

## 屈折에 의한 淺海波 算定法 Numerical Wave Refraction Model

서승남\*·오병철\*·강시환\*  
Seung Nam Seo\*, Byung Cheol Oh\* and See Whan Kang\*

**要 旨** : 해저 지형이 비교적 단순한 경우에 적용할 수 있는 파랑굴절 모델을 개발하였다. 모델은 파랑의 천수, 쇄파 그리고 저면 마찰 변형을 고려한다. 모델의 기본식은 파수의 보존을 나타내는 Eikonal 식과 에너지 보존식 유한차분법으로 차분화한 식으로 각각 파향과 파고를 계산한다. 입사파는 동일한 주기를 갖는 단순파로 가정하였다. 모델을 검증하기 위하여 Noda 가 제안한 수심함수를 사용하였으며, 또한 해저지형이 서로 다른 사동항과 양포항에 각각 적용하였다. 본 모델은 미 공병단의 RCP 모델보다 계산시간이 빠르고, 계산결과의 안정성도 높은 것으로 나타났다.

**Abstract** □ A simple numerical refraction model is presented. The model takes into account refraction, shoaling and bottom dissipation. Eikonal equation and equation of energy conservation are discretized by an explicit finite-difference method, which provides wave angle and height at each grid point, respectively. Applications of the model were made to simple geometries as well as complex geometries, and some advantages on computing time and stability have been observed.

### 1. 서 론

연안역을 개발하고 연안구조물의 위치를 정하기 위해 파랑분포에 대한 정보가 요구되며, 예상되는 파력에 충분히 견디어 낼 수 있도록 구조물이 설계되어야 한다. 따라서 파랑의 전반적인 분포 뿐만 아니라 파고와 파향을 정확하게 계산하는 것이 연안공학에서 매우 큰 비중을 차지하고 있다.

외해에서 발생된 파랑은 수심과 해·조류에 따라 변형되면서 천해역에 이르게 된다. 수심이 비교적 완만하게 변해 파랑의 반사 및 회절을 무시할 수 있는 단순한 경우의 파랑변형을 계산하기 위한 수많은 방법들이 개발되어 왔다(Meyer, 1979). 실제 관측에 의한 파랑은 매우 불규칙한 모양을 보이므로, 주기-파향 스펙트럼을 이용한 방법이 시도되고 있으며, 파랑과 파랑 사이의 비선형 상호작용에 초점을 맞춘 비선형 모델도 상당한 발전을 이룩해 왔다. 그러나, 상기한 방법들은 비교적 많은 격자점이 필요하거나 또는 스펙트럼에 따른 반복 계산 때문에 계

산에 많은 시간이 요구되는 단점을 가지고 있다. 한편, 불규칙한 파랑을 통계적인 대표치로 환산한 유의파법의 단점에도 불구하고, 이론 전개의 용이함 및 계산시간의 절감등의 장점 때문에 유의파법이 많이 사용되고 있다.

1942년 O'Brien은 파향선법에 의한 파향계산법을 소개했으며, Munk와 Arthur(1952)는 파향선의 간격을 계산하여 파향선상의 파고 및 파향을 계산하였다. 파향선법은 몇 개의 파향선을 추적하여 그 파향선들 위에서 파고 및 파향을 계산하므로, 계산절차가 비교적 간단하여 수작업도 가능하다. 파향선법의 전산기에 의한 수치기법은 Skovgarrrd *et al.* (1975)에 의해 비교·정리되어 있으나, 연안 전역의 파랑분포를 알 수 없고 일정한 간격의 격자에서 파고·파향은 내삽법으로 계산해야하는 불편한 점이 있다.

Noda *et al.* (1974)은 유한차분법을 이용하여 굴절에 의한 파랑 계산 수치기법을 소개하였으며, Perlin과 Dean(1983)은 Noda 등 모델의 차분화

\*韓國科學技術研究院 海洋研究所 環境工學室(Environmental Engineering Laboratory, Korea Ocean Research and Development Institute, Ansan P.O. Box 29, 425-600, Korea)

법을 보다 간략화한 방법을 사용하였다. 최근 Dalrymple(1988)은 계산시간 단축에 주안점을 두어 Explicit 방법을 쓰고 수정 파랑분산식을 써서 비선형 효과까지 감안한 굴절 모델을 발표하였다.

