

무한히 긴 도체 스트립의 TE파 산란 특성

(Scattering Characteristics of the Infinite Strip Conductor for TE Waves)

張 宰 成** 李 相 尙*

(Jae Sung Chang and Sang Seol Lee)

要 約

무한히 긴 도체 스트립 위에 TE파가 입사될 때, 스트립에 유기되는 전류 분포를 계산한다. 스트립의 경계조건식을 공간 영역의 함수로 표시하면 convolution 적분을 포함하는 복잡한 식으로 나타난다. 그러나 그들을 주파수 영역으로 변환하면 전류밀도 함수와 Green 함수의 곱으로 간단히 표시된다. 전류 분포의 계산 결과는 본 연구에서 제시한 반복 끝내기 조건을 만족할 때 가장 좋은 결과를 보이고 있다.

Abstract

We calculate the distribution of the induced current on the strip by the TE waves on the infinite conducting strip. The boundary equations represented as the spatial domain function become very complicated equations including convolution integral. As we transform it to the spectral domain, we have a very simple equation expressed by some algebraic multiplication of the current density function and Green's function.

It is shown that the computation result of the induced current distribution gives the optimum value, when the stop condition of iteration presented in this paper are satisfied.

*正會員, 漢陽大學校 電子通信工學科
(Dept. of Telecomm. Hanyang Univ.)

**正會員, 濟州大學校 通信工學科
(Dept. of Telecomm. Cheju Univ.)

接受日字: 1988年 12月 13日

(※본 연구는 문교부 학술연구 조성비에 의해 연구된 것임.)

I. 서 론

전자파 산란 현상을 해석하는 방법으로 가장 많이 사용되었던 모먼트법은 산란 물체의 크기가 커지면 전류 분포를 나타내는 미지의 함수항이 매우 많아지고, 적분 방정식으로 부터 유도된 행렬의 크기가 매우 커져서 큰 컴퓨터 용량과 많은 계산시간이 필요하게 된다.^[1]

Keller에 의해 도입된 GTD(geometrical theory of diffraction)를 이용한 점근적인 방법들은 산란 물체가 완전 도체이거나 주파수가 공진 영역보다 높은 주파수 영역에 한정된다.^[2] Ko & Mittra는 이러한 방법들의 단점과 제한성을 극복하는 새로운 방법을 제시하였다. 이 방법은 공간 영역에서 convolution 적분을 포함하는 복잡한 식으로 표현되는 경계 조건식을 주파수 영역으로 Fourier 변환하여 전류밀도 함수항과 Green 함수항의 곱으로 간단히 표현하고, GTD로부터 산란파 식을 유도하여 초기 전류값을 결정하는 방법이다.^[3] Galerkin법 또는 반복법(iteration method)을 이용하면 초기 전류값으로부터 전류 분포를 구할 수 있다.^[4] Ko & Mittra는 무한히 긴 도체 스트립 위에 TM파가 입사될 때, FFT 알고리즘을 이용하여 반복 계산 함으로써 경계 조건식을 만족하는 전류 분포를 계산하였다. Kastner & Mittra는 이 이론을 발전시켜 원통형 산란 물체에 SIT(spectral-iteration technics)를 이용하여 전류 분포를 계산하였다. SIT는 모멘트법과는 달리 역행렬을 구하는 번거로운 작업이 필요없다. 그러나 SIT는 반복 과정에서 끝내기 조건식(stop condition of iteration)과 수렴 조건들을 만족할 때 최적치를 준다. 위의 두 논문에서는 반복 끝내기 조건식이 제시되지 않아서 최적치를 얻는데 어려움이 있다.

본 논문에서는 물리 광학적 추정치로부터 초기 전류를 구하고, SIT에 반복 끝내기 조건식을 적용하여 스트립 폭이 0.45 및 1.27 파장일 때 입사각($\theta^i = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$)의 변화에 따른 전류 분포를 계산한다.

II. Fourier 변환식

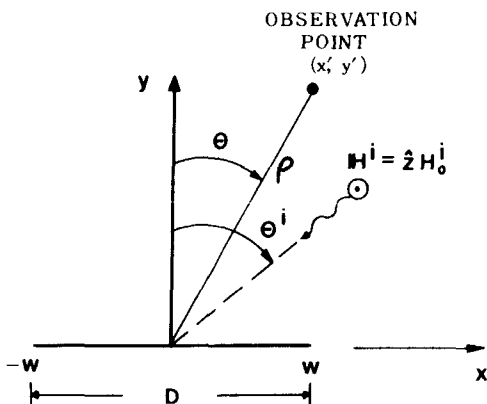


그림 1. 스트립에 입사되는 평면파
Fig. 1. The incident waves on the strip.

