

토크 맥동량에 의한 전압원 PAWM 인버터의 평가

(An Evaluation of Voltage Source PAWM Inverter by Torque Ripple Content)

李治煥,* 具本鎬,** 權宇鉉*

(Chi Hwan Lee, Bon Ho Koo and Wo Hyen Kwon)

要 約

본 연구는 인버터로 구동되는 유도전동기에서 발생하는 토크 맥동을 표현하는, 고조파 토크 합수 HTF (harmonic torque function)를 제안하고, 컴퓨터 시뮬레이션과 실험을 통하여 HTF의 타당성을 입증하였다. 제안된 HTF는 고조파 전류의 크기 뿐만 아니라 위상까지 고려하므로서 부하변동에 무관한 고조파 토크 함수가 되었으며, 이를 six-step, SPWM 및 TPWM의 펄스 폭 제어 인버터에 적용하여 비교하였다. 그 결과 PAWM 인버터에서의 우수한 제어방법이 선택되었다. 한 주기당 펄스 수가 9이하에서는 six-step이, 출력전압 크기와 토크 맥동의 측면에서, SPWM 및 TPWM보다 우수함을 알 수 있었다.

Abstract

In this paper, a new HTF(Harmonic torque function) which takes into account the phasor of harmonic current, and which represents torque ripple content of induction motor is proposed. Through experiments and computer simulations using direct-quadrature two axis model, the proposed HTF is proved to be valid.

Applying this function, six-step, SPWM and TPWM pulse-amplitude-width-controlled inverters are evaluated and compared with each other. A good control strategy for PAWM inverters was chosen from the results. It turns out that TPWM is superior to SPWM in torque ripple content and output voltage amplitude of fundamental wave and six-step is better than PWM when CR is 9.

I. 서 론

유도 전동기를 속도 제어하려면 공급전압과 주파수를 가변할 수 있는 교류 전원이 필요하며, 최근 전

력용 반도체 소자의 발달로 인버터 및 사이크로콘버터의 제작이 용이하게 되었다. 광범위한 속도제어가 가능한 인버터는 직류대 교류 콘버터로 six-step 인버터가 이용되었으나, 저차 고조파 성분의 발생으로 공급 전류의 THD(total harmonic distortion)가 증가되어 유도 전동기에 진동과 발열등을 일으키게 된다. 이러한 결점에 대해 한주기당 다수의 펄스를 발생하고 그 폭을 변화시키는 PWM(pulse width modulation) 방법이 개발되었다.^[1] 그러나 PWM 방법도

*正會員, 慶北大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Kyungpook Nat'l Univ.)

**正會員, 慶州專門大學 電子科

(Dept. of Elec. Eng., Kyungjoo Ex. Jr College)

接受日字: 1988年 11月 7日

고차 고조파의 발생으로 유도전동기의 운전에서 많은 부작용을 수반한다. 이러한 유도 전동기에서 고조파 성분으로 인해 일어나는 여러 현상에 대한 해석과 개선방법이 연구되고 있다.

1981년, Chin과 Tomita^[1]는 부하조건을 고려한 전류원 인버터에서의 토오크 해석과 그 맥동의 감소를 위한 방법을 제시하였으나 고조파 성분과 그 맥동에 대한 일반화된 평가함수를 정의하지 못하였으며, 1983년, Murphy와 Egan^[2]은 간략화된 토오크 맥동 평가함수를 정의하였으나, 고조파 토오크들의 회전방향과 위상을 무시하므로서 정확한 평가가 불가능하였다. 또한 인버터에서 발생하는 고조파들의 크기는 PWM방법에 따라서 다르게 나타나므로, PWM방법과 그의 실현에 대한 연구가 많이 행해지고 있다. 먼저 SPWM (sinusoidal PWM)은 삼각파와 사인파에 의한 natural sampling이므로 구현이 용이하여 많이 이용되며 고조파에 대한 수식적 해석도 이루어져 있다. 그러나 SPWM은 기본파의 크기가 적고 한 주기당 펄스수가 작은 경우 고조파의 영향이 크다는 단점을 지니고 있으며, 기본파의 크기를 개선하기 위하여 3차 고조파를 부가하는 방법도 있다.^[4] 특정 고조파를 제거할 수 있는 OPWM (optimal PWM) 방식은 고조파는 감소시킬 수 있으나 펄스의 스위칭 각을 결정하기가 어렵고, 각 출력 주파수에 해당하는 스위칭 패턴을 저장할 많은 메모리가 요구된다.^[5] 사인파 대신에 trapezoidal파를 이용한 TPWM (trapezoidal PWM)은 1983년, Varnovitsky에^[6] 의해 제안되었다. TPWM은 기본파 및 고조파의 크기를 trapezoidal파의 모양에 따라 변화하고, 구현이 용이하다. 1986년, Taniguchi와 Irie는^[7] TPWM의 수식적 전개와 이를 이용하여 THD가 최소로 되는 삼각인수 (triangular factor)를 제안하였다. 그러나 제안된 삼각인수는 TPWM에서 발생하는 변조에 의한 고조파를 무시한 해석으로 CR (carrier ratio)가 아주 크지 않은 실제의 인버터에서는 적절하지 못하였다.

본 논문에서는 PWM에서 변조도의 변화에 따른 고조파의 변화를 무시하기 위하여 PAWM (pulse amplitude width modulation) 인버터 시스템을 기초로 하며, 고조파 전류의 위상과 회전 방향을 고려하여 부하조건에 무관한 새로운 고조파 토오크 함수를 정의하고 이를 이용하여 TPWM의 토오크 맥동을 최소로 하는 삼각인수를 결정하였다. 그 결과 0.36에서 토오크 맥동이 최소가 되었다. 그리고 새로이 정의된 고조파 토오크 함수를 이용하여 전압원 PAWM 인버터에서 six-step, SPWM 그리고 TPWM 방식에 대한 토오크 맥동을 컴퓨터 시뮬레이션 및 실험으로

비교 검토하였다.

