

우리나라 測地水準網의 組合調整 Combined Adjustment of Geodetic Levelling Net in Korea

白 殷 基* 金 元 翼**
Baick Eun-Kee Kim Won-Ik

要 旨

水準網의 調整計算은 觀測方程式에 의한 最小제곱법을 사용하여 等級別로 獨立的인 順次調整을 실시하는 것이 一般的이다. 그러나 網의 規模가 작을 경우에는 自由度가 낮기 때문에 統計分析에 어려움이 있고 低等級의 網에 대한 誤差를 精確히 評價하기가 곤란하다. 本 研究에서는 1967年~1987年間에 測定된 우리나라의 測地水準網資料를 利用하여 1,2 등水準網을 混合시켜서 組合調整하는 方法을 論하였으며 組合調整의 特性을 分析하였고 橢圓補正에 따른 영향과 調整原點의 변화에 따른 影響을 分析하였다. 또한 實數自由度에 의한 網의 強度分析과 分散要素값의 推定에 의한 網의 正確度를 算出하여 우리나라 測地水準網을 評價하였다.

ABSTRACT

The adjustment of levelling net is being done to the order of nets independently by using the least square method. For the small size net, it has difficulties in verification and statistical analysis of the net since the degree of freedom is low. At the same time, it is also difficult to evaluate the error of lower order net correctly. The aim of this study is to analyse the properties of combined adjustment method compared with the independent adjustment method by using the data which have been measured during 1967-1987. Another aim is to analyse the influences of normal orthometric correction and changes of datum. Finally, Korean leveling net has been evaluated by applying real redundancy and variance component estimation.

1. 序 論

垂直基準點網(vertical control net)을 형성하고 있는 水準點의 標高는 精密水準測量의 作業過程을 통하여 設定하고 있다.

精密水準測量의 正確度는 個人的要因, 機械的 要因, 地形的要因등의 影響을 받으며 두 水準點間의 높이차는 反復作業으로 구하게 되므로 여기에는 垂直大氣 掘析誤差, 機械 및 水準尺의 垂直移動誤差, 機械의 整準誤差, 水準尺의 傾斜 및 눈금 表示誤差 鉛直線方向의 差異에 따른 誤差들이 復合되어 나타나게 된다.^{9,11)}

따라서 이러한 誤差들을 감소시킬수 있는 作業過程에 따라 세심한 測量을 한다면 일반적

으로 $\pm 0.3 \sim 1$ mm의 正確度를 확보할 수 있다.^{7,14)}

오늘날 각국에서는 보다 합리적인 水準網 設치를 위하여 노력하고 있으며 大陸單位로 통일된 測地網 구성을 위하여 힘을 기울이고 있다.^{8,16)}

우리나라의 경우는 1911년~1916년 사이에 구성된 水準網에 대하여 1967년 부터 改測을 실시하여 1987년 1次測定을 완료하고 잠정적으로 網平均하여 그 값을 實用成果로 告示하고 있다.⁴⁾

水準網의 調整計算은 觀測方程式에 의한 最小 제곱법이 사용되고 있으며 1等網을 먼저 獨立調整하고 이 結果를 基準으로 하여 下等級網을 순차적으로 조정하는 방법이 일반적으로 채택되고 있다.

그러나 網의 규모가 작을 경우에는 自由度

* 서울市立大學校 工科大學 教授

** 서울市立大學教 大學院 博士過程

(Degree of freedom)가 낮기때문에 統計分析에 어려움이 따르며 低等級網에 대한 評價를 정확하게 할수 없게 된다.

따라서 이경우에는 Alberda(1972)와 Kok(1983)에 의해 제시된 바와 같이 1等網과 低等級網을 혼합하여 組合調整하는 것이 보다 합리적인 결과를 얻을수 있다.^{5,6)}

本 研究에서는 分散要素값의 推定과 過大誤差의 檢出을 포함하는 調整體系를 구축한 후 組合調整을 실시하였다. 이때 사용한 資料는 國立地理院에서 1967年~1987年間に 基本測量으로 수행한 1, 2 等水準測量資料를 제공 받았으며 檢潮所의 平均海面값을 調整原點의 근거로 삼았다.²⁾

調整結果로 부터 橢圓補正에 따른 영향과 調整原點의 변화에 따른 영향등을 分析하고 實數自由度에 의한 網의 強度와 事後標準基準誤차를 계산하여 우리나라의 水準網에 대한 評價를 시도하였다.

