論 文

# CRC 오류검출부호의 성능 분석

正會員 廉 興 烈* 正會員 權 周 漢** 準會員 梁 承 杜** 正會員 李 晩 榮***

# Performance Analysis of CRC Error Detecting Codes

Heung Youl YOUM*, Joo Han KWON**, Seung Doo YANG**,
Man Young RHEE* *Regular Members*

**要 約** 본 논문에서는 단축 Hamming 부호의 일종이며 오류검출용 검사비트 수가 16인 CRC-CCITT 부호와 원시다항식 CRC 부호에 대한 성능 분석을 위하여 필수적으로 요구되는 중분포 (weight distribution)를 구하는 기법과 오류검출 성능을 분석하는 기법을 제안하였고, 두 CRC (cyclic redundant code) 부호를 CCITT에서 광대역 ISDN의 가입자망 인터페이스의 전송방식으로 권고된 ATM (asynchronous transfer mode) 전송방식의 오류검출용 부호로 적용하여 현재 고려되고 있는 cell 크기에 대한 중분포 및 미검출오류확률(undetected error probability)을 구한후, 두 오류검출부호의 성능을 비교/분석하였다.

분석 결과, 현재 고려되는 셀 크기에 대해 CRC-CCITT 부호의 성능이 원시다항식 CRC 부호의 성능보다 더 우수함이 입증되었다. 이를 위한 모든 계산을 IBM PC/AT를 이용하여 수행하였다. 한편 본 논문에서 제안한 단축 Hamming 부호의 성능 분석 기법은 지금까지 디지틀 통신시스템에 적용되고 있고 또는 적용예정인 CRC 오류검출 부호의 성능 분석에 이용될 수 있다.

***ABSTRACT*** In this paper, the CRC-CCITT code and primitive polynomial CRC code are selected for analysing error detecting performance. However, general formulas for obtaining the weight distribution of these two CRC codes are not so far derived. So, a new method for calculating the weight distribution of the shortened cyclic Hamming code is presented and an undetected error probability of these two codes is obtained when used in cell of ATM for broadband ISDN user-network interface. Consequently, we show that CRC code is performing better than primitive polynimial CRC code for error detection of ATM Cell and shortening a code too much does affect its error detection performance. All the computer simulation is performed by IBM PC/AT.

*韓國電子通信研究所
Transmission Systems Section Electronics and Telecommunications Research Institute
**三星電子
Samsung Electronics.
***漢陽大學校 電子通信工學科
Dept. of Electronic Communication Engineering
Han Yang University
論文番號：89-57(接受1989. 6. 9)

## I. 서 론

지난 30여년 동안 전송로에서 발생한 오류를

제어하기 위한 부호이론에 대한 연구는 오류 검출 / 정정 능력이 우수한 오류 정정 / 검출 부호의 개발, 보다 효율적이고 간단한 부호화 및 복호 알고리즘 개발 등에 대하여 중점적으로 수행되어 왔다.[1]

신뢰성있는 정보 전송을 위하여 통신시스템에서 널리 이용되고 있는 오류제어기법은 FEC (forward error correction) 기법, ARQ (automatic repeated-request) 기법, 그리고 두방식을 결합한 복합오류제어 (hybrid error control) 기법 등이 이용되어 수행되었다.

FEC 기법에서는 기본적으로 부호화율 (k / n)이 비교적 작은 오류정정부호를 이용하며, 오류 발생 검출, 오류 위치 및 오류값 추정, 그리고 오류정정으로 구성된 세 단계를 거쳐 수행되며, 재전송을 요구할 수 없는 실시간 데이타 전송시스템에서의 정보의 신뢰성을 향상시키기 위해 도입 / 적용되고 있다. ARQ 기법은 일반적으로 부호화율이 비교적 큰 오류 검출부호를 이용하며, 수신기에서 전송된 데이타 블럭에 오류 발생 유무만을 검출한후 오류가 발생되었다고 판단되면 송신단에 해당 데이타 블럭의 재전송을 요구함으로서 해당 데이타 블록의 오류를 제어한다.

ARQ 기법은 시스템의 복잡도 측면에서 FEC 기법보다 비교적 간단하게 구현될 수 있으므로 통신채널의 오류 발생 확률이 높지 않은 패킷 교환 데이타망, 컴퓨터 통신망, 그리고 위성을 통한 데이타 통신망 등에 널리 적용되어 왔다.[3] ARQ 기법에서 널리 이용되고 있는 대표적인 오류검출부호로는 선형 부호(linear cyclic code)의 일종인 CRC 부호을 들수 있다. 따라서 CRC 오류검출부호의 성능은 ARQ 기법을 이용한 통신시스템의 성능에 직결되는 매우 중요한 변수가 된다. 그리고 복합 오류제어 기법은 FEC 기법과 ARQ 기법을 혼합한 기법으로 주로 위성을 통한 데이타 전송시스템에 있어서 성능 향상 및 전송 효율의 향상을 위하여 최근 연구 / 도입되고 있다.

본 논문에서는 단축 Hamming 부호의 일종이며 오류검출용 검사 비트수가 16인 CRC-CCITT 부호와 원시다항식 CRC 부호를 도입하여, 이들 단축 Hamming 부호에 대한 일반적인 성능 분석 기법을 제안하였고, 두 CRC 부호를 CCITT 광대역 ISDN 가입자망 인터페이스의 전송방식으로 권고된 ATM의 cell에 도입 / 적용하여 현재 고려되고 있는 각각의 cell 크기에 대한 중분포 (weight distribution) 및 미검출오류확률 (undetected error probability)을 구하고, 두 부호에 대한 성능을 비교 / 분석하였다.

## Ⅱ. 오류검출부호

### Ⅱ.1 오류검출부호의 종류 및 오류검출 알고리즘

현재까지 디지틀 통신시스템에 널리 이용되고 있는 CRC 부호는 CRC-12, CRC-16, CRC-CCITT, 그리고 CRC-32 등이며, 이 부호들의 생성다항식 (generator polynomial)은 다음과 같다.[3][5]

*CRC-12의 생성다항식: $x^{12}+x^{11}+x^3+x^2+1$

*CRC-16의 생성다항식: $x^{16}+x^{15}+x^2+1$

*CRC-CCITT의 생성다항식: $x^{16}+x^{12}+x^5+1$

*CRC-32 의 생성다항식:

$$x^{32}+x^{26}+x^{23}+x^{22}+x^{16}+x^{12}+x^{11}+x^{10}+x^8+x^7+x^5+x^4+x^2+1$$

CRC-12 부호는 6-비트 캐릭터에 대한 오류검출부호로, CRC-16 부호는 BSC (binary synchronous communications) 프로토콜에서의 8-비트로 구성된 EBCDIC (extended binary coded decimal interchange code) 케릭터용 오류검출부호로, CRC-CCITT 부호는 SDLC (synchronous data link control) 프로토콜에서의 데이타 필드에서 발생한 오류를 제어하기 위하여 이용되고 있다. 특히 CRC-CCITT 부호는 미국 IBM 사의 8-inch 프러피 디스크의 데이타 보호를 위하여 적용되고 있으며, 많은 여타 사의 FDC (floppy

disk controller)에 적용되고 있는 대표적인 오류 검출부호이다. 그리고 CRC-32 부호는 LAN (local area network)의 일종인 Ethernet의 데이터 링크 레이어의 데이타 필드에 대한 오류검출을 위해 채택/사용되고 있다.[11]

CRC 오류검출부호를 이용한 오류 검출 과정은 기본적으로 다음과 같다. 전송될 k비트의 정보 블럭은 다음과 같은 k-1 차의 정보다항식, $d(x)=d_0+d_1x+d_2x^2+\cdots+d_{k-1}x^{k-1}$으로 표현될 수 있다. 일반적으로 CRC 오류검출부호의 생성다항식은 차수가 n-k 차인 g(x)로 표현되므로, 오류 검출을 위한 검사비트 (redundancy bit)를 다항식 형태로 표현한 검사 다항식 (redundant check polynomial), r(x)는 다음과 같은 식을 이용하여 구해진다.[1][6][7]

$$x^{n-k}d(x)=q(x)g(x)+r(x) \qquad (1)$$

여기서, n-k: 생성다항식의 차수

q(x): $x^{n-k}d(x)$를 g(x)로 나눈 몫다항식

r(x): 검사다항식

따라서 오류검출을 위한 CRC 검사 비트는 (1)식의 r(x)에서 구해진다. 송신기는 k비트의 정보 다항식에 n-k 비트의 여분의 검사 다항식을 부가하여 실제 통신로로 전송될 부호어를 생성한다. 이는 (2)식과 같이 표현된다.

$$c(x)=x^kd(x)+r(x) \qquad (2)$$

(1)과 (2)식에서 알 수 있듯이 부호 다항식, c(x)는 g(x)로 나누어 떨어진다.

한편, 전송로에서 발생한 오류다항식 (error polynomial)를 e(x)라 하면, 전송로를 통해 수신된 수신다항식 (received polynomial), v(x)는 (3)식과 같이 표현될 수 있다.

$$v(x)=c(x)+e(x) \qquad (3)$$

(1),(2),(3) 식에서 알 수 있듯이 전송채널에서 오류가 발생하지 않았을 경우, 즉 e(x)=0인 경우, v(x)는 g(x)로 나누어 떨어지므로 나머지 다항식이 "0"이 된다. 그러나 전송채널에서 오류가 발생한 경우, 즉 e(x)=0인 경우, v(x)는 g(x)로 나누어 떨어지지 않음으로 나머지 다항식이 "0"이 되지 않는다. 위와같은 특성을 이용하여 수신기는 수신 다항식에 오류 발생 유무를 검출하기 위하여 v(x)를 g(x)로 나눈후 나머지가 "0"인 경우 해당 정보 블럭에 오류가 발생하지 않은 것으로, 나머지가 "0"이 아니면 해당 정보 블럭에 오류가 발생한 것으로 판단하여 송신기로 해당 정보 블럭을 재전송하도록 요구하므로서 해당 정보 블럭에 발생한 오류를 교정하고 있다. 그러나 오류다항식이 부호다항식, 즉 부호어와 같은 형태로 발생한 경우, 오류가 발생했음에도 불구하고 수신기는 오류를 검출하지 못할 것이다. 이와 같은 사건을 미오류검출사건이라 지칭하며 이와 같은 사건이 발생할 확률이 오류검출부호의 성능을 나타내는 미검출오류확률이다. 따라서 오류검출 부호의 성능을 분석하기 위해서는 g(x)에 의해 생성 가능한 부호어를 구하는 것이 먼저 이루어져야 한다.