II. 이 론

1. 고조파 토오크 함수

기본파에 대한 유도 전동기의 등가회로는 그림 1 (a)와 같이 표현되고, 여기서 R_s 는 고정자 저항, R_r 은 회전자 저항, X_1 은 고정자 리액턴스, X_2 는 회전자 리액턴스이며 X_m 은 상호 리액턴스이다. 그림 1 (b)는 K차 고조파에 대한 등가회로로 X_1, X_2, X_m 이 각각 K배 된다. 회전자 저항 R_r/s 는 슬립에 대한 함수로 주어지며, 고조파 슬립 S_k 는 회전자의 기계적 속도에 대한 고조파 MMF (magnetic motive force)의 회전속도로 주어진다. K차 고조파 MMF는 기본파 MMF의 K배로 회전하며 회전방향은 3배수를 중심으로 $3n+1$ 은 positive sequence 고조파로 정회전, $3n-1$ 은 negative sequence 고조파로 역회전한다. 회전자의 속도를 N으로 두고 K차 고조파 자속 회전속도를 Kn_1 이라 둘 때 고조파 슬립은

$$S_k = (Kn_1 \pm N) / Kn_1 \quad (1)$$

으로 표현되고 K의 증가에 따라 1에 가깝게 되므로 등가회로에서 회전자 저항 R_r/S_k 는 R_r 로 귀착된다. 그러므로 R_s 및 R_r 은 $K(X_1+X_2)$ 에 비해 무시할 수 있는 양이 되고 KX_m 도 KX_2 에 비해 큰 값이므로 이를 무시하면 그림 1(c)와 같이 근사화 할 수 있다. 근사화 등가회로로 부터 고조파 전류는

$$I_k = \frac{V_k}{K(X_1+X_2)} \quad (2)$$

로 주어진다.

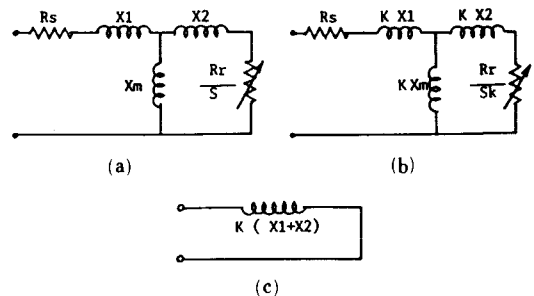


그림 1. 유도 전동기 등가회로

- (a) 기본파 등가회로
- (b) K차 고조파 등가회로
- (c) 근사화 등가회로

Fig. 1. Equivalent circuits of induction motor.

- (a) fundamental freq. equi. circuit.
- (b) K-th harmonic equi. circuit.
- (c) approximate equi. circuit for harmonic.

토포크는 공극 자속과 회전자 전류의 작용으로 발생되며, 기본파만이 존재하면 일정한 크기의 토포크가 생성되지만 고조파 자속, 고조파 전류가 포함되면 토포크 맥동을 일으킨다.

그림 2는 5차 및 7차 고조파가 존재하는 경우의 고조파 토포크를 보기위한 phasor도이다. 5차 고조파는 negative sequence 이므로 $-5We$ 로 회전하고 7차 고조파는 positive sequence로 $+7We$ 로 회전한다. 등가회로에서 저항 성분을 무시하였으므로 회전자의 고조파 전류는 고조파 자속에 비해 180도 뒤진 위상차를 가진다. 이와 같이 토포크는 기본파 전류, 자속 및 각 고조파 전류, 자속들의 상호 중첩으로 발생되며 전체 전류로 인한 토포크⁽³⁾는

$$T = K \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \phi_{km} I_{nr} \quad (3)$$

로 표현할 수 있고 ϕ_{km} 은 K차 고조파 공극자속 성분이고, I_{nr} 은 n차의 회전자에 흐르는 고조파 전류이다. 실제 고조파에 의한 자속량은 기본파 자속량에 비하여 미소량이므로 무시할 수 있다. 그러므로 토포크 맥동은 기본파 자속에 대한 고조파 전류의 합수로 표현된다.

$$Tr = \sum_{n=2,3,\dots}^{\infty} K \phi_{1m} I_{nr} \quad (4)$$

일반적으로 자속 ϕ_{1m} 은 일정하고, 회전자의 속도에 관계없이 고조파 슬립은 1이므로 토포크 맥동 성분은 부하 토포크의 크기에 관계없이 일정하다. Murphy와 Egan⁽³⁾에 의해 제안된 토포크 맥동 함수 CTRF (conventional torque ripple function)는 식(2)를 식(4)에 대입하면 얻어지며 다음과 같다.

$$CTRF = \sum_{n=2,3,\dots}^{\infty} (V_n/n) / V_1 \quad (5)$$

그러나 기본파 자속 ϕ_{1m} 을 회전하지 않는 정지된 상태로 두고 관찰하면, 5차 고조파 토포크는 $-6We$ 로

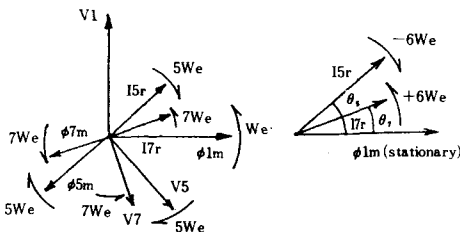


그림 2. 6차 고조파 토포크 phasor도
Fig. 2. Phasor diagram for sixth harmonic torque.

