

# 시간지연이 있는 대규모 이산시간 시스템의 계층적 상태궤환제어

## (Hierarchical State Feedback Control of Large-Scale Discrete-Time Systems with Time-Delays)

金 慶 淵\* 全 琪 準\*

(Kyung Youn Kim and Gi Joon Jeon)

### 要 約

본 논문에서는 시간지연이 있는 대규모 이산시간 시스템의 최적 추적제어를 위한 계층적 상태궤환 제어 방법을 제안하였다. 상태 궤환이득 행렬과 보상벡터는 상호작용 예측방법에 기초한 개루프 제어 방법에 의해 계층적으로 구한 상태변수 및 제어입력의 최적궤적으로부터 계산된다. 이렇게 계산된 상태 궤환이득 및 보상벡터는 주어진 초기조건에 대하여 최적값이 된다. 컴퓨터 모사결과 제안한 방법은 Tamura 방법에 비해 적은 상위계층의 반복회수로서 제어성능이 개선됨을 알 수 있다.

### Abstract

In this paper, a hierarchical state feedback control method is proposed for the optimal tracking of large-scale discrete-time systems with time-delays. The state feedback gain matrix and the compensation vector are computed from the optimal trajectories of the state variables and control inputs obtained hierarchically by the open-loop control method based on the interaction prediction method. The resulting feedback gain matrix and the compensation vector are optimal for the given initial condition. Computer simulation results show that the proposed method has better control performance and fewer second level iterations than the Tamura method.

### I. 서 론

시스템의 효과적인 제어를 위해서는 정확한 수학적 모델이 요구되며 실제로 많은 시스템은 그 시스템이 가지는 고유한 특성때문에 상태변수 및 제어입력에 시간지연을 무시할 수 없는 경우가 있다. 이렇

게 상태변수 및 제어입력에 시간지연이 있는 시스템에 대한 최적해를 구하기 위하여 많은 연구가 진행되어 왔다.<sup>[1-3]</sup> 그러나 강도의 수질개선 문제,<sup>[4]</sup> 교통망<sup>[5]</sup> 및 화학공정<sup>[6]</sup> 등에서와 같이 여러개의 부시스템들이 시간지연을 가지고 서로 유기적으로 연결되어 있는 대규모 시스템의 최적제어를 위해서는 위<sup>[1-3]</sup>의 방법들은 많은 계산시간과 큰 기억용량이 요구되므로 적합하지 않다.

Tamura<sup>[7]</sup>는 시간지연이 있는 대규모 시스템의 최적해를 구하기 위하여 하위계층에서 여러 시간간격으로 계산과정을 분리하고 상위계층에서는 전체시스템을 최적화하는 방향으로 수정하는 계층적 시간지

\*正會員, 慶北大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Kyungpook Nat'l Univ.)

接受日字: 1989年 2月 27日

(※ 이 논문은 한국과학재단 1987~1989년도 목적기초 연구비에 의하여 연구 되었음.)

연 알고리즘을 제안하였다. 그러나 이 방법은 개루프 제어방법이며 전체 시스템에 대한 최적해를 구하므로 계산량 및 기억량이 많고 기율기방법을 사용하므로 상위계층의 조정법칙이 복잡하고 수렴속도가 비교적 느리다.

Singh 등<sup>[8]</sup>은 시간지연이 있는 강의 수질개선 문제를 시간지연이 없도록 모델링한 후 상호작용 예측방법을 적용하여 페루프 제어를 구성 하였다. 그러나 시간지연을 무시할 수 없는 시스템을 시간지연이 없도록 모델링하기 위해서는 시스템의 차원을 증가시켜야 하는 단점이 있다.

본 논문에서는 상호작용 예측방법에 기초하여 시스템의 차원을 증가시키지 않고 시간지연이 있는 대규모 시스템에 적용가능한 계층적 최적제어 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 페루프 제어방법이며 분리된 부시스템에 대한 최적해를 구하므로 계산량 및 기억량이 적고 상위계층의 조정법칙이 간단하다. 강의 수질개선 문제에 적용한 결과 Tamura 알고리즘에 비해 상위계층의 적은 반복회수로써 제어성능을 개선할 수 있음을 컴퓨터 모사를 통하여 확인하였다.