CRC-CCITT 오류검출부호를 이용한 검사비트는 〈그림 1〉과 같은 쉬프트 레지스터와 exclusive-OR gate로 구성된 회로에 의해 생성된다. 수신단의 오류 검출기는 〈그림 1〉과 비슷한

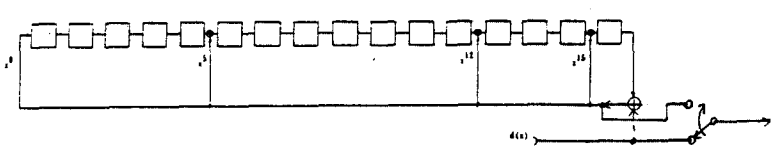


그림 1. CRC 비트 생성기
generator circuit for CRC bit

회로로 구현될 수 있다.

## Ⅲ. ATM 전송방식

ISDN (Integrated Service Digital Network)은 음성과 비음성 서비스를 하나의 통합된 망을 통해서 제공하는 것을 바탕으로 하여 세계각국에서 활발히 구축되고 있다. ISDN은 기본 액세스(basic access)인 2B+D (B: 64Kb/s, D: 16 Kb/s)서비스와 1차 액세스(primary access)인 23B+D (또는 30B+D) 서비스 제공을 바탕으로 한 협대역 ISDN과 H1(1.544Mb/s) 급 이상의 고속 데이타, 고속 비디오 서비스 등의 광대역 서비스 제공을 바탕으로 하는 광대역 ISDN으로 분류될 수 있다. 현재 CCITT에서 권고되고 있는 광대역 ISDN의 가입자망 인터페이스 (UNI: user network interface)의 기준 모델은 〈그림 2〉와 같다. [4]

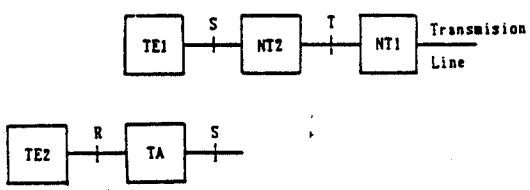



그림 2. 광대역 ISDN의 UNI의 기준 모델
reference model for UNI of broadband ISDN

현재 CCITT에서 논의/고려되고 있는 광대역 ISDN의 UNI에 적용되는 전송방식은 기본적으로 STM (synchronous transfer mode) 전송 방식과 ATM (asynchronous transfer mode) 전송 방식이 고려되고 있으나, 이중 ATM 전송방식이 권고될 예정이다. STM 전송방식은 프레임을 구성한후 특정채널의 데이타를 특정 타임슬롯에 할당하여 전송하는 전송방식이다. 이 방식을 이용하면 특정 채널이 서비스를 포함하지 않더라도 해당 타임슬롯을 다른 채널이 이용할 수 없는 단점이 있으나, 회로 구현이 간단하여 지금까지의 많은 디지탈 전송시스템에 널리 이용되고 있는 전송 방식이다. ATM 전송방식은 〈그림 3〉과 같이 프레임을 구성한후 시분할 기법을 이용하여 가입자 정보를 패켓단위로 구분하여 전송하는 패켓 지향적인 전송방식으로서, 가입자의 정보는 cell 단위의 패캣에 삽입되어 전송된다.[4]

cell은 〈그림 4〉와 같이 정보부와 헤더부로 구성되어 있으며, 정보부에는 가입자의 데이타를, 헤더부에는 정보부에 대한 서비스 종류, 라우팅, 오류정정/검출 부호 비트 등의 정보를 포함한다. 따라서 이 전송방식을 이용하면 가입자의 여러 다양한 서비스에 융통성있게 대처할 수 있으나 시스팀 실현의 복잡도가 STM 전송방식보다 큰 단점이 있다.

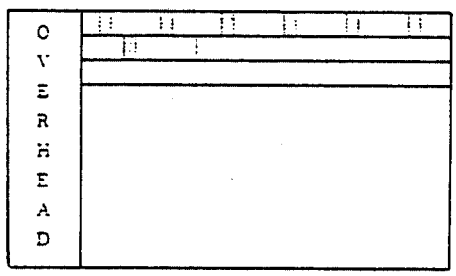



그림 3. 고려되고 있는 ATM 전송방식에서의 프레임 구성
frame format for ATM

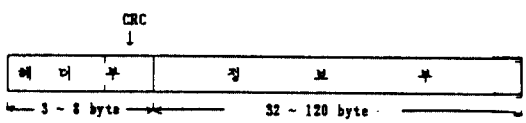



그림 4. ATM 전송방식에서의 cell 구조
cell structure for ATM

현재 (89.2) CCITT에서는 cell의 헤더부 크기를 3-8바이트, 정보부의 크기를 32-120 바이트로 잠정 권고하고 있다.[4]본 논문에서는 두 종류의 CRC 오류검출부호를 헤더부에 도입하여 정보부 및 헤더부에서 발생한 오류를 검출하는 방안을 제안하였다. 이를 기반으로 하여, 일반적인 단축

Hamming 오류검출부호의 성능 분석의 일반적인 이론을 분석하고, 두 오류검출부호에 적용될 수 있는 성능 분석 알고리즘을 제시하고 두 CRC 검출부호의 성능을 분석한후 이를 비교/분석한다.

## Ⅳ. 미검출오류확률

### Ⅳ-1. MacWilliams 항등식과 미검출오류확률

MacWilliams 항등식은 (n,k) 선형 부호, C의 중 분포 (weight distribution)와 C의 쌍대부호 (dual code), C'의 중분포 간의 관계식을 나타내며, 이는 (3)식과 같이 표현된다.[1][2][6][7]

$$A(x)=2^{-(n-k)}(1+x)^n B(1-x/1+x) \quad (3)$$

여기서 A(x): C 의 중분포 다항식
B(x): C'의 중분포 다항식

(3)식은 C의 정보장(k)과 C'의 정보장(n-k)의 관계가 k〉〉n-k을 만족할 경우, C'의 중분포를 구한후 C의 중분포를 쉽게 구할 수 있음을 의미한다.

이원대칭채널 (BSC: binary symetric channel) 을 통해 (n,k) 선형 부호가 전송되었을 경우, 채널상에서 발생한 오류 다항식이 (n,k) 선형 부호의 부호어와 일치하면, 수신다항식은 또 다른 (n,k) 선형부호의 부호어가 되어, 수신기는 송신 벡타에 오류가 발생했음에도 불구하고 이를 검출할 수 없게 된다. 이와 같은 사건은 오류 다항식이 (n,k) 선형 부호의 부호어중 하나와 같은 형태로 일어날 경우 발생하며, 이와같은 오류형태가 발생할 확률이 미검출오류확률이라 정의된다. 따라서 (n,k) 선형 부호의 미검출오류확률은 (4)식과 같이 표현될 수 있다.

$$P_{ud}(e)=\sum_{i=1}^{n} A_i e^i (1-e)^{n-i}$$
$$= \sum_{i=d_{min}}^{n} A_i e^i (1-e)^{n-i} \quad (4)$$

여기서 e는 BSC에서의 천이확률 (transition probability), dmin은 선형부호 C의 최소거리 (minimum distance)이다. 그리고 $A_i$는 (5)식과 같은 중분포다항식의 중분포 계수를 의미한다.

$$A(x)=A_0+A_1x^1+A_2x^2+\cdots+A_nx^n$$
$$=\sum_{i=0}^{n} A_i x^i \quad (5)$$

(4)식은 (5)식을 이용하여 (6)식과 같이 변경될 수 있다.

$$P_{ud}(e)=(1-e)^n(A(e/1-e)-1) \quad (6)$$

(6)식을 (3)식에 대입하면, 미검출오류확률은 쌍대부호의 중분포로 (7)식과 같이 표현될 수 있다.

$$P_{ud}(e)=2^{-(n-k)}B(1-2e)-(1-e)^n$$
$$=2^{-(n-k)}\sum_{i=0}^{n} B_i(1-2e)^i-(1-e)^n \quad (7)$$

여기서, $\sum_{i=0}^{n} B_i=2^{n-k}$

(n,k) 선형부호, 또는 쌍대부호의 중분포를 알 수 있을 경우, (n,k) 선형부호의 미검출오류확률은 (4)식 또는 (7)식을 이용하여 구해진다. 특히 n-k 〈〈k인 경우, 쌍대부호의 중분포는 원래 부호의 중분포보다 쉽게 구해지므로 (7)식을 이용하여 이 부호의 미검출오류확률을 구할 수 있다. 따라서 C와 C'의 부호의 특성이 명확히 알려져 있고 C'의 중분포 $B_i$가 비교적 쉽게 구해질 수 있을 경우, 미검출오류확률은 (7)식을 이용하여 구하는 것이 유리하다. 그러나 C와 C'관계가 명확하지 않고 C'의 중분포가 쉽게 구할 수 없을 경우, 미검출오류확률은 binomial approximation 방법 또는 컴퓨터 시뮬레이션 기법[9]등을 이용하여 C의 중분포 $A_i$를 추정하여, 이를 이용하여 미검출오류확률을 구해야 한다. 이후부터 C와 C'의 관계가 명확한 Hamming 부호를 단축한 단축 Hamming 부호의 특성을 이용하여, 이 부호의 미검출오류확률을

구하는 새로운 기법을 제안한다.

### Ⅳ-2. 단축 Hamming 부호의 특성

선형부호의 미검출오류확률이 e가 증가함에 따라 단조증가한 경우, 이 부호는 proper 부호라 정의된다. (n,k) 선형부호가 미검출오류확률의 상한치 (upper bound)를 만족하는 선형부호의 종류는 다음과 같은 특성에서 알수 있다. 특히 proper 부호의 미검출오류확률은 $2^{-(n-k)}$ 상한치이내임이 증명되었다.[5] 여기서는 proper 부호와 관련된 특성을 도출한다.

[특성 1] 선형부호는 반드시 proper 부호가 아니다.
[특성 2] 순회부호는 반드시 proper 부호가 아니다.
[특성 3] Single parity-check 부호는 proper 부호이다.
[특성 4] 최대장계열부호는 proper 부호이다.
[특성 5] 이중오류정정 BCH 부호는 proper 부호이다.
[특성 6] Hamming 부호와 Golay (23,12) 부호 등의 완전 (perfect) 부호는 proper 부호이다.
[특성 7] 완전부호의 쌍대부호는 proper 부호이다.
[특성 8] proper 부호의 쌍대부호는 반드시 proper 부호가 아니다.
[특성 9] 단축 Hamming 부호는 항상 proper 부호가 아니다.
[특성 10] 확대 Hamming 부호는 proper 부호이다.