2. 資料의 準備

本 研究에 사용한 資料는 國立地理院에서 20 年に 걸쳐 測定된 것으로 그간에 水準點이 移動되었거나 亡失된것이 다수 발견되었다. 이 경우 이를 補正하여 새로운 交點이나 連結點을 설정하고 각 路線別로 資料파일을 만들어 필요한 資料를 入力시켜 調整에 직접 사용할 수 있도록 編輯하였다.

또한 이 準備 과정에서 全路線에 대한 橢圓補正을 실시하였으며 이때 적용한 式은 다음과 같다.¹⁾

$$\Delta H = -0.00529 \cdot \sin 2\phi_m \cdot \frac{\Delta\phi}{\rho''} \cdot H_m \quad (1)$$

ΔH : 橢圓補正量

H_m : 각 水準點의 平均標高

ϕ_m : 平均緯度

$\Delta\phi$: 緯度差

현재의 水準測量作業規程에는 1等 水準路線에만 橢圓補正을 실시하도록 되어 있으나 本 研究에서 2等 水準路線에도 적용한 결과 5 mm 이

상의 移動量이 발견된 路線이 15個 路線에 달하고 이들이 대부분 山岳地域에 위치한다는 점을 발견하였다. 따라서 山岳地域에서는 2等 路線에도 橢圓補正을 실시하여야 할것으로 判斷된다.

3. 調整計算의 體系

調整計算은 過大誤差의 檢出, 分算要素값의 推定, 調整標高와 正確度算出의 세 過程으로 나누어 지며 本 研究에서는 과대오차의 檢出과 分散要素값의 推定 프로그램을 포함하는 調整프로그램 KORVD가 편성되었다.

(1) 組合調整 體系

最小제곱법은 모델식에서 未知量보다 測定量의 수가 더 많을때 未知量에 대한 有一解를 推定하는 代表的인 方法이며 測地分野의 調整計算에 一般的으로 사용하고 있다.

未知量, 測定量, 殘差와의 관계를 다음과 같은 線形連立方程式으로 나타낼수 있다.¹³⁾

$$AX=L+V \quad [P] \quad (2)$$

여기서 A는 設計行列, X는 未知量벡터, L는 測定量벡터, V는 殘差벡터, P는 重量行列이다.

이에 대한 正規方程式은 다음과 같이 구하여진다.

$$(A^T P A) X = A^T P L \quad (3)$$

$$P = C_L^{-1} \quad \text{단, } C_L \text{은 測定量의 共分散行列} \quad (4)$$

식 (3)으로 부터 X의 最小제곱 不偏推定値와 σ_0^2 에 대한 最小제곱 不偏推定値(事後分散값)는 다음과 같이 구하여진다.

$$X = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (5)$$

$$\sigma_0^2 = (\hat{V}^T P \hat{V}) / f \quad \text{단, } f \text{는 自由度} \quad (6)$$

그림 1에서는 프로그램 KORVD에서 遂行되는 概略的인 調整計算의 過程을 보여주고 있다.

入力資料의 경우는 앞에서 準備된 파일을 사용하였으며 여기에는 路線番號, 等級, 路線始點, 路線終點, 路線길이, 水準差, 標準誤差, 測量年度등을 入力하였고 未知點에 대한 初期標高

와 既知點이나 制約點에 대한 標高를 入力하였다. 아울러 實行過程을 統制할 수 있는 資料는 對話式으로 端末機에서 直接 入力하도록 構成되었다.

調整方法은 調整原點의 選擇에 따라서 固定網, 自由網, 制約網으로 구분되어 自體적으로 處理될 수 있도록 하였다.

過大誤差의 檢出과 分散要素값의 推定에 대하여서는 別도 選擇에 따라서 處理되도록 構成되었으며 모든 處理結果는 綜合적으로 印刷되도록 하였다.

(2) 過大誤差의 檢出體系

測定資料에는 돌출값(outlier)이 포함될 수 있으며 最小제곱법에서 돌출값을 추적하는 방법은 殘差의 分布를 이용하여 假說檢定을 실시하는 것이다.¹⁰⁾

이때 歸無假說 H_0 는 다음의 假定을 포함하게 된다.¹⁵⁾

- 線形化된 數理모델은 適合하다.
- C_L 이 正規分布를 갖는 確率모델이다.
- 測定값은 正確하다.