제 2 장에서는 여러개의 부시스템들이 시간지연을 가지고 상호연결된 대규모 시스템을 최적화문제로 구성하였고 제 3 장에서는 제 2 장에서 설정한 문제에 대한 상위계층과 하위계층의 최적화 법칙을 유도하고 이들을 이용하여 페루프 추적제어를 구성하였다. 수질개선 모델에 대한 컴퓨터 모사 결과는 제 4 장에서 보였다.

## II. 문제의 설정

상태변수 및 제어입력에 시간지연을 가진 여러개의 부시스템들이 서로 유기적으로 연결된 대규모 시스템을 전체적으로 다음과 같이 표시한다.

$$X(k+1) = A_0 X(k) + A_1 X(k-1) + \dots + A_\theta X(k-\theta) + B_0 U(k) + B_1 U(k-1) + \dots + B_\theta U(k-\theta) + C \quad (1a)$$

$$X(0) = X_0 \quad (1b)$$

$$X(k) = U(k) = 0 (k < 0) \quad (1c)$$

여기서  $X(k)$ 는  $n$ 차원 상태변수,  $U(k)$ 는  $m$ 차원 제어입력,  $\theta$ 는 최대 시간지연 계수이며  $A_i (i=0, 1, \dots, \theta)$ 는  $n \times n$ 차원 시스템 행렬,  $B_i (i=0, 1, \dots, \theta)$ 는  $n \times m$ 차원 입력행렬,  $C$ 는  $n$ 차원 상수입력이다. 그리고 시스템의 상태변수 및 제어입력에는 다음과 같은 제

약조건이 있다고 가정한다.

$$X_{\min} \leq X(k) \leq X_{\max} (k=1, 2, \dots, k_f) \quad (2a)$$

$$U_{\min} \leq U(k) \leq U_{\max} (k=0, 1, \dots, k_f-1) \quad (2b)$$

시스템의 성능지수는 다음과 같이 정의한다.

$$J = 1/2 \| X(k_f) - X^d(k_f) \|_{Q_f}^2 + \sum_{k=0}^{k_f-1} 1/2 \{ \| X(k) - X^d(k) \|_{Q_1}^2 + \| U(k) \|_{R_1}^2 \} \quad (3)$$

여기서  $\| V \|_W^2 = V^T W V$ 이며,  $X^d(k)$ 는  $n$ 차원의 추적목표치이며  $Q_f$  및  $Q$ 는 positive semi-definite 행렬,  $R$ 은 positive definite 행렬로 가정한다. 전체 시스템의 최적화 문제는 식(1) 및 (2)를 만족하면서 식(3)을 최소화하는 제어입력  $U(k)$ 를 구하는 것으로 규정한다. 이 대규모 시스템의 최적화 문제를 계층적 방법으로 풀기 위하여 문제를 재 구성하면 다음과 같다.

식(1)을  $N_s$ 개의 부시스템으로 나누고 부시스템간에 연결된 상태변수 및 입력을 상호작용 변수  $z_i$ 로 놓으면 각 부시스템은 다음과 같이 표시된다.

$$x_i(k+1) = A_{ii} x_i(k) + B_{ii} u_i(k) + c_i + z_i(k) \quad (4a)$$

$$z_i(k) = \sum_{j=1, j \neq i}^{N_s} \{ \sum_{s=0}^{\theta} [L_{i,j,s} x_j(k-s) + M_{i,j,s} u_j(k-s)] \} \quad (4b)$$

$$x_i(0) = x_{i0} \quad (4c)$$

$$x_i(k) = u_i(k) = 0 (k < 0) \quad (4d)$$

여기서  $i=1, 2, \dots, N_s$ 이며  $x_i$ 는  $n_i$ 차원 상태변수,  $u_i$ 는  $m_i$ 차원 제어입력,  $z_i$ 는  $n_i$ 차원 상호작용변수,  $L_{i,j,s}$ 는  $n_i \times n_j$ 차원 상태변수 결합행렬,  $M_{i,j,s}$ 는  $n_i \times m_j$ 차원 제어입력 결합행렬이며  $n = \sum_{i=1}^{N_s} n_i$ ,  $m = \sum_{i=1}^{N_s} m_i$ 이다. 또한 식(2)의 제약조건도 다음과 같이 부시스템별로 표시할 수 있다.