그림 1에서 z방향으로 무한히 긴 도체 스트립에 평면 TE파가 입사되고 있다. 파의 진행방향과 y축이 이루는 각도는 θ^i 이고, 관찰점과 축이 이루는 각도는 θ , 스트립 폭 D는 $2W$ 이다. 입사파의 자계 성분은 z 성분만 갖게 되고 전계는 다음 식으로 주어진다.

$$E_x^i(x, y) = \eta \cdot \cos \theta^i \cdot H_0^i \cdot e^{-jkx \sin \theta^i + ky \cos \theta^i} \quad (1)$$

여기서 η 는 매질의 고유 임피던스, K는 자유공간에서의 파수이다. $y=0$ 인 도체면에 유기된 전류에 의해 만들어지는 산란파는 다음과 같다.

$$E_x^s(x) = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left(\frac{d^2}{dx^2} + K^2 \right) \int_{-W}^W J_x(x') G(x-x') dx', x \in [-W, W] \quad (2)$$

여기서 $J_x(x')$ 는 얇은 스트립 표면에 유기된 전류 밀도, Kernel G는 자유 공간에서의 2차원 Green 함수로서 다음과 같은 Hankel 함수로 표현할 수 있다.

$$G(x-x') = \frac{1}{4j} H_0^{(2)}(K|x-x'|) \quad (3)$$

여기서 $H_0^{(2)}$ 는 차수가 0인 2종 Hankel 함수를 나타낸다. 스트립 위의 경계 조건으로부터 다음 식을 얻는다.

$$-E_x^i(x) = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left(\frac{d^2}{dx^2} + K^2 \right) \int_{-W}^W J_x(x') G(x-x') dx', x \in [-W, W] \quad (4)$$

Fourier 변환을 하기 위해서 다음과 같이 truncation operator θ 를 정의한다.

$$\theta = \theta(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq W \\ 0, & |x| > W \end{cases} \quad (5)$$

또한 Complementary operator $\hat{\theta}$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{\theta} = \hat{\theta}(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq W \\ 1, & |x| > W \end{cases} \quad (6)$$

(4)식에 (5)식과 (6)식의 truncation operator를 적용하면 다음식을 얻는다.

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + K^2 \right) \int_{-\infty}^{\infty} \theta J_x(x') \cdot G(x-x') dx'$$

$$= -(\theta[E_x^1(x)]) + \hat{\theta} \left[\left(\frac{d^2}{dx^2} + K^2 \right) \int_{-\infty}^{\infty} (\theta J_x(x')) \cdot G(x-x') dx' \right], x \in [-\infty, \infty] \quad (7)$$

여기서 $C = j \cdot K / \eta$ 이다.

한편 함수 $H(x)$ 를 Fourier 변환하면

$$\tilde{H} = \tilde{H}(\alpha) = \mathcal{F}[H(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} H(x) e^{-j\alpha x} dx \quad (8)$$

로 표시되고 그의 역변환은

$$H = H(x) = \mathcal{F}^{-1}[H(\alpha)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{H}(\alpha) e^{j\alpha x} d\alpha \quad (9)$$

이므로, (7)식을 Fourier 변환하면 다음 식을 얻는다.

$$\tilde{D} \cdot [\tilde{\theta J}_x] \cdot \tilde{G} = -(\tilde{\theta}[E_x^1(x)]) + \tilde{F} \quad (10)$$

여기서 $\tilde{F}, \tilde{D}, \tilde{G}$ 는 다음 식으로 주어진다.

$$\tilde{D} = K^2 - \alpha^2 \quad (11)$$

$$\tilde{G} = \frac{j}{2\sqrt{K^2 - \alpha^2}} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \tilde{F} &= \mathcal{F}[\hat{\theta} \mathcal{F}^{-1}[\tilde{D} \cdot \tilde{G} \cdot (\tilde{\theta J}_x)]] \\ &= \mathcal{F}[\mathcal{F}^{-1}[\tilde{D} \cdot \tilde{G} \cdot (\tilde{\theta J}_x)] - \theta(\mathcal{F}^{-1}[\tilde{D} \cdot \tilde{G} \cdot (\tilde{\theta J}_x)])] \\ &= \mathcal{F}[\mathcal{F}^{-1}[\tilde{D} \cdot \tilde{G} \cdot (\tilde{\theta J}_x)] - \theta[-C E_x^1(x)]] \end{aligned} \quad (13)$$

