하는 것이다. 이 상수를 1로 하여, 즉 모든 i, j, k 에 대해서 $W_{ijk}^* = \text{sgn}(W_{ijk}) + 1$, $T_{ij}^* = \text{sgn}(T_{ij}) + 1$ 로 하여, 식(4), (5)를 다음 두단계로 쓰자.

$$\text{단계 1: } \hat{T}_{ij} = \sum_k W_{ijk}^* V_k^s \quad (7a)$$

$$T_{ij}^* = \begin{cases} 2 & \text{if } \hat{T}_{ij} \geq \theta^v \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (7b)$$

$$\text{단계 2: } \hat{V}_i^s = \sum_j T_{ij}^* V_j^s \quad (8a)$$

$$V_i^s = \begin{cases} 1 & \text{if } \hat{V}_i^s \geq \theta^v \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (8b)$$

여기서 threshold값 θ^v 는 $\sum_j V_j^s$ 이고, 얻어진 V^s 는 새

로운 입력벡터로 간주되어 재환된다. 이 재환은 반드시 필요한 것은 아니지만 한번에 의한 오류보정으로 완전한 저장벡터를 출력하지 못할 경우에 도움이 된다.

III. 광학적 구현

2차 비선형 연상기억을 구성하는 N개의 신경시스템에서 신경간의 총연결 갯수는 N^2 으로 이는 선형모델에 해당하는 Hopfield 모델의 경우에 비해 대략 N배가 된다. 이러한 많은 연결은 광학적 기술로 구현하는 것이 보다 효과적이라고 여겨진다.

앞절에서 설명한 첫단계는 참고문헌 7에서 설명한 3차원적 홀로그램 연결방법을 이용하여 구현할 수 있다. 첫단계에서 정의한 행렬 \hat{T} 가 가중합 $\sum W_k^* V_k^i$ 이므로, 각 항 $W_k^* V_k^i$ 는 그림 1(a)와 같이 V_k^i 를 1차원 on-off형의 공간 광변조기로 나타내고 홀로그램으로 투사작용을 함으로써 얻을 수 있다. W_{ijk} 가 3차 rank 텐서이므로 W_1, W_2, \dots 는 $N \times N$ 행렬이다. 일차원 광변조기의 k번째 요소가 on이라는 것은 $V_k^i = 1$ 을 의미하고 off는 $V_k^i = 0$ 을 의미한다. \hat{T} 를 얻기 위해서는 N개의 홀로그램 요소들의 결상면에서 그림 1(b)와 같

이 N개 영상의 incoherent합이 수행되어야 한다. 이 홀로그램을 기록하는 방법을 그림 1(c)에 나타내었다. 개개의 단극패턴 W_k^* 는 2차원 광공간 변조기로 나타내거나 필름마스크로 나타내고(투명상태는 2를 의미하고 불투명상태는 0을 의미함) 대응되는 홀로그램 요소에 기록시킨다. 그림 1(c)에서 diffuser는 홀로그램판의 dynamic range problem을 해소하고 또 결상면에서의 incoherent합이 수행될 수 있게 한다. 입력벡터의 1의 갯수의 총합에 해당하는 threshold값 θ^i 를 얻기 위해서 그림 1에서 나타낸 것처럼 모든 2차원 패턴에 하나씩의 투명픽셀(2에 해당)을 두었다. 이렇게 하여 홀로그램의 결상평면에서 추가된 픽셀에 의해 $2\theta^i$ 를 얻게 된다. 최소한 $2N+1$ 개의 셀을 갖는 2차원 광검출기를 사용하여 \hat{T} 를 얻고 전기적으로 이를 thresholding하여 T^* 를 얻는다. 이 단극행렬은 2차원 공간 광변조기로 나타내고 다음 단계에서 사용한다.

