

장치 산업에서 로트 크기와 작업 순서 결정을 위한 연구 —A Study on the Lot Sizing and Scheduling in Process Industries—

李 浩 一*
金 滿 植**

Abstract

This characteristics of process industries are high capital intensity, relatively long and sequence-dependent setup times, and extremely limited capacity resources. The lot sizing, sequencing and limited capacity resources factors must be considered for production scheduling in these industries.

This paper presents a mixed integer programming model for production scheduling. The economic trade offs between capacitated lot sizing flow shop scheduling and sequence dependent setup times also be compared with SMITH-DANIELS's model. As a results, it is shown that this paper has lower total cost, more efficient throughput than SMITH-DANIELS's model.

1. 서 론

장치산업을 통해 생산되는 제품들은 일반적으로 명확히 구분되는 단위로 제품을 판매하는 것이 아니라 석유제품같이 용기의 형태에 따라 그 판매량이 변화하게 된다. 이러한 제품을 생산하는 장치들은 그 생산용량이 비교적 명확히 한계가 정해져 있고 생산용량을 변경하기 위하여 장치의 변경이 없이 잔업이나 대기조동을 이용한 생산방법으로는 변화되는 생산량에 대처하기가 용이하지 못하다. 따라서 생산량의 변화에 대처하기 위해서는 새로운 장비를 설치하여야 하는데, 이러한 특별한 장비를 설치하기 위해서는 매우 긴 조달기간을 필요로 하고, 설비를 교체하거나 증감시키는 일은 오랜 기간의 조업중단을 필요로 한다.

일반적으로 이러한 기업에서 생산되는 제품들은 경쟁회사의 제품들과 명백한 구분이 없으므로 가격을 저하시키는 방법으로 타 회사들과 경쟁한다. 이러한 경쟁적 환경하에서 가격을 저하시키고 생산능력을 최대한 활용하기 위한 생산일정계획은 매우 중요하다. 장치산업의 설비배치문제는 일괄호름생산기법을 이용하여 유사한 많은 종류의 상품들을 생산하기 위하여 유연성있게 계획되어야 한다. 흐름생산형태의 설비배치는 자재가 연속적으로 고정된 설비들을 거치며 상품화 되도록 배치되어 진다. 중간제품의 수요가 발생할 때는 재공품이나 생산에 의해서 수요를 충족시킬 수 있다. 상품들을 공정이나 제품의 유사성에 의하여 분류하여, 같은 그룹내의 품목들을 생산하기 위한 준비시간(설비교체시간) 작업시간 내에 포함시킨다. 그러나, 그룹간의 준비시간(설비교체시간)은 비교적 크고, 바로 전 그룹의 종류에 의존한다. 이것을 보통 순서 종속 준비시간이라 한다.(예를 들면 흰 페인트를 생산하기 위한 준비시간은 그 바로 전 작업이 어떤색 페인트를 생산하였는가에 따라 세척시간(준비시간)이 크게 달라질 수 있다. 이러한 장치산업의 제조환경하에서 일정계획문제는 가용생산 능력이 한정된 상태에서 로트크기와 일괄호름생산 기법, 순서종속 준비시간을 고려하여야 한다.

장치산업의 일정계획문제는 가용 생산능력이 한정된 상태에서 로트크기, 일괄호름생산기법, 순서종속 준비시간을 고려하여야 한다. 기존의 로트크기를 결정하는 문제에서는 작업순서를 고려하지 않았으므로 장치산업의 로트크기를 결정하는 문제에서는 적용할 수 없다. 또한, 적용한다 하더라도 실행 가능한 해를 보장할 수 없다. 순서종속 준비시간이 고려될 때 설비의 가용능력은 작업순서 뿐만아니라 해당기간에 생산할 품목들의 함수이다. 설비의 가용능력의 한계 내에서, 실행가능하고, 재고보관비용과 품절비용의 합을 최소로하는 합리적인 로트크기와 작업순서를 결정한다.

*漢陽大學校 產業工學科 博士課程

**漢陽大學校 產業工學科 教授

접수 : 1989. 4. 26.

1.1 기존 연구와 과제

장치산업에서 로트크기와 작업순서는 매우 연관되어 있으나, 두 문제를 동시에 연관시킨 연구활동은 매우 한정되어 있다. PRABHAKAR[6]는 화학공장에서 단일계획기간의 일정 개획을 세우는데 작업순서에 종속적인 준비시간을 고려한 혼합 정수모형을 개발하였다. SMAITH-DANIELS와 SMITH-DANIELS[8]는 joint family와 작업순서에 종속적인 준비시간을 갖는 포장라인에서 로트크기를 결정하는 혼합 정수모형을 사용하였다.

ARAS와 SWANSON[1]는 계획기간 내에서 재고보관비용과 준비시간이 가용 생산능력을 감소 시키는 경우를 고려할 로트 크기의 결정을 휴리스틱으로 풀었다.