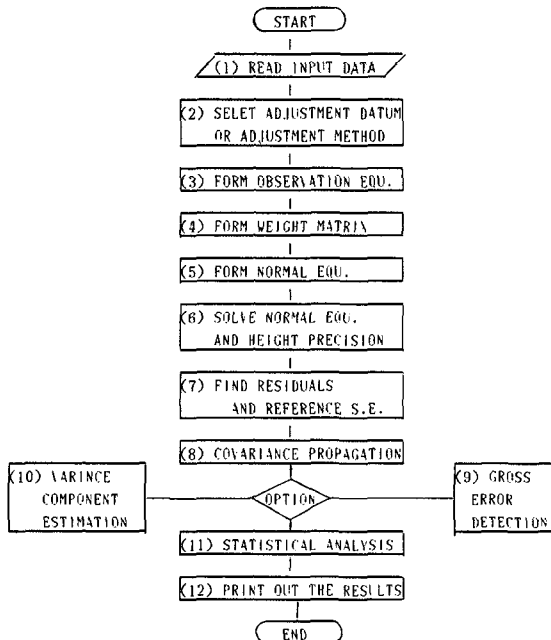


그림 1. 主프로그램(KORVD) 흐름圖

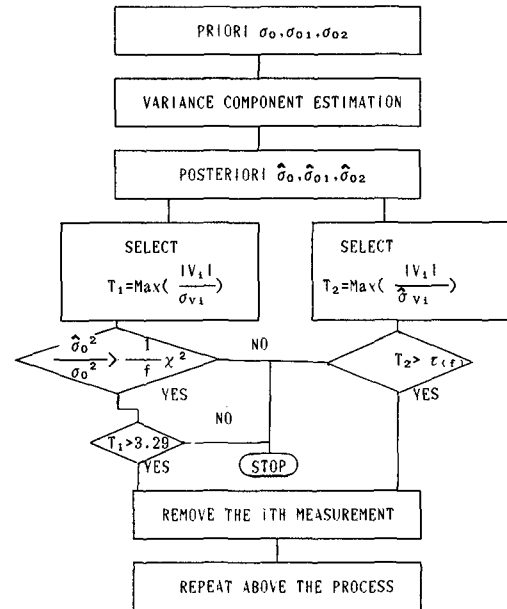


그림 2. 過大誤差의 檢出

檢定方法으로는 Baarda의 慣用的方法과 τ 分布에 의한 Pope方法이 사용되었으며 檢定結果 棄却될 경우에는 測定값에 문제가 있는 것으로 판단하여 <그림 2>의 過大誤差 檢出過程에 따라 反復施行으로 過大誤차를 檢出하였다.

(3) 分散要素값의 推定體系

서로 다른 특성을 갖고 있는 測定量이 混合된 網의 경우에는 事後分散값 σ_0^2 으로서 개개의 특성을 代表하기가 어렵기 때문에 特性要素別 代表값을 推定하여야 할 필요가 있다.

우리나라의 測地水準網의 경우 1等網과 2等網의 두가지 특성으로 구분될수 있으므로 測定誤差를 알수 있다면

$$C_L = \begin{vmatrix} \sigma_{01}^2 C_{L1} & 0 \\ 0 & \sigma_{02}^2 C_{L2} \end{vmatrix} \quad (7)$$

로 쓸 수 있으므로 σ_{01}^2 과 σ_{02}^2 을 精確히 推定하여야 한다.

식(7)에서 두 특성별로 獨立된 調整이 遂行될 수만 있다면

$$C_{\hat{L}1} = \hat{\sigma}_{01}^2 C_{L1} \quad (8)$$

$$C_{\hat{L}2} = \hat{\sigma}_{02}^2 C_{L2}$$

로서 推定될 수 있으며 C_{L1} 과 C_{L2} 가 正確하다

고 한다면 $\sigma_{01}^2 = \sigma_{02}^2 = 1$ 이 만족될 수 있다. 실제의 경우에는 차이가 있기 때문에 다음과 같은 반복推定法을 사용하여 $Z=0$ 단계부터 수렴될때 까지 반복 시행하게 된다. ^{6,12)}

(0) σ_{0i}^2 을 假定한다.

$$(1) \hat{X} = (A^T P Z A)^{-1} A^T P Z L$$

$$\hat{V} = A \hat{X} - 1$$

$$(2) \text{Trace}(Q_V P Z)_i$$

$$= \text{Trace}(1 - A(A^T P Z A)^{-1} A^T P Z)_i = f_i$$

$$(3) \hat{\sigma}_{0i}^{2(z+1)} = \frac{(\hat{V}^Z)_i^T P_i^Z (\hat{V}^Z)_i}{f_i}$$

$$(4) C_{Li}^{z+1} = \hat{\sigma}_{0i}^{2(z+1)} C_{Li}^z$$

(5) $\frac{\hat{\sigma}_{0i}^{z+1} - \sigma_{0i}^z}{\hat{\sigma}_{0i}^{z+1}} > \epsilon$ 이면 (4)의 값을 사용하여 段階(1)부터 反復한다.