두번째 단계는 단순히 입력벡터와 앞에서 얻은 행렬 T^* 와의 곱셈이므로 광벡터-행렬 곱셈기로 수행할 수 있다. 그림 2(a)는 전체 시스템구성도이며 광벡터-행렬 곱셈기의 렌즈들은 시각적 편의상 생략하여 그렸다. 이 때도 입력의존 thresholding이 수행되어야 하며 앞에서 얻은 θ^i 를 이용한다. 그리고 1차원 광검출기 픽셀의 크기는 coherent합이 발생되지 않도록 너무작은 것은 피해야 한다. 여기서 얻은 벡터는 thresholding되어 다시 입력으로 재환된다.

여기서 설명한 연결방법은 참고문헌 7의 N^4 연결방법에 기초하고 있으나 Caulfield가 제안한 N^4 연결방법^[10]을 사용하여 2차 비선형 연상기억을 구현할 수 있다. 실제로 두가지의 연결방법은 연결세기가 대칭이면 서로 등가이다.^[10] 참고문헌 19의 방법으로 2차 비선형 연상기억을 구현한다면 홀로그램 소자 전체에 항상 기준빔을 조사하고 이 때의 2차원 홀로그램 영상(연결정보)을 입력벡터의 외적값(행렬이 됨)으로 선택하여 이를 렌즈로 imaging시키고 thresholding 하면 그 출력이 얻고자하는 벡터가 된다. 그림 2(b)는 이 방법을 사용했을 때 전체 시스템 구성도이다. 그림 2(a)와 다른점은 입력벡터가 들어 왔을 때 먼저 자신과의 외적을 수행하여 행렬로 바꾸는 부분이 필요하고 이 행렬이 실제의 입력으로 사용된다는 점이다. 이는 식 (3a)에서

$$U_k^i = V_j^i V_k^j \tag{9a}$$

$$\hat{V}_i^j = \sum_k W_{ik}^* U_k^j \tag{9b}$$

로 연산을 수행하는 꼴이 된다.

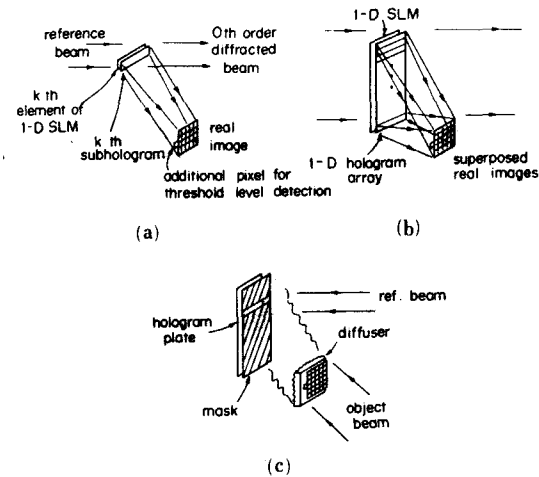


그림 1. 홀로그램을 이용한 연결방법
 (a) k번째 홀로그램요소의 투사작용
 (b) 중첩되는 실상을 갖는 N개의 홀로그램요소들의 투사작용
 (c) 이들 홀로그램요소들을 기록하는 방법

Fig. 1. Holographic interconnection method.
 (a) Projection operation of the kth subhologram.
 (b) Projection operation of N subholograms with superposed real images.
 (c) Recording method of the subholograms.

