

非相關 雜音 除去를 위한 適應 雜音 除去 시스템 및 알고리즘

(Adaptive Noise Canceller and its Algorithms for  
the Cancellation of the Uncorrelated Noise)

孫 慶 植\*, 辛 潤 炆\*

(Kyung Sik Son and Yoon Ki Shin)

要 約

信號가 전송되는 과정에서 임의의 경로를 통하여 混信되어 들어오는 干涉信號에 의해 原信號가 손상될 경우, 干涉信號의 경로를 識別(推定)하여 이를 근거로 손상된 신호로부터 干涉信號를 제거하는 適應 雜音 除去器(adaptive noise canceller : 이하 ANC로 略함)가 널리 소개되었다. 이 방법은 干涉信號의 特性이나 그 混信 經路의 傳達函數에 대한 事前知識이 없는 경우에 특히 유용하다. 그러나 이 방법은 干涉信號의 經路를 最小 平均 自乘 誤差의 의미에서 推定함에 있어서 原信號의 信號的 特性에 의해 그 最適值가 많은 영향을 받게 되는 문제점이 있다. 本 論文에서는 干涉信號와 原信號간의 相關度(correlation)가 적은 경우에 대하여, 原信號를 더욱 충실히 복구해 낼 수 있는 適應 雜音 除去器 및 그 알고리즘을 소개한다.

기존의 適應 필터를 이용한 ANC에서는 定常狀態에서 推定 誤差 信號에 해당하는 原信號가 필터 계수의 적응과정에 미치는 영향을 근원적으로 제거하기가 어려우므로 필터의 收斂速度를 안정적으로 느끼게 하는 方法을 채택하는 것이 보편적이지만, 本 論文에서는 이 문제점을 근본적으로 해결하기 위하여 適應 필터에 의해 발생하는 推定 誤差 信號를 補償器라는 보조 시스템을 통하여 緩和 내지는 極小化하여 이 信號로써 필터 계수를 조정함으로써 收斂 速度를 회생시키지 않고도 安定된 필터 알고리즘을 제시하였다. 이 알고리즘을 채택한 ANC는 기존의 방법에 의한 ANC 보다 雜音除去 능력이 우수함을 電算 시뮬레이션을 통하여 입증하였다.

Abstract

During a signal is being transmitted, an interference signal can be introduced through an unknown channel. In these cases, an adaptive system, so called adaptive noise canceller, can restore the original signal from the corrupted signal by first identifying the unknown interference channel on the minimum mean square error criterion, and then by cancelling the interference signal using the identified interference channel. Whereas this method is quite effective when the a priori knowledges about the characteristics of the interference signal and of the interference channel are unknown or time-varying, but has a drawback that the presence of the original signal has a severe effect on the optimum value of the interference channel to be identified on the minimum mean square error criterion

In this paper an adaptive noise canceller and its algorithms are introduced that can restore the original signal more accurately especially when the correlatedness between the original signal and the interference signal is small.

\*正會員, 釜山大學校 電子工學科  
(Dept. of Eng., Elec. Pusan Univ.)  
接受日字 : 1988年 2月 29日

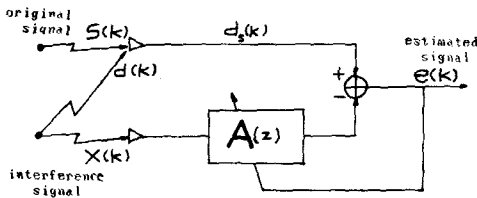
I. 序 論

適應 雜音除去 개념은,<sup>[1~4]</sup> 제거하고자 하는 干涉

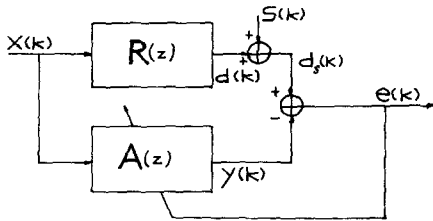
信號의 信號의 特性 및 干涉信號가 原信號에 混信이 되는 傳達 經路가 시간에 따라 可變的이거나 그들에 대한 事前 知識이 불충분할 경우, 雜音除去 시스템 자체가 외부로부터의 구체적인 情報를 필요로 하지 않고서도 스스로 最適 필터(optimum filter)를 형성할 수 있는 것으로서 70년도부터 활발히 연구되어온 適應 필터<sup>[7-12]</sup>의 개념을 도입함으로써 그 性能 및 實用性이 더욱 증대되고 있다. 그러나 이와 같이 適應 필터를 이용한 雜音除去는 복구하고자 하는 原信號의 特性에 의해 適應 필터가 最適 필터를 중심으로 계속 變動하게 되며 이로 인하여 복구된 信號의 SN比가 낮아지게 된다. 本 論文에서는 기존의 ANC 시스템에 補償器(일명 誤差緩和 필터)를 도입함으로써 原信號가 適應 필터의 最適值에 미치는 좋지 못한 영향을 크게 줄여, 雜音除去器의 性能을 改善할 수 있는 ANC 시스템을 제시하고 이를 위한 알고리즘도 제시하고자 한다. 이 시스템은 특히 干涉信號와 原信號간의 相關度가 작을 경우 그 性能이 특히 우수하였다.

그림 1은 干涉信號  $x(k)$ 가 原信號  $s(k)$ 에 섞이는 經路 및 이를 ANC 시스템으로 구성한 것을 나타낸다.

그림 1의  $R(z)$ 는 干涉信號  $x(k)$ 가 原信號  $s(k)$ 에 混信되는 經路의 傳達函數를 나타낸다.  $R(z)$ 가 시간에 따라 그 특성이 변하거나 그에 대한 事前 情報가



(a)



(b)

그림 1. (a) 干涉信號의 混信 經路  
(b) ANC 시스템  
Fig. 1. (a) Path of interference.  
(b) ANC system.

없을 경우에는 適應 필터  $A(z)$ 를 最小 平均 自乘 誤差 의미에서  $R(z)$ 로 收斂시킴으로써  $y(k)$ 가  $d(k)$ 에 가까워지게 되며 그 결과 推定誤差  $e(k)$ 에는  $d(k)$ 의 성분이 제거되고 原信號  $s(k)$ 에 가까운 성분만 남게 된다. 推定誤差  $e(k)$ 의 自乘平均이 最小가 되는 방향으로 適應 필터  $A(z)$ 를 適應시킬 경우,  $A(z)$ 의 係數에 대한 適應 알고리즘의 一般의인 형태는 다음과 같다.

$$W(k+1) = W(k) + P(k)e(k)X(k) \quad (1)$$

여기서 벡터  $W(k)$ 는 시간  $k$ 에서 推定된  $A(z)$ 의 파라미터 벡터이며 벡터  $X(k)$ 는 지연된 입력 데이터들의 標本값들로 구성된 데이터 벡터를 나타낸다.  $P(k)$ 는 알고리즘 (1)의 收斂 狀態를 결정짓는 중요한 요소로서 알고리즘의 종류에 따라 行列, 對角線 行列, 스칼라 양 등 여러가지 형태를 가질 수 있다.<sup>[7-12]</sup> 식 (1)은 시간이 경과함에 따라  $(k \rightarrow \infty)$  파라미터  $W(k)$ 가 最適值로 收斂해야 하며 이와 동시에 복구된 信號인 推定誤差  $e(k)$ 는 原信號  $S(k)$ 에 收斂해야 하는 두가지 조건이 만족되어야 한다. 그러나 식 (1)에서 알 수 있듯이 定常狀態에서,  $W(k)$ 의 最適值로의 收斂과  $e(k)$ 의  $s(k)$ 로의 收斂은 서로 相衡되는 관계가 있음을 알 수 있다. 즉  $e(k)$ 가  $s(k)$ 로 收斂하면  $W(k)$ 는 最適值로부터  $P(k)s(k)X(k)$ 만큼 계속 變動하는 偏差의 收斂을 하며 반면  $W(k)$ 가 最適值로부터 變動이 없기 위해서는  $e(k)$ 가 0으로 收斂해야 한다. 따라서 우리가 원하는 두가지 목적이 동시에 이루어질 수 없으며, 이로 인하여 복구된 信號의 SN比는 감소하게 된다.