여기서 단축 Hamming 부호의 미검출오류확률과 밀접한 관련이 있는 [특성 9]를 다음과 같이 증명한다.

[특성 9] 단축 Hamming 부호는 언제나 proper 부호가 아니다.
[증명]
다음과 같은 m차 원시다항식을 생성다항식으로 갖는 (n,k) 순회 Hamming 부호를 생각하여 보자.

$$g(x)=x^{10}+X^3+1$$

위의 생성다항식으로 부터 (1023,1013) Hamming 부호의 비조직형 생성행열은 다음과 같이 구성될 수 있다.

$$G=\begin{bmatrix} 1\,0\,0\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,1\,0\,0\,0\cdots 0 \\ 0\,1\,0\,0\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,1\,0\,0\cdots 0 \\ 0\,0\,1\,0\,0\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,1\,0\cdots 0 \\ \vdots \\ \end{bmatrix}$$

위의 생성다항식으로 얻어진(1023,1013) Hamming 부호를 1012 비트 단축시킨 (11,1) 단축 Hamming 부호의 생성다항식은 다음과 같다.

$$G=[1\,0\,0\,1\,0\,0\,0\,0\,0\,0\,1]$$

따라서 이 생성다항식을 이용한 (11,1) 단축 Hamming 부호의 미검출오류확률은 다음과 같다.

$$P_{ud}=e^3(1-e)^8$$

미검출확률의 최대값은 e=3/11 일때 임을 알 수 있다. 따라서 이론적인 미검출오류확률의 상한치와 (11,1) 단축 Hamming 부호의 미검출확률의 최대값을 비교하면 다음과 같다.

$$P_{ud}(3/11)=1.59\times 10^{-3}\rangle 2^{-(11-1)}=9.77\times 10^{-4}$$

그러므로 단축 Hamming 부호는 반드시 proper 부호가 아니다.
〈Q.E.D〉

## V. 단축 Hamming 부호의 성능 분석

본 절에서는 검사비트의 길이가 16인 CRC 오류검출부호를 도입한후, 이에 대한 미검출오류확률을 구하기 위하여 단축 Hamming 부호의 일반적인 중 분포를 구하는 방법과 단축 순회 Hamming 부호와 쌍대 부호와의 대수학적 관계를 이용하여 이에 대한 미검출오류확률을 구하는 기법을 제시한다. 이를 위해 도입된 오류검출부호는 CRC-CCITT 오류 검출부호와 16차 원시다항식으로 생성된 오류검출부호이다.

용어의 혼동을 피하기 위하여 Hamming 부호의 여러 version과 각각 부호의 중분포에 대한 약어를 다음과 같이 정의한다.

$C_2m_{-1}$: $(2^m-1, 2^m-m-1)$ 순회 Hamming 부호
$C_2m_{-1,e}$: $(2^m-1, 2^m-m-2)$ 소거 Hamming 부호
$C_n$: 순회 Hamming 부호를 단축시킨 (n,n-m) 단축 Hamming 부호
$C'_n$: $C_n$의 쌍대부호
$C_{n,e}$: 소거 Hamming 부호를 단축시킨 (n,n-m) 단축 소거 Hamming 부호
$C'_{n,e}$: $C_{n,e}$의 쌍대부호
$B_{n,l}$: $C'_n$의 중분포
$B_{n,l,n}$: $C'_{n,e}$의 중분포

### V.1 CRC-CCITT 오류검출부호의 성능

CRC-CCITT 오류검출부호의 생성다항식은 다음과 같이 생성된다.

$$g(x)=(1+x)p(x)=(1+x)(x^{15}+x^{14}+x^{13}+x^{12}+x^4+x^3+x^2+x+1)$$
$$=x^{16}+x^{12}+x^5+1$$

여기서 p(x)는 15차 원시다항식이다.

CRC-CCITT 오류검출부호의 생성다항식은 15차의 원시다항식에 1+x를 곱하여 형성된다. 따라서 CRC-CCITT 오류검출부호는 15차의 원시다항식을 생성다항식으로 갖는 기존의 $(2^m-1, 2^m-m-1)$ Hamming 부호의 부호어중 짝수 중 (even weight)을 갖는 부호어로 구성되어 있는 부호로서, 이는 소거 Hamming 부호 (expurgated Hamming code)라 정의되고 있다.[6][7][8] 한편 ATM cell의 부호장 (code length)이 최소 33에서 최고 128 바이트이므로, 소거 Hamming 부호를 단축하여 cell의 부호장에 맞는 단축 소거 Hamming 부호를 구성한후, 이 단축 소거 Hamming 부호의 쌍대부호의 중분포를 구한후 이 부호들의 대수학적 특징을 이용하여 오류검출부호의 미검출오류확률을 구할 수 있다.

단축 소거 Hamming 부호로 부터 직접 쌍대부호의 중분포를 구하는 것은 쉽지 않으므로 본 논문에서는 원시다항식 p(x)로 부터 생성된 순회 Hamming 부호를 단축시킨 단축 Hamming 부호 ($C_n$)을 이용하여 $C'_n$으로 부터 $C'_{n,e}$과의 중분포 관계식을 이용하여 소거 단축 Hamming 부호의 중분포를 구하는 간접적인 방식을 이용하였다.

$GF(2^m)$상의 m차 원시다항식은 일반적으로 (8)식과 같이 표기된다.

$$p(x)=\sum_{j=0}^{m} p_j x^j \qquad (8)$$

(8)식의 원시다항식을 이용하여 생성된 $(2^m-1, 2^m-m-1)$ Hamming 부호의 쌍대부호는 "0"벡타를 제외한 모든 부호어의 중이 $2^{m-1}$인 simplex 부호로서, 부호의 제원은 다음과 같다.[6][7][8]

부호장 (code length), $n=2^m-1$
정보장 (information length), $k=m$
최소거리 (minimum distance), $d_{min}=2^{m-1}$

한편 simplex 부호는 p(x)의 계수 $p_j$가 feedback 탭의 계수인 m 단 시프트 레지스터를 이용하여 생성된다. 그리고 연속된 계열의 주기가 $2^m-1$이므로 simplex부호는 최대장계열부호 (maximal length sequence code, 이하 $C_{max}$라 표기)라 정의되기도 한다. CRC-CCITT 오류검출부호는 m이 15이므로 이와 대응되는 최대장계열부호, $C_{max}$는 〈그림 5〉와 같은 회로를 이용하여 형성될 수 있

다.

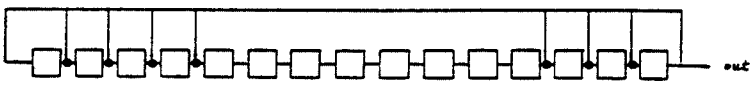



그림 5. $C_{max}$를 구하기 위한 회로

$C_{max}$는 (8)식을 이용하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$a_0=1$

$a_i=0,\ 1\le i\le m-1$

$$a_i=\sum_{j=0}^{m-1} p_j a_{i+j-m},\ m\le i< 2^m-1 \qquad (9)$$

$a_0=1$, $a_i=0$, $1\le i\le m-1$로 설정은 m 단의 시프트 레지스터의 초기값을 $GF(2^m)$ 상의 체원소 (field element) 중의 하나의 원소에 대응한 것이며, 여기서는 $\alpha$에 대응한 벡터값을 회로의 초기값으로 설정하였다. (9)식을 이용하여 순차적으로 $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_m, \cdots, a_{2^m-1}$을 생성하여, 이 계열을 $2^m-1$ 비트씩 나눈 $2^m-1$ 개의 계열은 각각 $C'_{2^m-1}$의 한 부호어가 된다. 그리고 이 계열을 n bit 크기로 나눈 $2^m-1$개의 벡터가 영벡타를 제외한 $C'_n$의 모든 부호어이므로 이 계열을 이용하여 $C'_n$의 중, $B_{n,i}$ 을 계산할 수 있다. 따라서 $C'_n$의 중분포 $B_{n,i}$와 $C_n$의 중분포 $B_{n,i,e}$의 관계식을 이용하여 $B_{n,i,e}$를 구할 수 있다. 따라서 CRC-CCITT 오류검출부호의 미검출오류확률은 $B_{n,i,e}$를 이용하여 계산된다. 그러나 이 방법은 최대장계열을 한 비트씩 쉬프트한후 이에 대한 중을 계산해야 하므로 m이 증가함에 따라 엄청난 반복계산이 요구되고 따라서 계산시간 또한 오래 걸리는 단점이 있다. CRC-CCITT 오류검출부호의 경우, m이 15이므로 ($2^{15}-1=32767$) 개의 최대장계열비트를 32767번 반복하여 중분포를 구할 수 있다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 Trace 개념을 사용하여 $a_i$를 비트 단위가 아닌 여러 비트 단위로 계산하는 기법의 이론적 배경을 다음부터 제시한다..

$GF(2^m)$ 상의 임의의 유한체 원소를 $\beta$라 할 경우, $\beta$의 Trace 값을 다음과 같이 정의된다,.

$$Tr(\beta)=\sum_{j=0}^{m-1} \beta^{2^j}\ Tr(\beta)\in GF(2) \qquad (10)$$

그리고 p(x)의 근을 $\alpha$라 정의할 때 $b_i$를 다음과 같이 정의한다.