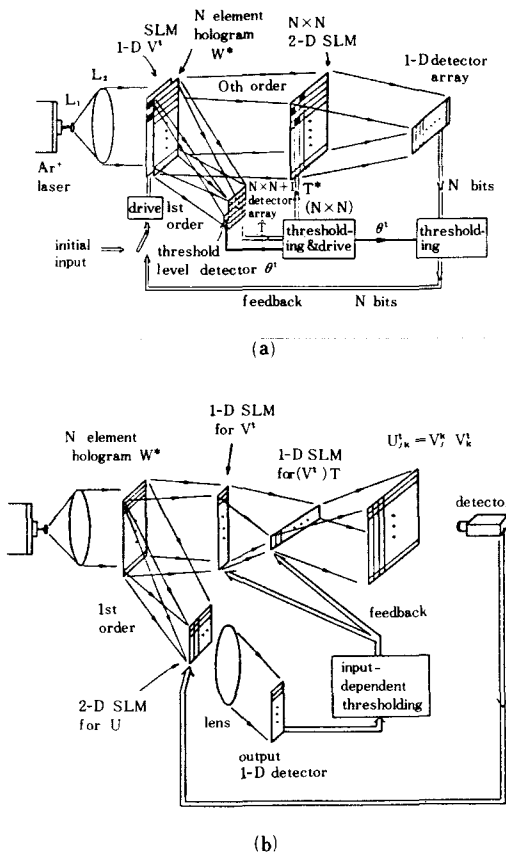


그림 2. 전체 시스템 구성도
 (a) 홀로그램과 광벡터-행렬 곱셈기를 사용한 구성도
 (b) 홀로그램과 벡터-벡터 외적방법을 사용한 구성도

Fig. 2. Total system setup.
 (a) The setup using holograms and optical matrix-vector multiplier.
 (b) The setup using holograms and vector-vector outer product method.

IV. 실험

실험적으로 2차 비선형 연상기억을 입증하기 위해 무작위로 얻은 3개의 2진 벡터

$$V^1 = [1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0],$$

$$V^2 = [0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1],$$

$$V^3 = [1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1],$$

를 1000개의 연결갯수를 갖는 10개 신경회로에 기억시켰다. 실험장치는 그림 2(a)의 구조로 하였다. 3차 rank 텐서인 W_{ijk}^* 의 값을 계산한 것이 그림 3(a)이고

이를 검은 바탕의 필름마스크로 제작한 것이 그림 3(b)이다. 그림 3(b)에서 threshold값을 검출하기 위해 추가된 투명픽셀은 각 연결패턴의 11번째 열에 두었다. 입력 1차원 광공간변조기로는 액정 광스위치 어레이를 사용하였으며 2차원 광공간변조기로는 액정 TV를 사용하였고 액정 TV 구동기는 TV 카메라이다. 개개의 홀로그램 요소의 크기는 대략 $3\text{mm} \times 30\text{mm}$ 이고 10×10 개의 요소를 갖는 2차원 광변조기의 각 요소 크기는 대략 $2\text{mm} \times 2\text{mm}$ 정도이다(액정 TV 모니터 패널에 있는 여러개의 픽셀을 하나의 광변조기 요소로 사용하였음). 첫단계를 수행하는데 걸리는 지연시간은 전체 시스템의 지연시간보다 짧도록 하였다. 실험에서 이 시스템이 기억시킨 3개의 벡터를 오

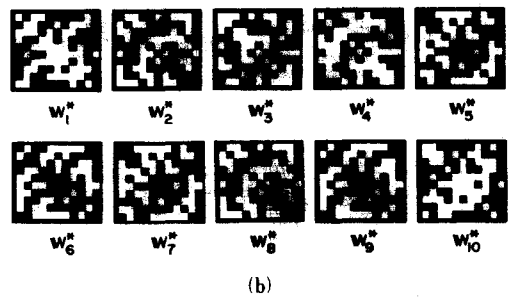
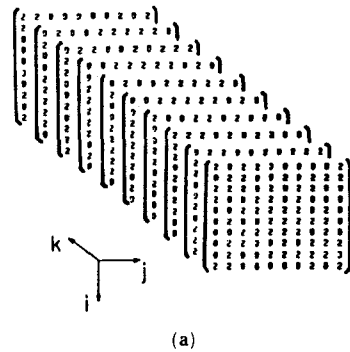


그림 3. (a) $10 \times 10 \times 10$ 개의 요소를 갖는 계산된 3차 rank 텐서 W_{ijk}^* .
 (b) 10×10 개의 요소를 갖는 10개의 2차원 연결패턴. thresholding level을 검출하기 위한 추가의 투명 pixel은 각 패턴의 11번째 열에 두었다.

Fig. 3. (a) Calculated third rank tensor W_{ijk}^* with $10 \times 10 \times 10$ elements.
 (b) Ten 2-D connection patterns with 10×10 elements. An additional white pixel for the thresholding level detection is positioned in the eleventh column of each pattern.