## II. 補償器를 이용한 ANC

이상에서 언급한 바와 같은 종래의 ANC의 결점을 보완하여 다음의 그림 2와 같은 補償器  $C(z)$ 를 挿入한 시스템을 제시한다.

그림 2에서 適應 필터  $A(z)$  및 補償器  $C(z)$ 는 각

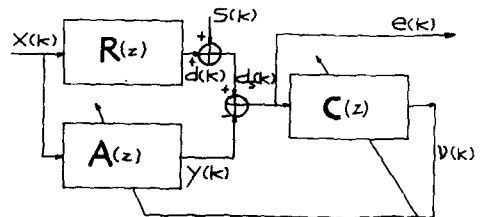


그림 2. 補償器를 채용한 ANC  
Fig. 2. ANC employing the compensator.

기 다음과 같은 FIR 시스템 형태로 표시된다.

$$A(z) = \sum_{i=0}^N \omega_i z^{-i} \quad (2)$$

$$C(z) = 1 - \sum_{i=1}^P c_i z^{-i} \quad (3)$$

식 (2), (3)으로부터  $A(z)$ 의 出力인  $y(k)$ , 推定誤差  $e(k)$ , 處理된 誤差  $\nu(k)$ 는 각각 다음과 같다.

$$y(k) = \sum_{i=0}^N w_i x(k-i) = \mathbf{W}^T \mathbf{X}(k) \quad (4)$$

$$e(k) = d_s(k) - y(k) = d_s(k) - \mathbf{W}^T \mathbf{X}(k) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \nu(k) &= e(k) - \sum_{i=1}^P c_i e(k-i) \\ &= e(k) - \mathbf{C}^T \mathbf{E}(k-1) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 벡터  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{X}(k)$  및  $\mathbf{E}(k-1)$ 은 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{W}^T = [w_0, w_1, \dots, w_N] \quad (7)$$

;  $A(z)$ 의 파라미터 벡터

$$\mathbf{C}^T = [c_1, c_2, \dots, c_P] \quad (8)$$

;  $C(z)$ 의 파라미터 벡터

$$\mathbf{X}^T(k) = [x(k), x(k-1), \dots, x(k-N)] \quad (9)$$

;  $A(z)$ 의 데이터 벡터

$$\mathbf{E}^T(k-1) = [e(k-1), e(k-2), \dots, e(k-P)] \quad (10)$$

;  $C(z)$ 의 데이터 벡터

$A(z)$ 의 파라미터 벡터  $\mathbf{W}$ 에 대한 適應 알고리즘은  $e^2(k)$  대신  $\nu^2(k)$ 를 最小化하여 벡터  $\mathbf{W}$ 에 대한 시간  $k$ 에서의 推定值  $\mathbf{W}(k)$ 는 다음과 같은 一般式으로 표시될 수 있도록 만든다.

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{W}(k) + \mathbf{P}(k) \nu(k) \mathbf{X}(k) \quad (11)$$

알고리즘 (11)이 앞으로 本 論文中에서 提示 하고자 하는 알고리즘의 형태이다. 알고리즘 (1)과 (11)의 차이점은, 알고리즘 (1)에서는  $\mathbf{W}(k)$ 가  $e(k)$ 에 의해 適應되는 반면에 알고리즘 (11)에서는  $e(k)$ 를 補償器로 필터링한 신호인  $\nu(k)$ 에 의해 적용된다는 것이다. 이렇게 함으로써 定常狀態에서  $e(k)$ 가  $s(k)$ 로 收斂하더라도 補償器  $C(z)$ 에 의해  $\nu(k)$ 는 0으로 收斂할 수 있는 가능성이 있으며  $\nu(k)$ 에 의해 적용되는  $\mathbf{W}(k)$ 는  $\mathbf{W}(k+1) \approx \mathbf{W}(k)$ 가 되어 最適值로 收斂한 뒤에는 變動이 없게 된다. 이렇게 되면  $e(k)$ 는  $s(k)$ 에 더욱 가까워지게 되는 것이다.

### III. 最適 필터(optimum filter)

$\mathbf{X}(k)$ ,  $\mathbf{S}(k)$ 가 stationary하다는 가정하에서 파라

미터 벡터  $\mathbf{W}$  및  $\mathbf{C}$ 에 대한 最適值를 구해보도록 한다. 우선  $\mathbf{W}$ 에 대한 最適值는

$$\text{minimize } E\{\nu^2(k)\} \quad (12)$$

$\mathbf{W}$

를 만족하도록 구한다. 여기서  $E\{\cdot\}$ 는 앙상블 平均을 의미한다. 식 (6)의  $\nu(k)$ 는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} \nu(k) &= e(k) - \mathbf{C}^T \mathbf{E}(k-1) \\ &= d_s(k) - \mathbf{W}^T \mathbf{X}(k) - \sum_{i=1}^P c_i (d_s(k-i) - \mathbf{W}^T \mathbf{X}(k-i)) \\ &= \{d_s(k) - \sum_{i=1}^P c_i d_s(k-i)\} \\ &\quad - \mathbf{W}^T \{\mathbf{X}(k) - \sum_{i=1}^P c_i \mathbf{X}(k-i)\} \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)을 간단히 하기 위하여 다음과 같은 변수들을 정의한다.

$$\chi(k) = x(k) - \sum_{i=1}^P c_i x(k-i) \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \gamma(k) &= d_s(k) - \sum_{i=1}^P c_i d_s(k-i) \\ &= \{d(k) - \sum_{i=1}^P c_i d(k-i)\} + \\ &\quad \{S(k) - \sum_{i=1}^P c_i S(k-i)\} \\ &= \delta(k) + \sigma(k) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{단, } \delta(k) = d(k) - \sum_{i=1}^P c_i d(k-i) \quad (16)$$

$$\sigma(k) = s(k) - \sum_{i=1}^P c_i s(k-i) \quad (17)$$

이다.

식 (14)~(17)로부터  $\nu(k)$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$\nu(k) = \gamma(k) - \mathbf{W}^T \chi(k) \quad (18)$$

$$\text{단, } \chi(k)^T = [\chi(k), \chi(k-1), \dots, \chi(k-N)] \quad (19)$$

이다. 이상의 식들을 이용하여  $\nu^2(k)$ 에 대한  $\mathbf{W}(k)$ 의 기울기 벡터를 구하여 그의 앙상블 平均을 0으로 함으로써 最適의  $\mathbf{W}$ 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} E\left\{\frac{\partial \nu^2(k)}{\partial \mathbf{W}}\right\} &= E\left\{2\nu(k) \frac{\partial \nu(k)}{\partial \mathbf{W}}\right\} \\ &= -2E\{(\gamma(k) - \mathbf{W}^T \chi(k)) \chi(k)\} \\ &= -2E\{\chi(k) \gamma(k)\} + \\ &\quad 2E\{\chi(k) \chi^T(k)\} \cdot \mathbf{W} \\ &= -2\mathbf{r}_{\chi\gamma} + 2\mathbf{R}_{\chi\chi} \mathbf{W} \\ &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (20)$$

