

# Stray Field를 고려한 원형 마이크로스트립 공진기 해석

## (An Analysis of Circular Microstrip Resonator Considering Stray Fields)

朴斗碩\*, 洪義錫\*\*

(Doo Seok Park and Ui Seok Hong)

### 要約

Dynamic 실효 비유전상수 개념을 이용하여 보다 정확한 공진주파수를 실현시킬 수 있는 원형 마이크로스트립공진기를 해석한다.

이 연구에서는 stray field를 고려해서 종래 공진기의 반경보다 큰 실효반경을 구하고 dynamic 비유전 상수를 정의해서 원형 마이크로스트립공진기의 정확한 공진주파수 계산식을 유도한다.

AL<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 및 Epsilam-10기판으로 실현한 전송형 원형공진기를 실험한 결과 이 새로운 모델에의한 계산치는 종래의 단순한 공진기모델을 사용한 계산치보다 이론치가 실험결과와 잘 일치함을 볼 수 있었다.

### Abstract

The circular microstrip resonator which can be exactly performed with theoretical resonant frequency using the conception of dynamic effective relative dielectric constants is analyzed in this paper.

The formula of exact resonant frequency of resonator, in this study, is established by effective resonator dimension and dynamic relative dielectric constant.

The measurement of transmission type circular resonator which fabricated by AL<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and Epsilam-10 is to prove that the experimental results are more agreed a well with the simulated values by this new method than the simple resonator model.

### I. 서론

마이크로스트립공진기는 마이크로파 직접회로(MIC) 부품 및 장치에 사용되고 있음은 물론 마이크로스트립 배열안테나 설계에도 많이 이용되고 있다. 이 공

진기는 외형에 따라 구형(rectangular), 원형(circular) 및 환형(ring) 공진기는 나누어지며 전송선로와 결합되는 형태에 따라 전송(transmission)형, 리액션(reaction)형 및 반사(reflection)형으로 구분된다.

지금까지 발표된 대부분의 논문에서는 공진기 가장자리에 존재하는 stray field를 고려하지 않고 해석하므로써 공진주파수에 대한 실측치와 이론치간의 오차가 수%~수십%에 달하고 있다.<sup>1)(2)</sup> 이러한 이유는 공진기 측면을 자계벽으로 간주하고 경계조건에 맞는 고유치 방정식(eigenvalue equation)을 세운 뒤 이로부터 공진주파수를 계산하기 때문이다.

\*正會員, 大有工業專門大學 事務自動化科  
(Dep. of O. A., Daeyeu Technical Jr, College)

\*\*正會員, 光云大學 電子通信工學科  
(Dep. of Telecomm. Eng., Kwangwoon Univ.)  
接受日字: 1989年 10月 7日

이 연구에서는 전계 및 자계 stray field를 고려하기 위하여 종래의 원형공진기 반경보다 큰 실효반경을 도입하는 평행평판모델을 이용하여<sup>1)</sup> 원형 공진기를 해석한다. stray field에 의해 발생하는 dynamic 캐패시턴스로 부터 dynamic 실효 비유전상수를 정의하여 공진기의 정확한 공진주파수 및 공진모드를 계산한다. 또한 마이크로스트립 선로와 공진기와의 결합거리에 따른 공진주파수 관련식을 나타낸다.

본 논문 결과식으로부터 반경 2.83mm일때 결합거리 0.1 및 0.3mm를 갖는 원형공진기를 AL<sub>2</sub>O<sub>3</sub>기판에 제작하고 또한 반경 2.85mm, 결합거리 0.3 및 0.5mm의 공진기를 Epsilam-10기판으로 제작하여 실험한다. 제작실험한 4 가지 공진기에 대해 공진모드에 따른 이론적인 공진주파수와 실측된 공진주파수를 비교하고 그 결과를 고찰한다.