$b_i=Tr(\alpha^i),\ 0\le i\le 2^m-1$

임의의 h, $0\le h<m$에 대해 $\alpha^{2^h}$가 p(x)의 근이 되므로, 이 특성을 (8)식에 대입하고 Trace의 선형성을 이용하여 다음과 같은 식이 유도될 수 있다.

$$p(\alpha^{2^h})=\sum_{j=0}^{m} p_j(\alpha^{2^h})^j$$

$$=\sum_{j=0}^{m-1} p_j(\alpha^{2^h})^j+p_m(\alpha^{2^h})^m \qquad (11)$$

(11) 식은 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$(\alpha^{2^h})^m=\sum_{j=0}^{m-1} p_j(\alpha^{2^h})^j$$

윗식의 양변에 $\alpha^i$를 곱한후 Trace를 취하면 다음과 같은 식이 유도된다.

$$Tr(\alpha^{i+m2^h})=Tr(\alpha^i\sum_{j=0}^{m-1} p_j(\alpha^{j2^h}))$$

$$=Tr(\sum_{j=0}^{m-1} p_j(\alpha^{i+j2^h}))$$

$$=\sum_{j=0}^{m-1} p_j\ Tr(\alpha^{i+j2^h}))$$

$b_i=Tr(\alpha^i)$이므로 위의 식은 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$b_{i+m2^h}=\sum_{j=0}^{m-1} p_j b_{i+j2^h},\ 0\le i\le 2^m-2 \qquad (12)$$

h=0인 경우, (12) 식은 다음과 같이 된다.

$$b_{i+m}=\sum_{j=0}^{m-1} g_j b_{i+j},\ 0\leq i\leq 2^m-2$$

위 식에서 i+m를 k로 치환하면,

$$b_k=\sum_{j=0}^{m-1} g_j b_{i+j-m},\ 0\leq i\leq 2^m-2$$

로 되어 (9)식과 같은 형태로 변경될 수 있다. 따라서 (9)식, (12)식으로 부터 특정 정수 u에 대해 (13)식이 성립한다.

$$b_{i+u}=a_i \tag{13}$$

한편 $h\neq 0$인 일반적인 경우를 유도하기 위하여 (12)식에서 $i+m2^h=k$로 치환하면 다음과 같이 변형된다.

$$b_k=\sum_{j=0}^{m-1} g_j b_{k+(j-m)2^h} \tag{14}$$

(14)식은 (9)식에 a를 b로, p를 g로 치환하고, $h=0$인 경우 (9)식과 (14)식은 완전히 일치하므로 $h\neq 0$인 일반적인 경우에 대한 최대장계열을 (9)식 대신(14)식의 형태로 표현하면 (15)식과 같다.

$$a_i=\sum_{j=0}^{m-1} g_j a_{i+(j-m)2^h} \tag{15}$$

따라서 (15)식을 이용하면, 최대장계열은 비트 단위가 아닌 $2^h$ 비트 단위로 구할 수 있다. $2^h$개의 $\bar{a}_i$를 하나의 벡터로 구성하기 위해 벡터 $\bar{a}_i$를 다음과 같이 정의하자.

$$\bar{a}_i=(a_{i2^h}, a_{i2^h+1}, \cdots, a_{i2^h+2^h-1}) \tag{16}$$

(16)식을 (15)식에 대입하여 전개하면 (17)식이 유도된다.

$$\begin{aligned}\bar{a}_i &= \Big(\sum_{j=0}^{m-1} g_j a_{(i+j-m)2^h},\ \sum_{j=0}^{m-1} g_j a_{(i+j-m)2^h+1},\ \cdots,\\ &\quad \sum_{j=0}^{m-1} g_j a_{(i+j-m)2^h+2^h-1}\Big)\\ &= \sum_{j=0}^{m-1} g_j \left(a_{(i+j-m)2^h},\ a_{(i+j-m)2^h+1},\ \cdots,\right.\\ &\quad \left. a_{(i+j-m)2^h+2^h-1}\right)\\ &= \sum_{j=0}^{m-1} g_j \bar{a}_{i+j-m}\end{aligned} \tag{17}$$

여기서 $2^h$는 구체적으로 계산시 처리해야할 비트 수이다. 따라서 효율적으로 계산을 수행하기 위하여 컴퓨터에서의 한 워드 크기에 해당하는 h를 선택하는 것이 계산속도를 빠르게 할 수 있다. (17) 식을 이용하여 (16) 식의 $2^h$비트로 구성된 최대장계열 벡타를 순차적으로 구하기 위하여 (9) 식에 의해 $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_{m2^h-1}$을 먼저 구해야 한다. 위의 계열을 $2^h$비트 단위로 나누어 $\bar{a}_0, \bar{a}_1, \cdots, \bar{a}_{m-1}$의 최대장 벡터를 구성한다. 그러면 나머지 최대장계열 벡터들, $\bar{a}_m, \bar{a}_{m+1}, \bar{a}_{m+2}, \cdots, \bar{a}_{2^m-h-1}$, 은 (17)식을 이용하여 m개의 벡터들 끼리의 벡터 단위 Exclusive OR 연산을 통해 차례대로 구해질 수 있다. 이렇게 구해진 최대장 계열 벡타들로 부터 $C'_{2^m-1}$의 부호어는 구해질 수 있다. 그리고 $C'_n$의 중분포를 구하기 위하여, 위에서 구한 최대장계열을 n 비트 단위로 나눈후, 각각의 벡터가 $C'_n$의 부호어가 되므로 부호장이 n인 $2^m-1$ 개의 부호어는 (18)식과 같이 형성된다.

$$v_i=(a_i, a_{i+1}, a_{i+2}, \cdots, a_{i+n-1}),\ 0\leq i\leq 2^m-2 \tag{18}$$

(18)식으로 부터 $C'_n$의 부호어의 중은 (19)식을 이용하여 구할 수 있다.

$$w(\bar{v}_{i+1})=w(\bar{v}_i)+a_{i+n}-a_i \tag{19}$$

여기서 w는 벡터의 중을 나타내며, $a_{i+n}$에서의 i+n은 modulo $2^m-1$ 연산이 적용된다. (19)식을 이용하여 $C'_n$의 중분포($B_{n,i}$)를 구할 수 있다. 한편, 단축 소거 Hamming 부호의 쌍대부호 $C'_{n,e}$의 중분포 $B_{n,i,e}$와 $B_{n,i}$의 관계는(20)식과 같다.[12]

$$B_{n,i,e}=B_{n,i}+B_{n,n-i} \tag{20}$$

(20)식에서구한중분포를(7)식에대입하면 BSC에서의 채널천이확률, e에 따른 단축 소거 Ham-

ming 부호의 미검출오류확률을 구할 수 있다.

### V-2. 16차 원시 다항식 CRC 오류검출부호의 성능

CRC-CCITT 오류검출부호의 생성 다항식은 16 차의 원시다항식이 아니므로 일단 p(x)로 Hamming 부호, $C_{2^m-1}$를 단축시켜서 원하는 부호장 및 정보장을 갖는 단축 Hamming 부호, $C_n$의 쌍대부호의 중분포를 구한후, 이를 (20)식에 대입하여 단축 소거 Hamming 부호의 쌍대부호의 중분포, $B_{n,1,e}$를 구했다. 그러나 오류검출부호의 생성다항식이 원시다항식일 경우, 단축 소거 Hamming 부호가 아닌 원래의 Hamming 부호, $C_{2^m-1}$ 를 구성할 수 있다. 본 논문에서는 cell의 오류검출부호의 생성다항식을 16차 원시다항식 중 하나를 채택하여 V.1 절과 비슷한 과정을 반복하여 (n,n-m) 단축 Hamming 부호의 쌍대부호의 중분포와 미 검출오류확률을 계산하였다. 16차 원시다항식은 (21)식과 같다.[1][6]

$$g(x)=x^{16}+x^{12}+x^3+x+1 \qquad (21)$$

## VI. 성능 분석 절차 및 분석 결과 검토

CRC-CCITT 부호와 원시다항식 CRC 부호의 쌍대부호의 중분포 및 미검출오류확률을 각각 구하기 위해서 다음과 같은 절차에 의해 성능분석을 수행하였다. 이를 위해 이용된 컴퓨터는 IBM PC / AT 이고, 프로그램 언어는 Basic 언어를 이용하였다. 그리고 프로그램 길이는 400 라인 정도였다.

### VI.1 CRC-CCITT 오류검출부호의 성능 분석 절차

단계 1) (9)식에 의해 $a_0$-$a_{239}$까지 최대장계열을 생성.

단계 2) $a_0$-$a_{239}$를 $2^4$ (=16) 비트 단위로 분할하여 벡터 $\bar{a}_0$-$a_{14}$ 형성

단계 3) (17)식을 이용하여, 벡터 $\bar{a}_{15}$-$\bar{a}_{2047}$ 형성.

단계 4) 최대장계열 $a_0$-$a_{32767}$ 배열.

단계 5) $C'_n$의 부호장이 n이므로 $a_0$-$a_{n-1}$까지의 중을 구한후, 이를 벡터 $\bar{v}_0$의 중으로 선택.

단계 6) (19)식을 이용하여 32767 개의 벡터 $\bar{v}_l$의 해밍중 (Hamming weight) 계산.

단계 7) (20)식을 이용하여 $B_{n,1,e}$를 계산.

단계 8) (7)식을 이용하여 CRC-CCITT의 미검출 오류확률 구함.

### VI.2 원시다항식 CRC 오류검출부호의 성능 분석 절차

단계 1) (9)식에 의해 $a_0$-$a_{255}$까지 최대장계열 생성.

단계 2) $a_0$-$a_{255}$를 $2^4$ (=16) 비트 단위로 분할하여 벡터 $\bar{a}_0$-$\bar{a}_{15}$ 형성.

단계 3) (17)식을 이용하여, 벡터 $\bar{a}_{16}$-$\bar{a}_{4095}$ 형성.

단계 4) 최대장계열 $a_0$-$a_{65535}$ 배열.

단계 5) $C'_n$의 부호장이 n 이므로 $a_0$-$a_{n-1}$까지의 해밍중을 구한후, 이를 벡터 $\bar{v}_0$의 중으로 선택.

단계 6) (19)식을 이용하여 65535 개의 벡터 $\bar{v}_l$의 중 계산.

단계 7) (7)식을 이용하여 원시다항식 CRC 부호의 미검출오류확률 계산.

CCITT에서는 ATM cell의 정보부의 크기를 32-120 바이트로, 헤더부의 크기를 3-8 바이트로 잠정 권고하고 있음을 고려하여, (n,n-m) 단축 소거 Hamming 부호의 부호장 n을 ATM cell의 최대 크기와 최소 크기내에서 변환시켜 가면서 각 길이 n에 대해 두개의 오류검출부호에 대한 중 분포들을 구하고 이를 기초로하여 각 오류검출부호에 대한 미검출오류확률을 계산하였다. VI.1과VI.2절의 과정을 이용하여 얻어진 CRC-CCITT 오류검출부호와 원시다항식 CRC 오류검출부호의 중분포는 〈부록〉의 〈표1〉 〈표2〉와 같으며, 단축 정도에 따른 미검출오류확률 및 $2^{-(n-k)}$ 상한치와의

관계 〈그림 6〉 〈그림 7〉과 같으며, 길이가 126, 94, 62, 32일 경우의 두 오류검출부호의 성능 비교는 각각 〈그림 8〉, 〈그림 9〉, 〈그림 10〉, 〈그림 11〉과 같다. 위의 그림에서 알 수 있듯이, CRC-CCITT 의 미검출오류확률은 부호장이 32-120 바이트 범위내에서 원시다항식 CRC 부호보다 미검출오류확률 측면에서 우수하고, 부호장이 32 바이트 이하일 경우 원시다항식 CRC 부호가 성능이 CRC-CCITT 오류검출부호보다 우수하다. 그리고 〈그림 6〉에서 알 수 있듯이 CRC-CCITT 부호의 미검출오류확률은 부호장이 8바이트 일때 $2^{-(n-k)}$ 상한치를 초과하고 있다. 또한 두 오류검출부호 공히 부호장이 6 바이트 이하일 경우 $2^{-(n-k)}$ 상한치를 초과함을 알 수 있었다.