SMITH-DANIELS와 RITZMAN[7]은 작업순서에 종속적인 준비시간과 가용 생산능력의 제한이 있는 경우에 재공품과 완제품의 재고보관비용, 품절비용의 합을 최소화하는 로트크기와 작업순서를 결정하기 위해 혼합 정수모형을 사용하였다.

본 논문에서는 작업순서에 종속적인 준비시간과 각 공정에 가용 생산능력의 제한이 있을 경우에 재공품과 완제품의 재고보관비용, 품절비용의 합을 최소로 줄이기 위한 혼합 정수모형을 개발하였다. 또한, 기존의 작업순서를 결정하기 위한 모형인 JOHNSON[5]의 법칙을 따르는 것에서 벗어나, 후속공정이 전공정과 작업순서가 반드시 같은 필요가 없는 경우를 고려하였다. 즉, 전공정의 작업이 끝나지 않고, 해당 공정의 설비가 유휴할 때 기존의 모델에서는 설비의 유휴시간이 발생하였다. 이 모델에서는 창고에 저장되어 있는 재공품을 설비가 유휴할 때 후속 공정을 계속 작업 받을 수 있게 하였다.

2. 수학적 모델

2.1 모델 수립 및 가정

계획기간이 T 이고 S 개의 연속적인 공정을 거치는 흐름 생산체계에서 로트크기와 작업순서를 고려한다. 최종 산출제품은 N 개의 그룹으로 분류한다. 같은 그룹내의 상품들은 미리 정해진 순서로 가공한다. 장치공업회사들은 완제품을 소비자에게 판매하거나, 반제품을 다른 회사의 공급자로서 상품을 제공한다. 즉 소비자에게 판매하는 품목은 예측생산을 하고 다른 회사로 판매하는 제품은 주문생산을 한다. 제품을 일괄흐름생산방식으로 생산하는 회사에서 그룹 k 내의 예측생산품목은 집합 β'_k , 주문생산 품목은 집합 β_k 에 포함한다. 주문생산품목은 주문의 일부 혹은 전체가 납기일을 넘길 수 있고, 납기일을 넘긴 주문량은 재주문된다고 가정한다. 본 논문의 일정계획모델은 가용능력이 한정되어 있고, 주문생산품목의 납기일이 물려있을 때 납기일보다 일찍 제조하는 것이 가능하다. 예측생산품목은 품절이나 재주문을 허용하지 않는 것으로 가정한다. 장치 산업분야의 일정계획문제는 가용 생산능력과 로트크기, 작업순서 등의 상호관계를 고려한 혼합 정수모형을 고려한다.

본 논문의 결정 변수들은 다음과 같다.

- 각 생산주기에서 생산할 그룹의 종류.
- 각 생산주기와 공정에서 생산할 그룹내 품목들의 로트크기, 재고량과 재주문량.
- 각 공정마다 $(t-1)$ 기의 마지막과 t 기 초에 생산준비 없이(생산능력의 감소없이) 생산할 그룹.
- 전 공정의 일괄생산량이 끝나지 않아 후속 공정을 시작할 수 없을 때 설비의 유휴시간.
- 다음 공정을 받기 위하여 작업이 대기하여야 할 작업대기 시간.

2.2 기호 정의

T : 계획 기간

S : 공정 수

N : 그룹 수

V_k : 그룹 k 내 품목들의 고정된 생산순서

β'_k : 그룹 k 내 예측 생산품목들의 집합

β_k : 그룹 k 내 주문 생산품목들의 집합

X_{ijkt} : 공정 i 에서 t 기에 생산할 그룹 k 내 품목 j 의 로트크기.

I_{ijkt} : 주기 t 기에 공정 i 를 마친 그룹 k 내 품목 j 의 재공품 수준.

I_{sjkt} : t 기 말에 공정 i 를 마친 그룹 k 내 품목 j 의 최종 제품의 재고량.

Z_{jkt} : 품절이 발생하여 t 기에 공급하여야 할 그룹 k 내 품목 j 의 품절량.

C_{imt} : t 기에 공정 i 에서 그룹 m 의 완료시간: t 기 초부터 그룹 m 의 마지막 품목을 마칠 때까지 걸리는 시간.

U_{ilm} : $t-(t-1)$ 기말 공정 i 에서 그룹 l 을 생산하고 t 기 초에 그룹 m 을 생산할 경우.

0 : 위의 경우를 제외한 모든 경우.

h_{ijk} : 공정 i 후 그룹 k 내 품목 j 를 1단위 보관하는 데 드는 단위당 보관비용.

P_{jk} : 그룹 k 내 주문생산 품목 j 가 납기를 넘겼을 때 발생하는 개당, 단위 주기당 벌칙비용.

r_{ijk} : 공정 $(i+1)$ 에서 그룹 k 내 품목 j 를 1단위 생산하기 위해 필요한 i 공정을 마친 품목 수.

D_{jkt} : t 기에 공급할 그룹 k 내 품목 j 의 수요.

α_{if} : 공정 i 를 마친 제품가운데 공통의 저장 설비구역 f 를 사용할 수 있는 품목들의 집합.