본 굴절 모델에서는 저면마찰과 쇄파에 의한 파고 감쇄를 고려한 Explicit 유한 차분법을 사용하였다. 파향은 파수벡터의 비회전성에서 유도되는 Eikonal 식으로 계산하고, 파고는 에너지 보존식으로부터 각각 계산한다. Dalrymple의 차분법과 유사한 방법의 본 모델을 우리나라 동·서해 22개 어항에 적용한 결과, 빠른 계산속도와 안정한 수치기법임을 확인할 수 있었다(수산청, 1988).

### 2. 파향계산

수심이 일정한 경우에 다음과 같은 분산식이 성립하며

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \tag{1}$$

여기서  $\sigma$  = 각 주파수

$k$  = 파수 ( $2\pi/L$ ,  $L$  = 파장)

$h$  = 수심

$g$  = 중력가속도 ( $9.81 \text{ m/sec}^2$ )

수심이 원만히 변하는 경우에도 식 (1)을 적용할 수 있으며 이로 인한 파수계산의 오차는 무시할 수 있다. 파향을 정의할 때 파 위상함수(S)을 사용하면 파수는 파 위상함수의 기울기로 표시된다. 시간의 변화를 고려한 파 위상함수는

$$S = \vec{k} \cdot \vec{x} - \sigma t \tag{2}$$

파향은 파수벡터로 표시된다.

$$\vec{k} = \vec{\nabla}_H S \tag{3}$$

여기서  $\vec{\nabla}_H = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, 0)$ 이며 식 (3)을 Eikonal 식이라 부른다. Fig. 1에 도시된 것처럼, 외해에서 해안에 직교하는 방향을 x 축의 양의 방향으로, 해안선에 평행하게 y 축을 취한 오른손 직교좌표계를 사용한다. Eikonal 식에 Curl을 취하고 벡터 항등식을 쓰면 다음과 같은 직교좌표계에서의 파향 방정식을 얻게된다.

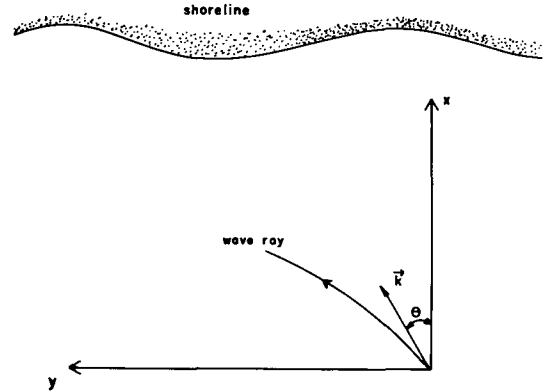


Fig. 1. Reference system used in the model.

$$\vec{\nabla}_H \times \vec{\nabla}_H S = \frac{\partial}{\partial x} (k \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial y} (k \cos \theta) = 0 \tag{4}$$

여기서  $\theta$ 는 x 축과 파수벡터가 이루는 각이다.

한편, 해·조류가 존재하는 경우 Doppler 효과로 인해 파 분산식은 다음과 같이 된다.

$$\sigma = \omega - \vec{U} \cdot \vec{k} = gk \tanh kh \tag{5}$$

여기서  $\omega$ 는 절대 각 주파수로서  $\omega = 2\pi/T$ 이며,  $\sigma$ 는 상대 각 주파수이다. 또한, T는 파의 수기이다.

### 3. 파고계산

선형파 이론에 의한 파에너지(E)는 파고의 제곱에 비례하므로 파에너지 보존식으로부터 파고를 계산할 수 있다. 파에너지 전파속도는 군속도( $C_g$ )이고 에너지 감쇄를 고려한 임의 단면에서 에너지 보존식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int E ds = - \int E \vec{C}_g \cdot \hat{n} dl - \int \epsilon_a ds \tag{6}$$

