

“이책은 1988년도 문교부 학술연구조성비 지원에 의하여 출판되었음”

雙曲線航法시스템을 利用한 直角航法에 의한 測位精度 向上에 관한 研究

金禹塾* · 金東一** · 鄭世謨**

A Study on the Position Accuracy Improvement Applying the Rectangular
Navigation in the Hyperbolic Navigation System Area.

Woo-Sook Kim · Dong-IL Kim · Se-Mo Chung

目 次

- | | |
|------------------------|----------------------------------|
| 1. 서론 | 2.4 직각항법의 GDOP |
| 2. 이론적 고찰 | 2.5 직각항법의 GDOP 계산예 |
| 2.1 쌍곡면 항법의 결합 또는 특성 | 3. Simulation에 의한 측위오차
특성의 평가 |
| 2.2 직각항법의 측위 Algorithm | 4. 결 론 |
| 2.3 오차의 추정 | |

Abstract

Nowadays Hyperbolic Navigation System—LORAN, DECCA, OMEGA—is available on the ocean, and Spherical Navigation System, GPS(Global Positioning System)is operated partially.

Hyperbolic Navigation System has the blind area near the base line extention because divergence rate of hyperbola is infinite theoretically.

The Position accuracy is differ from the cross angle of LOP although each LOP has the

* 正會員, 木浦海洋專門大學

** 正會員, 韓國海洋大學

same error of quantity. GDOP(Geometric Dilution of Precision) is used to estimate the position accuracy according to the cross angle of LOP and LOP error.

Hyperbola and ellipse are crossed at right angle everywhere. Hyperbola and ellipse are used to LOP in Rectangular Navigation System.

The equation calculating the GDOP of Rectangular Navigation System is induced and GDOP diagram is completed in this paper. A scheme that can improve the position accuracy in the blind area of Hyperbolic Navigation System using the Rectangular Navigation System is proposed through the computer simulation.

1. 序 論

인류가 바다를 항해하기 시작한 이래 선박의 위치를 정확하게 구하고자 하는 노력이 끊임없이 계속되어 왔다. 연안항해를 하면서는 육상의 뚜렷한 물표를 이용하고, 원양을 항해하면서는 천체를 이용했으며 오늘날에는 전파가 항해에 이용되고 인공위성도 동원되었다. 대양에서 전파를 이용한 측위 시스템은 LORAN, DECCA, OMEGA, NNSS 등 쌍곡선항법과 GPS 등의 구면항법이 주종을 이루고 있다.

우리나라 근해에서 이용되고 있는 전파항법 시스템으로는 포항에 주국을 둔 5970 LORAN-C국이 주한미군에 의해 운영되어 오다가 1988년부터 점차 우리나라 항만청으로 이관되고 있다. 이 5970 LORAN-C국이 우리나라 근해를 거의 카바하고 있으나, 서해안 특히 목포해역이 기선의 연장선 부근에 해당되기 때문에 쌍곡선항법 특유의 오차로 인하여 이용이 곤란한 실정이다.

본 논문은 이러한 문제를 해결하기 위한 방법의 하나로 착안된 것이며, 구면항법과 쌍곡선항

법의 알고리즘을 조합한 고정도 위치 결정법¹⁾의 보완적인 위치정도 향상에 관한 것이다.

즉 문헌1)에서는 GDOP를 규범으로 하여, 쌍곡선항법을 이용하여 정도가 떨어지는 지역에서 구면항법을 이용하는 방법을 제안하였으며, 본 논문에서는 쌍곡선항법 시스템을 타원 위치선과 쌍곡선 위치선을 조합하는 직각항법²⁾에 의한 위치 정도의 향상을 꾀하였다. 연구방법으로는 직각항법을 이론적으로 검토하고 직각항법에 있어서의 GDOP계산식을 유도한 후 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 직각항법으로 정도 높은 위치를 구할 수 있음을 입증하였다.

그 결과 쌍곡선과 타원은 어느 지점에서나 직교하는 점을 이용하여 GDOP에 의한 오차를 줄일 수 있었다. 또한, 최근 전자공학의 발달에 힘입어 신뢰성이 높은 고정도 발전기가 비교적 값싸게 만들어 지고 있기 때문에 수신기만 개량한다면 기존의 LORAN국을 이용하여 직각항법으로 정도 높은 위치를 결정할 수 있을 것으로 기대된다.

2. 이론적 고찰

2.1 쌍곡면 항법의 결함 또는 특성

쌍곡면항법은 다음과 같은 결함 또는 특성을 가지고 있다.

첫째, 위치 결정을 위해서는 두 개 이상의 위치선이 필요하므로 3국 이상의 신호가 수신되어야 한다.

둘째, 위치의 정도는 각각의 위치선의 정도와 그 교각에 의해 정해지며, 각 위치선의 정도가 같을 때 위치선의 교각이 90° 에 가까울수록 정도가 높아진다.