B_{if} : 설비구역 f 의 저장능력.

W_{ijk} : 공정 i 를 마친 그룹 k 내 품목 j 1단위를 보관하는데 소요되는 설비능력.

a_{ijk} : 공정 i 에서 그룹 m 내 품목 j 의 가공시간.

Φ_{mj} : 임의의 그룹내의 품목들의 순서가 정하여져 있을 때 그 가공순서 : 임의의 그룹 m 내에 품목 j 까지의 가공순서.

H_{ijmt}^+ : t 기에 그룹 l 이 그룹 m 의 선행그룹일 때, 공정 i 에서 그룹 m 내에 품목 j 를 생산하기 직전에 발생하는 설비의 유휴시간.

H_{ijmt}^- : t 기에 그룹 l 이 그룹 m 의 선행작업일 때, 공정 i 에서 그룹 m 내에 품목 j 가 작업을 받기위해 기다리는 작업대기시간.

s_{ilm} : 공정 i 에서 그룹 l 로부터 m 으로의 준비시간.

b_{it} : t 기에 공정 i 의 가용능력.

G_{ijmt}^+ : $(t-1)$ 기 말과 t 기 초에 공정 i 에서 그룹 m 을 가공할 때, 공정 $(i-1)$ 에서 그룹 m 내 품목 j 의 일관생산량이 끝나지 않아 공정 i 에서 그룹 m 내 품목 j 를 생산하기 직전에 발생하는 설비의 유휴시간.

G_{ijmt}^- : $(t-1)$ 기 말과 t 기 초에 공정 i 에서 그룹 m 을 가공할 때, 공정 $(i-1)$ 에서 그룹 m 내 품목 j 의 일관생산량이 끝나 공정 i 에서 그룹 m 내 품목 j 를 생산하기 직전에 발생하는 작업 대기시간.

q : 매우 작은수.

Q : 매우 큰 수

2.2 모델 전개

목적식 : 전통적인 로트크기를 결정하는 모델은 준비시간을 직접적인 고정비용으로 취급하여 왔다. 그러나, 로트크기와 작업순서를 결정하는 본 모델에서는 작업 준비시간을 생산능력의 감소 요인으로서만 목적식에 통합시킨다. 대부분의 장치산업에서의 설비는 3교대로 운영된다. 정규 근무자는 설비를 작동시킬 뿐 아니라, 정상 가동시간 내에 설비를 전환하기도 한다. 이것은 설비전환을 할 때 특별 전문요원이 필요하여 직접 지출비용이 드는 것과는 대조적이다. 그러므로 장치산업의 일정계획의 목표는 재고보관비용과 재주문 비용을 최소화하는 로트크기와 작업순서를 결정하는 것이다. 이를 수식으로 표현하면 식 (1)과 같다.

$$\sum_{i=1}^T \sum_{k=1}^N \sum_{j=v_k}^S h_{ijk} I_{ijk} + \sum_{i=1}^T \sum_{k=1}^N \sum_{j \in \beta_k} P_{ik} Z_{jkt} + \sum_{i=1}^T \sum_{m=1}^N \sum_{j=1}^S q C_{imt} \quad (1)$$

(1) 식에 표현된 제3항은 t 기에 공정 i 에서 그룹 m 의 완료시간이 다음 절의 식 (6)과 식 (9)에서 정확한 유휴시간을 계산하기 위하여 목적식에 포함하였다. 또한, 매우 작은 수 q 에 의해 가중된 완료시간은 그룹의 가공순서를 변경하거나 로트크기를 결정하는 데 영향을 끼치지 않는다.

제약식: 제약식들은 순서종속 준비시간, 고정되고 연속적인 공정에서 설비의 가용능력과 최종 제품 및 재공품을 보관하는 OFF-LINE 저장창고를 고려하여야 한다.

로트크기 결정에 관한 식들이 식 (2), (3), (4)에 나타나 있다. 식(2)는 최종 공정이 S공정인 장치산업에서 i 공정을 마친 그룹 k 내 품목 j 가 공정 $(i+1)$ 의 1단위를 생산하기 위하여 r_{ijk} 가 사용될 때 재고의 균형을 유지하는 식이며, 각 공정마다 로트크기가 다를 경우 OFF-LINE 저장창고에 보관하는 것을 가정한다. 제약식 (3)과 (4)는 최종제품이 생산되는 S공정에만 적용되는 식이다. 제약식 (3)은 주문생산 품목에만 적용되는 식으로 D_{ikt} 는 주문생산 품목의 수요를 나타낸다. 식 (4)는 예측생산 품목에 적용되는 식으로 D_{ikt} 는 해당 품목의 예측된 수요를 나타낸다.