$$x_{i,\min} \leq x_i(k) \leq x_{i,\max} (k=1, 2, \dots, k_f) \quad (5a)$$

$$u_{i,\min} \leq u_i(k) \leq u_{i,\max} (k=0, 1, \dots, k_f-1) \quad (5b)$$

한편 전체 시스템의 성능지수 식(3)도 다음과 같이 각 부시스템의 성능지수로 표시할 수 있다.

$$J_i = 1/2 \| x_i(k_f) - x_i^d(k_f) \|_{Q_{f,i}}^2 + \sum_{k=0}^{k_f-1} 1/2 \{ \| x_i(k) - x_i^d(k) \|_{Q_i}^2 + \| u_i(k) \|_{R_i}^2 \} \quad (6)$$

여기서  $Q_{f,i}$ ,  $Q_i$  및  $R_i$ 는 다음 식을 만족한다고 가정한다.

$$Q_f = \text{block diag} \{ Q_{f,1}, Q_{f,2}, \dots, Q_{f,N_s} \} \quad (7a)$$

$$Q = \text{block diag} [Q_1 \ Q_2 \ \dots \ Q_{N_s}] \quad (7b)$$

$$R = \text{block diag} [R_1 \ R_2 \ \dots \ R_{N_s}] \quad (7c)$$

이때 전체시스템의 성능지수 J는 각 부시스템의 성능 지수 J<sub>i</sub>의 합과 같다. 즉,

$$J = \sum_{i=1}^{N_s} J_i \quad (8)$$

이다.

### III. 계층적 최적제어

앞장에서 구성한 대규모 시스템을 그림 1과 같이 하위계층에서는 N<sub>s</sub>개의 부시스템, 즉 식(4)를 만족하면서 식(6)을 최소화하고 상위계층에서는 하위 계층에서 구한 변수들을 이용하여 전체시스템, 즉 식(1)을 만족하면서 식(3)을 최소화하는 방향으로 수정하여 다시 하위계층으로 보내는 상호작용 예측방법을 이용한다.

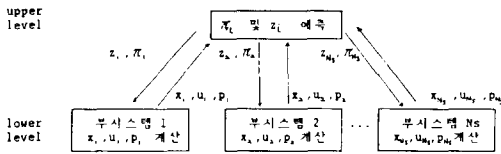


그림 1. 상호작용 예측방법에 의한 계층적 구조  
Fig. 1. Hierarchical structure based on interaction prediction method.

하위계층에서의 최적화를 위하여 i번째 부시스템에 대한 Hamiltonian 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$H_i = 1/2 \| x_i(k) - x_i^d(k) \|^2_{\hat{q}_i} + 1/2 \| u_i(k) \|^2_{\hat{r}_i} + \pi_i^T(k) z_i(k) - \sum_{j=1, j \neq i}^{N_s} \left\{ \sum_{s=0}^{\theta} \pi_j^T(k+s) [L_{j,i,s} x_i(k) + M_{j,i,s} u_i(k)] \right\} + p_i^T(k+1) [A_{ii} x_i(k) + B_{ii} u_i(k) + c_i + z_i(k)] \quad (k=0, 1, \dots, k_f-1) \quad (9a)$$

$$\pi_i(k) = 0, \quad (k \geq k_f) \quad (9b)$$

여기서 π<sub>i</sub>는 n<sub>i</sub>차원 Lagrange multiplier 벡터이고 p<sub>i</sub>는 n<sub>i</sub>차원의 부상태(costate)벡터이다. 따라서 부시스템의 최적화를 위한 필요조건<sup>(9)</sup>을 구하면 다음과 같다.