셋째, 쌍곡면항법의 위치선의 정도는 측정 지점에서의 양국을 바라보는 협각 ϕ 가 작을수록 저하하고 기선 연장선에서 최약으로 된다. 즉, 그림1과 같이 협각 ϕ 를 나타냈을 경우 위치선의 편위량은 $\text{cosec}(\phi/2)$ 에 비례한다.

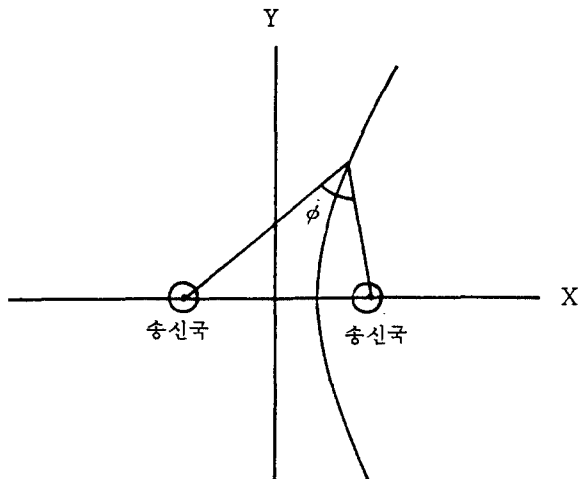


Fig.1 Divergence of Hyperbola

2.2 직각항법의 측위 Algorithm

그림2에 보인 바와 같이 모든 측정 위치에서 양국간의 거리의 합 또는 전파가 송신국에서 수신점까지 전파(傳播)하는데 걸리는 시간의 합에 의한 타원위치선과 그 차에 의한 쌍곡선 위치선

의 교각은 항상 직각을 이루므로 이들 두 위치선의 교점으로 위치를 결정하는 항법방식을 직각항법(Rectangular Navigation System)²⁾이라 한다.

따라서 직각항법에 의한 위치 결정 방정식은 식(1)과 같다.

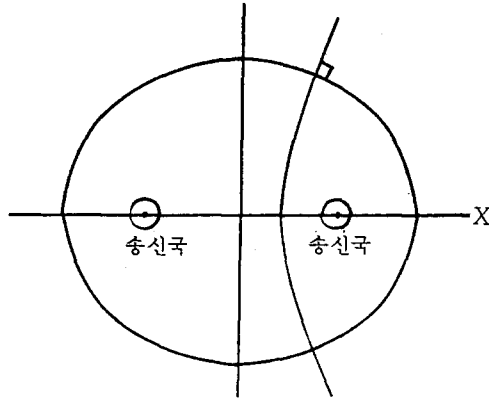


Fig. 2 Hyprbola and ellipse

$$t_1^* - t_2 = 1/c(\delta_1^* - \delta_2^*) + 1/c(i_1 - i_2) R_R + (\epsilon_1 - \epsilon_2)$$

$$t_1^* + t_2^* = 1/c(\delta_1^* + \delta_2^*) + 1/c(i_1 + i_2) R_R + (\epsilon_1 + \epsilon_2)$$

$$t_{N-1}^* - t_N^* = 1/c(\delta_{N-1}^* - \delta_N^*) + 1/c(i_{N-1} - i_N) R_R + (\epsilon_{N-1} - \epsilon_N)$$

$$t_{N-1}^* + t_N^* = 1/c(\delta_{N-1}^* + \delta_N^*) + 1/c(i_{N-1} + i_N) R_R + (\epsilon_{N-1} + \epsilon_N) \quad \dots(1)$$

단, t_j^* : j번째 Beacon의 신호가 Beacon으로 부터 수신점까지의 도래시간

δ_j^* : j번째 Beacon의 위치로 부터 참조점까지의 거리

i_j : 수신점으로 부터 j번째 Beacon을 향하는 1·3 단위 벡터

R : 참조점에 대한 실제 수신점을 향하는 3·1 벡터

ϵ_j : 전파 매체의 교란에 의한 오차 및 수신기 잡음과 Beacon위치의 오차를 나타내는 오차항

C : 전파속도

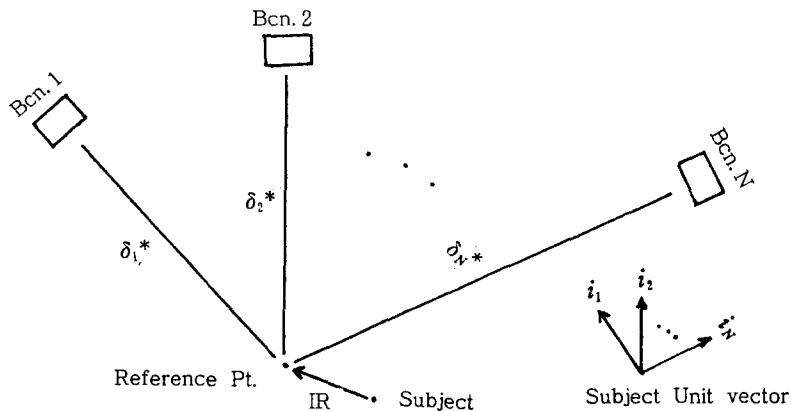


Fig. 3 Beacon reference Point and subject

dQ_R/dR_R 을 0으로 놓고 정리하면 다음과 같다.