여기서  $E = 1/8 \rho g H^2$

$\epsilon_a$  = 에너지 감쇄

$\hat{n}$  = 폐곡선의 단위의 방향선 벡터

$ds$  = 미소 면적

$dl$  = 미소 선분

단위 시간당 에너지 증분이 없다고 가정하고, 면적분을 Gauss 정리를 써서 선적분으로 나타내면

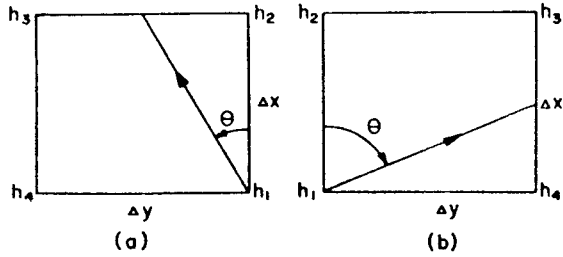


Fig. 2. Computation of bottom slopes. (a) clockwise, (b) counter clockwise.

$$\int (\vec{\nabla} \cdot \vec{EC}_g + \epsilon_a) ds = 0 \quad (7)$$

이 되며, 임의의 단면에 성립하기 때문에 식 (7)은 다음과 같이 된다.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{EC}_g = -\epsilon_a \quad (8)$$

에너지 감쇠에는 쇄파에 의한 감쇠가 고려되었고, 파고가 허용 쇄파파고보다 크면 쇄파고를 취하였다. Weggel(1972)에 의한 경험식을 쇄파고 산정에 사용하였으며, 쇄파고( $H_b$ )는 수심경사(m)과 파형경사( $H/L$ )로 표시된다.

$$\frac{H_b}{h_b} = \frac{b^*}{1 + \frac{h_b a^*}{gT^2}} \quad (9)$$

여기서  $h_b$  = 쇄파수심

$$a^* = 43.75(1 - e^{-19m})$$

$$b^* = \frac{1.56}{1 + e^{-19.5m}}$$

이 때의 수심경사는 파 진행방향의 경사를 의미하며, 파향이  $\theta$ 인 경우(Fig.2 참조) 네 점의 수심을 알고 이들에 의해 만들어진 사각형의 수심이 선형으로 비례한다고 하면 아래와 같은 관계식을 얻을 수 있다. 파향선이 수심 격자점  $h_2$ 와  $h_3$ 을 잇는 선분과 만나는 경우(Fig. 2(a))

$$m = \frac{h - h_1}{\Delta x \sqrt{1 + \tan^2 \theta}} \quad (10)$$

파향선이 수심 격자점  $h_3$ 와  $h_4$ 를 잇는 선분과 만나는 경우는 다음과 같다(Fig. 2(b)).

$$m = \frac{h - h_1}{\Delta y \sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}}} \quad (11)$$

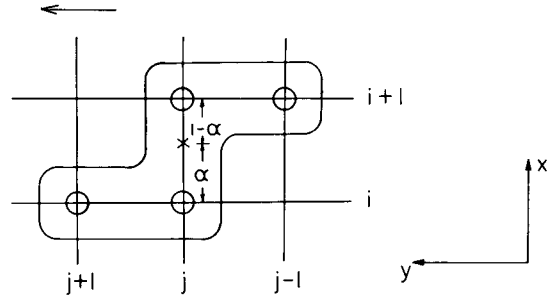


Fig. 3. Computational module.

저면의 해수유동과 저면 마찰로 인한 평균에너지 감쇠는 해저면에서의 전단력( $\tau_b$ )에 저면 유속( $u_b$ )을 곱한 값을 한 주기 동안 평균해서 계산한다. 자연상태의 전형적인 저층 흐름은 Turbulent 이고 해·조류가 없을 경우 선형파 이론으로부터 구한 저면 유속을 대입한 에너지 감쇠는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_a &= \frac{1}{T} \int_0^T \rho \frac{f_w}{2} u_b^3 dt \\ &= \frac{2k}{3\pi} \frac{\sigma f_w H}{\cosh^3 kh - \cosh kh} \frac{\rho g H^2}{8} \quad (12) \end{aligned}$$

$f_w$ 는 마찰계수이며 0.01-0.3 범위의 값을 가진다 (Svendsen and Jonsson, 1980).

#### 4. 수치계산 방법

대상 해역을 일정한 간격으로 격자점을 구성한 뒤 각 격자점에서 파향과 파고를 구하는 방법으로 Dalrymple(1988)의 유한 차분법과 유사한 방법을 사용하였다. 즉 파고와 파향을 나타내는 식은 일차원 파동방정식으로 분류할 수 있으며 x 방향은 전방 차분으로 y 방향은 가중치  $\alpha$ 를 가한 뒤 각 미분항을 전방차분과 후방차분으로 차분화 하였다(Fig. 3 참조).