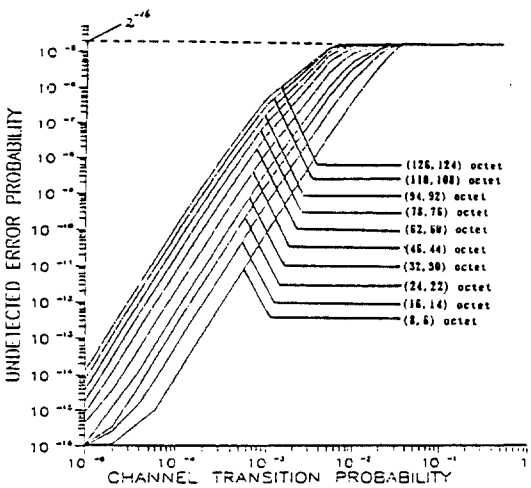



그림 6. CRC-CCITT 오류검출부호의 미검출오류확률
undetected error probability of CRC-CCITT

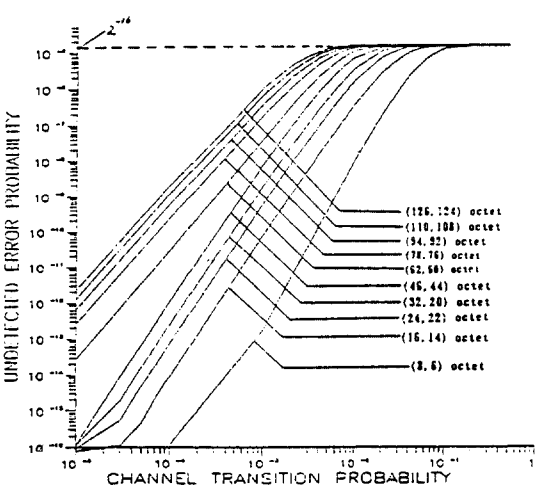



그림 7. 원시다항식 CRC 오류검출부호의 미검출오류확률
undetected error probaility of primitive CRC

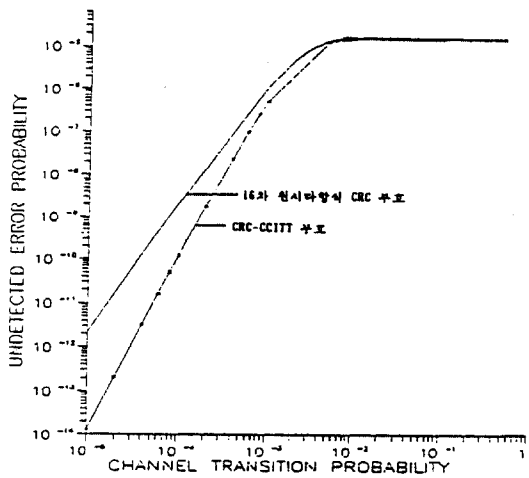



그림 8. 부호장이 126 일때의 두 부호의 성능 비교
comparison of the undetected error probability, n=126

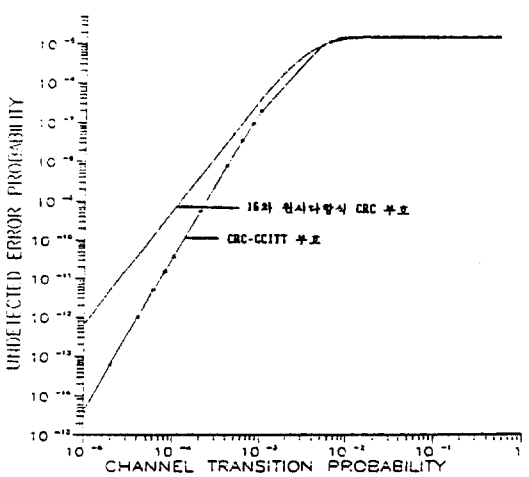



그림 9. 부호장이 94 일때의 두 부호의 성능 비교
comparison of the undetected error probability, n=94

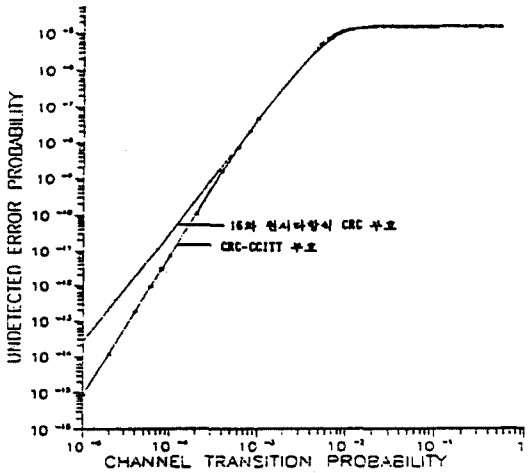



그림 10. 부호장이 62 일때의 두 부호의 성능 비교
comparison of the undetected error probability, n=62

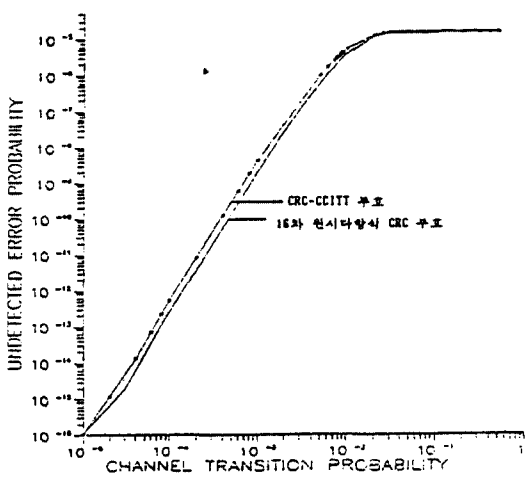



그림 11. 부호장이 32 일때의 두 부호의 성능 비교
comparison of the undetected error probability, n=32

## Ⅶ. 결 론

CCITT에서는 광대역 ISDN의 UNI의 전송방식으로 ATM 전송방식을 권고하였으며, cell에 발생하는 오류제어 기법에 대한 연구가 활발히 논의/토의되고 있다.[4]본 논문에서는 cell에서 발생하는 오류를 검출하기 위하여 CRC-CCITT 부호와 GF(2) 상의 16차의 원시다항식 CRC 오류검출부호를 도입하였다. 그리고 Hamming 부호와 단축 Hamming 오류검출부호의 성능을 분석하기 위하여 미검출오류확률에 대한 일반적 이론을 분석/제시하였고, (n,k) 선형 Hamming 오류검출부호와 단축 소거 Hamming 오류검출부호의 중분포를 구하기 위한 새로운 기법을 제시한후, 이 결과를 이용하여 CCITT-CRC와 원시다항식 CRC 오류검출부호를 ATM cell에 적용하였다고 가정하고 이에 대한 미검출오류확률을 구했다. 특히 cell 크기가 현재 CCITT에서 확실히 권고되지 않았음을 고려하여 단축 정도를 변화하면서 두 CRC 오류검출부호의 성능을 분석/비교하였다.

분석/비교 결과, CRC-CCITT 오류검출부호는 원시다항식 CRC 오류검출부호에 비교하면 단축 정도가 크지않을 경우 미검출오류확률 측면에서 성능이 더 우수하나, 단축정도가 매우 클 경우 원시다항식 CRC 오류검출부호가 성능이 더 우수함을 알 수 있었다. 그리고 두 오류검출부호 공히 단축 정도가 클경우 $2^{-(n-k)}$ 상한을 만족하지 않았다.

## 參 考 文 獻

1. 이만영, 부호 이론, 희중당, 1984.
2. S.K.L.Y. Cheong, E.R. Barnes, and D.U. Friedman, " Some properties of Undetected Error Probability of Linear Code," IEEE Trans. on Inform. Theory, vol.IT-25, pp.110-112, Jan. 1979.
3. W.Stallings, Data and Computer Communications, MacMillan Publishing Co, New York, 1985.
4. CCITT, "Part C of the Seoul Meeting", 25.Jan.-5.Feb. 1988.

5. S.K. L.Y. Cheong and M.E. Hellman, "Concerning a Bound on Undetedcted Error Probability," IEEE Trans. on Inform. Theory, vol.IT-22, pp.235-237, Mar. 1976.
6. F.J. MacWilliams and N.J.A. Sloane, Theory of Error--Correcting Codes, North-Holland, Amsterdam. The Netherlands, 1977.
7. S.Lin and D.J. Costello, Error Control Coding: Fundamentals and Applications, Prentice-Hall, Englwood Cliffs, N.J, 1983.
8. E.R. Berlekamp, Algebraic Coding Theory, McGraw-Hill Book Co., New York, 1968.
9. J.K. Wolf, and A.H. Levesque, "On the Probability of Undetected Error for Linear Block Codes", IEEE Trans. on Commun. Theory, vol.COM-30, pp.317-324, Feb. 1982.
10. S.C. chang and Jack K. Wolf, "A Simple Derivation of the MacWilliams' Identity for Linear Codes," IEEE Trans. on Inform. Theory, vol.IT-26, pp.476-477, July. 1980.
11. T.Fujiwara, T.Kasami and S. Lin, "Error Detecting Capabilities of the Shortened Hamming Code Used for the Ethernet." 일본 전자통신학회 논문지, vol.J69-A, No.6, June. 1986.
12. T. Fujiwara, T.Kasami, A. Kitai, and S. Lin, "On the Undetected Error Probability for Shortened Hamming Codes", IEEE Trans. on Commun., vol.COM-33, No. 6, June. 1985.
13. T.Kasami, T. Klove and S.Lin, "Linear Block Codes for Error Detection" IEEE Trans. on Inform. Theory. vol IT-29, pp.131-136, Jan. 1983.


부록 CRC-CCITT 와 원시다항식 CRC 오류검출부호의 중 분포.