$$I_{ijk(t-1)} + X_{ijtk} - r_{ijk} \times X_{(i+1)kt} = I_{ijk} \quad (2)$$

$$i=1, 2, \dots, S-1$$

$$k=1, 2, \dots, N$$

$$\begin{aligned} & j \in V_k \\ & t=1, 2, \dots, T \\ I_{sjk(t-1)} + X_{sjkt} - Z_{jk(t-1)} - D_{jkt} &= I_{sjkt} - Z_{jkt} \quad (3) \\ & k=1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & j \in \beta_k \\ & t=1, 2, \dots, T \\ I_{sjk(t-1)} + X_{sjkt} - D_{jkt} &= I_{sjkt} \quad (4) \\ & k=1, 2, \dots, N \\ & j \in \beta'_k \\ & t=1, 2, \dots, T \end{aligned}$$

많은 제조환경 하에서 공정간에는 다음공정에 필요한 양을 확보하고 생산량을 최대화하기 위하여 두종류의 재고를 가진다. 첫째는 생산 공정간에 로트크기가 동등하지 않을 때 후속 공정에서 필요한 양을 초과한 양은 OFF-LINE 저장창고에 저장한다. 둘째로, 후속공정에서 선행작업이 끝나지 않아 작업 대기시간이 발생할 때 그 공정에서 필요한 양은 ON-LINE 저장창고에 저장한다. ON-LINE 저장창고는 무한한 용량을 지닌 것으로 가정한다. 즉, 후속공정에 필요한 양은 ON-LINE 저장창고에, 초과된 나머지 양은 OFF-LINE 창고에 보관한다.

장치산업에서 생산되는 품목들은 물리적 특성 때문에 유사한 품목만이 OFF-LINE 저장창고를 공유할 수 있다. 예를들면, 어떤 품목들은 일정한 온도나 습도를 유지하는 저장창고가 필요할 것이다. 식(5)는 재공품과 최종제품을 보관하는 OFF-LINE 저장 창고 f에 공통으로 저장할 수 있는 품목들의 집합이다.

$$\sum_{k=1}^N \sum_{j \in d_i} W_{ijk} I_{ijk} \leq B_{if} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & i=1, 2, \dots, S \\ & f=1, 2, \dots, F \\ & t=1, 2, \dots, T-1 \end{aligned}$$

설비의 가용능력이 주어진 환경하에서 작업순서 결정문제는 설비의 유휴시간과 작업의 대기시간을 고려하여야 한다. 제품을 생산하기 위하여 공정 $(i-1)$ 와 i 를 거쳐야 하고, 공정 $(i-1)$ 이 공정 i 보다 선행공정이라 하자. 설비의 유휴시간이란 공정 $(i-1)$ 에서 일괄작업이 끝나지 않아 공정 i 로 갈수 없고, 동시에 공정 i 에는 작업물이 없어서 공정 i 가 유휴시간을 칭하고 H_{ijlmt}^+ 로 나타낸다. H_{ijlmt}^+ 는 t 기에 그룹 1이 그룹 m 의 전공정이라 할 때 그룹 m 의 품목 j 가 생산되기 바로 직전에 일어나는 시간이다. 작업의 대기시간은 반대의 경우이다. 즉, 공정 $(i-1)$ 을 끝내고 공정 i 에서 작업을 받을려고 할 때 공정 i 의 선행작업이 끝나지 않아서 공정 $(i-1)$ 을 끝낸 작업은 공정 i 가 유휴할 때까지 기다려야 할 경우에 발생한다. 이러한 시간을 작업대기시간 이라하고 H_{ijlmt}^- 로 나타낸다. H_{ijlmt}^- 는 t 기에 그룹 1이 이 그룹 m 의 전공정이라 할 때 그룹 m 내 품목 j 가 공정 i 의 선행작업이 끝날 때 까지 대기하고 있는 시간이다. 설비의 유휴시간과 작업대기 시간은 식 (6), (7)에 의해 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} H_{ijlmt}^+ - H_{ijlmt}^- &\leq Q(1 - U_{(i-1)vmt}) + C_{(i-1)vmt} + S_{(i-1)vmt} + \sum_{q \in \Phi_m} [a_{(i-1)qm} X_{(i-1)qm} + H_{(i-1)qm}^+] \\ &\quad - [C_{il} + S_{ilm} + \sum_{q \in \Phi_{m(j-1)}} (a_m X_{iqm} + H_{iqm}^+)] \\ & i=2, 3, \dots, S \\ & v=1, 2, \dots, N \\ & l=1, 2, \dots, N \\ & m=1, 2, \dots, N \\ & t=1, 2, \dots, T \\ & j \in v_k, \quad l \neq m, \quad v \neq m \end{aligned}$$

식 (6), (7)에서 설비의 유휴시간과 작업의 대기시간은 나타나지 않는다. 즉 $H_{ijlmt}^+ = H_{ijlmt}^- = 0$ 이다. 다시 말하면 유휴시간과 대기시간은 다음의 (a)와 (b)의 차이에 의해 구할 수 있다.