Eikonal 식은 다음과 같이 차분화하였다.

$$\begin{aligned} \frac{F_{i+1,j} - F_{i,j}}{\Delta x} &= \alpha \left( \frac{G_{i+1,j} - G_{i+1,j-1}}{\Delta y} \right) + (1 - \alpha) \\ &\left( \frac{G_{i,j+1} - G_{i,j}}{\Delta y} \right) \quad (13) \end{aligned}$$

여기서  $F = k \sin \theta$   
 $G = k \cos \theta$

$G_{i+1,j}$ 는  $k^2_{i+1,j} = F^2_{i+1,j} + G^2_{i+1,j}$ 을 이용하여  $F_{i+1,j}$ 의 식으로 나타낼 수 있으므로, 이를 식 (13)에 대입하면 다음과 같다.

$$F_{i+1,j} = \frac{-Q + \sqrt{Q^2 - (1 + \alpha^2 r^2)(Q^2 - \alpha^2 r^2 k^2_{i+1,j})}}{1 + \alpha^2 r^2} \quad (14)$$

여기서  $r = \frac{\Delta x}{\Delta y}$

$$Q = -F_{i,j} + \alpha r G_{i+1,j-1} + (1 - \alpha) r G_{i,j} - (1 - \alpha) r G_{i,j+1}$$

에너지 보존식 (8)은 다음과 같은 일차원 파동방정식으로 표시된다.

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} = -aA \quad (15)$$

여기서  $A = EC_g \cos \theta$

$$B = EC_g \sin \theta$$

$$a = \frac{2k}{3\pi} \frac{\sigma f_w H}{(\cosh^3 kh - \cosh kh) C_g \cos \theta}$$

(15)식을 Eikonal 식과 비슷한 방법으로 점  $(i+1, j)$ 에서 선형변화를 가정한 차분법을 쓰면

$$\begin{aligned} & \frac{A_{i+1,j} - A_{i,j}}{\Delta x} + (1 - \alpha) \frac{B_{i,j+1} - B_{i,j}}{\Delta y} \\ & + \alpha \frac{B_{i+1,j} - B_{i+1,j-1}}{\Delta y} \\ & = - (1 - \alpha) \Delta x (aA)_{i,j} - \alpha \Delta x (aA)_{i+1,j} \end{aligned} \quad (16)$$

B와 A의 관계식  $B_{i+1,j} = A_{i+1,j} \tan \theta_{i+1,j}$ 을 이용하여 식 (16)을 정리하면

$$\begin{aligned} A_{i+1,j} = & \frac{A_{i,j} + [\alpha r B_{i+1,j-1} + (1 - \alpha) r B_{i,j} - (1 - \alpha) r B_{i,j+1}] - (1 - \alpha) \Delta x (aA)_{i,j}}{1 + \alpha r \tan \theta_{i+1,j} + \alpha \Delta x a_{i+1,j}} \\ & - (1 - \alpha) \Delta x (aA)_{i+1,j} \end{aligned} \quad (17)$$

$a_{i+1,j}$ 는  $H_{i+1,j}$ 에 비례하므로  $A_{i+1,j}$ 의 함수이다. 한편, 천해역에서  $kH\sigma / (C_g \cos \theta) \sim kH\sigma / c \sim 4\pi^2 H^2 / L^2$ 이므로  $a$ 는  $H$ 의 값에 큰 영향을 받지 않는다. 따라서 식 (17) 분모의  $a_{i+1,j}$ 로 취했다.

차분화된 에너지식 (17)의 분모가 0으로 가까이

가면 수치계산상의 오차가 증폭된다. 이런 효과를 줄이기 위해 계산 좌표계  $(x^*, y^*)$ 를 사용했다. 입사각이 음의 값을 갖는 경우 ( $\theta < 0$ ), 계산 좌표계에서 파향과 파고를 계산한 후 원래 좌표계  $(x, y)$ 로 다시 변환시킨다. 원래 좌표계의  $y$ 축 끝을  $y_L$ 로 표시하면 계산 좌표계는

$$\begin{aligned} x^* &= x \\ y^* &= y_L - y \end{aligned} \quad (18)$$

Fig. 3에서도 볼 수 있듯이 차분화된 식 (14)와 (17)은 Explicit 방법으로 계산점에 가장 큰 영향을 주는 모든 격자의 정보를 이용하도록 짜여져 있다. 차분화된 식을 풀기 위해 외해 경계에서 주어진 조건을 초기조건으로 사용했다. 또한 대상영역 밖에서는  $y$ 에 대한 수심 변화율이 없다고 가정함으로써 측면 경계선에 파고·파향을 Snell의 법칙으로부터 계산했다.