$$x_i(k+1) = \text{Sat 1} \{ A_{ii} x_i(k) + B_{ii} u_i(k) + c_i + z_i(k) \} \quad (10a)$$

$$x_i(0) = x_{i0}, \quad x_i(k) = 0 \quad (k < 0) \quad (10b)$$

$$\text{Sat 1}(\mu_i) = \begin{cases} x_{i,\max} & \text{if } \mu_i > x_{i,\max} \\ \mu_i & \text{if } x_{i,\min} \leq \mu_i \leq x_{i,\max} \\ x_{i,\min} & \text{if } \mu_i < x_{i,\min} \end{cases} \quad (11)$$

$$u_i(k) = \text{Sat 2} \{ -R_i^{-1} [B_{ii}^T p_i(k+1) - \sum_{j=1, j \neq i}^{N_s} \left\{ \sum_{s=0}^{\theta} M_{j,i,s}^T \pi_j(k+s) \right\}] \} \quad (12a)$$

$$\pi_i(k) = 0, \quad (k \geq k_f) \quad (12b)$$

$$\text{Sat 2}(\sigma_i) = \begin{cases} u_{i,\max} & \text{if } \sigma_i > u_{i,\max} \\ \sigma_i & \text{if } u_{i,\min} \leq \sigma_i \leq u_{i,\max} \\ u_{i,\min} & \text{if } \sigma_i < u_{i,\min} \end{cases} \quad (13)$$

$$p_i(k) = Q_i x_i(k) + A_{ii}^T p_i(k+1) - \sum_{j=1, j \neq i}^{N_s} \left\{ \sum_{s=0}^{\theta} L_{j,i,s}^T \pi_j(k+s) \right\} - Q_i x_i^d(k) \quad (14a)$$

$$p_i(k_f) = Q_{f,i} x_i(k_f) \quad (14b)$$

따라서 부시스템의 성능지수 식(6)을 최소화하는 x<sub>i</sub>(k), u<sub>i</sub>(k) 및 p<sub>i</sub>(k)를 식(10)~(14)에 의하여 구하여 상위계층으로 보낸다.

한편 상위계층에서 전체시스템의 최적화를 위하여 쌍대함수(dual function) φ를 다음과 같이 정의하자.

$$\phi(\pi) = \text{Min}_{x, u, z} \{ L(x, u, z, \pi) \} \quad (15)$$

여기서 Lagrangian L은

$$L(x, u, z, \pi) = \sum_{i=1}^{N_s} \{ 1/2 \| x_i(k_f) - x_i^d(k_f) \|^2_{\hat{q}_i} + \sum_{k=0}^{k_f-1} [ 1/2 \| x_i(k) - x_i^d(k) \|^2_{\hat{q}_i} + 1/2 \| u_i(k) \|^2_{\hat{r}_i} + \pi_i^T(k) \{ z_i(k) - \sum_{j=1, j \neq i}^{N_s} \left\{ \sum_{s=0}^{\theta} (L_{j,i,s} x_j(k-s) + M_{j,i,s} u_j(k-s)) \right\} + p_i^T(k+1) (-x_i(k+1) + A_{ii} x_i(k) + B_{ii} u_i(k) + c_i + z_i(k)) \} ] \} \quad (16)$$

이다.

Strong Lagrange duality 정리<sup>(10)</sup>에 의하면

$$\text{Max } \phi(\pi) = \text{Min } J \quad (17)$$

이므로 J를 최소로 하는 대신 φ를 최대로 하기로 한다. 식(17)의 φ(π)를 최대가 되게하는 조건은 식(15)에서

$$\frac{\partial L}{\partial z_1} = 0 \tag{18a}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \pi_1} = 0 \tag{18b}$$

이며 이로부터 다음과 같은 예측 알고리즘을 구한다.

$$\begin{bmatrix} \pi_1(k) \\ z_1(k) \end{bmatrix}^{L+1} = \begin{bmatrix} -p_1(k+1) \\ \sum_{j=1}^{N_s} \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} [L_{1,j,s} x_j(k-s) + M_{1,j,s} u_j(k-s)] \right\} \right) \end{bmatrix}^L \tag{19}$$

여기서 L은 반복지수이다.

지금까지 보인 개루프제어 계산과정을 요약하면 다음과 같다.

i) 처음 조정순간 상위계층에서  $z_1(k) = z_1^0(k)$  및  $\pi_1(k) = \pi_1^0(k)$  ( $i=1, 2, \dots, N_s, k=0, 1, \dots, k_f-1$ )로 초기치를 설정하여 하위계층으로 보낸다.

ii) 하위계층에서 식(10)~(14)를 이용하여  $u_1(k), x_1(k)$  및  $p_1(k)$  ( $i=1, 2, \dots, N_s, k=0, 1, \dots, k_f-1$ )를 계산하여 상위계층으로 보낸다.