표 1. CRC-CCITT 오류검출부호의 쌍대부호의 중분포
weight distribution of CRC-CCITT's dual code

(126, 124) octet

| i | B i | i | B i |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 586 | 1939 |
| 452 | 2 | 589 | 1903 |
| 453 | 4 | 510 | 1822 |
| 454 | 6 | 511 | 1684 |
| 455 | 17 | 512 | 1458 |
| 456 | 20 | 513 | 1276 |
| 457 | 34 | 514 | 1297 |
| 458 | 65 | 516 | 1188 |
| 459 | 55 | 516 | 1025 |
| 460 | 93 | 517 | 895 |
| 461 | 77 | 518 | 807 |
| 462 | 98 | 519 | 889 |
| 463 | 105 | 520 | 851 |
| 464 | 93 | 521 | 719 |
| 465 | 66 | 522 | 624 |
| 466 | 54 | 523 | 567 |
| 467 | 30 | 524 | 552 |
| 468 | 20 | 525 | 576 |
| 469 | 101 | 526 | 496 |
| 470 | 152 | 527 | 510 |
| 471 | 201 | 528 | 539 |
| 472 | 250 | 529 | 563 |
| 473 | 297 | 530 | 495 |
| 474 | 302 | 531 | 382 |
| 475 | 298 | 532 | 381 |
| 476 | 361 | 533 | 250 |
| 477 | 382 | 534 | 302 |
| 478 | 495 | 535 | 237 |
| 479 | 563 | 536 | 250 |
| 480 | 539 | 537 | 201 |
| 481 | 510 | 538 | 152 |
| 482 | 496 | 539 | 101 |
| 483 | 576 | 540 | 78 |
| 484 | 552 | 541 | 90 |
| 485 | 567 | 542 | 54 |
| 486 | 624 | 543 | 66 |
| 487 | 719 | 544 | 93 |
| 488 | 851 | 545 | 105 |
| 489 | 889 | 546 | 98 |
| 490 | 907 | 547 | 77 |
| 491 | 895 | 548 | 83 |
| 492 | 1025 | 549 | 55 |
| 493 | 1188 | 550 | 65 |
| 494 | 1297 | 551 | 34 |
| 495 | 1276 | 552 | 20 |
| 496 | 1458 | 553 | 17 |
| 497 | 1684 | 554 | 6 |
| 498 | 1822 | 555 | 4 |
| 499 | 1903 | 556 | 2 |
| 500 | 1939 | 1008 | 1 |
| 501 | 1912 | | |
| 502 | 1810 | | |
| 503 | 1675 | | |
| 504 | 2021 | | |
| 505 | 1975 | | |
| 506 | 1818 | | |
| 507 | 1912 | | |

(110, 108) octet

| i | B i | i | B i |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 449 | 1185 |
| 394 | 1 | 450 | 1312 |
| 395 | 2 | 451 | 1166 |
| 396 | 16 | 452 | 1147 |
| 397 | 47 | 453 | 1014 |
| 398 | 90 | 454 | 1018 |
| 399 | 145 | 455 | 975 |
| 400 | 125 | 456 | 922 |
| 401 | 82 | 457 | 802 |
| 402 | 47 | 458 | 799 |
| 403 | 96 | 459 | 696 |
| 404 | 54 | 460 | 554 |
| 405 | 72 | 461 | 528 |
| 406 | 103 | 462 | 507 |
| 407 | 146 | 463 | 483 |
| 408 | 144 | 464 | 519 |
| 409 | 164 | 465 | 458 |
| 410 | 196 | 466 | 464 |
| 411 | 228 | 467 | 446 |
| 412 | 333 | 468 | 333 |
| 413 | 446 | 469 | 325 |
| 414 | 464 | 470 | 196 |
| 415 | 458 | 471 | 164 |
| 416 | 519 | 472 | 144 |
| 417 | 483 | 473 | 146 |
| 418 | 507 | 474 | 103 |
| 419 | 520 | 475 | 72 |
| 420 | 554 | 476 | 54 |
| 421 | 698 | 477 | 56 |
| 422 | 799 | 478 | 47 |
| 423 | 802 | 479 | 82 |
| 424 | 922 | 480 | 125 |
| 425 | 975 | 481 | 145 |
| 426 | 1018 | 482 | 90 |
| 427 | 1014 | 483 | 47 |
| 428 | 1147 | 484 | 16 |
| 429 | 1166 | 485 | 2 |
| 430 | 1312 | 486 | 1 |
| 431 | 1185 | 880 | 1 |
| 432 | 1413 | | |
| 433 | 1655 | | |
| 434 | 1674 | | |
| 435 | 1911 | | |
| 436 | 1830 | | |
| 437 | 1954 | | |
| 438 | 1981 | | |
| 439 | 2097 | | |
| 440 | 2168 | | |
| 441 | 2097 | | |
| 442 | 1921 | | |
| 443 | 1954 | | |
| 444 | 1830 | | |
| 445 | 1911 | | |
| 446 | 1671 | | |
| 447 | 1655 | | |
| 448 | 1413 | | |

(94, 92) octet

| i | B i | i | B i |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 386 | 1459 |
| 331 | 2 | 387 | 1332 |
| 332 | 5 | 388 | 1257 |
| 333 | 6 | 389 | 1237 |
| 334 | 12 | 390 | 1193 |
| 335 | 19 | 391 | 1076 |
| 336 | 47 | 392 | 1006 |
| 337 | 54 | 393 | 951 |
| 338 | 67 | 394 | 859 |
| 339 | 85 | 395 | 825 |
| 340 | 104 | 396 | 679 |
| 341 | 103 | 397 | 651 |
| 342 | 75 | 398 | 548 |
| 343 | 94 | 399 | 435 |
| 344 | 99 | 400 | 402 |
| 345 | 116 | 401 | 322 |
| 346 | 104 | 402 | 235 |
| 347 | 173 | 403 | 164 |
| 348 | 158 | 404 | 168 |
| 349 | 164 | 405 | 173 |
| 350 | 259 | 406 | 104 |
| 351 | 322 | 407 | 116 |
| 352 | 402 | 408 | 99 |
| 353 | 495 | 409 | 94 |
| 354 | 548 | 410 | 75 |
| 355 | 651 | 411 | 103 |
| 356 | 679 | 412 | 104 |
| 357 | 825 | 413 | 85 |
| 358 | 858 | 414 | 67 |
| 359 | 951 | 415 | 54 |
| 360 | 1006 | 416 | 47 |
| 361 | 1096 | 417 | 15 |
| 362 | 1193 | 418 | 12 |
| 363 | 1237 | 419 | 6 |
| 364 | 1257 | 420 | 5 |
| 365 | 1332 | 421 | 3 |
| 366 | 1459 | 752 | 1 |
| 367 | 1421 | | |
| 368 | 1489 | | |
| 369 | 1605 | | |
| 370 | 1636 | | |
| 371 | 1764 | | |
| 372 | 2071 | | |
| 373 | 1922 | | |
| 374 | 1967 | | |
| 375 | 1947 | | |
| 376 | 1856 | | |
| 377 | 1947 | | |
| 378 | 1967 | | |
| 379 | 1922 | | |
| 380 | 2071 | | |
| 381 | 1764 | | |
| 382 | 1636 | | |
| 383 | 1605 | | |
| 384 | 1489 | | |
| 385 | 1421 | | |

(78, 76) octet

| i | B i | i | B i |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 325 | 1179 |
| 270 | 2 | 326 | 1224 |
| 271 | 5 | 327 | 1106 |
| 272 | 6 | 328 | 1098 |
| 273 | 15 | 329 | 1000 |
| 274 | 21 | 330 | 881 |
| 275 | 25 | 331 | 747 |
| 276 | 39 | 332 | 652 |
| 277 | 54 | 333 | 624 |
| 278 | 51 | 334 | 461 |
| 279 | 71 | 335 | 329 |
| 280 | 97 | 336 | 169 |
| 281 | 136 | 337 | 171 |
| 282 | 153 | 338 | 126 |
| 283 | 163 | 339 | 93 |
| 284 | 158 | 340 | 150 |
| 285 | 93 | 341 | 163 |
| 286 | 126 | 342 | 153 |
| 287 | 171 | 343 | 135 |
| 288 | 169 | 344 | 97 |
| 289 | 329 | 345 | 71 |
| 290 | 461 | 346 | 51 |
| 291 | 624 | 347 | 54 |
| 292 | 652 | 348 | 39 |
| 293 | 747 | 349 | 25 |
| 294 | 881 | 350 | 21 |
| 295 | 1000 | 351 | 15 |
| 296 | 1098 | 352 | 6 |
| 297 | 1106 | 353 | 5 |
| 298 | 1224 | 354 | 2 |
| 299 | 1179 | 624 | 1 |
| 300 | 1319 | | |
| 301 | 1481 | | |
| 302 | 1457 | | |
| 303 | 1607 | | |
| 304 | 1643 | | |
| 305 | 1755 | | |
| 306 | 1715 | | |
| 307 | 1867 | | |
| 308 | 1900 | | |
| 309 | 1583 | | |
| 310 | 2037 | | |
| 311 | 2170 | | |
| 312 | 2234 | | |
| 313 | 2170 | | |
| 314 | 2037 | | |
| 315 | 1583 | | |
| 316 | 1900 | | |
| 317 | 1867 | | |
| 318 | 1715 | | |
| 319 | 1759 | | |
| 320 | 1643 | | |
| 321 | 1607 | | |
| 322 | 1457 | | |
| 323 | 1481 | | |
| 324 | 1319 | | |

(62, 60) octet

| i | B i | i | B i |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 260 | 353 |
| 213 | 5 | 269 | 256 |
| 214 | 3 | 270 | 202 |
| 215 | 20 | 271 | 176 |
| 216 | 28 | 272 | 188 |
| 217 | 64 | 273 | 178 |
| 218 | 77 | 274 | 188 |
| 219 | 98 | 275 | 147 |
| 220 | 134 | 276 | 134 |
| 221 | 143 | 277 | 98 |
| 222 | 180 | 278 | 77 |
| 223 | 178 | 279 | 64 |
| 224 | 188 | 280 | 28 |
| 225 | 176 | 281 | 20 |
| 226 | 222 | 282 | 5 |
| 227 | 256 | 283 | 5 |
| 228 | 353 | 486 | 1 |
| 229 | 446 | | |
| 230 | 655 | | |
| 231 | 763 | | |
| 232 | 988 | | |
| 233 | 1223 | | |
| 234 | 1325 | | |
| 235 | 1525 | | |
| 236 | 1432 | | |
| 237 | 1562 | | |
| 238 | 1664 | | |
| 239 | 1888 | | |
| 240 | 1999 | | |
| 241 | 2118 | | |
| 242 | 2042 | | |
| 243 | 1983 | | |
| 244 | 2064 | | |
| 245 | 1972 | | |
| 246 | 2044 | | |
| 247 | 2028 | | |
| 248 | 2024 | | |
| 249 | 2068 | | |
| 250 | 2044 | | |
| 251 | 1972 | | |
| 252 | 2064 | | |
| 253 | 1983 | | |
| 254 | 2042 | | |
| 255 | 2118 | | |
| 256 | 1999 | | |
| 257 | 1888 | | |
| 258 | 1664 | | |
| 259 | 1562 | | |
| 260 | 1432 | | |
| 261 | 1525 | | |
| 262 | 1325 | | |
| 263 | 1223 | | |
| 264 | 988 | | |
| 265 | 763 | | |
| 266 | 655 | | |
| 267 | 446 | | |