따라서  $\mathbf{W}$ 의 最適值  $\mathbf{W}^*$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{W}^* = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xy} \quad (21)$$

단, 벡터  $\mathbf{r}_{xy}$  및 行列  $\mathbf{R}_{xx}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{r}_{xy} = E \left\{ \mathbf{X}(k) \gamma(k) \right\} = E \left\{ \begin{bmatrix} \chi(k) \\ \vdots \\ \chi(k-N) \end{bmatrix} \gamma(k) \right\}$$

$$= \begin{bmatrix} r_{xy}(0) \\ \vdots \\ r_{xy}(-N) \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\mathbf{R}_{xx} = E \left\{ \mathbf{X}(k) \mathbf{X}^T(k) \right\}$$

$$= \begin{bmatrix} r_{xx}(0), \dots, r_{xx}(N) \\ \vdots \\ r_{xx}(-N), \dots, r_{xx}(0) \end{bmatrix} \quad (23)$$

여기서  $r_{xy}(n)$ ,  $r_{xx}(n)$ 은 각각  $\chi(k)$ 와  $\gamma(k)$  간의 cross-correlation과 auto-correlation 함수를 나타낸다. 단, 식 (21)의 解는 그림 2에서  $s(k)$ 가 존재하는 상황에서  $A(z)$ 의  $R(z)$ 에 대한 最小平均 自乘誤差 의미에서의 解를 나타낸다. 그러나 그림 1, 2에서 알 수 있듯이 실제 상황에서는  $s(k)$ 가 原信號이고  $d(k)$ 는 干涉信號이지만 ANC 시스템에서  $A(z)$ 에 대한 最適 필터를 구하는 시스템 識別(system identification)<sup>(13, 14)</sup> 면에서는 그 역할이 바뀌어  $d(k)$ 가 信號 구실을 하고  $s(k)$ 는 測定雜音 구실을 하게 된다. 따라서  $\mathbf{W}$ 의 最適值에 대한 精確한 解는  $s(k)$ 가 존재하지 않는 상태에서 구한 값이어야 하며 이 解를  $\mathbf{W}^0$ 라 할때  $\mathbf{W}^0$ 는 다음과 같음을 그림 1로부터 쉽게 알 수 있다.

$$\mathbf{W}^0 = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xd} \quad (24)$$

단,  $\mathbf{r}_{xd} = E \{ \mathbf{X}(k) d(k) \}$  (25)

$$\mathbf{R}_{xx} = E \{ \mathbf{X}(k) \mathbf{X}^T(k) \} \quad (26)$$

이다. 식 (21), (24)로부터 파라미터 벡터  $\mathbf{W}$ 는 原信號  $s(k)$ 로 인하여 精確한 最適值  $\mathbf{W}^0$ 가 아닌  $\mathbf{W}^*$ 으로 偏差的인 解를 가지게 된다. 그러나 식 (21)의  $\mathbf{W}^*$ 는 補償器  $C(z)$ 의 영향을 받고 있으므로 補償器  $C(z)$ 를 最適 設定하여  $\mathbf{W}^*$ 가  $\mathbf{W}^0$ 에 가까워지도록 하는 것이 本 論文의 主眼點이다. 따라서 解  $\mathbf{W}^*$ 와  $\mathbf{W}^0$ 의 관계를 기술하고  $\mathbf{W}^*$ 가  $\mathbf{W}^0$ 과 거의 近似할 수 있도록  $c(z)$ 의 最適 필터를 구하기로 한다.

식 (21), (24)는 다음과 같이 표현한다.

$$\mathbf{R}_{xx} \mathbf{W}^* = \mathbf{r}_{xy} \quad (27)$$

$$\mathbf{R}_{xx} \mathbf{W}^0 = \mathbf{r}_{xd} \quad (28)$$

식 (15)로부터

$$\mathbf{r}_{xy} = \mathbf{r}_{x\sigma} + \mathbf{r}_{x\sigma} \quad (29)$$

임을 알 수 있다. 식 (29)를 (27)에 대입하면  $\mathbf{W}^*$ 는

다음과 같이 두가지 성분으로 표시될 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^* &= \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xy} \\ &= \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{x\sigma} + \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{x\sigma} \\ &= \mathbf{W}_t + \mathbf{W}_n \end{aligned} \quad (30)$$

단,  $\mathbf{W}_t = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{x\sigma}$  (31)

$$\mathbf{W}_n = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{x\sigma} \quad (32)$$

이다. 식 (28), (31)의 normal equation은 각기 다음과 같은 방정식으로 고쳐서 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} r_{xd}(n) &= \sum_{i=0}^N w_i^0 r_{xx}(n-i) \\ &= w_n^0 * r_{xx}(n), \quad 0 \leq n \leq N \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} r_{x\sigma}(n) &= \sum_{i=0}^N w_{t,i} \cdot r_{xx}(n-i) \\ &= w_{t,n} * r_{xx}(n), \quad 0 \leq n \leq N \end{aligned} \quad (34)$$

$\chi(k)$ 와  $x(k)$  및  $\delta(k)$ 와  $d(k)$ 는 각각 식 (14), (16)과 같은 관계가 있으므로 이 두 식으로부터  $r_{xx}(n)$ 과  $r_{xx}(n)$  및  $r_{x\sigma}(n)$ 과  $r_{xd}(n)$ 의 관계식은 다음과 같음을 쉽게 알 수 있다.

$$r_{xx}(n) = r_{xx}(n) * c_n^0 * c_n^0 \quad (35)$$

$$r_{x\sigma}(n) = r_{xd}(n) * c_n^0 * c_n^0 \quad (36)$$

단,  $c_n^0$ 는,

$$c_n^0 = \begin{cases} -c_n, & 1 \leq n \leq p \\ 1, & n=0 \end{cases} \quad (37)$$

로 주어진다. 이상의 식 (33)~(37)로부터  $r_{xx}(n)$ ,  $r_{xx}(n)$ ,  $r_{xd}(n)$ ,  $r_{x\sigma}(n)$ 의 Z-變換인 電力 密度 函數  $S_{xx}(z)$ ,  $S_{xx}(z)$ ,  $S_{xd}(z)$ ,  $S_{x\sigma}(z)$ 는 서로 다음과 같은 관계가 있다.

$$S_{xd}(z) = W^0(z) S_{xx}(z) \quad (38)$$

$$S_{x\sigma}(z) = W_t(z) S_{xx}(z) \quad (39)$$

$$S_{xx}(z) = |c^0(z)|^2 S_{xx}(z) \quad (40)$$

$$S_{x\sigma}(z) = |c^0(z)|^2 S_{xd}(z) \quad (41)$$

여기서  $W^0(z)$ ,  $W_t(z)$  및  $C^0(z)$ 는 각각

$$W^0(z) = \sum_{i=0}^N w_i^0 z^{-i} \quad (42)$$

$$W_t(z) = \sum_{i=0}^N w_{t,i} z^{-i} \quad (43)$$

$$C^0(z) = \sum_{i=0}^p c_i^0 z^{-i} \quad (44)$$

로 주어진다. 식 (40), (41)을 (39)에 대입하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$|C^0(z)|^2 S_{xd}(z) = |C^0(z)|^2 W_t(z) S_{xx}(z) \quad (45)$$