II. 마이크로스트립 원형공진기

마이크로스트립 원형공진기는 그림 1 과 같이 마이크로스트립라인과 공진기와의 결합형태가 어떻게 되느냐에 따라서 전송형 (그림 1a), 리액션형 (그림 1b), 및 반사형(그림 1c)으로 구별된다.

본 논문에서는 공진기가 스트립라인과 직렬로 놓여있는 전송형의 공진기에 대하여 해석 한다.

원형 마이크로스트립 공진기의 공진주파수를 계산하는 지금까지의 방법들은 대부분 그림 2(b)에서 처럼 측면을 자계벽으로 간주하고 경계조건을 적용해서 고유치 방정식을 세운다음 그것을 풀모로서 공진주파수를 계산하는 것이 대부분 이었다.

그러나 이러한 방법으로 계산한 공진주파수는 공진기 주위에 존재하는 Stray field의 영향을 무시하는 상태이므로 실측치와의 오차는 수% ~ 수십%에 달한다.

본 연구에서 새로 도입한 모델인 그림 2(d)와 같은 평행평판 모델에서는 이러한 stray field를 고려해서

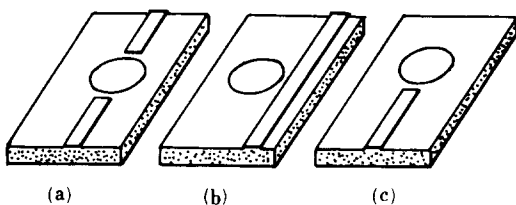


그림 1. 결합방식에 따른 공진기 분류  
Fig. 1. Resonator types by coupling structure.

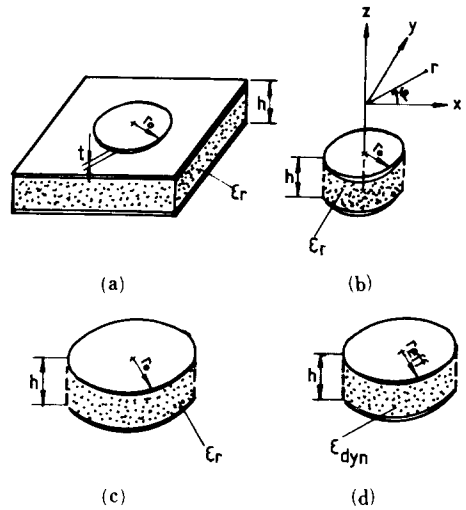


그림 2. (a) 원형마이크로스트립공진기 (b, c)Magnetic wall모델

(d) 본 연구에서 새로 도입한 모델  
Fig. 2. (a) Microstrip circular resonator. (b, c) Simple magnetic wall model. (d) New resonator model.

실제 공진기의 반경 r<sub>0</sub>보다 큰 실효반경 r<sub>eff</sub>와 dynamic 실효 비유전상수를 정의해서 보다 정확한 공진주파수 및 공진모드를 계산 하고자 한다.

III. Dynamic실효 비유전상수 및 공진주파수

공진주파수를 근사적으로 계산하기 위한 방법들은 대부분 그림 2(b)와 같이 측면을 자계벽으로 간주하고 계산한다.

이 경우의 공진기의 체적은 비유전 상수 값을 갖는 유전체로 채워졌다고 가정하여 공진주파수를 구하면 다음 식과 같다<sup>4)</sup>

$$f_R = \frac{\alpha_{mn} \cdot c_0}{2\pi r_0 \sqrt{\epsilon_r}} \tag{1}$$

여기서 c<sub>0</sub>는 광속, r<sub>0</sub>는 원형공진기의 반경이고 α<sub>mn</sub>은 공진기가 TE<sub>m0n</sub> 모드로 동작할 때 1차 mn계 Bessel 함수의 도함수의 n번째 근이다.

그러나 이러한 방법으로 계산한 공진주파수는 항상 측정치보다 높는데 그 이유는 실제의 전계 및 자계분포는 자계벽으로 가정했을 때와 같지않고 또한 stray field를 전혀 고려하지 않았기 때문에 생기는 오차이다.