iii) 상위계층에서 식(19)를 이용하여  $\pi_1(k)$  및  $z_1(k)$ 를 수정하여 하위계층으로 보낸다.

iv) 상위계층에서 두 변수의 변화가 충분히 작은 값,  $\delta$ 가 될 때까지 ii)~iii)의 과정을 반복한다.

v) 최종적으로 제어입력  $u_1(k)$  및 상태변수  $x_1(k)$  ( $i=1, 2, \dots, N_s, k=0, 1, \dots, k_f-1$ )의 최적값을 구한다. 일반적인 최적제어 이론<sup>1)</sup>으로부터 k가 충분히 클 때의 추적제어 법칙은 다음과 같다.

$$U^*(k) = G X^*(k) + d \tag{20}$$

여기서 \*는 위의 개루프 알고리즘을 수행하여 수렴한 최적값을 의미한다. 따라서 페루프 제환이득 G 및 보상벡터 d를 off-line으로 구하여 on-line으로 상태변수의 최적제어를 구하는 과정을 요약하면 다음과 같다.

i) 개루프 알고리즘을 수행하여 수렴한 최적값  $X^*(k)$  및  $U^*(k)$ 로부터 얻은 행렬을 X 및 U로 놓는다. 이때  $X^*(k)$ 는 n step내에 정상상태에 완전히 도달하지 않는다고 가정한다.

$$\begin{aligned} X &= [X^*(0) - X^*(n) \mid X^*(1) - X^*(n) \mid \dots \\ &\quad \mid X^*(n-1) - X^*(n)] \\ U &= [U^*(0) - U^*(n) \mid U^*(1) - U^*(n) \mid \dots \\ &\quad \mid U^*(n-1) - U^*(n)] \end{aligned}$$

ii) 식(20)으로 부터  $G=UX^{-1}$  및  $d=U^*(0)-GX^*(0)$ 를 구한다.

iii) ii)에서 구한 G 및 d로부터  $U(k)=GX(k)+d$ 를 얻을 수 있으며 이를 전체 시스템의 상태방정식, 식(1)에 대입하여 다음과 같이 X(k)의 페루프에서의 최적값을 구한다.

$$X(k+1) = \sum_{s=0}^{\infty} \{ (A_s + B_s G) X(k-s) + B_s d \} + C \tag{21}$$

#### IV. 컴퓨터 시뮬레이션 결과 및 고찰

제안한 알고리즘의 타당성을 확인하기 위한 예제로서 시간지연을 고려한 CAM 강의 수질오염모델<sup>11)</sup>을 선택하였다. 여기서  $N_s=2, n_1=2, m_1=1, (i=1, 2), \theta=2, x_{1,max}=[10 \ 10]^T, x_{1,min}=[0 \ 3]^T, u_{1,max}=0.8, u_{1,min}=-0.5$ 이며 각 상수행렬은 다음과 같다.

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0.18 & 0 \\ 0 & 0.27 \end{bmatrix}, \quad B_{11} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (i=1, 2)$$

$$c_1 = [4.5 \ 6.15]^T, \quad c_2 = [2 \ 2.65]^T$$

$$L_{1,2,0} = L_{1,1,1} = L_{1,2,1} = L_{1,2,2} = 0,$$

$$L_{2,1,0} = \begin{bmatrix} 0.0825 & 0 \\ 0 & 0.0825 \end{bmatrix}$$

$$L_{2,1,1} = \begin{bmatrix} 0.385 & 0 \\ 0 & 0.385 \end{bmatrix},$$

$$L_{2,1,2} = \begin{bmatrix} 0.0825 & 0 \\ 0 & 0.0825 \end{bmatrix}$$

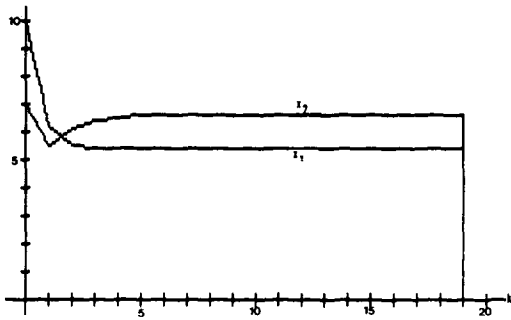
$$M_{i,j,s} = 0, \quad (i=1, 2, j=1, 2, s=0, 1, 2)$$

한편 하중행렬  $Q_{r1}=0, Q_1=I_2, R_1=100$ 으로 설정하였으며, 최종시간  $k_f=20$ , 오차한계  $\delta=10^{-5}$ , 시스템의 초기상태  $x_1(0)=[10 \ 7]^T, x_2(0)=[5 \ 7]^T$  추적목표치  $x_1^d=[5 \ 7]^T$  ( $i=1, 2$ )로 가정하였다.