<그림 3>은 이 過程을 圖表化 한것이다.

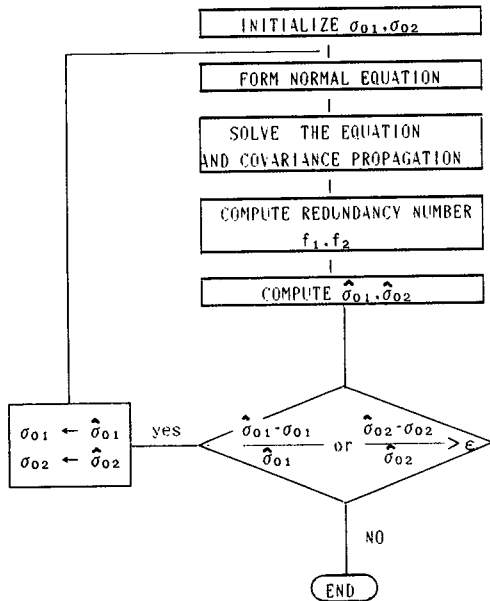


그림 3. 分散要素의 推定

4. 組合調整의 結果

(1) 過大誤差의 檢出

事後分散값을 이용한 Pope 方法과 事前分散값 ($\sigma_{01} = 5 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$, $\sigma_{02} = 10 \text{ mm}/\sqrt{\text{km}}$)을 고려한 Baarda 方法으로 수행하였으며 測定資料는 橢圓補正 前과 後의 것을 사용하였다.

過大誤差의 檢出結果는 <表 1>과 같이 Pope의 方法과 Baarda의 方法이 동일한 結果를 나타내고 있으며 “2等 水準網의 調整에 관한 研究” 結果와도 일치함을 알수 있다. ³⁾

또한 橢圓補正의 실시여부에 관계없이 동일한 結果가 나타났으며 이는 過大誤差의 檢出에 橢圓補正前의 資料를 사용해도 무방함을 알수 있었다.

표 1. 過大誤差의 檢出過程 및 棄却路綫

| 段 階 | Pope의 方法 | Baarda의 方法 |
|-----|---------------|---------------|
| 1段階 | 2環 6路綫 棄却 | 2環 6路綫 棄却 |
| 2段階 | 2環 31路綫 棄却 | 2環 31路綫 棄却 |
| 3段階 | 3環 10路綫 棄却 | 3環 10路綫 棄却 |
| 4段階 | 6環 7路綫 棄却 | 6環 7路綫 棄却 |
| 5段階 | 3環 1路綫 棄却 | 3環 1路綫 棄却 |
| 6段階 | 10環 1路綫 棄却 | 10環 1路綫 棄却 |
| 7段階 | 13環 13-1路綫 棄却 | 13環 13-1路綫 棄却 |
| 8段階 | Passed | Passed |

표 2. 分散要素값의 推定에 의한 結果

| 區 分 | 1等 路綫 | 2等 路綫 |
|----------|---------------------------|----------------------------|
| 實數 自由度 | 30.9 | 117.1 |
| 事後基準標準誤差 | 6.4mm/ $\sqrt{\text{Km}}$ | 10.2mm/ $\sqrt{\text{Km}}$ |

표 3. 實數自由度에 의한 網의 強度

| 區 分 | 1等 路綫 | 2等 路綫 |
|------|----------------------------|----------------------------|
| 獨立 網 | 平均 : 0.075 標準偏差 : 0.064 | — |
| 組合 網 | 平均 : 0.207 標準偏差 : 0.121 | 平均 : 0.434 標準偏差 : 0.181 |

※ 開放路綫은 除外함

(2) 分散要素값의 推定

우리나라의 水準網을 評價하기 위하여 1等網과 2等網에 대한 實數自由도와 事後基準標準誤차를 推定하였으며 網의 強度를 계산하였다. 이 結果는 <表 2>와 <表 3>과 같다.