지형이 매우 복잡한 경우, 수치상 문제가 생겨 파고·파향을 계산할 수 없었으며 이는 차분화법에 의한 오차가 증폭, 누적된 것으로 추정된다. 차분화의 오차로 인한 빠른 주기의 진동을 줄이기 위해 Longuet-Higgins와 Cokelet (1976)이 사용한 Smoothing 방법을 각 열( $i$ )마다 적용하여 A와 F를 구했다.

## 5. 수치계산 결과

본 굴절 모델을 검증하기 위하여 Noda (1974)가 제안한 수심함수(depth function)에 의해 표현되는 지형을 사용하였다. Noda의 수심함수는 해안선 방향으로 주기적이며, 외해로 갈수록 평활화되는 골을 나타내는 것으로 다음식으로 표현된다.

$$h(x, y) = 0.025x \left[ 1 + 20e^{-3\frac{x}{20}} \sin^{10} \left( \frac{\pi y}{80} \right) \right] \quad (19)$$

수치계산의 심해 입사파의 제원은 파고( $H_0$ ); 1.0 m, 주기(T); 4 sec, 입사파향;  $-37^\circ$ 이다.

검증을 위한 수치계산에서는 천수, 굴절, 쇄파 변형을 고려하였다. Fig. 4(a)는 계산파향의 공간적 분포를 나타내고 있다. 이 그림에서 보는 바와 같이 균일방향을 갖는 심해입사파가 천해역을 지나는 동안 골 부근에서 양쪽으로 흩어지는 현상을 볼 수 있

다. 이는 파향이 등수심선에 직교하는 방향으로 변형된다는 굴절 변형의 특성을 보여주고 있는 것으로 해석된다. Fig. 4(b)는 계산파고의 공간적 분포를 나타내고 있다. 파고분포는 Darlymple(1988)에 의

한 결과와 비슷하게 나타났다. 파향의 분포에서도 나타났듯이 골의 좌측에서는 파랑의 수렴에 의한 에너지의 집중현상 때문에 파고가 커지는 것으로 사료된다. 한편 수심이 얇은 경우(대략 1.0 m 이하)에