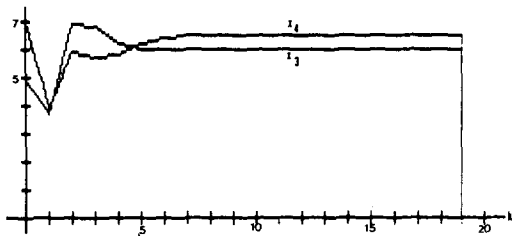
본 논문에서 제안한 알고리즘을 적용하여 off-line으로 구한 상수제환이득 G 및 보상벡터 d는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G &= \begin{bmatrix} .0075461 & -.0036991 & -.0000128 & -.0000187 \\ -.0044440 & -.0435307 & .0016789 & .0050245 \end{bmatrix} \\ d &= \begin{bmatrix} .0189402 \\ .2990876 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{22}$$

이 값들을 이용하여 on-line으로 구한 상태변수 및 제어입력의 최적제어는 다음 그림 2 및 그림 3 과 같다.

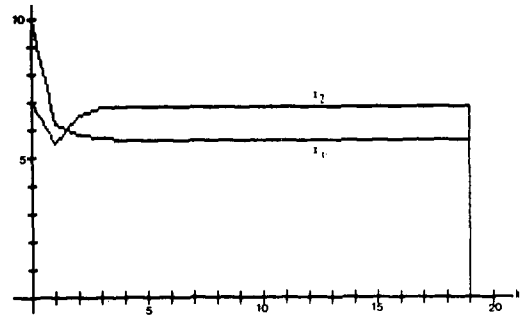


(a) Subsystem 1

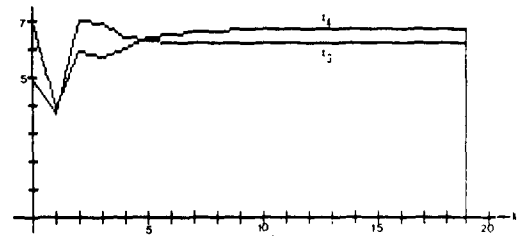


(b) Subsystem 2

그림 2. 제안한 알고리즘에 의한 상태변수 최적궤적  
Fig. 2. Optimal trajectories of the state variables by the proposed algorithm.



(a) Subsystem 1



(b) Subsystem 2

그림 4. Tamura 알고리즘에 의한 상태변수 최적궤적  
Fig. 4. Optimal trajectories of the state variables by the Tamura algorithm.

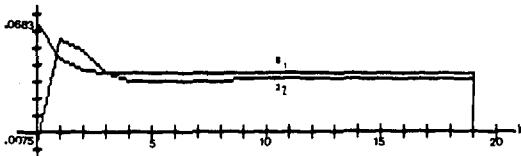


그림 3. 제안한 알고리즘에 의한 최적 제어입력  
Fig. 3. Optimal control inputs by the proposed algorithm.

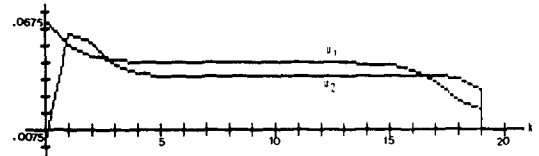


그림 5. Tamura 알고리즘에 의한 최적 제어입력  
Fig. 5. Optimal control inputs by the Tamura algorithm.

한편 Tamura의 개루프 알고리즘을 적용하여 구한 상태변수 및 제어입력의 최적궤적은 다음 그림 4 및 그림 5와 같다.

두 알고리즘의 컴퓨터 모사 결과를 비교하면 다음 표 1과 같다.