공간 영역에서의 Convolution 적분을 포함하고 있는 (7)식을 Fourier 변환하므로써 (10)식과 같이 대수적인 곱의 형태로 변환된다. 함수 \tilde{F} 는 도체 스트립 밖의 영역에 대한 산란파를 Fourier 변환한 것이다. (10)식을 다시 쓰면

$$\begin{aligned} (\tilde{\theta J}_x^{(n+1)}) &= [\tilde{D} \cdot \tilde{G}]^{-1} \{-C(\tilde{\theta E}_x^1(x)) \\ &\quad + \mathcal{F}[\mathcal{F}^{-1}[\tilde{D} \cdot \tilde{G} \cdot (\tilde{\theta J}_x^{(n)})]] \\ &\quad - \theta \mathcal{F}^{-1}[\tilde{D} \cdot \tilde{G} \cdot (\tilde{\theta J}_x^{(n)})]\} \end{aligned} \quad (14)$$

이 된다. (14)식에서 전류 밀도 함수 $J_x^{(n)}$ 을 반복 과정을 통하여 구할 수 있다.

(13)식에서 $F_x = \theta[\mathcal{F}^{-1}[\tilde{D} \cdot \tilde{G} \cdot (\tilde{\theta J}_x)]]$ 항과 E_x^1 를 비교하므로써 경계 조건이 만족되는가를 확인할 수 있다. 이 방법은 주파수 영역에 대한 산란파의 스펙트럼과 입사파의 스펙트럼을 일치시키는 Point Matching법이라 할 수 있다. 또한 도체 밖에는 전류가 존재하지 않으므로 $\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}(\theta J_x)] = \theta J_x = J_x$ 이다.

(14)식에 다음 식을 도입하면 반복 횟수를 줄일 수 있으므로 계산 시간을 줄일 수 있다.^[5,6]

$$X^k = \frac{\langle \theta J_x^k - E_x^1 \rangle}{\langle \theta J_x^k, F_x^k \rangle} \quad (15)$$

여기서 $\langle \rangle$ 는 두 함수의 내적을 뜻한다.

도체 스트립 위에서 입사 전계와 산란 전계의 차에 대한 실효치는 다음 식으로 표시된다.

$$E_{rms} = \left[\frac{1}{D} \int_{-w}^w |E_x^1(x) + F_x^k(x)|^2 dx \right]^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

(16)식은 E와 F가 경계 조건을 만족할 때 0이 되므로 (14)식에 의해 구해진 해의 수렴성을 나타내는 수렴 조건식이라 할 수 있다. 반복 과정은 수렴 조건식을 만족하는 상태에서 끝맺음을 할 때 최적치를 얻게 될 것이다. (14)식에 의해 구한 전류값은 도체 스트립 밖의 영역에서 0이 되면 정확한 해라 할 수 있다. 따라서 반복 끝내기 조건은 다음 식으로 주어진다.

$$|\tilde{J}_x^{(n+1)} - \mathcal{F}[\theta J_x^{(n)}]| < |\tilde{J}_x^{(n)} - \mathcal{F}[\theta J_x^{(n-1)}]| \quad (17)$$

III. 수치계산 및 결과

스트립의 전류 분포를 계산하기 위한 초기 전류치는 물리광학적 방법에 의하여 추정 할 수 있다. 무한히 넓은 도체면에 파가 수직 입사될 때 유효되는 전류 밀도는 다음 식으로 계산된다.

$$J^s = 2 \cdot \frac{E_i}{\eta} \quad (18)$$

여기서 E_i 는 입사 전계의 크기이다.

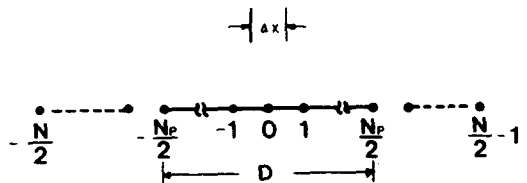


그림 2. 공간 영역에서의 도체 스트립
Fig. 2. Strip conductor in the spatial domain.