회전하고 7차 고조파 토포크는 $+6We$ 로 회전하는 것을 알 수 있다. 그러므로 고조파 토포크는 3배수의 회전속도에서 발생되며, 6차 토포크는 5차와 7차 고조파 전류의 크기와 위상이 관계되며 식(4)로부터 위관계를 고려하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} T6 &= K \phi_{1m} (I_{5r} \cdot \sin(\theta_5 - 6\omega_e t) + I_{7r} \cdot \sin(\theta_7 + 6\omega_e t)) \\ &= K \phi_{1m} \sqrt{(I_{7r} \cdot \cos(\theta_7) - I_{5r} \cdot \cos(\theta_5))^2 + \\ &\quad + (I_{7r} \cdot \sin(\theta_7) + I_{5r} \cdot \sin(\theta_5))^2} \\ &\quad \cdot \sin(6\omega_e t + \theta_6) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 위상각 θ_6 는

$$\begin{aligned} \theta_6 &= \tan^{-1}((I_{7r} \cos(\theta_7) - I_{5r} \cos(\theta_5)) / \\ &\quad (I_{7r} \sin(\theta_7) + I_{5r} \sin(\theta_5))) \end{aligned}$$

이다. 토포크 맥동은 고조파 토포크의 전체 합으로 주어지며, 이를 본 논문에서는 고조파 토포크 함수 HTF (harmonic torque function)으로 정의하며

$$\begin{aligned} HTF &= \sum_{n=2,3,\dots}^{\infty} \sqrt{\left(\frac{V_{n+1}}{n+1} \cos(\theta_{n+1}) - \frac{V_{n-1}}{n-1} \cos(\theta_{n-1})\right)^2 + \\ &\quad \left(\frac{V_{n+1}}{n+1} \sin(\theta_{n+1}) + \frac{V_{n-1}}{n-1} \sin(\theta_{n-1})\right)^2} / V_1 \end{aligned}$$

로 표현된다. 과거에 사용된 토포크 맥동 함수 CTRF는 고조파 phasor를 무시한 수식으로 토포크 맥동을 정확히 평가할 수 없다. 인버터로 구동되는 유도 전동기에서의 또 다른 성능 평가함수로는 HLF (harmonic copper loss function)와 THD가 많이 사용된다. HLF는 고조파에 대한 저항손실비로 나타내며, 유도 전동기에서의 저항손실은 발열현상을 수반한다. HLF는 다음과 같이 정의한다.⁽³⁾

$$HLF = \sum_{n=2,3,\dots}^{\infty} (V_n/n)^2 / V_1 \quad (8)$$

THD는 일반적으로 많이 사용되는 기본파에 대한 고조파 성분의 포함 정도를 나타내는 함수로 다음 식으로 표현된다.

$$THD = \frac{\sqrt{V_2^2 + V_3^2 + \dots}}{V_1} \times 100(\%) \quad (9)$$

2. TPWM파형 해석

PWM 인버터의 기본회로는 그림 3과 같으며, 일반적으로 이용되는 six-step과 SPWM에 대한 수식적 결과는 부록에 표시한다.^{(1),(7),(8)} 그림 3의 회로에서 상전압은 0, 1의 two level pulse로 주어지며 선간전

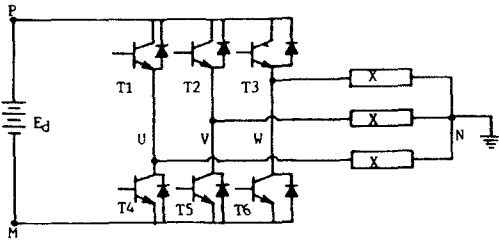


그림 3. 3상 인버터의 기본회로
Fig. 3. Basic circuit of 3-phase inverter.

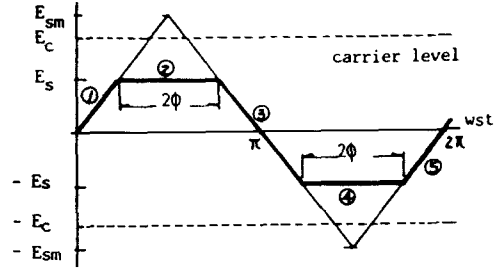


그림 4. Trapezoidal 변조 신호
Fig. 4. Trapezoidal modulating signal.

압은 $-1, 0, 1$ 의 three level pulse로 변환되어 직류성분을 제거시킨다. 출력에서의 고조파 성분의 크기는 한 주기당 펄스 수인 CR에 따라 변화하며 다음으로 표현된다.

$$CR = \frac{\omega_c}{\omega_s} : \text{carrier ratio} \quad (10)$$

Trapezoidal파는 그림 4와 같이 표현되고 삼각파에서 $-E_s, +E_s$ 로 진폭을 제한하여 발생시킬 수 있어 사인함수를 사용하는 SPWM보다 구현이 간단하다. 그러나 파형의 함수로의 기술은 어렵게 된다. 이를 해석하기 위하여 trapezoidal파의 모양과 삼각파와의 관계를 다음과 같이 두면

$$\sigma = \frac{E_s}{E_{sm}} : \text{TF (triangular factor)} \quad (11)$$

$$M_t = \frac{E_{sm}}{E_c} \quad (12)$$

$$M = \frac{E_s}{E_c} = \sigma M_t \quad (13)$$

이다. 여기서 trapezoidal파의 최대치에서의 직선 부분이 가지는 ϕ 는 σ 의 함수이며

$$\phi = (1 - \sigma) \pi / 2 \quad (14)$$

로 주어진다. 그림 5는 Bennett's technique^[8]에 의한 TPWM의 생성과정을 나타낸 변조 모델이다. 여기서 x축은 carrier $\omega_c t$, y축은 변조파 $\omega_s t$ 의 진행방향을 나타낸다. 기울기 ω_s / ω_c 의 직선 S와 변조파의 교점에서 펄스가 생성되며 sampling 위상각 ϕ_1, ϕ_2 로 주어진다. ϕ_1, ϕ_2 는 y축을 따라 변화하며 변조파의 모양이 관계된다. 그림 4에서 삼각파 구간, 직선 구간으로 구분하면 sampling 위상각은 5구간으로 구분할 수 있고, 각 구간에 대한 ϕ_1, ϕ_2 를 정의할 수 있다. 펄스열의 푸리에 전개는 $w_c t$ 와 $w_s t$ 의 double fourier

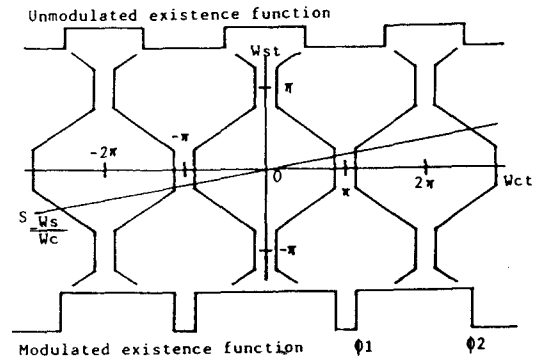


그림 5. TPWM 변조 모델
Fig. 5. Modulation model for TPWM.