류보정 능력을 갖고 기억해 낼 수 있음을 관측하였다. 그림 4는 그 실험결과이다. 신경의 갯수가 적고 광학적 잡음의 영향으로 Hamming 거리 1의 오류보정 능력밖에 없었으나 그림 2(a)의 광학구현 구조는 성공적으로 입증하였다고 여겨진다.

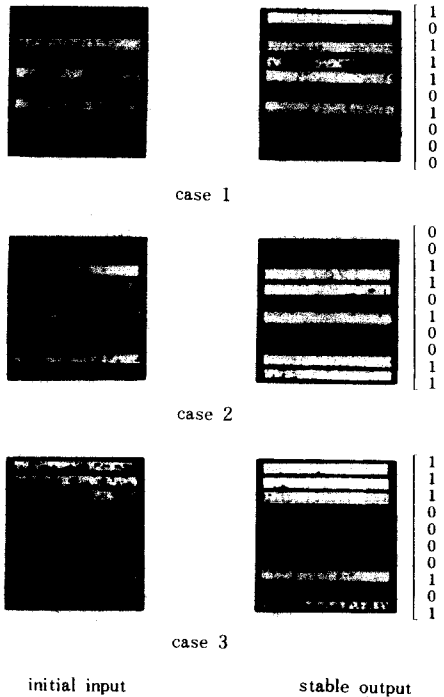


그림 4. 실험 결과
Fig. 4. Experimental results.

V. 고 찰

이 방법으로 대략 100개 정도의 신경수를 갖는 신경망을 쉽게 실현 할 수 있으리라 여겨진다. 각각의 홀로그래프 소자의 크기를 대략 0.5mm×10mm (1차원 어레이 이므로 한쪽 방향의 크기만 중요하다.)로 할 때 100×100 연결패턴 쉽게 기록되어 지기 때문이다.⁽¹⁹⁾ 따라서 100개 정도의 신경은 상용 2차원 자기광학변조기⁽²¹⁾나 액정 TV, 대략 5cm×1cm 정도의 홀로그래프 건판, 그리고 CCD 광검출기 등을 사용하여 이 구조로 쉽게 구현할 수 있을 것이다.

큰 신경수 N에 대해 앞의 알고리즘을 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였는데 다른 선형모델에 비해 상당한 저장용량의 증가를 볼 수 있었다. 2차 비선형 모델의 저장용량은 대략 N²에 비례해서 증가하므로 이를 변위불변 연상기억에 이용할 수 있을 것이다.⁽¹⁰⁾

앞으로의 연구는 W_{ik}를 임의로 바꿀 수 있도록 함으로써 학습이 가능한 적응시스템으로 발전시키는 것이고 또 한가지는 공간을 효율적으로 사용하기 위해 2차원 영상을 기억으로 확장시키는 것이 될 것이다. Hopfield 모델에서 각 bit에 중요도를 줌으로써 기억 성능을 향상시키는 방법⁽²²⁾을 고차 비선형 모델에 적용할 수 있을 것이다.

감사의 글

여러가지로 실험에 도움을 준 본 실험실의 박진수 군(현재 KTA 연구원), 액정 스위치 어레이를 제작해 주신 서통 Displaytech 개발부의 이종호씨와 이복규 씨께 감사드립니다.

参 考 文 献

- [1] D. Psaltis and N. Farhat, "Optical information processing based on an associative memory model of neural nets with thresholding and feedback," *Opt. Lett.* vol. 10, p. 98, 1985.
- [2] N. Farhat, D. Psaltis, A. Prata, and E. Paek, "Optical implementation of the Hopfield model," *Appl. Opt.* vol. 24, p. 1469, 1985.
- [3] E.G. Paek and D. Psaltis, "Optical associative memory using Fourier transform holograms," *Opt. Eng.* vol. 26, p. 428, 1987.
- [4] A.D. Fisher, W.L. Lippincott, and J.C. Lee, "Optical implementations of associative networks with versatile adaptive learning capabilities," *Appl. Opt.* vol. 26, p. 5039, 1987.
- [5] C.C. Guest and R. TeColste, "Designs and devices for optical bidirectional associative memories," *Appl. Opt.* vol. 26, p. 5055, 1987.
- [6] N.H. Farhat, "Optoelectronic analogs of self-programming neural nets; architecture and methodologies for implementing fast stochastic learning by simulated annealing," *Appl. Opt.* vol. 23, p. 5093, 1987.
- [7] Ju-Seog Jang, Su-Won Jung, Soo-Young Lee, and Sang-Yung Shin "Optical implementation of the Hopfield model for two-dimensional associative memory," *Opt. Lett.* vol. 13, p. 248, 1988; 장주석, 정수원, 이수영, 신상영, "음연결이 없는, Hopfield 모델에 기초한 2차원 연상기억의 광학적구현," 제 2 회