원형공진기의 원통 측면에서 이러한 전계 및 자계 stray field 를 고려하기 위해서 그림 2(d)와 같이

실제 원형공진기의 반경보다 큰 실효 반경  $r_{eff}$ 를 도입한다.

Kirchoff는 stray field를 갖는 원형콘덴서의 정전 용량을 계산하기 위한 공식을 유도했고 Zink<sup>[5]</sup>에 의해  $r_0/h > 1$ 의 관계가 만족할때 이 공식은 매우 정확함이 입증되었다. 따라서 공진기의 stray field가 동일한 기하학적 크기를 갖는 콘덴서의 stray field와 같다는 가정하에서 실효반경  $r_{eff}$ 를 구한 결과

$$r_{eff} = r_0 \sqrt{1 + a(1.7726 - \ln a)} \quad (2)$$

으로 계산 되었다.<sup>[5]</sup> 여기서 a는 기하학적 인수로써  $a = \frac{2h}{\pi r_0}$ ,  $r_0$ 는 본래의 공진기반경이다.

공기 및 스트립기판 유전체 내에서의 stray field 및 공진기 내부에서 field의 비균등 분포를 고려하기 위한 실효 비 유전상수를 도입한다.

Dynamic 캐패시턴스는 공진기에 축적된 에너지로부터 계산할 수 있는데 이 축적에너지는 공진기 금속면 바로 밑에 축적된 것과 stray field 영역에 축적된 것으로 나눌 수 있다.

그리고 에너지를 계산하는 시점은 모든 에너지가 전계에 축적된 순간을 취하면 공진기 금속부분 바로 밑의 영역에 축적된 에너지는

$$W_e = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\delta} A^2 h \pi \left\{ \frac{r_0^2}{2} [J_m^2(kr_0) - J_{m-1}(kr_0) J_{m+1}(kr_0)] \right\} \quad (3)$$

로 주어진다.<sup>[6]</sup> 여기서  $\delta$ 는  $m=0$ 일때  $\delta=1$ 이고  $m \neq 0$ 일때  $\delta=2$ 이고  $J_m$ 은  $m$ 계 1종 Bessel함수이다.

이러한 축적에너지로부터 dynamic main field 캐패시턴스인  $C_{o, dyn}$ 을 정의 할 수 있다.

$C_{o, dyn}$ 을 계산하기 위해서 원형공진기의 가장자리에서의 전압을  $V$ 로 놓으면

$$V = E_z(r=r_0, \psi=0) \cdot h = A h J_m(kr_0) \quad (4)$$

가 된다.

축적에너지의 또 다른 표현식은

$$W_e = \frac{1}{2} C V^2 \quad (5)$$

이므로 식(3)과 (4)를 이용하면  $C_{o, dyn}$ 은

$$C_{o, dyn} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \pi r_0^2}{\delta \cdot h} \left[ 1 - \frac{J_{m-1}(kr_0) \cdot J_{m+1}(kr_0)}{J_m^2(kr_0)} \right] \quad (6)$$

이 된다. 여기서  $\delta$ 는 field의  $\psi$ 방향으로의 변화를 나타낸다.

만일 직경이  $2r_0$ 인 원형공진기의 가장자리에서 stray field가 근사적으로 폭이  $W=2r_0$ 인 직선 마이크로스트립라인의 stray field와 같다고 가정하면 그림 3에서 보는 것처럼 반경이  $r_0$ 인 원형공진기의 stray 캐패시턴스는 단위 길이당의 stray 캐패시턴스 에다 stray field분포를 갖고 있는 모서리의 길이를 곱하므로 구할 수 있다.

$$C_{s, stat} = \left( \frac{1}{Z_L(2r_0, h, t, \epsilon_r) V_{\rho n}} - \frac{2\epsilon_0 \epsilon_r r_0}{h} \right) \pi r_0 \quad (7)$$

여기서  $Z_L$ 은 평형평판의 특성 임피던스,  $V_{\rho n} = \frac{C_0}{\sqrt{\epsilon_{reff}}} \cdot \sqrt{\epsilon_{reff}} = \frac{Z_L(\epsilon_r=1)}{Z_L(\epsilon_r)}$  이다.