series로 표현되므로 pole 전압은

$$V_{un}(\omega_c t, \omega_s t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} K_{mn} \exp[j(m \omega_c t + n \omega_s t)] \quad (15)$$

로 나타낼 수 있고, 선간전압은 두 상전압의 vector 차이므로 상전압에서 직접 선간전압을 구하기 위하여 δn 을 정의한다.

$$\delta n = \left\{ (1 - (-1)^n) \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) - j(1 + (-1)^n) \sin\left(\frac{n\pi}{6}\right) \right\} \cdot \exp\left(j \frac{n\pi}{6}\right) \quad (16)$$

상전압 사이의 위상차는 $n2\pi/3$ 이므로 선간전압은 기준 상전압에 대해 $n\pi/6$ 만큼 앞서고 $\sqrt{3}$ 배의 크기를 가진다. 또한 $3n$ 에 대해 δn 는 0이 된다. 그러므로 선간전압 V_{uv} 는

$$V_{uv} = V_{un} \cdot \delta n \quad (17)$$

로 표현된다. 5구간의 sampling 위상각을 이용하여 K_{mn} 을 구한다.^[7,8]

$$K_{mn} = \frac{Ed}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \exp[-j(mx+ny)] dx dy \quad (18)$$

식(18)로 K_{mn} 을 구하여 식(17)에 대입하면 선간전압

$$\begin{aligned} V_{uv} = & \frac{4\sqrt{3}}{\pi^2} Ed \frac{M}{\sigma} \cos(\phi) \sin(\omega_s t + \pi/6) \\ & - \sum_{n=3,5}^{\infty} \left[8Ed \frac{M}{\sigma} \frac{\cos(n\phi)}{(n\pi)^2} \right] \cos(n\pi/6) \\ & \cos(n(\omega_s t + 2\pi/3)) \\ & + \left[\sum_{m=1,3}^{\infty} \sum_{n=\pm 2, \pm 4}^{\pm \infty} Amn \cos(m(\omega_c t + \pi/2) \right. \\ & \left. + n(\omega_s t + \pi/6)) Ed \right. \\ & \left. + \sum_{m=2,4}^{\infty} \sum_{n=\pm 1, \pm 3}^{\pm \infty} Bmn \sin(m(\omega_c t + \pi/2) \right. \\ & \left. + n(\omega_s t + \pi/6)) Ed \right] \quad (19) \end{aligned}$$

가 얻어진다.^[7] 여기서

$$\begin{aligned} Amn = & \begin{cases} - \left[\frac{4Mt(F1-F2)}{n\pi^2} \right] \sin(n\pi/6), n \neq \pm mMt \\ \pm \left[\frac{2(G1-G2)}{Mt(m\pi)^2} \right] \sin(mMt\pi/6), n = \pm mMt \end{cases} \\ Bmn = & \begin{cases} \left[\frac{4Mt(F1+F2)}{n\pi^2} \right] \cos(n\pi/6), n \neq \pm mMt \\ \pm \left[\frac{2(G1+G2)}{Mt(m\pi)^2} \right] \cos(mMt\pi/6), n = \pm mMt \end{cases} \end{aligned}$$

$$F1 = \sin[(n+mMt)\delta\pi/2]/(n+mMt)$$

$$F2 = \sin[(n-mMt)\delta\pi/2]/(n-mMt)$$

$$G1 = mM\pi$$

$$G2 = \sin G1 \text{이다.}$$

식(19)에서 보면 기본파 및 고조파의 크기는 CR, M 및 삼각인수 σ 에 따라 변화되며, 삼각인수=0에서 six-step과 동일한 상태가 된다. CR은 3의 배수로 선택함으로 3상의 위상차로 인한 carrier파의 상쇄 효과를 얻을 수 있고, 특히 홀수로 선택함으로 짝수 고조파가 발생하지 않게 된다.

3. 토오크 맥동 평가

PAWM 방식은 출력 전압을 dc-link 전압의 제어로 수행하고, 변조도는 dc-link 전압의 이용율이 가장 큰 1로 둔다. 그러므로 본 논문에서도 각 PWM에서 변조도 M=1로 두고 해석한다. 식(19)의 1항은

기본파, 2항은 trapezoidal 파형에 따른 고조파, 3항은 carrier와 trapezoidal파와의 변조에 따른 고조파이며 ω_c 가 유도 전동기의 특성에 영향을 미치지 않는 높은 주파수이면 3항은 무시할 수 있다.

TPWM에서 THD 및 기본파 크기와 삼각인수의 관계는 그림 6과 같고, 삼각인수=0.3까지는 크기가 일정하다고 볼 수 있다. SPWM에서 기본파의 크기는 0.86으로 TPWM에서 삼각인수=0.75일 때와 일치한다. Taniguchi와 Irie는 식(19)의 2항까지만 고려하여 THD를 조사하였으며, 삼각인수=0.8과 0.4에서 THD 최소점을 가졌다. 기본파의 입장에서 삼각인수=0.4가 유리하므로 삼각인수 0.4를 최적 삼각인수로 제안하였다. 그러나 실제의 인버터 시스템에서 ω_c 를 무시할 수 없으며, CR에 따라 고조파의 양상이 많이 변화하게 된다. 그림 7은 TPWM의 CR=21인 경우의 THD, CTRF, HTF의 삼각인수에 대한 변화를 나타낸 것이다. Taniguchi와 Irie가 제안한 삼각인수=0.4에서 THD는 최소가 되지 않으며, 삼각인수=0에서 최소가 된다. 이는 six-step에서 THD가 최소가 됨을 의미한다. 그러므로 TPWM에서 THD 최소를 위한 삼각인수는 존재하지 않는다.