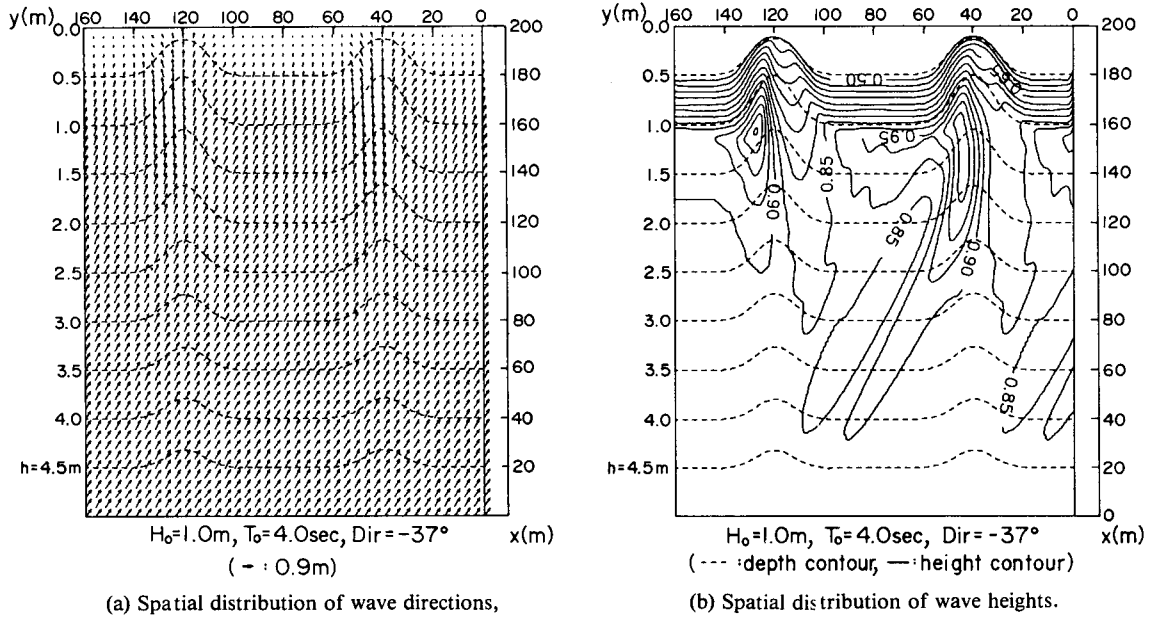


Fig. 4. Model results for oblique wave incidence.

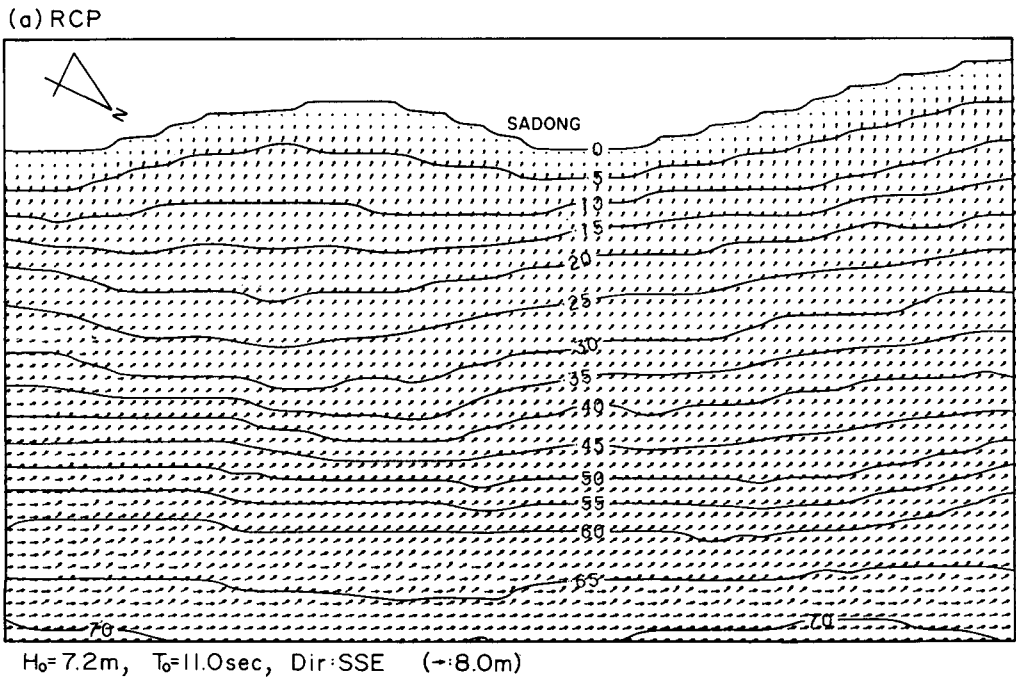


Fig. 5. Model results for Sadong fishing port.