식 (38)과 (45)를 비교하면  $W^0(z)$ 와  $W_t(z)$ 는 같음을 알 수 있다. 즉,

$$\mathbf{W}_i = \mathbf{W}^0 \quad (46)$$

을 만족한다. 따라서  $\mathbf{W}^*$ 의 두가지 성분들 중  $\mathbf{W}_i$ 는 우리가 원하는 정확한 最適值  $\mathbf{W}^0$ 와 같으므로 나머지 한 성분인  $\mathbf{W}_n$ 이  $\mathbf{O}$ 에 가까워지거나  $\mathbf{W}_i$ 에 비해 무시될 정도가 되도록 補償器  $C(z)$ 를 결정하면  $\mathbf{W}^*$ 는  $\mathbf{W}^0$ 와 거의 近似하게 됨을 알 수 있다. 즉 補償器  $c(z)$ 의 역할은  $\mathbf{W}^*$ 로부터  $\mathbf{W}_n$ 을 제거하는 것이다. 식 (31), (32)로부터  $\mathbf{W}_i$ 와  $\mathbf{W}_n$ 의 관계는  $\mathbf{r}_{x\sigma}$ 와  $\mathbf{r}_{x\delta}$ 에 의하여 결정되므로  $\mathbf{r}_{x\sigma}$ 와  $\mathbf{r}_{x\delta}$ 의 식을 다시 써보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{x\sigma} &= E \{ \mathbf{X}(k) \sigma(k) \} \\ &= E \{ \mathbf{X}(k) (s(k) - \sum_{i=1}^P c_i s(k-i)) \} \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{x\delta} &= E \{ \mathbf{X}(k) \delta(k) \} \\ &= E \{ \mathbf{X}(k) (d(k) - \sum_{i=1}^P c_i d(k-i)) \} \end{aligned} \quad (48)$$

위의 두 식으로부터 쉽게 착안할 수 있는 사항은, 만일  $\sigma^2(k)$ 가 최소가 되도록 補償器  $C(z)$ 를 設定하면  $C(z)$ 는 原信號  $s(k)$ 의 에너지가 分布하고 있는 스펙트럼 성분에 대하여 null을 형성하게 되지만  $d(k)$ 와  $s(k)$ 의 相關도가 없는 경우에는 필터  $C(z)$ 가  $d(k)$ 의 스펙트럼에 대하여 미치는 영향은 적다. 그 결과  $\sigma(k)$ 는  $\delta(k)$ 에 비해 그 에너지가 거의 무시되며 따라서 식 (47)의  $\mathbf{r}_{x\sigma}$ 는 식 (48)의  $\mathbf{r}_{x\delta}$ 에 비해 무시할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^* &= \mathbf{W}_i + \mathbf{W}_n \\ &\approx \mathbf{W}_i \\ &= \mathbf{W}^0 \end{aligned} \quad (49)$$

가 된다. 따라서 補償器  $c(z)$ 에 의해  $\mathbf{W}_n$ 이 제거되는 무시되므로  $s(k)$ 가 존재하는 상황에서 얻은  $\mathbf{W}$ 의 最適值  $\mathbf{W}^*$ 는 정확한 最適值  $\mathbf{W}^0$ 에 아주 가까워진다. 이를 위하여  $C(z)$ 의 파라미터 벡터  $\mathbf{C}$ 의 최적치  $\mathbf{C}^0$ 는

$$\begin{aligned} &\text{minimize } E \{ \sigma^2(k) \} \\ &\mathbf{C} \\ &= \text{minimize } E \{ (s(k) - \sum_{i=1}^P c_i s(k-i))^2 \} \end{aligned} \quad (50)$$

을 만족하도록 결정한다. 그 결과,

$$\mathbf{C}^0 = \mathbf{R}_{ss}^{-1} \mathbf{r}_{ss} \quad (51)$$

임을 식 (50)으로부터 쉽게 알 수 있다. 단,

$$\mathbf{R}_{ss} = \begin{bmatrix} r_{ss}(0), \dots, r_{ss}(p-1) \\ \vdots \\ r_{ss}(1-p), \dots, r_{ss}(0) \end{bmatrix} \quad (52)$$

및

$$\mathbf{r}_{ss} = \begin{bmatrix} r_{ss}(1) \\ \vdots \\ r_{ss}(-p) \end{bmatrix} \quad (53)$$

이다.  $r_{ss}(n)$ 은  $s(k)$ 의 autocorrelation 函數이다. 이상의 결과식들을 종합하면, 補償器의 파라미터 벡터에 대한 最適值를 식 (51)과 같이 설정하면  $A(z)$ 의 最適 파라미터 벡터인 식 (21)의  $\mathbf{W}^*$ 는 정확한 最適值인 식 (24)의  $\mathbf{W}^0$ 에 더욱 가깝게 되며 이로 인하여 그림 2의  $y(k)$ 는  $d(k)$ 에 더욱 가깝게 收斂하고 그 결과  $e(k)$ 에는  $s(k)$ 의 성분만 남게 되는 것이다.

#### IV. 適應 알고리즘

最適 필터의 鮮인  $\mathbf{W}^*$  및  $\mathbf{C}^0$ 를 구하기 위해서는 각 신호들에 대한 통계적 특성들을 사전에 알아야 한다. 그러나 이들 특성들이 알려져 있지 않거나 신호들이 nonstationary할 경우에 대비하여 適應 알고리즘을 이용한 反復修正法으로 最適 필터를 구하는 방법이 실제로 사용되고 있다.<sup>7~12)</sup>

##### 1. 傾斜法 알고리즘 (gradient algorithm)

식 (20)의 기울기 벡터의 양상블 平均 대신 매 標本순간 마다의 推定 기울기 벡터 (estimated gradient vector)를 구하여 그 반대 방향으로 벡터  $\mathbf{W}(k)$ 를 수정시켜 나간다. 식 (15), (16)으로부터  $\nu(k)$ 의 推定 기울기 벡터  $\nabla \mathbf{W}(k)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nabla \mathbf{w}(k) &= \frac{\partial \nu^2(k)}{\partial \mathbf{W}(k)} \\ &= -2\nu(k) \mathbf{X}(k) \end{aligned} \quad (54)$$

식 (54)로부터  $\mathbf{W}(k)$ 는 다음과 같이 適應된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(k+1) &= \mathbf{W}(k) + \frac{1}{2} \mu_w (-\nabla \mathbf{w}(k)) \\ &= \mathbf{W}(k) + \mu_w \nu(k) \mathbf{X}(k) \end{aligned} \quad (55)$$

여기서  $\mu_w$ 는  $\mathbf{W}(k)$ 에 대한 適應 利得으로서 스칼라 양이다. 다음으로 補償器  $C(z)$ 의 파라미터 벡터에 대한 推定 기울기 벡터는 식 (50)으로부터

$$\nabla \mathbf{c}(k) = \frac{\partial \sigma^2(k)}{\partial \mathbf{C}(k)} \quad (56)$$

와 같이 구할 수 있다. 여기서 문제가 되는 것은 실제 ANC 시스템(그림 2)에서  $\sigma(k)$ 는 우리가 따로이 측정할 수 없다는 것을 식 (13)~(18)에서 알 수 있다. 이를 해결하기 위하여 다음과 같은 近似化 과정을 거친다.