Dynamic main 캐패시턴스를 계산할때와 마찬가지로 dynamic stray 캐패시턴스를 계산하면

$$C_{s, dyn} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C_{s, stat} \cos^2 m\psi \, d\psi = \frac{1}{\delta} C_{s, stat} \quad (8)$$

로 되어 전체의 Dynamic 캐패시턴스인  $C_{dyn}$ 은

$$C_{dyn} = C_{s, dyn} + C_{o, dyn} \quad (9)$$

로 부터 얻을 수 있다.

마이크로스트립 기관상에 놓인 원형공진기의 dynamic 캐패시턴스와 공기로 채워진 공진기의 총 dynamic 캐패시턴스와의 비로부터 dynamic 유전상수  $\epsilon_{dyn1}$ 이 계산된다.

$$\epsilon_{dyn1} = \frac{C_{dyn}}{C_{dyn}(\epsilon=\epsilon_0)} = \frac{C_{dyn}(\epsilon=\epsilon_0 \epsilon_r)}{C_{dyn}(\epsilon=\epsilon_0)} \quad (10)$$

$\epsilon_{dyn}$ 은 주파수의 함수이므로  $\epsilon_{dyn}$ 은

$$\epsilon_{dyn}(f) = \epsilon_{dyn1} \left( 1 + \frac{S}{100} \right) \quad (11)$$

이 된다.<sup>[3]</sup>

여기서  $S$ 는 스트립라인의 dispersion 을 고려하기 위한 인수이다.<sup>[7]</sup>

위에서 유도된 식(2)의 실효반경과 식(11)의 dynamic 유전상수를 갖는 마이크로스트립 원형공진기의 공진 주파수는  $f_0$ 는

$$f_0 = \frac{\alpha_{mn} C_0}{2\pi r_{eff} \sqrt{\epsilon_{dyn}}} \quad (12)$$

이 된다.

공진주파수 계산에서 자계벽모델에 의한 식(1)과

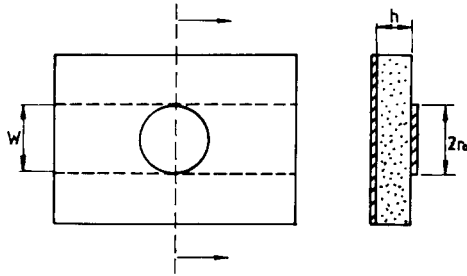


그림 3. 원형 마이크로스트립 공진기와 직선 마이크로스트립라인과의 비교

Fig. 3. Comparison circular microstrip resonator with straight microstrip line.

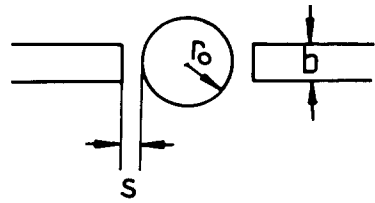


그림 4. 원형 공진기와 마이크로스트립과의 결합  
Fig. 4. Coupling between a circular resonator and a microstrip line.

표 2. 원형 공진기의 설계값

Table 2. Dimensions of circular resonator.