본 논문에서는 토오크 맥동을 최소로 하기 위한 새로운 삼각인수를 결정한다. 기존의 토오크 맥동 평가 함수 CTRF는 (c)점에서 최소 토오크 맥동을 지시한다. 식(7)로 정의된 고조파 토오크 함수 HTF는 (a)점에서 최소 토오크 맥동을 지시하며, 오히려 (c)점에서는 토오크 맥동이 크게 증가되어 있다. 이러한 사실은 CTRF가 토오크 맥동의 크기를 평가할 수 없음을 나타낸다. 표 1은 SPWM의 CR의 변화에 따른

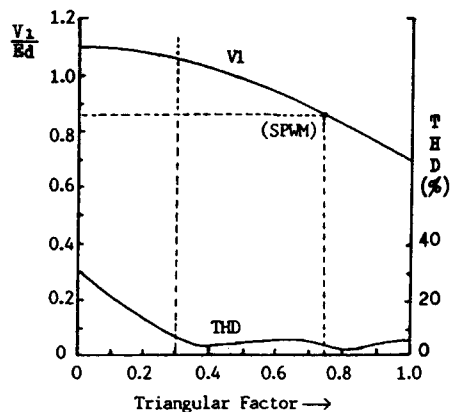


그림 6. TPWM에서 기본파 크기와 THD
Fig. 6. Amplitude of fundamental component and THD of TPWM.

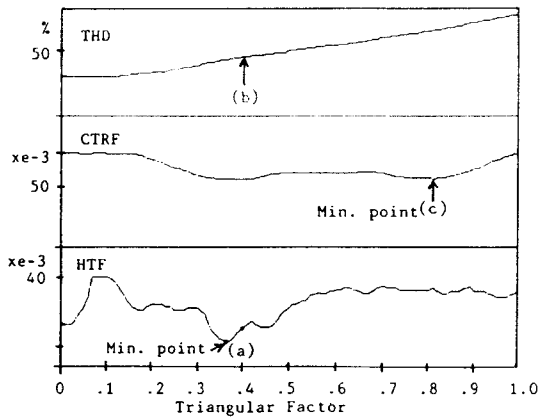


그림 7. 삼각인수의 변화에 따른 THD, CTRF, HLF의 변화

- (a) TF=0.35, HTF에 의한 최소 토오크 맥동점
- (b) TF=0.4, Taniguchi와 Irie가 제안한 최소 THD점
- (c) TF=0.8, CTRF에 의한 최소 토오크 맥동점

Fig. 7. THD, CTRF and HLF values of TPWM (CR=21) as a function of triangular factor.

- (a) TF=0.35, minimum torque ripple point/using HTF.
- (b) TF=0.4, minimum THD point/proposed by Taniguchi and Irie.
- (c) TF=0.8, minimum torque ripple point/using CTRF.

표 1. HTF와 CTRF에 의해 계산된 SPWM 인버터로 구동되는 유도 전동기의 토오크 맥동의 크기

Table 1. The predicted torque ripple amplitudes of SPWM inverter-fed induction motor using HTF and CTRF.

Classification	CTRF		HTF	
	x10 ⁻³ 1/six-step	1/six-step	x10 ⁻³ 1/six-step	1/six-step
Six-Step	90	1.00	23	1.00
CR=9	95	1.05	95	4.13
CR=15	78	0.86	57	2.48
CR=21	56	0.62	40	1.74
CR=27	39	0.43	29	1.26
CR=33	29	0.32	23	1.00
CR=39	23	0.25	19	0.83

토오크 맥동이 크기이다. six-step을 기준으로 할 때 CR=9에서 CTRF는 1.05배의 맥동 발생을, HTF는 4.13배의 맥동 발생을 표시한다. 또한 CTRF에 의하면 CR=15에서 맥동이 개선되지만 HTF는 CR=33에서 six-step과 동일하게 된다. 표 2는 9에서 39까지 변화할 때 TPWM에서 토오크 맥동이 최소가 되는 삼각인수를 표시한 것으로 CTRF는 CR=15인 경우에는 HTF와 비슷한 삼각인수 값을 가지나, 그 밖에는 상이한 값을 갖게된다. 반면 HTF는 CR에 거의 영향을 받지않고 일정한 0.36을 갖는다. 표 3은 THD, HLF, HTF로 각 PWM방식에 다른 특성을 비교한 것이다. CR=9에서는 토오크 맥동 및 손실이 six-step보다 PWM인버터가 큰 값을 가진다. CR=15부터는 손실은 감소되나 SPWM에서 토오크 맥동

표 2. HTF와 CTRF에 의한 TPWM에서 최소 토오크 맥동의 삼각인수 비교

Table 2. Comparison of triangular factors of minimum torque ripple by HTF and CTRF.

CR	9	15	21	27	33	39
By HTF	0.37	0.35	0.35	0.36	0.36	0.36
By CTRF	0.14	0.33	0.80	0.80	0.80	0.80

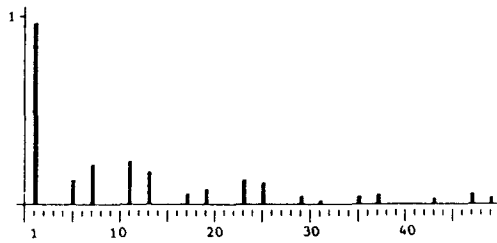
표 3. six-step, SPWM 및 TPWM의 THD, HLF, HTF에 의한 비교

Table 3. Comparison of six-step, SPWM and TPWM by THD, HLF and HTF.