(46, 44) octet

| i | B i | i | B i |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 208 | 110 |
| 153 | 3 | 209 | 75 |
| 154 | 13 | 210 | 55 |
| 155 | 27 | 211 | 66 |
| 156 | 52 | 212 | 52 |
| 157 | 66 | 213 | 27 |
| 158 | 55 | 214 | 13 |
| 159 | 75 | 215 | 3 |
| 160 | 110 | 368 | 1 |
| 161 | 99 | | |
| 162 | 155 | | |
| 163 | 216 | | |
| 164 | 268 | | |
| 165 | 329 | | |
| 166 | 381 | | |
| 167 | 438 | | |
| 168 | 649 | | |
| 169 | 875 | | |
| 170 | 949 | | |
| 171 | 1338 | | |
| 172 | 1430 | | |
| 173 | 1660 | | |
| 174 | 1964 | | |
| 175 | 1896 | | |
| 176 | 2089 | | |
| 177 | 2214 | | |
| 178 | 2296 | | |
| 179 | 2348 | | |
| 180 | 2234 | | |
| 181 | 2384 | | |
| 182 | 2507 | | |
| 183 | 2364 | | |
| 184 | 2238 | | |
| 185 | 2364 | | |
| 186 | 2507 | | |
| 187 | 2384 | | |
| 188 | 2234 | | |
| 189 | 2348 | | |
| 190 | 2296 | | |
| 191 | 2214 | | |
| 192 | 2089 | | |
| 193 | 1896 | | |
| 194 | 1964 | | |
| 195 | 1660 | | |
| 196 | 1430 | | |
| 197 | 1338 | | |
| 198 | 949 | | |
| 199 | 875 | | |
| 200 | 649 | | |
| 201 | 438 | | |
| 202 | 381 | | |
| 203 | 329 | | |
| 204 | 268 | | |
| 205 | 216 | | |
| 206 | 155 | | |
| 207 | 99 | | |

(32, 30) octet

| i | B i | i | B i |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 154 | 10 |
| 99 | 12 | 155 | 18 |
| 100 | 18 | 156 | 16 |
| 101 | 18 | 157 | 12 |
| 102 | 40 | 256 | 1 |
| 103 | 48 | | |
| 104 | 58 | | |
| 105 | 48 | | |
| 106 | 85 | | |
| 107 | 102 | | |
| 108 | 92 | | |
| 109 | 159 | | |
| 110 | 217 | | |
| 111 | 245 | | |
| 112 | 352 | | |
| 113 | 482 | | |
| 114 | 663 | | |
| 115 | 867 | | |
| 116 | 1020 | | |
| 117 | 1340 | | |
| 118 | 1595 | | |
| 119 | 1960 | | |
| 120 | 2345 | | |
| 121 | 2560 | | |
| 122 | 2710 | | |
| 123 | 2780 | | |
| 124 | 2634 | | |
| 125 | 2708 | | |
| 126 | 2930 | | |
| 127 | 3143 | | |
| 128 | 3253 | | |
| 129 | 3143 | | |
| 130 | 2930 | | |
| 131 | 2705 | | |
| 132 | 2634 | | |
| 133 | 2705 | | |
| 134 | 2710 | | |
| 135 | 2560 | | |
| 136 | 2345 | | |
| 137 | 1960 | | |
| 138 | 1595 | | |
| 139 | 1340 | | |
| 140 | 1020 | | |
| 141 | 867 | | |
| 142 | 663 | | |
| 143 | 482 | | |
| 144 | 352 | | |
| 145 | 245 | | |
| 146 | 217 | | |
| 147 | 135 | | |
| 148 | 92 | | |
| 149 | 102 | | |
| 150 | 85 | | |
| 151 | 48 | | |
| 152 | 58 | | |
| 153 | 48 | | |

표 2. 원시다항식 CRC 오류검출부호의 쌍대부호의 중분포
weight distribution of primitive CRC's dual code

(126,126) octet

| i | $B_{n,i}$ | i | $B_{n,i}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 512 | 1613 |
| 458 | 5 | 513 | 1546 |
| 459 | 10 | 514 | 1271 |
| 460 | 12 | 515 | 1177 |
| 461 | 26 | 516 | 1105 |
| 462 | 28 | 517 | 1180 |
| 463 | 8 | 518 | 1176 |
| 464 | 13 | 519 | 1088 |
| 465 | 37 | 520 | 1011 |
| 466 | 71 | 521 | 893 |
| 467 | 99 | 522 | 821 |
| 468 | 115 | 523 | 783 |
| 469 | 154 | 524 | 695 |
| 470 | 156 | 525 | 665 |
| 471 | 144 | 526 | 532 |
| 472 | 213 | 527 | 505 |
| 473 | 322 | 528 | 408 |
| 474 | 409 | 529 | 403 |
| 475 | 414 | 530 | 418 |
| 476 | 540 | 531 | 394 |
| 477 | 602 | 532 | 381 |
| 478 | 738 | 533 | 307 |
| 479 | 662 | 534 | 291 |
| 480 | 673 | 535 | 253 |
| 481 | 682 | 536 | 181 |
| 482 | 660 | 537 | 123 |
| 483 | 664 | 538 | 181 |
| 484 | 585 | 539 | 113 |
| 485 | 758 | 540 | 122 |
| 486 | 802 | 541 | 71 |
| 487 | 839 | 542 | 49 |
| 488 | 764 | 543 | 68 |
| 489 | 786 | 544 | 83 |
| 490 | 741 | 545 | 57 |
| 491 | 871 | 546 | 57 |
| 492 | 916 | 547 | 63 |
| 493 | 922 | 548 | 42 |
| 494 | 1088 | 549 | 48 |
| 495 | 1251 | 550 | 62 |
| 496 | 1496 | 551 | 27 |
| 497 | 1574 | 552 | 21 |
| 498 | 1758 | 553 | 19 |
| 499 | 1949 | 554 | 10 |
| 500 | 1936 | 555 | 6 |
| 501 | 1967 | 556 | 10 |
| 502 | 1945 | 557 | 14 |
| 503 | 1893 | 558 | 11 |
| 504 | 1830 | 559 | 8 |
| 505 | 1691 | 560 | 6 |
| 506 | 1547 | 561 | 7 |
| 507 | 1424 | 562 | 2 |
| 508 | 1475 | 1008 | 1 |
| 509 | 1546 | | |
| 510 | 1504 | | |
| 511 | 1528 | | |

(110,1068) octet

| i | $B_{n,i}$ | i | $B_{n,i}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 456 | 944 |
| 402 | 8 | 457 | 866 |
| 403 | 24 | 458 | 871 |
| 404 | 51 | 459 | 817 |
| 405 | 84 | 460 | 660 |
| 406 | 129 | 461 | 517 |
| 407 | 181 | 462 | 488 |
| 408 | 288 | 463 | 422 |
| 409 | 298 | 464 | 352 |
| 410 | 262 | 465 | 288 |
| 411 | 345 | 466 | 254 |
| 412 | 361 | 467 | 231 |
| 413 | 396 | 468 | 213 |
| 414 | 446 | 469 | 208 |
| 415 | 628 | 470 | 201 |
| 416 | 704 | 471 | 254 |
| 417 | 750 | 472 | 192 |
| 418 | 848 | 473 | 155 |
| 419 | 817 | 474 | 128 |
| 420 | 955 | 475 | 81 |
| 421 | 818 | 476 | 78 |
| 422 | 852 | 477 | 94 |
| 423 | 918 | 478 | 58 |
| 424 | 786 | 479 | 37 |
| 425 | 981 | 480 | 29 |
| 426 | 865 | 481 | 35 |
| 427 | 923 | 482 | 28 |
| 428 | 923 | 483 | 45 |
| 429 | 984 | 484 | 67 |
| 430 | 1098 | 485 | 62 |
| 431 | 1230 | 486 | 31 |
| 432 | 1458 | 487 | 26 |
| 433 | 1643 | 488 | 30 |
| 434 | 1727 | 489 | 23 |
| 435 | 1797 | 490 | 21 |
| 436 | 1882 | 491 | 12 |
| 437 | 1888 | 492 | 11 |
| 438 | 1967 | 493 | 3 |
| 439 | 1938 | 880 | 1 |
| 440 | 1863 | | |
| 441 | 1907 | | |
| 442 | 1781 | | |
| 443 | 1680 | | |
| 444 | 1597 | | |
| 445 | 1602 | | |
| 446 | 1574 | | |
| 447 | 1745 | | |
| 448 | 1792 | | |
| 449 | 1686 | | |
| 450 | 1553 | | |
| 451 | 1508 | | |
| 452 | 1372 | | |
| 453 | 1142 | | |
| 454 | 972 | | |
| 455 | 871 | | |

(95,72) octet

| i | $B_{n,i}$ | i | $B_{n,i}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 393 | 948 |
| 337 | 1 | 392 | 756 |
| 338 | 2 | 393 | 731 |
| 339 | 10 | 394 | 636 |
| 340 | 21 | 395 | 707 |
| 341 | 44 | 396 | 672 |
| 342 | 47 | 397 | 444 |
| 343 | 65 | 398 | 389 |
| 344 | 106 | 399 | 358 |
| 345 | 93 | 400 | 389 |
| 346 | 178 | 401 | 343 |
| 347 | 267 | 402 | 313 |
| 348 | 334 | 403 | 280 |
| 349 | 314 | 404 | 271 |
| 350 | 344 | 405 | 259 |
| 351 | 396 | 406 | 159 |
| 352 | 458 | 407 | 129 |
| 353 | 510 | 408 | 126 |
| 354 | 577 | 409 | 148 |
| 355 | 670 | 410 | 168 |
| 356 | 782 | 411 | 122 |
| 357 | 866 | 412 | 88 |
| 358 | 908 | 413 | 78 |
| 359 | 1038 | 414 | 56 |
| 360 | 1056 | 415 | 41 |
| 361 | 1172 | 416 | 71 |
| 362 | 1129 | 417 | 52 |
| 363 | 1141 | 418 | 44 |
| 364 | 1038 | 419 | 24 |
| 365 | 1138 | 420 | 5 |
| 366 | 1260 | 421 | 8 |
| 367 | 1268 | 422 | 5 |
| 368 | 1255 | 423 | 2 |
| 369 | 1450 | 752 | 1 |
| 370 | 1755 | | |
| 371 | 2004 | | |
| 372 | 1845 | | |
| 373 | 1847 | | |
| 374 | 1978 | | |
| 375 | 2080 | | |
| 376 | 2005 | | |
| 377 | 1940 | | |
| 378 | 1948 | | |
| 379 | 1981 | | |
| 380 | 1886 | | |
| 381 | 1916 | | |
| 382 | 1879 | | |
| 383 | 1747 | | |
| 384 | 1664 | | |
| 385 | 1624 | | |
| 386 | 1547 | | |
| 387 | 1322 | | |
| 388 | 1350 | | |
| 389 | 1233 | | |
| 390 | 1065 | | |