기판종류	패턴 단위	반경 ( $r_0$ )	비유전율 ( $\epsilon_r$ )	두께 (H)	폭 (b)	결합거리 (S)
	[mm]	[mm]		[mm]	[mm]	[mm]
Alumia ( $Al_2O_3$ )		2.83	9.7	0.64	0.64	0.1
						0.3
Epsilam-10		2.85	10.2	0.635	0.57	0.3
						0.5

표 1. 공진주파수의 이론치

Table 1. Theoretical values of resonant frequencies

공진모드 및 주파수	Magnetic wall ( $f_r$ )			New model ( $f_0$ )		
	TE <sub>010</sub>	TE <sub>110</sub>	TE <sub>210</sub>	TE <sub>010</sub>	TE <sub>110</sub>	TE <sub>210</sub>
$Al_2O_3$ ( $\epsilon_r=9.7$ )	20.8	10.0	16.5	19.0	9.4	15.9
Epsilam-10 ( $\epsilon_r=10.2$ )	20.1	9.7	16.2	18.5	9.1	15.5
Teflon ( $\epsilon_r=2.5$ )	21.8	10.5	17.4	18.7	9.1	15.3

stray field를 고려한 식(12)에 대한 공진주파수 계산치 결과는 표 1에서 보는 바와 같이 마이크로스트립 기판의 비유전율이 비교적 낮은 경우( $r_0=5.3mm$ ,  $\epsilon_r=2.5$ ,  $h=1.575mm$ )와 높은 경우( $r_0=2.85mm$ ,  $\epsilon_r=10.2$ ,  $h=0.635mm$ )를 비교해 보면 항상 식(1)에 의한 공진주파수  $f_r$ 이 이 연구결과에 의한  $f_0$ 보다 커짐을 알 수 있다.

이 연구에서 공진기의 Quality factor에 대해서는 구형 마이크로스트립 공진기 해석에 관한 연구에서 상세히 언급되어 있으므로<sup>[3]</sup> 생략하기도 한다.

IV. 실험 및 고찰

본 연구의 방법으로 유도한 공진주파수 계산식에 의해서 원형공진기를 그림 4와 같이 스트립라인과 결합하고 표 2의 설계값을 사용하여 제작한후 그의 공진주파수 값을 측정하여 이론치와 비교하였다.

또한 이러한 공진기들을 여기시키기 위한 스트립라인과 공진기 사이의 거리에 따른 공진주파수 및 공진모드에 어떠한 영향을 미치는가에 대한것도 측정하였다.

그림 5는 제작된 원형공진기이고 이에 사용된 기

판은  $Al_2O_3$ (a) 및 Epsilam-10(b)였으며, 이 경우 선로 임피던스는 50ohm이고 결합간 거리는  $Al_2O_3$  기판에서는 0.1mm 및 0.3mm, Epsilam-10 기판에서는 0.3mm 및 0.5mm로 하였다.

그림 6은 제작된 원형 공진기의 공진주파수를 측정하기 위한 측정장치를 보여주고 있다.

그림 7은 Network Analyzer로 측정한 공진기의 특성을 나타낸 그림이다. 7(a)는  $Al_2O_3$ 경우 결합거리 0.1mm일때  $|S_{11}|$ 을 측정한 그림이며 7(b)는  $|S_{12}|$ 을 측정한 결과이다. 이때 sweep 주파수 범위는 9.0~10.0GHz이고 스코우프상 종축의 눈금크기는 7(a)경우 2.5dB, 7(b)경우 10dB이다. 또한 결합거리 0.3mm일때 측정한  $|S_{11}|$  및  $|S_{12}|$ 는 그림 7(c)와 7(d)이다.

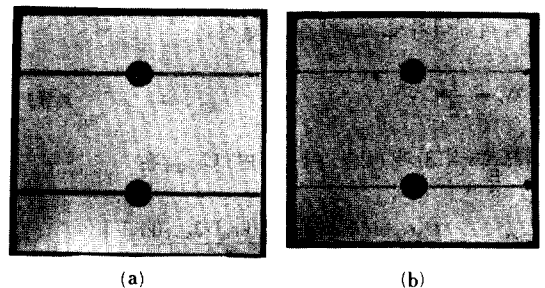


그림 5. 원형 마이크로스트립 공진기  
Fig. 5. Circular microstrip resonator.