이표에 나타난 바와 같이 組合調整의 가장 큰 특징은 網의 強度 또는 自由도를 증대시키는 점에 있다. 즉 1等 水準網의 獨立調整에서 自由度가 11 밖에 되지 않았으나 組合調整에서는

30.9로 증대 되었으며 網의 強度도 獨立網이 0.075인 반면 組合網은 0.207로 일반적인 勸獎數值인 0.1~0.3에 부합된다.¹²⁾

이는 組合調整에 의한 網의 評價가 獨立調整보다 합리적인 결과를 제시할수 있음을 의미한다.

(3) 調整結果의 分析

本 研究에서는 1點固定, 自由網, 制約網 및 多點固定 등으로 原點을 선택하여 調整하였으며 이때 각기 橢圓補正前의 資料와 橢圓補正後의 資料를 적용하여 座標補正量과 誤差를 계산하였다.

이때 分散要素값의 推定은 3회 반복에 의한 개략적인 값을 사용하였다.

表 4와 表 5는 調整原點의 선택에 따른 補正量을 나타내고 있으며 表 6과 表 7은 標準誤差와 座標誤差를 보여주고 있다.

이 結果로 부터 橢圓補正이 調整結果에 큰 영향이 없음을 알수 있으며 이는 지오이드 變化에 따른 것으로 앞으로 重力測定을 병행하여 GPU單位에 의한 처리가 필요한 것으로 判斷된다.

· 調整原點을 변화시킬 경우에는 수 cm 이내의 調整標高 變化가 나타나고 있는데 이는 平均海面과 陸地水準測量과의 相互 연관성에 원인이 있다고 判斷되며 앞으로 이 분야의 더 많은 研究가 필요하다고 생각된다.

組合調整結果 우리나라 測地水準網의 事後基準 標準誤差는 1等 6.4 mm/√Km, 2等 10.2 mm/√Km로 推定 되었으며 이는 獨立調整의 4.9 mm/√Km, 9.1 mm/√Km와 각기 比較 된다. 두 값이 차이가나는 원인은 獨立調整에서 1等 網의 開放路線이 組合調整에서는 2等 路線에 閉合됨으로서 나타나는 殘差에 원인이 있다고 판단되며 2等 路線에 대하여는 獨立調整이 개략적인 수치인데 반하여 組合調整은 正確한 誤差를 나타내고 있다.

이 값들은 作業規程상 最大許容往復差의 規定으로 부터 推定 할수 있는 기대치에 못미치고 있으며 精密水準測量에 대한 國際測地學會 規定에도 미달된다.

표 4. 調整原點의 選擇에 따른 補正量(橢圓補正前)

| 區 分 | 自由點 | 制約點 | 全 體 |
|-------------|--------|--------|--------|
| 1點固定(Datum) | 0.009m | — | 0.009m |
| 1點固定(Choi) | 0.070m | — | 0.070m |
| 自由網 | 0.009m | — | 0.009m |
| 制約網(MSL) | 0.002m | 0.067m | 0.009m |
| 固定網(MSL) | 0.029m | — | 0.009m |

표 5. 調整原點의 選擇에 따른 補正量(橢圓補正後)

| 區 分 | 自由點 | 制約點 | 全 體 |
|-------------|--------|--------|--------|
| 1點固定(Datum) | 0.011m | — | 0.011m |
| 1點固定(Choi) | 0.064m | — | 0.064m |
| 自由網 | 0.011m | — | 0.011m |
| 制約網(MSL) | 0.007m | 0.066m | 0.011m |
| 固定網(MSL) | 0.029m | — | 0.029m |

※ 補正量 = 調整값 - 初期近似값에 대한 平均제곱근 값

표 6. (A) 調整原點의 選擇에 따른 誤差(橢圓補正前)

| 區 分 | 1 等 | 2 等 | 全體 | $\bar{\sigma}_H$ |
|-------------|------------|------------|------------|------------------|
| | mm/ √km | mm/ √km | mm/ √km | mm |
| 1點固定(Datum) | 5.77 | 10.45 | 9.77 | 61.08 |
| 1點固定(Choi) | 5.77 | 10.45 | 9.77 | 61.08 |
| 自由網 | 5.77 | 10.45 | 9.77 | 46.36 |
| 制約網(MSL) | 5.77 | 10.45 | 9.77 | 49.96 |
| 固定網(MSL) | 6.69 | 10.64 | 9.95 | 48.92 |