그림 2는 공간 영역에 놓여 있는 도체 스트립을 나타낸 그림이다. N은 최대 유효 적분 구간을 분할한 수이며, N_p 는 도체 스트립을 분할한 수이고, Δx 는 분할 소자의 길이이다. DFT나 FFT에서의 Δx 와 주파수 영역에 대한 등간격 Δf 는 Nyquist 표본률(sampling rate)을 만족해야 한다.^[7] 그림 3은 스트립 폭

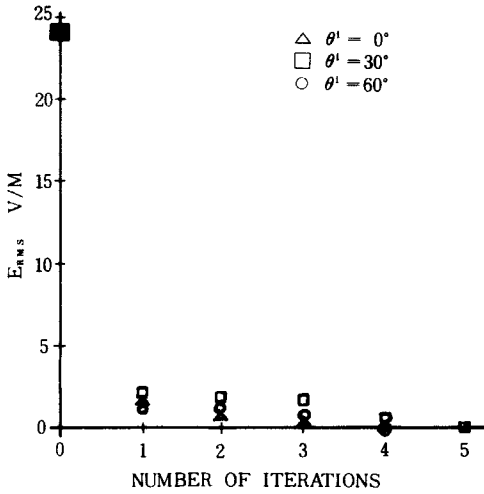


그림 3. 반복 횟수와 실효치 ($D=0.45\lambda$, $N=256$, $N_p=42$)
 Fig. 3. Number of iterations and E_{RMS} ($D=0.45\lambda$, $N=256$, $N_p=42$).

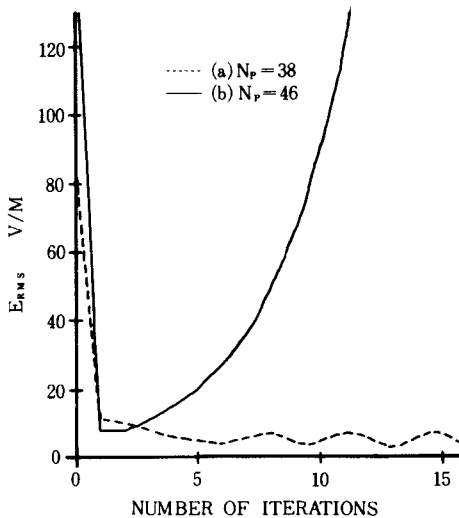


그림 4. 발산할 때의 반복 횟수와 실효치 ($N=256$, $D=0.21\lambda$)
 Fig. 4. Number of iteration and E_{RMS} in the divergence case ($N=256$, $D=0.21\lambda$).

이 0.45λ 일 때, (16)식으로 부터 구한 실효치와 반복 횟수를 나타낸 그림이다. $\theta'=0^\circ, 60^\circ$ 일 때 반복 횟수 4, $\theta'=30^\circ$ 일 때 반복 횟수 5에서 실효치는 0에 수렴

하고 있다. 그림 4는 (16)식으로 부터 구한 실효치가 발산하는 경우를 나타낸 그림이다. 그림 5는 $D=0.45\lambda$ 일 때 도체 표면에 유기된 전류 분포를 나타낸다. $\theta'=0^\circ$ 일 때는 도체 스트립 중앙에서 최대치를 갖고, 도체 스트립 양끝에서 최소치를 갖지만, $\theta'=30^\circ, 60^\circ$ 일 때는 도체 스트립 중앙의 왼쪽 부분에서 최대치를 갖는다. 이는 폭이 좁은 도체 스트립에 TE파가 입사될 때 예상되는 전류 분포라 할 수 있다. 그림 6은 $D=1.27\lambda$ 일 때 전류 분포의 크기를 나타낸 것으로서 그림 5와는 달리 도체 스트립 폭이 약 2.8배로 증가함에 따라 도체 중앙부의 전류 밀도는 $D=0.45\lambda$ 일 때보다 1/2로 감소한다.

그림 3에서 반복 횟수는 10이상을 넘지 않으므로, 이 계산 예에서는 Kasner가 제시한 (15)식을 이용하지 않고서도 좋은 결과를 얻을 수 있다. 그림 4에서는 Δx 를 잘못 선정하므로써 수렴 조건식의 실효치가 발산하고 있다. 따라서 SIT에서는 Δx 를 적절한 값으로 선정해야만 좋은 결과를 얻을 수 있다. Δx 는 Nyquist 표본률을 만족하는 조건에서 시행오차 (trial and error) 방법으로 선정해야 한다. 그림(5), (6)은 (14)식에 의하여 계산된 결과와 Hsu¹⁾의 결과를 비교한 것이다.