- 과동 및 레이저 학술발표회 논문집, pp. 11-11-9, 1987. 2.
- [8] Y.S. Abu-Mostafa and J.-M.S. Jacques, "Information capacity of the Hopfield model," *IEEE Trans. Inf. Theory*. vol. IT-31, p. 461, 1985.
- [9] J. Hong and D. Psaltis, "Storage capacity of holographic associative memories," *Opt. Lett.* vol. 11, p. 812, 1986.
- [10] D. Psaltis and J. Hong, "Shift-invariant optical associative memories," *Opt. Eng.* vol. 26, p. 10, 1987.
- [11] R.A. Athale, H.H. Szu, and C.B. Friedlander, "Optical implementation of associative memory with controlled nonlinearity in the correlation domain," *Opt. Lett.* vol. 11, p. 482, 1986.
- [12] D.Z. Anderson, "Coherent optical eigenstate memory," *Opt. Lett.* vol. 11, p. 56, 1986.
- [13] A. Yariv and S.-K. Kwong, "Associative memories based on message-bearing optical modes in phase-conjugate resonator," *Opt. Lett.* vol. 11, p. 186, 1986.
- [14] G.J. Dunning, E. Marom, Y. Owechko, and B.H. Soffer, "All optical associative memory with shift invariance and multiple-image recall," *Opt. Lett.* vol. 12, p. 346, 1987.
- [15] H.H. Chen, Y.C. Lee, G.Z. Sun, H.Y. Lee, T. Maxwell, and C.L. Giles, "Higher order correlation model for associative memory," *AIP Conf. Proc.* vol. 151, p. 86, 1986.
- [16] D. Psaltis and C.H. Park, "Nonlinear discriminant functions and associative memories," *AIP Conf. Proc.* vol. 151, p. 1986.
- [17] D. Psaltis, C.H. Park, and J. Hong, "Higher order associative memories and their optical implementations," *Neural Networks*, vol. 1, p. 149, 1988.
- [18] Ju-Seog Jang, Sang-Yung Shin, and Soo-Young Lee, "Optical implementation of quadratic associative memory with outer-product storage," *Opt. Lett.* vol. 13, p. 693, 1988.
- [19] H.J. Caulfield, "Parallel N^4 weighted optical interconnections," *Appl. Opt.* vol. 26, p. 4039, 1987.
- [20] Ju-Seog Jang, Sang-Yung Shin, and Soo-Young Lee, "Parallel N^4 weighted optical interconnections: comments," *Appl. Opt.* vol. 27, p. 4364, 1988.
- [21] D. Psaltis, E.G. Paek, and S.S. Venkatesh. "Optical image correlation with a binary spatial light modulator," *Opt. Eng.* vol. 23, p. 698, 1984.
- [22] Soo-Young Lee, Ju-Seog Jang, Sang-Yung Shin, and Chang-Sup Shim, "Optical implementation of associative memory with controlled bit-significance," *Appl. Opt.* vol. 27, no. 10, p. 1921, 1988. *

 著 者 紹 介

張 珠 錫 (正會員) 第25卷 第11號 參照
 현재 한국과학기술원 전기 및
 전자공학과 박사과정

李 壽 永 (正會員) 第25卷 第11號 參照
 현재 한국과학기술원 전기 및
 전자공학과 조교수

●

申 相 永 (正會員) 第25卷 第8號 參照
 현재 한국과학기술원 전기 및
 전자공학과 교수