식 (15), (18)로부터  $\nu(k)$ 의 自乘 平均은 다음과 같이 표시된다.

$$E \{ \nu^2(k) \} = E \{ \delta(k) - \mathbf{W}^T \mathbf{X}(k) \}^2 + E \{ \sigma^2(k) \} + 2E \{ \sigma(k) (\delta(k) - \mathbf{W}^T \mathbf{X}(k)) \} \quad (57)$$

식 (57)의 우변 첫번째, 세번째 항에서  $\delta(k) - \mathbf{W}^T \mathbf{X}(k)$ 는  $\mathbf{W}$ 가 식 (55)에 의해 最適值  $\mathbf{W}^*$ 로 收斂함으로써 最小化가 되므로 定常狀態에서는 식 (57)이 다음과 같이 近似化될 수 있다.

$$E \{ \nu^2(k) \} \approx E \{ \sigma^2(k) \} \quad (58)$$

따라서 식 (56)의  $\nabla c(k)$ 는 다음과 같이 대체되어도 무방하다.

$$\begin{aligned} \nabla c(k) &\approx \frac{\partial \nu^2(k)}{\partial \mathbf{C}(k)} \\ &= 2\nu(k) \frac{\partial \nu(k)}{\partial \mathbf{C}(k)} \\ &= -2\nu(k) \mathbf{E}(k-1) \end{aligned} \quad (59)$$

따라서 파라미터 벡터  $\mathbf{C}(k)$ 에 대한 適應 알고리즘은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{C}(k+1) &= \mathbf{C}(k) + \frac{1}{2} \mu_c (-\nabla c(k)) \\ &= \mathbf{C}(k) + \mu_c \nu(k) \mathbf{E}(k-1) \end{aligned} \quad (60)$$

여기서  $\mu_c$ 는  $\mathbf{C}(k)$ 에 대한 適應 利得을 나타낸다. 식 (55), (60)으로부터 傾斜法를 이용한 전체적인 適應 알고리즘은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(k+1) &= \mathbf{W}(k) + \mu_w \nu(k) \mathbf{X}(k) \\ \mathbf{C}(k+1) &= \mathbf{C}(k) + \mu_c \nu(k) \mathbf{E}(k-1) \end{aligned} \quad (61)$$

이 알고리즘을 편의상 CLMS (compensated least mean square) 알고리즘으로 부르기로 한다.

2. 最小 自乘 알고리즘 (least squares algorithm)

다음과 같이 lagrange multiplier를 이용한 cost 函數  $J(k)$ 를 정의하고 이를 最小로 하는  $\mathbf{W}(k)$  및  $\mathbf{C}(k)$ 를 最小 自乘法을 이용하여 구한다.

$$J(k) = \nu^2(k) + \mu_w^{-1} \|\mathbf{W}(k) - \mathbf{W}(k-1)\|^2 + \mu_c^{-1} \|\mathbf{C}(k) - \mathbf{C}(k-1)\|^2 \quad (62)$$

$J(k)$ 를 最小로 하는  $\mathbf{W}(k)$ 를 구하기 위해  $J(k)$ 를  $\mathbf{W}(k)$ 로 偏微分하여  $\mathbf{0}$ 으로 한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(k)}{\partial \mathbf{W}(k)} &= 2\nu(k) \frac{\partial \nu(k)}{\partial \mathbf{W}(k)} + 2\mu_w^{-1} (\mathbf{W}(k) - \mathbf{W}(k-1)) \\ &= -2\nu(k) \mathbf{X}(k) + 2\mu_w^{-1} (\mathbf{W}(k) - \mathbf{W}(k-1)) \\ &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (63)$$

다음으로 마찬가지로 방법으로  $J(k)$ 를 最小화하는  $\mathbf{C}$

(k)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(k)}{\partial \mathbf{C}(k)} &= 2\nu(k) \frac{\partial \nu(k)}{\partial \mathbf{C}(k)} + 2\mu_c^{-1} (\mathbf{C}(k) - \mathbf{C}(k-1)) \\ &= -2\nu(k) \mathbf{E}(k-1) + 2\mu_c^{-1} (\mathbf{C}(k) - \mathbf{C}(k-1)) \\ &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

식 (63), (64)로부터 다음의 두 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{W}(k) = \mathbf{W}(k-1) + \mu_w \nu(k) \mathbf{X}(k) \quad (65)$$

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{C}(k-1) + \mu_c \nu(k) \mathbf{E}(k-1) \quad (66)$$

식 (65), (66)에서  $\nu(k)$ 는  $\mathbf{W}(k)$ 와  $\mathbf{C}(k)$ 의 함수이므로  $\mathbf{W}(k)$  및  $\mathbf{C}(k)$ 에 대한 완전한 식을 얻기 위하여 우선  $e(k)$  및  $\nu(k)$ 에 대한 循環式을 구한다. 식 (5), (6)에서  $\mathbf{W}$  대신  $\mathbf{W}(k)$  및  $\mathbf{C}$  대신  $\mathbf{C}(k)$ 를 대입한  $e(k)$  및  $\nu(k)$ 에 관한 식과  $\mathbf{W}(k)$ ,  $\mathbf{C}(k)$ 에 대한 循環式 (65), (66)을 모아서 써보면 다음과 같다.

$$\mathbf{W}(k) = \mathbf{W}(k-1) + \mu_w \nu(k) \mathbf{X}(k) \quad (65)$$

$$\mathbf{C}(k) = \mathbf{C}(k-1) + \mu_c \nu(k) \mathbf{E}(k-1) \quad (66)$$

$$e(k) = d(k) - \mathbf{W}^T(k) \mathbf{X}(k) \quad (67)$$

$$\nu(k) = e(k) - \mathbf{C}^T(k) \mathbf{E}(k-1) \quad (68)$$

식 (65)를 식 (67)에 대입하면

$$\begin{aligned} e(k) &= d(k) - \mathbf{W}^T(k) \mathbf{X}(k) \\ &= \{d(k) - \mathbf{W}^T(k-1) \mathbf{X}(k)\} - \mu_w \mathbf{X}^T(k) \mathbf{X}(k) \nu(k) \\ &= e^0(k) - \mu_w \mathbf{X}^T(k) \mathbf{X}(k) \nu(k) \end{aligned} \quad (69)$$

가 된다. 여기서  $e^0(k)$ 는 事前 推定 誤差 (a priori estimation error)이며 다음과 같이 정의된다.

$$e^0(k) = d(k) - \mathbf{W}^T(k-1) \mathbf{X}(k) \quad (70)$$

다음에  $\nu(k)$ 에 관한 식 (68)에 (66), (69)를 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nu(k) &= e(k) - \mathbf{C}^T(k) \mathbf{E}(k-1) \\ &= \{e^0(k) - \mathbf{C}^T(k-1) \mathbf{E}(k-1)\} \\ &\quad - \nu(k) \{ \mu_w \mathbf{X}^T(k) \mathbf{X}(k) + \mu_c \mathbf{E}^T(k-1) \mathbf{E}(k-1) \} \\ &= \nu^0(k) - \nu(k) \{ \mu_w \mathbf{X}^T(k) \mathbf{X}(k) + \mu_c \mathbf{E}^T(k-1) \mathbf{E}(k-1) \} \end{aligned} \quad (71)$$

여기서  $\nu^0(k)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\nu^0(k) = e^0(k) - \mathbf{C}^T(k-1) \mathbf{E}(k-1) \quad (72)$$

식 (69)와 (71)로부터  $e(k)$ 와  $\nu(k)$ 는 다음과 같이  $e^0(k)$  및  $\nu^0(k)$ 의 함수로 표시할 수 있다.

$$\nu(k) = \frac{\nu^0(k)}{1 + \mu_w \|\mathbf{X}(k)\|^2 + \mu_c \|\mathbf{E}(k-1)\|^2} \quad (73)$$

$$e(k) = e^o(k) - \frac{\mu_w \|X(k)\| \nu^o(k)}{1 + \mu_w \|X(k)\|^2 + \mu_c \|E(k-1)\|^2} \quad (74)$$

식 (73)을 (65), (66)에 대입하면 다음의 최종 알고리즘이 구해진다.

$$W(k) = W(k-1) + \frac{\mu_w \nu^o(k)}{1 + \mu_w \|X(k)\|^2 + \mu_c \|E(k-1)\|^2} \cdot X(k)$$

$$C(k) = C(k-1) + \frac{\mu_c \nu^o(k)}{1 + \mu_w \|X(k)\|^2 + \mu_c \|E(k-1)\|^2} \cdot E(k-1) \quad (75)$$

이 알고리즘도 편의상 CLS (compensated least squares) 알고리즘이라 하겠다. CLS 알고리즘에서 適應 利得  $\mu_w$ 와  $\mu_c$ 를 충분히 작게하면 그 결과 CLMS 알고리즘과 동일함을 알 수 있다.