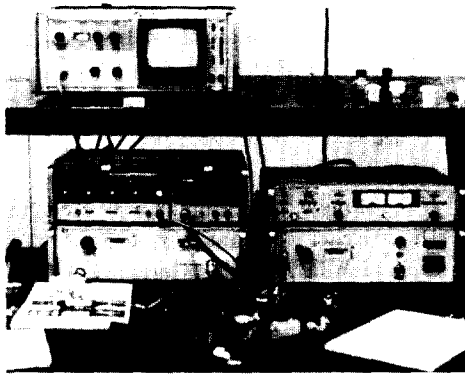


그림 6. 공진주파수 측정장치  
Fig. 6. Measurement equipments.

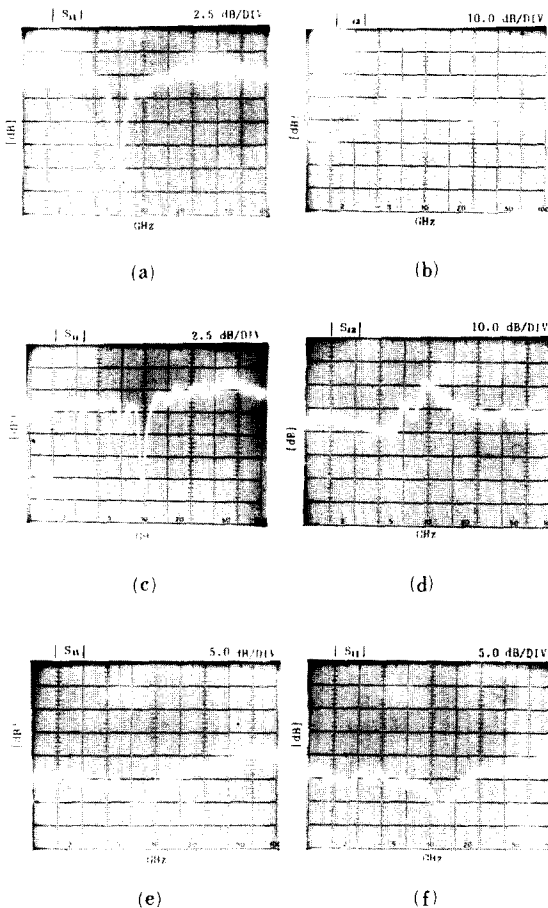


그림 7. 공진기의 공진특성  
Fig. 7. Resonant characteristics of resonators.

그림 7 (c, d)에서 sweep된 주파수 범위는 8.7~10.1 GHz이고 종축의 눈금크기는 각각 7 (a, b)와 같다.

그림 7 (e)와 7 (f)는 Epsilon-10기판 경우 결합거리를 각각 0.3 및 0.5mm로 하였을때  $|S_{11}|$ 을 측정함 그림이다. sweep 주파수 범위는 그림 7 (e)경우 8.7~9.7GHz이고 7 (f)경우 8.6~9.6GHz이다. 또한 종축의 눈금크기는 7 (e) 및 7 (f) 모두 5.0dB이다.

아래의 표 3에 주파수 범위 1~18GHz내에서 그림 5 공진기들에 대한 공진모드 및 공진주파수의 이론치와 그림 7에서 나타난 측정치를 수록하였다.

표 3. 공진주파수의 이론치 및 측정치  
Table 3. Theoretical experimental value of resonator frequencies.

제원 Substrate	결합거리(S) [mm]	공진주파수 (계산치) [GHz]	공진주파수 측정치 X밴드[GHz]
Alumina Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.1	TE <sub>110</sub> = 9.4	9.42
	0.3	TE <sub>210</sub> = 15.9 TE <sub>010</sub> = 19.0	9.40
Epsilon-10	0.3	TE <sub>110</sub> = 9.1 TE <sub>210</sub> = 15.5	9.14
	0.5	TE <sub>010</sub> = 18.5	9.20

표 3 으로부터 이론치 및 측정치를 비교, 고찰하여 요약하면 다음과 같다.