(a) 공정 $(i-1)$ 에서 품목 j 가 끝나는 시간 (즉, 그룹 1의 완료시간+그룹 m 으로의 전환시간+그룹 m 내 품목 j 까지의 가공시간+설비의 유휴시간)

(b) 공정 i 에서 그룹 m 내 품목 j 를 시작할 수 있는 시간 (공정 i 에서 그룹 1의 완료시간+그룹 1에서 m 으로 전환시간+그룹 m 내 품목 $(j-1)$ 까지의 가공시간+설비의 유휴시간)

기존의 연구에서 로트크기는 식 (6-1)을 사용하므로서 제한된 설비의 가용능력을 고려하였다.

$$\sum_{m=1}^N \sum_{j \in v_m} a_{ijm} X_{ijmt} + \sum_{m=1}^N \sum_{l=1}^N S_{ilm} U_{ilm} \leq b_{it} \quad (6-1)$$

$$i=1, 2, \dots, S$$

$$t=1, 2, \dots, T$$

그러나 식 (6-1)에는 설비의 가용능력을 감소시키는 유휴시간을 고려하지 못하고 있다. 설비의 유휴시간은 식 (6-2)로 표현이 가능하나 비선형식으로 최적해를 구하는 것이 거의 불가능하다.

$$\sum_{i=1}^S \sum_{m=1}^N \sum_{j \in v_m} H^+_{ijlm} U_{ilm} \quad (6-2)$$

$$i=1, 2, \dots, S$$

$$t=1, 2, \dots, T$$

이러한 어려움을 극복하기 위하여 식 (8)에 의해 용량의 제한을 고려하고, 식 (7)에 의해 그룹완료시간을 계산한다. 공정 i에서 그룹 1의 후속 작업 그룹이 m이라 하면 그룹 m의 완료시간은 그룹 1의 완료시간+그룹 1에서 m으로의 전환시간+그룹 m의 가공시간+설비의 유휴시간의 합이다. 식 (7)에서 그룹 1이 m의 선행작업이 아닐 경우, $U_{ilm}=0$ 이 되고 식 (7)은 항상 만족하는 필요없는 식이 된다.

$$C_{imt} - C_{ilt} + Q(1 - U_{ilm}) \geq S_{ilm} + \sum_{j \in v_m} (a_{ijm} X_{ijmt} + H^+_{ijlm}) \quad (7)$$

$$i=1, 2, \dots, S$$

$$l=1, 2, \dots, N$$

$$m=1, 2, \dots, N$$

$$t=1, 2, \dots, T$$

$$l=m$$

식 (8)은 주기 t동안 특정 그룹의 완료시간은 설비의 가용능력을 초과할 수 없음을 표현한다.

$$C_{imt} \leq b_{it} \quad (8)$$

$$i=1, 2, \dots, S$$

$$m=1, 2, \dots, N$$

$$t=1, 2, \dots, T$$

공정 i에서 (t-1) 말에 그룹 m을 가공하던 설비로 t기 초에 그룹 m을 거공할 때는 설비의 전환 없이 계속 사용할 수 있다. 결과적으로, 같은 공정에서 전기에 사용하던 설비를 계속 사용할 경우에 설비의 유휴시간 G^+_{ijmt} 은 식(9)에 의해, 그룹의 완료시간은 식(10)에 의해 계산할 수 있다. 만일 설비의 변경이 필요할 때 ($U_{immt}=0$)이면 식 (10)은 항상 만족하게 된다.

$$G^+_{ijmt} - G^-_{ijmt} \leq Q(1 - U_{(i-1)mmt}) + \sum_{q \in \Phi_{m(i-1)}} (a_{(i-1)qm} X_{(i-1)qm} + G^+_{(i-1)qm}) - [\sum_{q \in \Phi_{m(i-1)}} (a_{iqm} X_{iqm} + G^+_{iqm})] \quad (9)$$

$$i=2, 3, \dots, S$$

$$m=1, 2, \dots, N$$

$$t=1, 2, \dots, T \quad j \in v_m$$

$$C_{imt} + Q(1 - U_{immt}) \geq \sum_{j \in v_m} (a_{ijm} X_{ijmt} + G^+_{ijmt}) \quad (10)$$

$$i=1, 2, \dots, S$$

$$m=1, 2, \dots, N$$

$$t=1, 2, \dots, T$$

t기 초에 공정 (i-1)에서는 전기 설비의 전환 없이 사용하고, 공정 i에서는 설비의 전환 후 사용하는 경우에 설비의 유휴시간은 식 (11)에 의해 계산한다.

$$H^+_{ijlm} - H^-_{ijlm} \leq Q(1 - U_{(i-1)mmt}) + \sum (a_{(i-1)qm} X_{(i-1)qm} + G^+_{(i-1)qm}) - [C_{ilt} + S_{ilm} + \sum_{q \in \Phi_{m(i-1)}} (a_{iqm} X_{iqm})] \quad (11)$$

$$i=2, 3, \dots, S$$

$$m=1, 2, \dots, N$$

$$l=m$$

$$l=1, 2, \dots, N$$

$$t=1, 2, \dots, T$$

$$q=v_m$$

o) 식에서 $H^+_{ijlm} = H^-_{ijlm} = G^+_{iqm} = 0$ 이고, $U_{(i-1)mmt} = 0$ 일 경우 식 (11)은 항상 만족하게 된다.