이상의 두 알고리즘들 중 CLMS 알고리즘에 대한 收斂性 解釋은 附錄을 참조하기 바란다.

참고로 기존의 알고리즘들과 本 論文에서 제시한 알고리즘의 計算量 比較는 表 1에 나타나 있다.

표 1. 알고리즘들간의 計算量 比較  
Table 1. Computational load of the algorithms.

알고리즘	연산	곱셈(나눗셈)	덧셈(뺄셈)
LMS 알고리즘		2N+3	2N+2 (1)
NLMS (Normalized LMS) 알고리즘		2N+7 (1)	2N+6 (3)
CLMS 알고리즘		2N+2P+4	2N+2P+3 (1)
CLS 알고리즘		2N+2P+8 (2)	2N+2P+7 (3)

V. 電算 시뮬레이션

提示한 CLMS 알고리즘과 CLS 알고리즘을 이용한 ANC 시스템(그림 2)과 표준 LMS 알고리즘을 이용하는 기존의 ANC 시스템(그림 1 (b))의 雜音 除去性能을 電算 시뮬레이션을 통하여 비교하고자 한다. 참고로 기존의 ANC 시스템에 사용되는 LMS 알고리즘은 다음과 같다.<sup>(7)</sup>

$$W(k+1) = W(k) + \mu e(k) X(k) \quad (76)$$

알고리즘 (61), (75), (76)을 이용하여 다음의 表 2와 같은 조건에서 시뮬레이션을 수행하였다.

표 2에서 IIR 시스템 형태인 經路의 傳達 函數

표 2. 시뮬레이션 조건  
Table 2. Simulation conditions.

알고리즘 비교	LMS 알고리즘 (식 76)	CLMS 알고리즘 (식 61)	CLS 알고리즘 (식 75)
信號	S(k) 周期的인 矩形波(周期=7, 電力=2.25) X(k) 白色 信號(電力=1.0)		
모델	R(z)	$R(z) = \frac{0.5}{1 - 1.272792z^{-1} + 0.81z^{-2}}$	
	A(z)	$A(z) = \sum_{i=0}^{32} w_i(k)z^{-i}$ 필터次數=32, 初期值=0	
	C(z)	$c(z) = 1$	$c_i(k)z^{-i}$ $c_i(0)=0,$ $i=1\sim 32$
適應利得	$\mu = 0.005$	$\mu_w = 0.01$ $\mu_c = 0.001$	$\mu_w = 0.01$ $\mu_c = 0.001$

R(z)를,

$$R(z) = \frac{0.5}{1 - 1.272792z^{-1} + 0.81z^{-2}} \approx \sum_{i=0}^{32} r_i z^{-i} \quad (77)$$

와 같이 32次的 FIR 시스템으로 近似化할 경우 그 係數  $r_i$ 는 표 3에 나타나 있다.

표 3. 係數  $r_i$   
Table 3. Coefficients  $r_i$ .

$r(0) = .5$	$r(17) = .1179254$
$r(1) = .636396$	$r(18) = 7.504703E-02$
$r(2) = .4049997$	$r(19) = -3.352761E-07$
$r(3) = -3.576279E-07$	$r(20) = -6.078852E-02$
$r(4) = -.3280502$	$r(21) = -7.737088E-02$
$r(5) = -.4175394$	$r(22) = -4.923832E-02$
$r(6) = -.2657201$	$r(23) = 2.682209E-07$
$r(7) = 5.066395E-07$	$r(24) = 3.988339E-02$
$r(8) = .2152339$	$r(25) = 5.076304E-02$
$r(9) = .2739476$	$r(26) = 3.230524E-02$
$r(10) = .1743388$	$r(27) = -2.04891E-07$
$r(11) = -4.917383E-07$	$r(28) = -2.616751E-02$
$r(12) = -.1412151$	$r(29) = -3.330563E-02$
$r(13) = -.179737$	$r(30) = -2.119545E-02$
$r(14) = -.1143836$	$r(31) = 1.583248E-07$
$r(15) = 4.172325E-07$	$r(32) = 1.716852E-02$
$r(16) = 9.265125E-02$	

適應 필터 A(z)의 收斂 狀態를 조사하기 위하여, A(z)의 推定 係數  $W_i(k)$ 와 식 (77)의  $r_i$ 간의 차를 이용한 다음과 같은 函數 D(k)를 이용하였다.

$$D(k) = \frac{\sqrt{\sum_{i=0}^{32} (r_i - W_i(k))^2}}{\sqrt{\sum_{i=0}^{32} r_i^2}} \quad (78)$$

그림 3은 原信號 s(k)와 干涉信號 d(k)의 스펙트럼을 나타낸다.

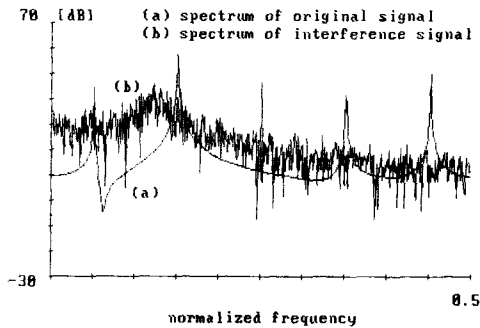
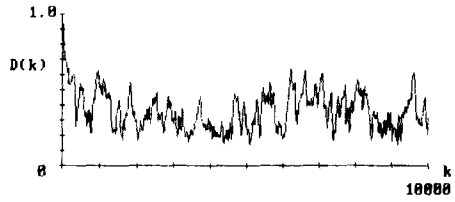


그림 3. 原信號와 干涉信號의 스펙트럼  
Fig. 3. Spectrum of the original signal and interference signal.

표 1과 같은 조건하에서 시뮬레이션하였을 때 LMS, CLMS 및 CLS 알고리즘들의 收斂 狀態는 다음의 그림 4에 나타나있다.

LMS 알고리즘은 最適值로 거의 收斂하지 못하지만 CLMS 및 CLS 알고리즘은 거의 最適值로 收斂하고 있음을 알 수 있다. 그림 5에는 原信號 s(k)와 干涉信號 d(k) 및 손상된 信號  $d_s(k)$ 의 波形 및 ANC들의 雜音 除去 결과인 e(k)의 波形들이 나타나 있고, 그림 6에는 CLMS-ANC와 CLS-ANC의 補償器에 의해 처리된 誤差 信號  $v(k)$ 가 나타나 있다.

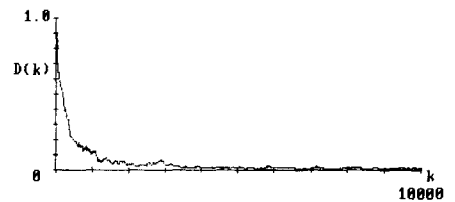
그림 5에서 補償器를 사용하는 CLMS-ANC와 CLS-ANC에서는 복구된 信號가 原信號에 거의 가깝지만, 반면에 LMS 알고리즘은 그림 4의 (a)에서와 같이 收斂 狀態가 아주 나쁘므로 LMS-ANC에서는 복구된 信號와 原信號간에 상당한 거리가 있음을 알 수 있다. 그림 6에 나타난  $v(k)$ 는 CLMS-ANC 및 CLS-ANC에서 모두 거의 0으로 收斂하고 있으며 따라서 CLMS 및 CLS 알고리즘들은 그림 4에서와 같이 最適值로 收斂하게 되는 것이다. 다음으로 CLMS-ANC와 CLS-ANC에서 定常狀態에서의 補償器의 周波數 特性은 그림 7에 나타나 있다.