1. 본 논문에서 새로이 도입한 평행평판모델에 의한 해석법이 종래의 방법보다 이론치와 실험치가 잘 일치하는 것을 확인할 수 있었다. 종래의 여러가지 해석방법에 의하면 실험치와의 오차가 수%~수십%에 달했던 것이 새로운 방법에 의하면 매우 잘 일치하였다.
2. AL<sub>2</sub>O<sub>3</sub>기판의 경우 접지가 잘되므로써 우수한 성능의 공진특성을 보이고 있으나 Epsilon-10 경우 접지 문제와 연결문제등에 따른 측정오차에 의해  $|S_{11}|$  특성이 상당히 불량하였다. 그러나 공진점은 이론적인 공진주파수와 잘 일치하고 있다.
3. 높은 주파수에서 결합거리 S=0.1~0.3mm 정도는 공진주파수와 거의 무관함이 나타났다.

V. 결 론

공진기 가장자리에서 발생하는 stray field를 고려하여 보다 정확한 마이크로스트립공진기를 설계할 수 있는 새로운 방법을 제시하였다.

공진기의 실효반경과 dynamic 유전상수를 정의하여 정확한 공진주파수를 계산하기 위한 관련식을 유도 하였다.

공진기의 반경이 2.83mm이며 결합거리 0.1 및 0.3 mm를 갖는 원형 마이크로스트립공진기를  $Al_2O_3$ 기판에 실현하여 측정된 결과, 공진주파수가 9.42 및 9.40 GHz이었으며, 반경 2.85mm 결합거리 0.3 및 0.5mm의 Epsilam-10 기판에 의한 공진기는 9.14 및 9.20 GHz에서 공진되므로써 이론적인 계산결과와 매우 잘 일치 하였다. 따라서 이 연구결과를 이용하면 공진기는 물론 마이크로스트립필터, 배열안테나 등의 설계에 유용하리라 생각된다.

### 參 考 文 獻

- [1] I. Wolff and N. Knoppik, "Rectangular and Circular Microstrip Disk Capacitors and Resonators," *IEEE Trans. MTT*, vol. 22, pp. 857-864, 1974.
- [2] T. Itoh and R. Mittra, "Analysis of a Microstrip Disk Resonator," *AEU*, vol. 27, pp. 456-458, 1973.
- [3] 홍의석, "구형 마이크로스트립공진기의 해석", 전자공학회 논문집, 제 24권 제 5호, pp. 8 ~ 14, Sept., 1987
- [4] U.S. Hong, "Zur Berechnung Geschirmter Diektrischer Resonatoren," Ph.D. dissertation, RWTH, Aachen, Germany, 1982.
- [5] O. Zinke, "Widerstaende, Kondensatoren, Spulen und Ihre Werkstoffe," Springer Verlage, p. 82, Berlin 1965.
- [6] J. Watkins, "Circular Resonant Structures in Microstrip," *Electron Lett.*, vol. 5, pp. 524-525, Oct., 1969.
- [7] G. Kowalski and R. Pregla, "Dispersion Characteristics of Shielded Microstrips with Finite Thickness," *AEU*, vol. 25, pp. 193-196, 1971.

### 著 者 紹 介



朴斗碩 (正會員)

1945年 6月 1日生. 1969年 2月 영남대학교 전기공학과 졸업.  
1977年 8月 한양대학교 산업대학원 전자통신과 공학석사학위 취득. 1982年 8月 건국대학교 대학원 전자공학과 공학석사학위취득.

1988年 8月 광운대학교 대학원 전자통신공학과 박사과정 수료. 현재 대우공업전문대학 사무자동화과 교수. 주관심분야는 초고주파공학 및 안테나 등임.

洪義錫 (正會員) 第26卷 第7號 參照.

현재 광운대학교 전자통신공학과 교수