t기 초에 공정 (i-1)에서는 설비의 전환이 필요하나 공정 i에서는 설비의 전환이 필요없는 경우에는 설비의 유휴 시간은 식 (12)로 표현된다.

$$G_{ijmt}^+ - G_{ijmt}^- \leq Q(1 - U_{(i-1)vm}) + C_{(i-1)vt} + S_{(i-1)vm} + \left[\sum_{q \in \Phi_{m(j-1)}} (a_{iqm} X_{iqmt} + H_{(i-1)qvm}) \right] \quad (12)$$

$$- \left[\sum_{q \in \Phi_{m(j-1)}} (a_{iqm} X_{iqmt} + G_{iqmt}^+) \right]$$

식 (12)에서 $G_{ijmt}^+ = G_{ijmt}^- = H_{ijmt}^+ = H_{ijmt}^- = 0$ 이 고, $U_{(i-1)mmt} = 0$ 일 경우는 식 (12)를 항상 만족한다.

식 (13)은 t기에 공정 i에서 그룹 m내 품목 j가 1단위 이상 생산 하려면 공정 i에서 그룹 m을 위한 설비로 반드시 준비시켜야 한다.

$$Q \left(\sum_{l=1}^N U_{ilm} \right) - \sum_{j \in v_m} \sum_{i=1}^S X_{ijmt} \geq 0 \quad (13)$$

$$i=1, 2, \dots, S$$

$$m=1, 2, \dots, N$$

$$t=1, 2, \dots, T$$

식 (14)는 t기에 공정 i에서 그룹 m을 설비의 변경시간이 요구되는 생산준비를 하면 그룹 m내의 어느 품목 1 단위라도 생산을 하여야 한다. 이 제약식은 필요없는 생산 준비로 설비의 가용능력을 소비하는 것을 방지한다.

$$\sum_{j \in v_m} X_{ijmt} - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq m}}^N U_{ilm} \geq 0 \quad (14)$$

$$i=1, 2, \dots, S$$

$$m=1, 2, \dots, N$$

$$t=1, 2, \dots, T$$

식 (15), (16)은 임의의 공정에서 하나의 그룹은 오직 하나의 선행 그룹과 후행 그룹을 가지는 것을 의미한다.

$$\sum_{l=1}^N U_{ilm} \leq 1 \quad (15)$$

$$i=1, 2, \dots, S$$

$$m=1, 2, \dots, N$$

$$t=1, 2, \dots, T$$

$$\sum_{m=1}^N U_{ilm} \leq 1 \quad (16)$$

$$i=1, 2, \dots, S$$

$$l=1, 2, \dots, N$$

$$t=1, 2, \dots, T$$

제약식 (17)은 임의의 공정에서 t기의 마지막 그룹은 $(t+1)$ 기 초에 후속 그룹을 가지며 동일한 그룹이나, 상이한 그룹을 가질 수 있음을 표현한다.

$$\sum_{l=1}^N U_{ilk} - \sum_{m=1}^N U_{ikmt} - \sum_{m=1}^N U_{ikm(t+1)} \leq 0 \quad (17)$$

$$i=1, 2, \dots, S$$

$$k=1, 2, \dots, N$$

$$t=1, 2, \dots, T-1$$

식 (18)은 주기 t의 마지막 그룹 만이 $(t+1)$ 기의 첫 그룹으로 실질적인 준비시간 없이 설비를 계속 사용할 수 있음을 표현한다.

$$\sum_{l=1}^N U_{ilk} - \sum_{m=1}^N U_{ikmt} - U_{ikk(t+1)} \geq 0$$

$$i=1, 2, \dots, S$$

$$k=1, 2, \dots, N$$

$$t=1, 2, \dots, T-1$$

또한, 제약식 (18)은 제약식 (17)에서 t기 말과 $(t+1)$ 기초에 같은 그룹을 생산하지 않는 경우에도 설비 변경시간 없이 생산준비를 하는 것을 방지한다.

제약식 (19)는 공정 i에서 t발에 사용한 설비로 생산 준비 없이 $(t+1)$ 기에 생산준비 될 수 있는 그룹은 오직 하나만 존재함을 나타낸다.

$$\sum_{l=1}^N U_{ill} \leq 1 \quad (19)$$

$$i=1, 2, \dots, S$$

$$t=1, 2, \dots, T$$

제약식 (20)은 한 주기 내의 임의의 한 공정에서 취할 수 있는 이항 변수의 수를 제한 함으로서 설비의 가용 능력을 소모하지 않도록 제한한다. 예를 들면 주기 t, 공정 i에서 그룹 1에서 그룹 m으로 생산준비하고, 다시

그룹 m 에서 그룹 1로 생산준비하는 것을 방지한다.

$$\sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N U_{ilm} \leq N-1 \quad (20)$$

$i=1, 2, \dots, S$

$t=1, 2, \dots, T-1$

$l \neq m$

식 (21)은 주기 t , 공정 i 에서 그룹 1에서 그룹 m 으로 생산준비를 하고, 다시 그룹 m 에서 그룹 1로 생산준비를 하는 것을 방지한다.

$$Q(1-U_{iklt}) \geq U_{iklt} \quad (21)$$

$i=1, 2, \dots, S$

$l=1, 2, \dots, N$

$k=1, 2, \dots, T$

$t=1, 2, \dots, T$

3. 수치 예제

수치 예제는 본 논문의 모델과 JOHNSON의 법칙에 따르는 모델 사이에 설비의 유휴시간과 한정된 생산능력 하에서 산출량을 비교한다. 그 자료는 Table 1.과 같다.