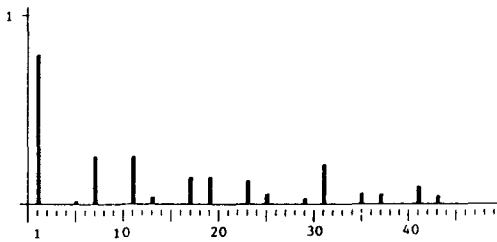
Classification	(THD)		(HLF)		(HTF)	
	Total harmonic distortion		Harmonic loss function		Harmonic torque function	
	% 1/six-step	1/six-step	x10 ⁻⁴ 1/six-step	1/six-step	x10 ⁻³ 1/six-step	1/six-step
Six-Step	30	1.00	24.0	1.00	23	1.00
CR=9	63	2.10	28.0	1.17	95	4.13
CR=15	61	2.03	9.2	0.38	57	2.48
CR=21	61	2.03	4.6	0.19	40	1.74
CR=27	57	1.90	2.7	0.11	29	1.26
CR=33	55	1.83	1.8	0.08	23	1.00
CR=39	52	1.73	1.3	0.05	19	0.83
CR=9 (0.37)	46	1.53	26.0	1.08	28	1.22
CR=15 (0.35)	44	1.47	7.8	0.33	20	0.87
CR=21 (0.35)	43	1.43	4.0	0.17	14	0.61
CR=27 (0.36)	43	1.43	2.5	0.10	10	0.43
CR=33 (0.36)	42	1.40	1.8	0.07	8	0.37
CR=39 (0.36)	41	1.37	1.4	0.06	7	0.32

(triangular factor)

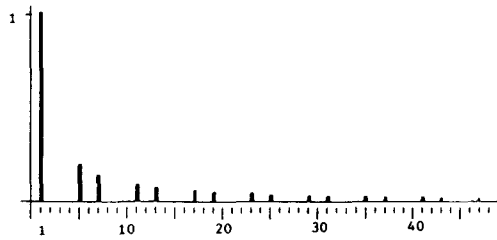
은 개선되지 않는다. THD는 six-step이 가장 적은 값이며 TPWM이 SPWM보다 기본파 크기의 영향으로 THD가 감소 되었다. 그림 8은 CR=9에서 각 PWM 방식에 따른 인버터의 spectrum을 나타낸 것이다. SPWM에서 예측된 큰 토오크 맥동은 positive와 negative sequence 고조파인 5차 및 7차의 고조파가 상쇄될 수 없음으로 인해 나타난 결과이며, TPWM은 5차 및 7차가 대립되게 발생되므로 6차 고조파 토오크가 크게 감소하게 된다.



(a) TPWM (CR=9)



(b) SPWM (CR=9)



(c) Six-step

그림 8. 출력 전압의 스펙트럼
Fig. 8. Spectrums of output voltage.

III. 시뮬레이션 및 고찰

PWM 인버터로 유도 전동기를 구동할 때 발생하는 토오크 맥동은 실험에 의한 정확한 측정이 어려우므로, 3상을 2상 d-q 모델(direct-quadrature)로 변

환하여 시뮬레이션하고 결과를 고찰한다.^{10,11)}

d-q 축변환은 전류 파형을 직접 관측하기 위하여 stationary reference frame으로 하며 그 관계는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} f_q \\ f_d \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & -\sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_u & f_v & f_w \end{bmatrix} \quad (20)$$

그림 3의 인버터 구조에서 각 상전압과 pole 전압의 변환은 다음의 관계가 있다.

$$V_{un} = 2/3 \cdot V_{um} - \frac{1}{3} (V_{vm} + V_{wm}) \quad (21)$$

$$V_{vn} = 2/3 \cdot V_{vm} - \frac{1}{3} (V_{um} + V_{wm}) \quad (22)$$

$$V_{wn} = 2/3 \cdot V_{wm} - \frac{1}{3} (V_{um} + V_{vm}) \quad (23)$$

유도 전동기는 회전자가 단락되어 있으므로 V_{qr} , V_{dr} 를 0으로 두면 다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s + L_m & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s + L_m & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_s + L_m & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_s + L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs} \\ I_{ds} \\ I_{qr} \\ I_{dr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & -W_r \cdot L_m & R_r & -W_r(L_m + L_r) \\ W_r \cdot L_m & 0 & W_r(L_m + L_r) & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs} \\ I_{ds} \\ I_{qr} \\ I_{dr} \end{bmatrix} \quad (24)$$

여기서 첨자 s, r은 고정자, 회전자를 표시하고 R_s 는 고정자 저항 R_r 은 회전자 저항 L_s 는 고정자 인덕턴스 L_r 은 회전자 인덕턴스 L_m 은 상호 인덕턴스이며 $p = d/dt$ 이다. 출력 토오크는

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{\text{Pole}}{2} L_m (I_{qs} \cdot I_{dr} - I_{ds} \cdot I_{qr}) \quad (25)$$

로 주어지고 회전자 속도 W_r 은

$$\frac{dW_r}{dt} = \frac{T_e - T_L - B \cdot W_r}{J} \quad (26)$$

의 관계에서 구할 수 있으며, T_L 은 부하 토오크 B 는 마찰계수 J 는 관성을 의미한다. 식 (20)~(26)을 이용하여 컴퓨터 시뮬레이션한다.

그림 9에서 그림12까지는 시뮬레이션 결과이며, 그림에서 0.35~0.5초 사이는 원파를 5배 확대한 것이

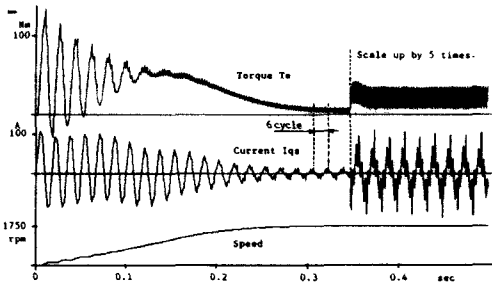


그림 9. six-step으로 구동되는 유도 전동기의 특성
 Fig. 9. Characteristics of six-step inverter-fed induction motor.

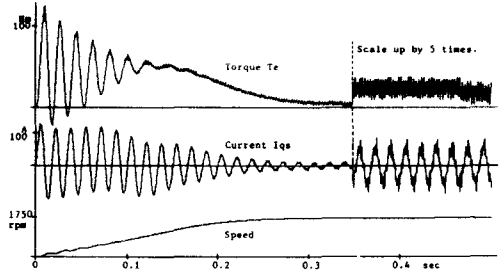


그림 12. TPWM (CR=21, TF=0.35)로 구동되는 유도 전동기의 특성
 Fig. 12. Characteristics of TPWM (CR=21, TF=0.35) inverter-fed induction motor.