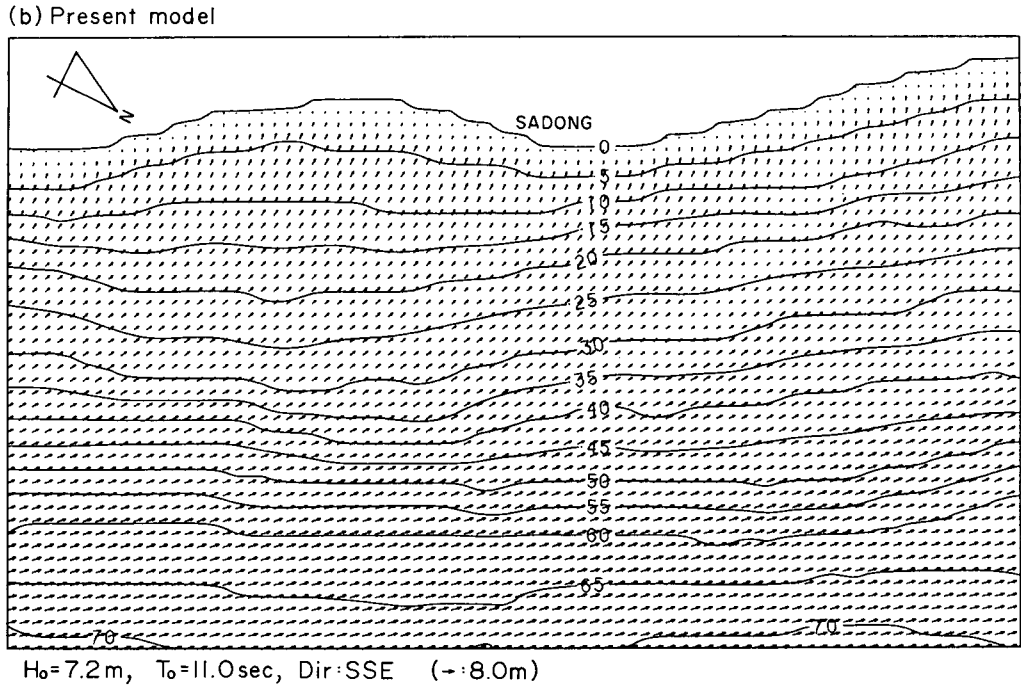


Fig. 5. Continued.

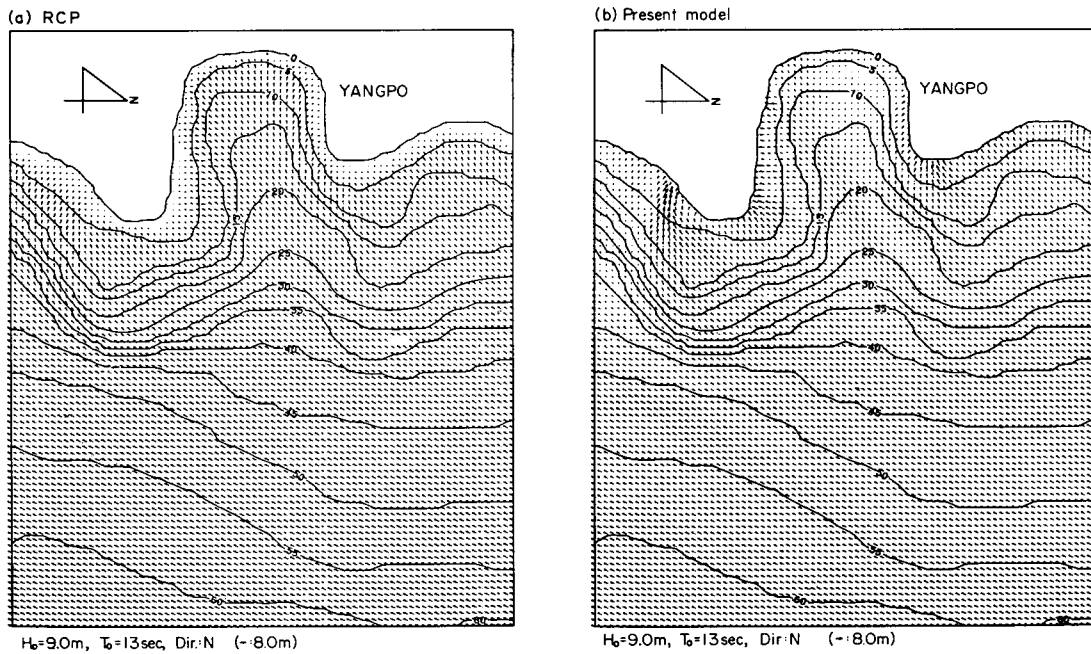


Fig. 6. Same as Fig. 5 except Yangpo.

등파고선이 등수심선에 나란하게 나타나고 있다. 이로부터 이 지역이 쇄파대임을 추정할 수 있다.

한편 본 모델과 미 공병단의 RCP 모델(1986)을

실제의 지형에 적용한 결과를 상호 비교하였다. RCP 모델은 마찰감소를 고려하지 않았으므로 상호 비교시에 본 모델의 마찰계수는  $f_w=0$ , 가중치는

$\alpha=1/2$ 로 택하였다. 선정된 지형은 지형이 비교적 단순한 사동항(Fig. 5)의 경우 두 모델의 파고, 파향 값은 비슷했으나, RCP 보고서에 언급된 것과 같이 RCP 모델은 입사각이 매우 큰 경우 계산된 파향값이 빠른 주기의 진동을 보였다. 그러나, 본 모델의 경우 입사각이 큰 경우에도 안정한 결과를 보였다. 한편 지형이 복잡한 양포항(Fig. 6)의 경우 RCP 모델을 해저계곡과 마루 부분에서 파의 발산 및 수렴현상이 뚜렷이 나타나지 않은 반면에 본 모델은 비교적 좋은 결과를 보이고 있다.