따라서 분리된 부시스템에 대한 최적해를 구하는 제안한 알고리즘은 전체 시스템에 대한 최적해를 구하는 Tamura 알고리즘에 비해 상위계층의 적은 반

표 1. 두 알고리즘의 컴퓨터 시뮬레이션 결과  
Table 1. Simulation results of the two algorithms.

알고리즘	제어방법	상위계층 반복회수	성능지수	오차한계 ( $\delta$ )
제안한 알고리즘	개루프	12	41.5	$10^{-5}$
	폐루프	-	41.7	-
Tamura 알고리즘	개루프	17	45.7	$10^{-5}$

복 회수로서 약 10%의 제어성능을 개선할 수 있음을 알 수 있다.

V. 결 론

상호작용 예측방법에 기초하여 상태변수 및 제어 입력에 시간지연을 가지고 서로 유기적으로 연결된 대규모시스템의 효과적인 계층적 최적제어 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 각 부시스템별로 나누어 계산하므로 계산량 및 기억량이 적으며 기율기 방법을 사용하지 않으므로 상위계층의 조정법칙이 간단하다. 또한 제안한 알고리즘은 주어진 초기치에 최적인 페루프 제어방법이며 상수 케환이득과 보상벡터가 초기치에 무관하지는 않지만 그 변화가 적으므로 수질오염 모델과 같이 slow dynamics를 갖고있는 시스템에는 초기치가 변할때마다 새로운 보상을 해줌으로써 시스템의 차원을 증가시키지 않고도 시간지연이 있는 대규모 시스템에 적용 가능하다. CAM 강의 수질오염 모델에 제안한 알고리즘을 적용하여 컴퓨터 모사한 결과 Tamura 방법에 비해 상위 계층의 적은 반복회수로서 제어성능이 개선됨을 확인 하였다.

본 논문에서 제안한 개루프 알고리즘은 상태변수 하중행렬, Q에 비하여 제어입력 하중행렬, R이 상대적으로 클수록 수렴속도가 빨라지는 것을 예제를 통하여 확인하였으나 보다 명확한 수렴조건은 아직 규명되지 않았으며 이에대한 연구가 현재 진행되고 있다.

參 考 文 獻

[1] M. Jamshidi and M. Malek -Zavarei, "Sub-optimal design of linear control system with

time-delay," *Proc. of the IEE*, vol. 119, pp. 1743-1746, 1972.  
 [2] M. Malek-Zavarei, "Near optimum design of nonstationary linear systems with state and control delays," *J. of Optimization Theory and applications*, vol. 30, pp. 73-88, 1980.  
 [3] M. Malek -Zavarei, "Suboptimal control of systems with multiple delays," *J. of Optimization Theory and Applications*, vol. 30, pp. 621-633, 1980.  
 [4] M.G.Singh, "River pollution control," *Int. J. Systems sci.*, vol. 6, pp. 9-21, 1975.  
 [5] J.H. Lim, S.H. Hwang, I.H. Suh, and Z. Bien, "Hierarchical optimal control of oversaturated urban traffic networks," *Int. J. Control* vol. 34, pp. 727-737, 1981.  
 [6] M.G. Singh and A. Titli, *Handbook of Large Scale Systems Engineering Applications*, North-Holland Pub. Co., 1979.  
 [7] H. Tamura, "Decentralized optimization for distributed-lag models of discrete systems," *Automatica*, vol. 11, pp. 593-602, 1975.  
 [8] M.G. Singh and A. Titli, "Hierarchical feedback control for large dynamical systems," *Int. J. Systems Sci.*, vol. 8, pp. 31-41, 1977.  
 [9] A.P. Sage and C.C. White, *Optimum System Control*, Prentice-Hall Inc., 1977.  
 [10] M.G. Singh and A. Titli, *Systems Decomposition, Optimization and Control*, Pergamon Press, 1978.  
 [11] H. Tamura, "A discrete dynamical model with distributed transport delays and its hierarchical optimization for preserving stream quality," *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern.*, vol. SMC-4, pp. 424-431, 1974. \*

著 者 紹 介

全 慶 淵 (正會員) 第25卷 第11號 參照  
 현재 경북대학교 대학원 전자공학과 박사과정 재학중.

全 琪 準 (正會員) 第25卷 第11號 參照  
 현재 경북대학교 전자공학과 부교수.