(a) LMS algorithm



(b) CLMS algorithm



(c) CLS algorithm

그림 4. 收斂 狀態  
Fig. 4. Convergence state.

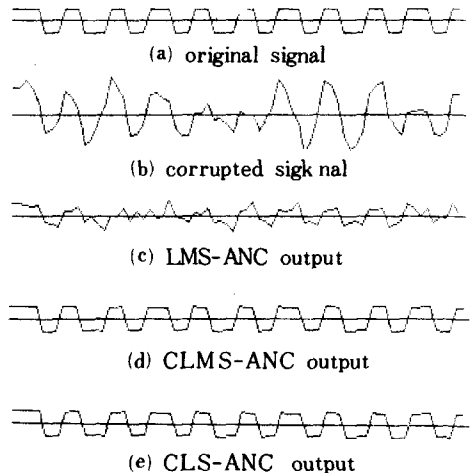


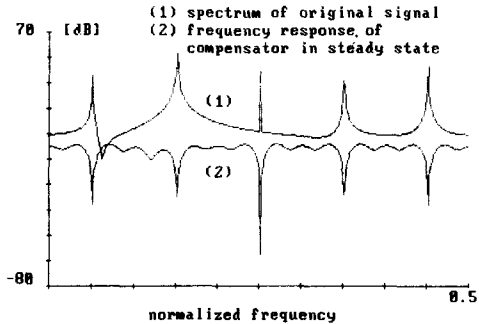
그림 5. 各部 波形  
Fig. 5. Each waveforms.

그림 6에서 나타난 바와 같이 補償器 C(z)는 原信號 s(k)에 대하여 null을 형성함으로써 식 (49)의  $W^*$  성분중  $W_n$ 을 제거하여  $W^* \approx W^0$ 이 되게 하는 역할을

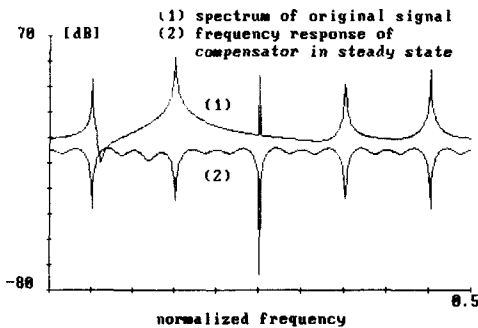


(a) processed error of CLMS-ANC

(b) processed error of CLS-ANC

그림 6. 處理된 誤差  $\nu(k)$ Fig. 6. Processed error  $\nu(k)$ .

(a)



(b)

그림 7. 定常狀態에서의 補償器의 周波數 特性과 原信號 스펙트럼과의 관계

(a) CLMS-ANC (b) CLS-ANC

Fig. 7. Relation between the frequency response of the compensator in the steady state and the spectrum of the original signal.

(a) CLMS-ANC. (b) CLS-ANC.

하고 있음을 알 수 있다.

## VI. 結 論

定常狀態에서 ANC 出力의 SN比를 改善하기 위하여 새로운 ANC 모델 및 이를 위한 適應 알고리즘들을 제시하였다. 이 알고리즘들은 기존의 LMS 알고리즘에 비해 計算量은 늘어나지만, 適應 필터  $A(z)$

의 偏差의 收斂度를 크게 낮출 수 있었고 그 결과 原信號와 거의 가까운 ANC 出力을 얻을 수 있었다. 시뮬레이션 결과, 이 알고리즘들은 기존의 LMS 알고리즘에 비하여 安定性 면에서도 유리하였고 收斂速度도 별로 뒤떨어지지 않았다. 本 論文에서는 原信號와 干涉信號의 相關도가 작은 경우에 대하여 論하였다. 그 이유는 두信號간의 相關도가 클 경우, 補償器  $C(z)$ 가 原信號의 스펙트럼에도 영향을 미침으로써  $W_n$ 이  $W_s$ 에 비해 무시할 수 있는 정도가 되지 않기 때문이다. 차후로는 이 문제점에 대하여 좀 더 연구해야 할 것이다.

## 附 錄

다음과 같은 假定 하에서 CLMS 알고리즘에 대한 收斂性을 해석한다.

假定 :

i)  $x(k)$ ,  $d(k)$ ,  $s(k)$ 는 스테이셔너리 프로세스이며  $x(k)$ 와  $s(k)$ 는 서로 相關性이 없다. 즉,

$$E\{x(k)s(j)\} = 0$$

ii) 다음과 같이 파라미터 오차벡터를 정의한다.

$$V_w(k) = W(k) - W^0 \quad (A-1)$$

$$V_c(k) = C(k) - C^0 \quad (A-2)$$

iii)  $X_k^T W^0 \approx d(k)$  (A-3)

$$S_{k-1}^T C^0 \approx s(k) \quad (A-4)$$

iv) 벡터  $X_k$ ,  $E_{k-1}$ ,  $V_w(k)$ ,  $V_c(k)$ 는 서로 獨立的이다.

위의 假定과 식 (4)~(10), 식 (61) 및 (A-1)~(A-4)로부터 다음과 같이  $V_w(k)$  및  $V_c(k)$ 에 대한 近似的인 循環式을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} V_w(k+1) &= W(k+1) - W^0 \\ &= V_w(k) + \mu_w X_k \nu(k) \\ &= V_w(k) + \mu_w X_k \{d(k) - X_k^T W(k)\} \\ &\quad + \mu_w X_k \{s(k) - E_{k-1}^T C(k)\} \\ &= \{I - \mu_w X_k X_k^T\} V_w(k) \\ &\quad - \mu_w X_k E_{k-1}^T \{C(k) - C^0\} \\ &\quad + \mu_w X_k \{d(k) - X_k^T W^0\} \\ &\quad + \mu_w X_k \{s(k) - E_{k-1}^T C^0\} \\ &= \{I - \mu_w X_k X_k^T\} V_w(k) \\ &\quad - \mu_w X_k E_{k-1}^T V_c(k) \\ &\quad - \mu_w X_k \{E_{k-1} - S_{k-1}\}^T C^0 \\ &\quad + \mu_w X_k \{d(k) - X_k^T W^0\} \\ &\quad + \mu_w X_k \{s(k) - S_{k-1}^T C^0\} \\ &\approx \{I - \mu_w X_k X_k^T\} V_w(k) \\ &\quad - \mu_w X_k E_{k-1}^T C(k) \\ &\quad + \mu_w X_k S_{k-1}^T C^0 \end{aligned} \quad (A-6)$$

$V_c(k)$ 에 대한 循環式은 다음과 같이 近似化된다.