### 6. 결 론

심해 파랑이 천해역을 지나면서 변형될 때 고려되어야 할 굴절, 천수, 쇄파, 그리고 마찰 변형효과를 이용한 간단한 천해파 산정법을 개발하였다. 파 위상함수와 파수를 나타내는 Eikonal 식으로부터 파향이 구해지며, 파고는 에너지보존식으로부터 얻어진다. 모델의 검증을 위하여 Noda가 제안한 수심함수로 표현되는 지형에 적용한 결과 본 모델은 굴절의 기본 성질인 파향선의 수렴 및 발산현상을 잘 재현하여 주었다. 한편 미 공병단의 RCP 모델과도 상호 비교하기 위하여 해저 지형이 서로 다른 사동항과 양포항에 적용하였다. 본 모델은 RCP 모델보다 계산시간이 훨씬 적었을 뿐만 아니라 파향의 수렴, 발산 등 굴절 현상을 잘 나타내주었다. 본 모델은 동해와 서해에 위치한 22개 수산청 어항의 천해설계파 산정에 적용(수산청, 1988)되었으며, 섬, 반도 등으로 차폐되지 않은 비교적 단순한 지역의 천해파 산정에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

### 사 사

본 연구는 수산청이 시행한 어항 설계 천해파 추정 사업의 일환으로 수행되었다.

### 참고문헌

수산청, 1988. 어항 설계 천해파 추정보고서.

Berkhoff, J.C.W., 1972. Computation of combined refraction-diffraction, *Proc. of the 13th Coastal Eng. Conf.*, ASCE: 471-490.

Dalrymple, R.A., 1988. Model for refraction of water waves, *J. Waterways, Harbours, Coastal Eng.*, ASCE, **114**(4): 423-435.

Ebersole, B.A., Cialone, M.A. and Prater, M.D., 1986. Regional coastal processes numerical modelling system, Tech. Rep. CERC-86-4, U.S. Army Waterways Experimental Station, Coastal Engineering Research Center. Vicksburg, Miss.

Kirby, J.T. and Dalrymple, R.A., 1983. A parabolic equation for the combined refraction-diffraction of Stokes waves by mildly varying topography, *J. Fluid Mech.*, **136**: 453-466.

Longuet-Higgins, M.S. and Cokelet, E.D., 1976. The deformation of steep surface waves on water I. A numerical method of computation, *Proc. R. Soc. London*, **A350**: 1-26.

Meyer, R.E., 1979. Theory of water-wave refraction, *Adv. Appl. Mech.* **19**: 53-141.

Noda, E.K., 1974. Wave-induced nearshore circulation, *J. Geophys. Res.*, **79**(27): 4097-4106.

Noda, E.K., Sonu, C.J., Rupert, V.C. and Collins, J.I., 1974. Nearshore circulations under sea breeze conditions and wave-current interactions in the surf zone, Rep. TETRA-P-72-149-4: 1-216.

O'Brien, M.P., 1942. A summary of the theory of oscillatory waves, Tech. Rept. 2, U.S. Army Beach Erosion Board, Washington, D.C.

Perlin, M., and Dean, R.G., 1983. A numerical model to simulate sediment transport in the vicinity of coastal structures, Miscellaneous report No. 83-10, CERC.

Radder, A.C., 1979. On the parabolic equation method for water wave propagation, *J. Fluid Mech.*, **95**, Part 1, 159-176.

Svendsen, Ib, A. and Jonsson, I.G., 1980. Hydrodynamics of coastal regions, Technical Univ. of Denmark, Lyngby.

Skovgaard, O., Jonsson, I.G. and Bertelsen, J.A., 1975. Computation of wave heights due to refraction and friction, *J. Waterways, Harbors and Coastal Eng.*, ASCE, **101**(WW1): 15-32.

Weggel, J.R., 1972. Maximum breaker height, *J. Waterways, Harbours, Coastal Eng.*, ASCE, **98**(4): 529-458.