(TO)						
그룹 :	1		2		3	
품목 :	1	2	1	2	1	2
품질비용 :	1.8	2.5	2.4	3.2	1.6	2.2
재고보관비용 :						
공정1 :	0.15	0.15	0.25	0.25	0.18	0.18
공정2 :	0.25	0.28	0.35	0.39	0.23	0.26
가공시간 :						
공정1 :	0.8	0.8	1.2	1.2	0.4	0.4
공정2 :	0.5	1.1	0.8	1.5	0.3	0.6
품목의 크기 :						
공정1 :	1.1	1.1	1.0	1.0	1.0	1.0
공정2 :	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

(FROM)

설비전환시간 :

공정1 : 그룹1 :	0	300	480
그룹2 :	450	0	530
그룹3 :	600	600	0
공정2 : 그룹1 :	0	120	275
그룹2 :	200	0	325
그룹3 :	225	225	0
수요 1주 :	400	800	1500
2주 :	200	600	750
3주 :	2000	1200	1510
		1350	1500
		1000	1200
		1230	500
			1750

설비가용능력 : 7200시간/주당, 공정당

최대 저장능력 : 공정1 : 10000개(재공품)

공정2 : 6500개(완제품)

현설비배치 : 그룹1

Table 1. Description of test problem.

수치예의 결과를 GANTT CHART로 그리면 Figure 1.과 같다.

Period 1) 공정 1							
PT 11 (400)	PT 21 (800)	ST 12	PT 12 (1500)	PT 22 (1350)	ST 23	PT 13 (2500)	PT 23 (1500)
$C_{111}=960$							
$C_{121}=4180$							
$C_{131}=6690$							

Period 1) 공정 2							
IT	IT	PT 21 (800)	ST 12	IT	PT 12 (1500)	IT	PT 22 (1350)
$C_{211}=1840$		$C_{221}=4260$			$C_{231}=7200$		

Period 2) 공정 1							
PT 23 (1100)	ST 32	PT 12 (940)	PT 22 (1251)	ST 21	PT 11 (2032)	PT 21 (600)	PT 21 (600)
$C_{132}=440$		$C_{122}=3669$			$C_{112}=6225$		

공정 2							
PT 13 (2150)	PT 23 (1675)	ST 33	IT	PT 12 (940)	IT	PT 22 (1251)	ST 21 (1390)
$C_{232}=1680$		$C_{222}=5545$			$C_{212}=7200$		

Period 3) 공정 1							
PT 11 (168)	PT 21 (1200)	ST 12	PT 12 (1320)	PT 22 (879)	ST 23	PT 13 (400)	PT 23 (1750)
$C_{113}=1094$		$C_{123}=4033$			$C_{133}=5463$		

공정 2							
PT 11 (810)	PT 21 (1200)	ST 33	IT	PT 12 (1320)	PT 22 (879)	ST 23 (400)	PT 13 (1750)
$C_{213}=1725$		$C_{223}=5352$			$C_{233}=6847$		

Notation:

$\boxed{\text{PT}_{ik}}$ (lot size)