(B) 調整原點의 選擇에 따른 誤差(橢圓補正後)

| 區 分 | 1 等 | 2 等 | 全體 | $\bar{\sigma}_H$ |
|-------------|------------|------------|------------|------------------|
| | mm/ √km | mm/ √km | mm/ √km | mm |
| 1點固定(Datum) | 5.96 | 10.42 | 9.76 | 61.78 |
| 1點固定(Choi) | 5.96 | 10.42 | 9.76 | 61.78 |
| 自由網 | 5.96 | 10.42 | 9.76 | 46.73 |
| 制約網(MSL) | 5.96 | 10.42 | 9.76 | 50.42 |
| 固定網(MSL) | 6.78 | 10.63 | 9.94 | 49.09 |

※ $\bar{\sigma}_H$ 는 平均제곱근 座標誤差

5. 結 論

우리나라의 1等水準網과 2等水準網을 組合測定한 결과 다음과 같은 結論을 얻었다.

- (1) 水準網은 순차적으로 1, 2等網을 獨立調整하는 방법보다 混合시켜 組合調整하는 방

법이 網의 強度를 높일수 있으며 보다 합리적인 성과를 얻을 수 있었다.

- (2) 1967년~1987년에 測定된 우리나라 測地水準網의 正確度는 組合調整結果 1 등 6.4 mm/ $\sqrt{\text{km}}$, 2 등 10.2 mm/ $\sqrt{\text{km}}$ 로 추정되었다.
- (3) 橢圓補正後의 資料를 사용해도 橢圓補正前의 資料를 사용한 경우보다 뚜렷한 正確度 향상이나 調整座標의 變化를 기대할 수 없었다.
- (4) 過大誤差의 檢出에 있어서 全國規模의 同時調整에는 Pope의 방법이 적당하고 局部의 網調整의 경우에는 事前標準誤差를 假定하여 처리하는 Baarda 방법이 同質性을 確保할 수 있었다.

위와 같은 結果로 보아 앞으로 地球物理學分野에 活用할 수 있는 高精密水準網의 構成을 위하여는 測量 作業方法을 改善하고 모든 水準點에서의 重力測定이 필수적이라고 判斷된다.

參考文獻

1. 백은기, 측량학: 기초 및 응용, 청문자, 1986.
2. 이석참, 정밀수준망의 조정에 관한 연구, 국립지리원, 1987.
3. 조규전, 2 등수준망의 조정에 관한 연구, 국립지리원, 1988.
4. 조선총독부 임시토지조사국, 조선토지조사사업 보고서, 1918.
5. Alberda, J. E., Aspects of Large Levelling Nets. Canadian Surveyor, 28(5), 1974, pp. 643-652. Proc. of International Symposium on Problems Related to Redefinition of North American Geodetic Networks, Fredericton.
6. Chen, Y. Q. and A. Chrzanowski, Assessment of Levelling Measurements Using the Theory of MINQE, Proc. of 3rd International Symposium on the NAVD. 1985, pp. 389-400.
7. Ebong, M. B., A Study and Analysis of the Geodetic Levelling of Nigeria, Ph. D. Thesis, Univ. of Newcastle, 1981.
8. Ehrnsperger, W., J. J. KOK, and J. van Mierlo, Status and Provisional Results of the 1981 Adjustment of the United European Levelling Network UELN 73, Proc. of the International Symposium on Geodetic Networks, Vol. 2, Munich, 1981, pp. 455-483.
9. Enman, S. V. and V. B. Enman, Systematic Errors in Levellings of Mountainous Areas, Bulletin Geodesique, 58, 1984, pp. 475-493.
10. Kavouras, M., On the Detection of Outliers and the Determination of Reliability in Geodetic Network, UNB Technical Report No. 87, 1982.
11. Kukkamaki, T. J., Errors Affecting Levelling, Proc. of the 2nd International Symposium on the NAVD, Ottawa, 1980, pp. 1-10.
12. Lucas, J. R., J. M. Bengston and D. B. Zilkoski, Estimation of Variance Components in Levelling Using Iterated Almost Unbiased Estimation, Proc. of 3rd NAVD Symposium, Rockville, 1985, pp. 375-385.
13. Mikhail, E. M., Observation and Least Squares, IEP, 1976, chap. 5.
14. Remer, O., New Error Parameters in Levelling, Report on the meeting of IAG-SSG 1.53, Ottawa, 1980.
15. Vanicek, P. and E. J. Krakiwsky, Geodesy: the Concepts, North-Holland, 1982, Chap. 12-13, 19.
16. Whalen, C. T., The National Vertical Datum Readjustment Program, Proc. of 1st International Conference on the Redefinition of the NAVD, Fort Clayton, 1979, pp. 180-230.