(78,76) octet

| i | $B_{n,i}$ | i | $B_{n,i}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 338 | 738 |
| 276 | 5 | 331 | 603 |
| 277 | 11 | 332 | 656 |
| 278 | 36 | 333 | 578 |
| 279 | 50 | 334 | 549 |
| 280 | 62 | 335 | 501 |
| 281 | 94 | 336 | 464 |
| 282 | 129 | 337 | 364 |
| 283 | 117 | 338 | 251 |
| 284 | 141 | 339 | 264 |
| 285 | 155 | 340 | 288 |
| 286 | 185 | 341 | 240 |
| 287 | 267 | 342 | 147 |
| 288 | 336 | 343 | 87 |
| 289 | 457 | 344 | 90 |
| 290 | 474 | 345 | 122 |
| 291 | 564 | 346 | 116 |
| 292 | 578 | 347 | 76 |
| 293 | 636 | 348 | 50 |
| 294 | 784 | 349 | 35 |
| 295 | 874 | 350 | 24 |
| 296 | 1002 | 351 | 17 |
| 297 | 1164 | 352 | 18 |
| 298 | 1210 | 353 | 9 |
| 299 | 1215 | 354 | 1 |
| 300 | 1280 | 624 | 1 |
| 301 | 1498 | | |
| 302 | 1518 | | |
| 303 | 1575 | | |
| 304 | 1614 | | |
| 305 | 1662 | | |
| 306 | 1873 | | |
| 307 | 2010 | | |
| 308 | 2111 | | |
| 309 | 2177 | | |
| 310 | 2265 | | |
| 311 | 2231 | | |
| 312 | 2152 | | |
| 313 | 2145 | | |
| 314 | 2009 | | |
| 315 | 1795 | | |
| 316 | 1847 | | |
| 317 | 1908 | | |
| 318 | 1940 | | |
| 319 | 1874 | | |
| 320 | 1705 | | |
| 321 | 1644 | | |
| 322 | 1337 | | |
| 323 | 1166 | | |
| 324 | 1164 | | |
| 325 | 1274 | | |
| 326 | 1250 | | |
| 327 | 1048 | | |
| 328 | 933 | | |
| 329 | 871 | | |

(42,50) octet

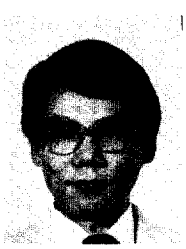
| i | $B_{n,i}$ | i | $B_{n,i}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 264 | 629 |
| 216 | 2 | 265 | 660 |
| 217 | 3 | 266 | 572 |
| 218 | 10 | 267 | 519 |
| 219 | 11 | 268 | 410 |
| 220 | 23 | 269 | 332 |
| 221 | 39 | 270 | 303 |
| 222 | 35 | 271 | 343 |
| 223 | 28 | 272 | 235 |
| 224 | 35 | 273 | 198 |
| 225 | 45 | 274 | 193 |
| 226 | 56 | 275 | 174 |
| 227 | 51 | 276 | 167 |
| 228 | 87 | 277 | 123 |
| 229 | 123 | 278 | 98 |
| 230 | 181 | 279 | 51 |
| 231 | 223 | 280 | 47 |
| 232 | 340 | 281 | 32 |
| 233 | 381 | 282 | 22 |
| 234 | 449 | 283 | 11 |
| 235 | 545 | 284 | 15 |
| 236 | 578 | 285 | 28 |
| 237 | 659 | 286 | 6 |
| 238 | 673 | 456 | 1 |
| 239 | 1032 | | |
| 240 | 1290 | | |
| 241 | 1441 | | |
| 242 | 1530 | | |
| 243 | 1531 | | |
| 244 | 1630 | | |
| 245 | 1720 | | |
| 246 | 1888 | | |
| 247 | 2208 | | |
| 248 | 2137 | | |
| 249 | 2146 | | |
| 250 | 2142 | | |
| 251 | 2234 | | |
| 252 | 2226 | | |
| 253 | 2340 | | |
| 254 | 2218 | | |
| 255 | 2310 | | |
| 256 | 2221 | | |
| 257 | 2322 | | |
| 258 | 2375 | | |
| 259 | 2264 | | |
| 260 | 1934 | | |
| 261 | 1788 | | |
| 262 | 1595 | | |
| 263 | 1415 | | |
| 264 | 1264 | | |
| 265 | 1214 | | |
| 266 | 1210 | | |
| 267 | 1235 | | |
| 268 | 1337 | | |
| 269 | 1185 | | |

(46,44) octet

| i | $B_{n,i}$ | i | $B_{n,i}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 304 | 357 |
| 150 | 9 | 305 | 280 |
| 151 | 12 | 306 | 247 |
| 152 | 27 | 307 | 146 |
| 153 | 12 | 308 | 86 |
| 154 | 15 | 309 | 81 |
| 155 | 10 | 310 | 72 |
| 156 | 11 | 311 | 51 |
| 157 | 11 | 312 | 35 |
| 158 | 18 | 313 | 22 |
| 159 | 31 | 314 | 16 |
| 160 | 60 | 315 | 17 |
| 161 | 90 | 316 | 16 |
| 162 | 186 | 317 | 5 |
| 163 | 234 | 318 | 4 |
| 164 | 291 | 319 | 10 |
| 165 | 401 | 320 | 8 |
| 166 | 439 | 321 | 3 |
| 167 | 535 | 368 | 1 |
| 168 | 562 | | |
| 169 | 568 | | |
| 170 | 1069 | | |
| 171 | 1107 | | |
| 172 | 1278 | | |
| 173 | 1561 | | |
| 174 | 1473 | | |
| 175 | 1642 | | |
| 176 | 1884 | | |
| 177 | 2010 | | |
| 178 | 2204 | | |
| 179 | 2588 | | |
| 180 | 2824 | | |
| 181 | 3088 | | |
| 182 | 3058 | | |
| 183 | 2791 | | |
| 184 | 2641 | | |
| 185 | 2525 | | |
| 186 | 2477 | | |
| 187 | 2311 | | |
| 188 | 2344 | | |
| 189 | 2169 | | |
| 190 | 2071 | | |
| 191 | 2003 | | |
| 192 | 1895 | | |
| 193 | 1687 | | |
| 194 | 1460 | | |
| 195 | 1261 | | |
| 196 | 1180 | | |
| 197 | 1191 | | |
| 198 | 939 | | |
| 199 | 782 | | |
| 200 | 640 | | |
| 201 | 474 | | |
| 202 | 375 | | |
| 203 | 304 | | |

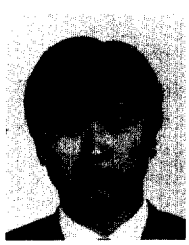
(32,30) octet

| i | $B_{n,i}$ | i | $B_{n,i}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 155 | 10 |
| 101 | 1 | 156 | 6 |
| 102 | 5 | 157 | 1 |
| 103 | 14 | 256 | 1 |
| 104 | 29 | | |
| 105 | 37 | | |
| 106 | 65 | | |
| 107 | 88 | | |
| 108 | 131 | | |
| 109 | 214 | | |
| 110 | 338 | | |
| 111 | 452 | | |
| 112 | 536 | | |
| 113 | 591 | | |
| 114 | 611 | | |
| 115 | 778 | | |
| 116 | 976 | | |
| 117 | 1135 | | |
| 118 | 1413 | | |
| 119 | 1648 | | |
| 120 | 1925 | | |
| 121 | 2297 | | |
| 122 | 2687 | | |
| 123 | 2864 | | |
| 124 | 3055 | | |
| 125 | 3314 | | |
| 126 | 3331 | | |
| 127 | 3229 | | |
| 128 | 3064 | | |
| 129 | 3131 | | |
| 130 | 3206 | | |
| 131 | 3035 | | |
| 132 | 2857 | | |
| 133 | 2482 | | |
| 134 | 2258 | | |
| 135 | 2235 | | |
| 136 | 1985 | | |
| 137 | 1873 | | |
| 138 | 1682 | | |
| 139 | 1270 | | |
| 140 | 1068 | | |
| 141 | 893 | | |
| 142 | 757 | | |
| 143 | 645 | | |
| 144 | 515 | | |
| 145 | 414 | | |
| 146 | 263 | | |
| 147 | 227 | | |
| 148 | 145 | | |
| 149 | 86 | | |
| 150 | 62 | | |
| 151 | 52 | | |
| 152 | 58 | | |
| 153 | 37 | | |
| 154 | 26 | | |

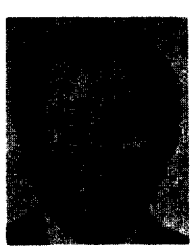



廉 興 烈(Heung Youl YOUM) 正會員
1959年 2 月10日生
1981年：漢陽大學校 電子工學科 卒業
1983年：漢陽大學校 大學院 電子工學科 工學碩士
1983年～現在：漢陽大學校 大學院 電子工學科 博士課程中
1982年12月～現在：韓國電子通信研究所 전송시스템研究室 先任研究員

權 周 漢(Joo Han KWON) 正會員
1964年10月 1 日生
1987年 2 月：漢陽大學校 電子通信科 卒業
1989年 2 月：漢陽大學校 大學院 電子通信科 卒業, 에러정정부호 專攻
現在：三星電子綜合研究所 研究 2 担當 勤務



梁 承 杜(Seung Doo YANG) 準會員
1965年 1 月13日生
1983年 3 月～1987年 2 月：漢陽大學校工科大學 電子通信工學科(學士)
1987年 3 月～1989年 2 月：漢陽大學校大學院 電子通信工學科(碩士)
1989年～現在：三星電子(株) 미니컴퓨터 開發室 研究員



李 晩 榮(Man Young RHEE) 正會員
1924年11月30日生
서울大學校電氣工學科 卒業
美國Colorado 大學院卒業(工學博士 1958年)
美國Boeing 會社研究員
美國Virginia 工大教授
美國California 工大 JPL NASA研究員
國防科學研究所副所長
韓國電子通信(株)代表理事社長
漢陽大學校工科大學電子通信工學科 敎授