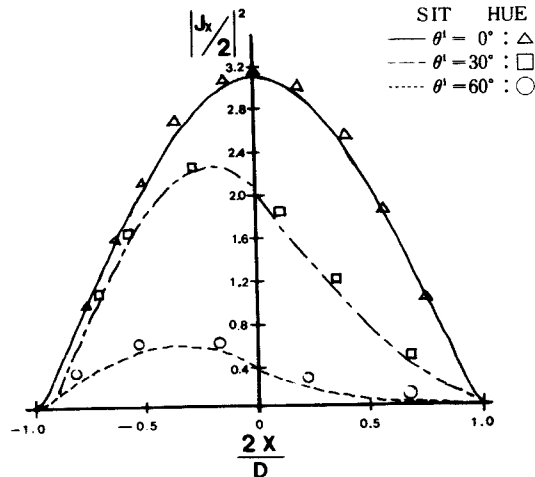


그림 5. 유기 전류 밀도 분포의 크기 ($D=0.45\lambda$, $N=256$, $N_p=42$)
 Fig. 5. Magnitude of induced surface current density distribution ($D=0.45\lambda$, $N=256$, $N_p=42$).

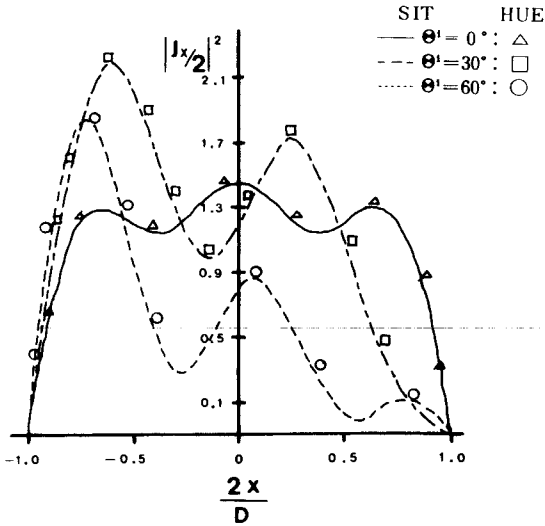


그림 6. 유기 전류 밀도 분포의 크기 ($D=1.27\lambda$, $N=722$, $N_p=118$)

Fig. 6. Magnitude of induced surface density distribution ($D=1.27\lambda$, $N=722$, $N_p=118$).

IV. 결 론

SIT법을 이용하여 무한히 긴 도체 스트립 위에 TE파가 입사될 때 유기되는 전류 분포를 계산하였다. 이 방법은 일반적으로 convolution 적분과 역 행렬을 구해야 하는 번거로운 과정을 거치지 않고서도 목적을 달성할 수 있는 장점을 갖고 있다.

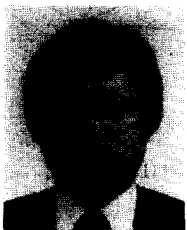
GTD법을 이용하고 있는 Ko & Mittra와는 달리 물리광학적 방법으로 초기 전류치를 추정하고, 수렴

조건식과 반복 끝내기 조건식을 제시함으로써 쉽게 만족스러운 결과를 얻을 수 있다.

参 考 文 献

- [1] Roger F. Harrington, Ed., Field Computation by Moment Methods. New York: Macmillan. 1968.
- [2] R. Mittra, Ed., Numerical and Asymptotic Techniques in Electromagnetics. Springer-Verlag. 1975.
- [3] Ko and R. Mittra, "A new approach based on a combination of integral equation and asymptotic techniques for solving electromagnetic scattering problems," *IEEE Trans. Ant. Pro.*, vol. AP-25, pp. 187-197, Mar. 1977.
- [4] Piergiorgio. L. E. Uslenghi, Ed., Electromagnetic Scattering. Academic Press. 1978.
- [5] Kastner & R. Mittra, "A spectral-iteration technique for analyzing scattering from arbitrary bodies," *IEEE Trans. Ant. Pro.*, vol. AP-31, pp. 499-506, May 1983.
- [6] Kastner & R. Mittra, "A spectral-iteration technique for analyzing a corrugated-surface twist polarizer for scanning reflector antennas," *IEEE Trans. Ant. Pro.*, vol. AP-30, pp. 673-676, July 1982.
- [7] E. Oran Brigham, Ed., The Fast Fourier Transform. Prentice-Hall. 1974.
- [8] Bowman Senior Uslenghi, Ed., Electromagnetic and Acoustic Scattering by Simple Shapes. North-Holland. pp. 203-208, 1969.*

著 者 紹 介



張宰成 (正會員)
 1955年 7月 17日生. 1978年 한양대학교 전자통신공학과 졸업. 1980年 한양대학교 대학원 전자통신공학과 졸업. 1982年~현재 한양대학교 대학원 전자통신공학과 박사과정 재학중. 1982年~현재 제주대학교 공과대학 통신공학과 부교수. 주관심분야는 전자파 산란현상 및 EMI 등임.

李相高 (正會員) 第25卷 第2號 参照
 현재 한양대학교 전자통신공학과 교수