$$\begin{aligned}
 V_c(k+1) &= C(k+1) - C^0 \\
 &= C(k) - C^0 + \mu_c \mathbf{E}_{k-1} \{d(k) - \mathbf{X}_k^T \mathbf{W}(k)\} \\
 &\quad + \mu_c \mathbf{E}_{k-1} \{s(k) - \mathbf{E}_{k-1}^T C(k)\} \\
 &= V_c(k) - \mu_c \mathbf{E}_{k-1} \mathbf{E}_{k-1}^T \{C(k) - C^0\} \\
 &\quad + \mu_c \mathbf{E}_{k-1} \{s(k) - \mathbf{E}_{k-1}^T C^0\} \\
 &\quad + \mu_c \mathbf{E}_{k-1} \{d(k) - \mathbf{X}_k^T \mathbf{W}(k)\} \\
 &= \{\mathbf{I} - \mu_c \mathbf{E}_{k-1} \mathbf{E}_{k-1}^T\} V_c(k) \\
 &\quad - \mu_c \mathbf{E}_{k-1} \mathbf{X}_k^T \mathbf{V}_w(k) \\
 &\quad + \mu_c \mathbf{E}_{k-1} \{\mathbf{S}_{k-1} - \mathbf{E}_{k-1}\}^T C^0 \\
 &\quad + \mu_c \mathbf{E}_{k-1} \{d(k) - \mathbf{X}_k^T \mathbf{W}^0\} \\
 &\quad + \mu_c \mathbf{E}_{k-1} \{s(k) - \mathbf{S}_{k-1}^T C^0\} \\
 &\approx \{\mathbf{I} - \mu_c \mathbf{E}_{k-1} \mathbf{E}_{k-1}^T\} V_c(k) \\
 &\quad - \mu_c \mathbf{E}_{k-1} \mathbf{X}_k^T \mathbf{V}_w(k) \\
 &\quad + \mu_c \mathbf{E}_{k-1} \{\mathbf{S}_{k-1} - \mathbf{E}_{k-1}\}^T C^0 \quad (A-7)
 \end{aligned}$$

식 (A-6)과 (A-7)로부터  $\mathbf{V}_w(k)$ 와  $V_c(k)$ 에 대한 ensemble mean은 다음과 같이 近似化된다.

$$\begin{aligned}
 E\{\mathbf{V}_w(k+1)\} &\approx (\mathbf{I} - \mu_w \mathbf{R}_{xx}) E\{\mathbf{V}_w(k)\} \\
 &\quad - \mu_w \cdot E\{\mathbf{X}_k \mathbf{E}_{k-1}^T\} \cdot E\{C(k)\} \\
 &\quad + \mu_w \cdot E\{\mathbf{X}_k \mathbf{S}_{k-1}^T\} C^0 \\
 &\approx (\mathbf{I} - \mu_w \mathbf{R}_{xx}) E\{\mathbf{V}_w(k)\} \quad (A-8)
 \end{aligned}$$

식 (A-8)에서 orthogonality principle에 의해  $E\{\mathbf{X}_k \mathbf{E}_{k-1}^T\} = 0$ 로 하였으며 假定的 i)에 의해  $E\{\mathbf{X}_k \mathbf{S}_{k-1}^T\} = 0$ 로 하였다. 다음으로 식 (A-7)과 orthogonality principle에 의해

$$\begin{aligned}
 E\{V_c(k+1)\} &\approx (\mathbf{I} - \mu_c \mathbf{R}_{ee}) \cdot E\{V_c(k)\} \\
 &\quad + \mu_c E\{\mathbf{E}_{k-1} (\mathbf{S}_{k-1} - \mathbf{E}_{k-1})^T\} C^0 \\
 &\quad (A-9)
 \end{aligned}$$

임을 알 수 있다.

식 (A-8)에서

$$\mu_w < \frac{1}{\lambda_x(\max)}$$

( $\lambda_x(\max)$ 은 行列  $\mathbf{R}_{xx}$ 의 최대 고유치)이면,

$\lim_{k \rightarrow \infty} E\{\mathbf{V}_w(k+1)\} \rightarrow 1$ 가 되며 이에 따라 最小自乘의 의미에서  $e(k) \rightarrow s(k)$ 로 收斂하게 되며 따라서 식 (A-9)는

$$E\{V_c(k+1)\} \approx (\mathbf{I} - \mu_c \mathbf{R}_{ss}) E\{V_c(k)\}$$

가 되며

$$\mu_c < \frac{1}{\lambda_s(\max)}$$

( $\lambda_s(\max)$ 은  $\mathbf{R}_{ss}$ 의 최대 고유치)이면  $\lim_{k \rightarrow \infty} E\{V_c(k+1)\} \rightarrow 0$ 가 되어  $\mathbf{W}(\infty) \rightarrow \mathbf{W}^0$ ,  $C(\infty) \rightarrow C^0$ 로 각각 收斂하게 된다.

参 考 文 献

- [1] B. Widrow, et al., "Adaptive noise cancelling; principles and applications," *Proc. IEEE*, vol. 63, no. 12, pp. 1692-1716, Dec. 1975.
- [2] L.J. Griffiths, R.S. Medaugh, "Convergence properties of an adaptive noise cancelling lattice structure," *Proc. IEEE Conf. Decision and Control*, San Diego, CA, pp. 1357-1361, Jan. 1979.
- [3] M.M. Sondhi, "An adaptive echocanceller," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 46, pp. 497-511, Mar. 1967.
- [4] M.M. Sondhi, A.J. Presti, "A Self-adaptive echo canceller," *Bell Syst. Tech. J.*, vol. 45 pp. 1851-1854, Dec. 1966.
- [5] J.G. Proakis, "Adaptive digital filters for equalization of telephone channels," *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, vol. Au-18, no. 2, pp. 484-497, June 1976.
- [6] J.R. Glover, "Adaptive noise cancelling applied to sinusoidal interferences," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing*, vol. ASSP-25, p. 484, Dec. 1977.
- [7] B. Widrow, et al., "Stationary and nonstationary learning characteristics of the LMS adaptive filter," *Proc. IEEE*, vol. 64, no. 8, pp. 1151-1162, Aug. 1976.
- [8] B. Widrow, J.M. McCool, "A Comparison of adaptive algorithms based on the method of steepest descent and random search," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-24, no. 5, pp. 615-637, Sept. 1976.
- [9] D. Parikh and N. Ahmed, "A sequential regression algorithm for recursive filters," *Electron Lett.*, pp. 226, Apr. 27, 1978.
- [10] M.G. Larimore, J.R. Treichler, and C.R. Johnson, Jr., "SHARF: an algorithm for adapting IIR digital filters," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing*, vol. ASSP-28, p. 428, Aug. 1980.
- [11] Special Issue on Adaptive filtering, *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 30, no. 2, Part 1, Mar. 1984.
- [12] Special Issue on Adaptive Systems, *IEEE Trans., Circuits Syst.*, vol. CAS-28, June 1981.
- [13] P. Eykhoff, *System Identification*. New York: Wiley 1974.
- [14] D. Graupe, *Identification of Systems*. New York: Van Nostrand Reinhold, 1972. \*

## 著 者 紹 介

**孫慶植 (正會員)**

1950年 3月 25日生. 1973年 2月 부산대학교 전자공학과 졸업. 1975年 3月~1977年 8月 부산대학교 대학원 전자공학과 공학석사 학위 취득. 1977年 11月~1979年 2月 부산대학교 전자공학과 조교. 1979年 3月~1982年 12月, 1985年 1月~1985年 9月 부산대학교 전자공학과 전임강사. 1983年 1月~1985年 1月 미국 알라바마주립대학 수학. 1985年 10月~현재 부산대학교 전자공학과 조교수. 1987年 3月~현재 경북대학교 대학원 전자공학과 박사과정 재학중. 주관심분야는 신호처리임.

**辛潤炆 (正會員)**

1957年 1月 2日生. 1979年 2月 서울대학교 전자공학과 졸업. 1987年 2月 서울대학교 전자공학과 박사학위 취득. 현재 부산대학교 전자공학과 조교수. 주관심분야는 신호처리, 적응필터 및 수중통신 등임.