: Processing time for item i in family k

$\boxed{\text{St}_{km}}$

: setup time from family k to family m

$\boxed{\text{IT}}$

: idle time

Total Cost : 2875.7

Total Idle time : 4150

Total Shortage Quantities : Group 1 Item 1 : 0

Item 2 : 0

Group 2 Item 1 : 0

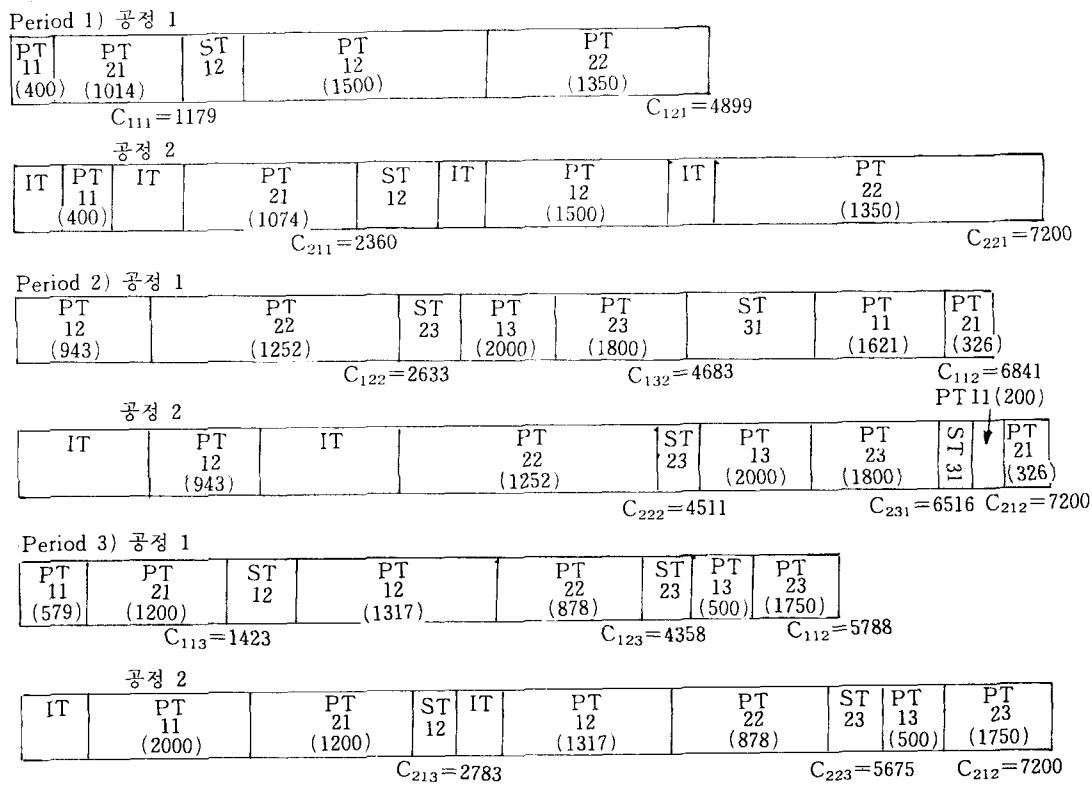
Item 2 : 0

Group 3 Item 1 : 0

Item 2 : 0

Figure 1. The Gantt Chart of this model.

JOHNSON의 법칙에 따른 SMITH-DANIELS와 RITZMAN의 모델에 의하면 결과는 Figure 2.와 같다.



Total Cost : 11339.7

Total Idle time : 4941

Total Shortage Quantities : Group 1 Item 1 : 0

Item 2 : 0

Group 2 Item 1 : 0

Item 2 : 0

Group 3 Item 1 : 500

Item 2 : 800

Figure 2. The Gantt Chart of Ritzman Model.

4. 결 론

장치산업에서의 일정계획 문제는 로트크기와 작업순서를 동시에 결정하여야 한다. 로트크기 결정기법과 작업순서 결정기법들 각각으로는 장치산업에서 실행 가능한 해를 보장하지 못한다. 본 논문의 혼합정수모형은 실행 가능한 해를 보장할 뿐만 아니라 JOHNSON의 법칙에 따른 SMITH-DANIELS와 RITZMAN의 모델보다 총 유휴시간과 총 비용을 줄일 수 있다. 또한, 설비의 가용능력을 보다 효율적으로 사용하게 되었다. 그러나, 문제의 규모가 커짐에 따라 변수 갯수, 세한식 갯수(예제의 경우는 변수 234개, 제한식 402개)와 계산시간이 급증하게 된다.

앞으로의 연구 과제는 실행 가능한 일정계획을 세우기 위하여 로트크기와 작업순서를 동시에 결정할 수 있는 효율적인 휴리스틱 기법의 개발이 요구된다.

REFERENCE

- ARAS, O.S., and SWANSON, L.A., 1982, "A lot sizing and sequencing algorithm for dynamic demands

- upon a single facility," *Journal of Operations Management*, vol. 2, 117.
2. BRUVOLD, N.T., and EVANS, J.R., 1985, "Flexible mixed-integer programming formulation for production scheduling problem," *IIE Trans.*, vol. 17, 2.
 3. EILON, S., W.C., 1969, "Multi-product scheduling in a chemical plant," *Management Science*, vol. 26, 669.
 4. GUPTA, S.K., 1982, "N-jobs and M-machine job shop problems with sequence-dependent setup times," *International Journal of Production Research*, vol. 20, 643.
 5. JOHNSON, S.M., 1954, "Optimal two-or three-stage production schedules with setup times included," *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 1, 61.
 6. PRABHAKAR, T., 1974, "A production shceduling problem with sequencing considerations," *Management Science*, vol. 21, 34.
 7. SMITH-DANIELS, V.L., and RITZMAN, L.P., 1988, "A model for lot sizing and sequencing," *International Journal Production Research*, vol. 26, 647.
 8. SMITH-DANIELS, V.L., and SMITH-DANIELS, D.E., 1986, "A mixed integer progammimg model for lot sizing and sequencing packaging lines in the process industry," *IIE Transactions*, vol. 18, 278.
 9. ZANAKIS, S.H., and SMITH, J.H., 1980, "Chemical production planning via goal programming," *International Journal of Production Research*, vol. 18, 687.