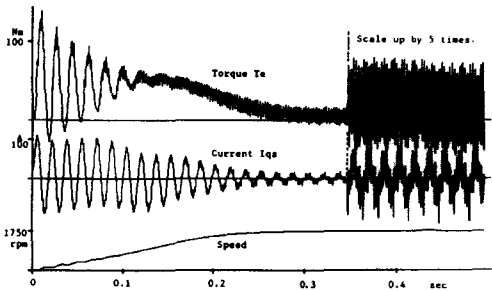


그림 10. SPWM (CR=9)로 구동되는 유도 전동기의 특성
 Fig. 10. Characteristics of SPWM (CR=9) inverter-fed induction motor.

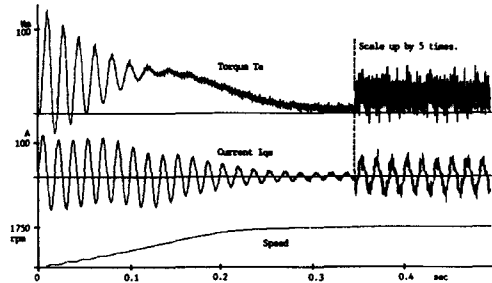


그림 11. TPWM (CR=21, TF=0.8)로 구동되는 유도 전동기의 특성
 Fig. 11. Characteristics of TPWM (CR=21, TF=0.8) inverter-fed induction motor.

6 배 진동성분이 가장 크게 나타남을 확인할 수 있다. 그림10은 SPWM, CR=9의 조건이며 표 1에서 예측된 six-step과 비교하여 약 4 배의 토크 맥동을 발생시킨다. 또한 표 3에서 제시된 HLF의 수치와 같이 전류의 고조파도 six-step의 경우보다 많아짐을 알 수 있다. 그림11는 TPWM, CR=21에서 삼각인수=0.8인 경우의 파형이고, 그림12는 삼각인수=0.35인 경우이다. 그림11과 12 그리고 그림7의 비교에서 HTF가 CTRF보다 토크 맥동의 표현함수로 적절함을 알 수 있다.

그림13은 전압원 PAWM 인버터의 구성도이며 제어 신호에 의해 출력이 six-step, SPWM, TPWM중 하나가 선택된다. 주파수의 변화에 대하여 유도 전동기의 공극자속을 일정하게 유지하기 위하여 V/F 일

다. 그림 9 는 six-step 인버터로 구동되는 유도 전동기의 특성이다. 식 (5)와 그림 8에서 six-step의 고조파들의 크기를 볼때 6차 토크 맥동을 예측할 수 있으며, 그림 9에서 토크 맥동이 기본파 전류의

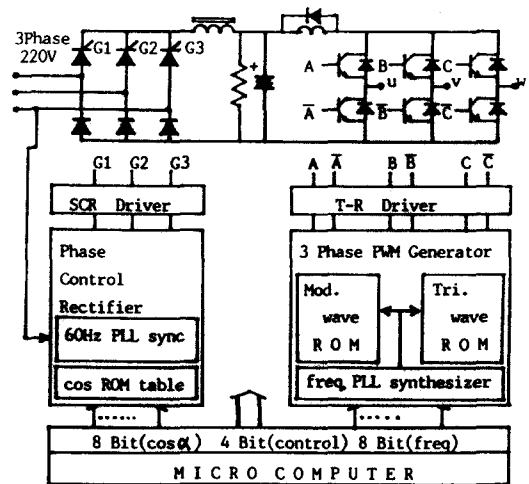


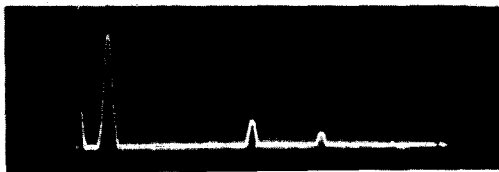
그림 13. 3상 인버터의 구성도
 Fig. 13. Configuration of 3 phase inverter.

정 제어방법을 사용한다. 제작된 인버터는 그림14와 같다.

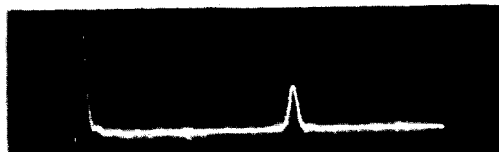
유도 전동기의 토오크 맥동은 기계적 특성과 결합된 진동의 형태로 나타나며 구동 주파수가 높은 경우에는 부하 관성으로 인하여 smoothing되어 지지만 낮은 주파수에서는 진동을 일으키게 된다. 그러므로 본 실험에서는 10Hz와 20Hz에서 six-step, SPWM, TPWM에 대해 측정하였다. 그림15는 six-step 으로 구동시 전류와 진동 스펙트럼을 나타낸 것으로 5차 및 7차의 고조파 전류는 6차의 토오크 맥동을 나타낸 것으로 5차 및 7차의 고조파 전류는 6차의 토오크 맥동을 발생함을 확인할 수 있다. 표4는 CR=9, 15에서 진동의 크기를 측정한 것으로 six-step의 경우를 기준으로 환산한 크기이다. CR=9에서 SPWM은 예측된 4배가 아닌 2.5배의 크기로 관측되나 이것은 부하관성의 영향으로 감소된 것으로



그림14. 제작된 인버터의 외관
Fig. 14. Appearance of inverter.



(a) Current spectrum



(b) Oscillation spectrum

그림15. 전류와 진동 스펙트럼 (six-step, 20Hz)
Fig. 15. Spectrums of current and oscillation (six-step, 20Hz).

표 4. six-step, SPWM 및 TPWM에서의 진동량의 비교

Table 4. Comparison of oscillation amplitude in six-step, SPWM and TPWM.

Carrier ratio	9		15	
	10Hz	20Hz	10Hz	20Hz
six-step	1.0	1.0	1.0	1.0
TPWM	1.0	1.0	0.9	0.9
SPWM	2.5	1.8	2.0	1.2

보인다. CR=15, SPWM에서도 크기는 감소되었으나 six-step보다 큰 값을 유지하고 있다.

실험에 의해 측정된 진동의 크기를 고려할 때 고조파 토오크 함수에 의한 토오크 맥동이 최소가되는 TPWM과 six-step 및 SPWM의 특성은 표3에 표시된 것과 같은 경향임을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문에서는 고조파 전류의 위상과 회전 방향을 고려하고 부하조건에 무관한, 고조파 토오크 함수 HTF를 정의하고, 이를 이용하여 TPWM에서 최소 토오크 맥동을 갖는 삼각인수를 구하였다. 일반적으로 많이 사용하는 six-step, SPWM과 TPWM에서 THD, HTF, HLF를 비교, 검토하였고 전압원 PAWM 인버터로 구동되는 유도전동기의 토오크 맥동을 d-q 모델에 의한 시뮬레이션과 실험을 통하여 조사하였으며, 얻어진 결론은 다음과 같다.

1) 기존의 토오크 맥동함수 CTRF는 토오크 맥동크기를 정확히 표현할 수 없으며, 새로이 정의된 고조파 토오크 함수 HTF의 타당성이 시뮬레이션과 실험으로 확인 되었다.

2) TPWM에서 CR이 아주 크지않는 경우 THD 최소점은 존재하지 않으며, 최소 토오크 맥동은 삼각인수=0.36일때 이다.

3) CR=9이 하는 토오크 맥동 및 고조파 손실 등이 SPWM, TPWM 모두 six-step보다 증가한다.

부 록

1. Fourier series of six-step

$$V_{uv} = \frac{E_a 2\sqrt{3}}{\pi} \left[\sin \omega t - \frac{1}{5} \sin 5\omega t - \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \frac{1}{11} \sin 11\omega t \dots \right]$$

2. Fourier series of SPWM

$$\begin{aligned}
 V_{uv}(\omega_c t, \omega_s t) = & E_d (\sqrt{3}/2) M \sin(\omega_s t + \pi/6) \\
 & + \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{n=\pm 2, \pm 4, \dots}^{\infty} \\
 & \cdot [4J_n(\nu) / \pi m] \sin(n\pi/6) \\
 & \times \cos[m(\omega_c t + \pi/2) + n(\omega_s t + \pi/6)] \\
 & + \sum_{m=2,4}^{\infty} \sum_{n=\pm 1, \pm 3, \dots}^{\infty} E_d [4J_n(\nu) / \pi m] \\
 & \cdot \cos(n\pi/6) \sin[m(\omega_c t + \pi/2) \\
 & + n(\omega_s t + \pi/6)]
 \end{aligned}$$

여기서 E_d dc supply voltage,
 $M = E_s/E_c$ modulation index,
 $J_n(\nu)$ Bessel function,
 $\nu = mM\pi/2$ 이다.

3. 사용된 유도 전동기의 경계 및 상수

전 압 : 220V, 3상, 60Hz

전 력 : 3마력, 4극

고정자 저항 (R_s) : 0.435

회전자 저항 (R_r) : 0.816

고정자 인덕턴스 (L_s) : 0.002H

회전자 인덕턴스 (L_r) : 0.002H

상 호 인덕턴스 (L_m) : 0.0693H

부 하 토오크 (TL) : 5.0Nm

부 하 관 성 (J) : 0.03kg·m²

參 考 文 獻

[1] Peter Wood, "Switching power converters," Van Nostrand Reinhold Company, New York (1981), pp.67-232.

- [2] Tung Hai Chin and Hideo Tomita, "The principles of eliminating pulsating torque in current source inverter induction motor systems," *IEEE Trans.*, IA-17, pp. 160-166, 1981.
- [3] J.M.D Murphy and Michael G. Egan, "A comparison of PWM strategies for inverter-fed induction motors," *IEEE Trans.*, IA-19, pp. 363-369, 1983.
- [4] John A. Houldsworth and Duncan A. Grant, "The use of Harmonic distortion to increase the output voltage of a three phase PWM inverter," *IEEE Trans.*, IA-20, pp. 1224-1227, 1984.
- [5] S.R. Bowes and A. Midoun, "Suboptimal switching strategies for microprocessor-controlled PWM inverter drives," *IEE Proceedings*, vol. 132, Pt.B, pp. 133-148, 1985.
- [6] Marlen Varnovitsky, "A microcomputer-based control signal generator for a three phase switching power inverter," *IEEE Trans.*, IA-19, pp. 228-234, 1983.
- [7] Katsunori Taniguchi and Hisaichi Irie, "Trapezoidal modulating signal for three phase inverter," *IEEE Trans.*, IE-33, pp. 190-200, 1986.
- [8] Maurizio Mazzucchelli, Luciano puglisi and Giuseppe Sciutto, "PWM systems in power donverters: An extension of the 'subharmonic' method," *IEEE Trans.*, IECI-28, pp. 315-322, 1981.
- [9] Edward Y. Y Ho and Paresh C. Sen, "Digital simulation of PWM induction motor drives for transient and steady-state performance," *IEEE Trans.*, IE-33, pp. 66-77, 1986.
- [10] P.C. Krause and C.H. Thomas, "Simulation of symmetrical induction machinery," *IEEE Trans.*, PAS-84, pp. 1038-1053, 1965. *

 著 者 紹 介

李 治 煥(正會員)

1961年 8月 6日生. 1984年 2月 영남대학교 전자공학과 졸업 공학사학위 취득. 1988年 2月 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업 석사학위 취득. 1989年 3月~현재 경북대학교 대학원 전자공학과 박사과정 재학중. 1985年 10月~현재 경북대학교 의과대학 조교. 주관심분야는 PWM Inverter, Motor Control 등임.

具 本 鎭(正會員)

1956年 7月 30日生. 1980年 2月 경북대학교 전자공학과 졸업 공학사학위 취득. 1985年 8月 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업 공학석사학위 취득. 1986年 3月~현재 경북대학교 대학원 전자공학과 박사과정 재학중 현재 경주전문대학 전자과 전임강사. 주관심분야는 전력전자임.

權 宇 鉉(正會員)

1953年 6月 22日生. 1977年 2月 서강대학교 전자공학과 졸업 공학사학위 취득. 1979年 2月 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업 공학석사학위 취득, 현재 경북대학교 전자공학과 부교수.