$$0 = F' B' P_R^{-1} [B T^* - 1/c B \delta^* - 1/c B F R] \dots (9)$$

식(9)의 R_R 에 관한 해는 R_R 의 추정치 \hat{R}_R 을 나타낸다. 즉,

$$\hat{R}_R = [F' B' R_R^{-1} B F]^{-1} F' B' P_R^{-1} [c B T^* - B \delta^*] \quad (10)$$

식(3)의 R_R 과 식(10)의 R_R 의 차이를 구하면 식(11)과 같다.

$$\hat{R}_R - R_R = c [F' B' P_R^{-1} B F]^{-1} F' B' P_R^{-1} B \epsilon \dots (11)$$

오차 $\hat{R}_R - R_R$ 의 공분산행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_{RR} &= E[(\hat{R}_R - R_R)(\hat{R}_R - R_R)'] \\ &= c^2 [F' B' P_R^{-1} B F]^{-1} \\ &= c^2 [F' B' (B P_\epsilon B')^{-1} B F]^{-1} \dots (12) \end{aligned}$$

2.4 직각항법의 GDOP

정도를 평가하기 위하여 공분산행렬 식(12)를 다음과 같이 다시 쓰는 것이 편리하다.

$$P_{RR} = (\sigma^* c)^2 \Gamma_R = (\sigma^* c)^2 \begin{bmatrix} \Gamma_{xx} & \Gamma_{xy} & \Gamma_{xz} \\ \Gamma_{yx} & \Gamma_{yy} & \Gamma_{yz} \\ \Gamma_{zx} & \Gamma_{zy} & \Gamma_{zz} \end{bmatrix} \dots (13)$$

단, $(\sigma^*)^2$ 은 자승평균거리오차를 나타낸다.

$$\text{즉, } (\sigma^* c)^2 = 1/N \sum_{j=1}^N (\sigma_j c)^2$$

식(11)을 이용하여 Γ_R 행렬은 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \Gamma_R &= 1/(\sigma^* c)^2 [F' B' (B P_\epsilon B')^{-1} B F]^{-1} \\ &= [F' B' P_0^{-1} B F]^{-1} \dots (14) \end{aligned}$$

단, $P_0 = B P_m B'$

$$P_m = \begin{bmatrix} (\sigma_1/\sigma^*)^2 & & & \\ & (\sigma_2/\sigma^*)^2 & & \\ & & \dots & \\ & & & (\sigma_N/\sigma^*)^2 \end{bmatrix}$$

모든 관습적인 정도 측정은 Γ_R 의 요소항들로 쉽게 표현할 수 있다. 즉, 평균자승거리 오차에

대한 X, Y, Z방향으로의 평균자승오차의 비율은 다음과 같다.

$$\sigma_x^2 / (\sigma^* c)^2 = \Gamma_{xx} \dots (16)$$

$$\sigma_y^2 / (\sigma^* c)^2 = \Gamma_{yy} \dots (17)$$

$$\sigma_z^2 / (\sigma^* c)^2 = \Gamma_{zz} \dots (18)$$

똑같이 평균자승오차에 대한 전체자승평균오차 $(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)$ 의 비율 즉 GDOP는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) / (\sigma^* c)^2 &= \\ \Gamma_{xx} + \Gamma_{yy} + \Gamma_{zz} \dots (19) \end{aligned}$$

결국 GDOP 또는 RMS 거리오차에 대한 RMS 위치오차의 비율은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{GDOP} &= (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2)^{1/2} / (\sigma^* c) \\ &= (\Gamma_{xx} + \Gamma_{yy} + \Gamma_{zz})^{1/2} \\ &= (\text{tr}([F' B' P_0^{-1} B F]^{-1}))^{1/2} \quad (21) \end{aligned}$$

식(16)에서 식(20)까지의 Γ_{ij} 함수는 기본적인 위치 오차가 수신점과 Beacon의 기하학적 배치에 의해 얼마만큼 증대되는가를 나타내는 오차 확대인수로 해석될 수 있다. 직각항법에서 GDOP는 식(14)의 trace의 평방근으로 계산할 수 있다.

2.5 직각항법의 GDOP 계산예

식(20)을 이용하여 GDOP를 계산한 예는 그림4와 같다. 그림 4는 정사각형의 정점에 Beacon을 배치한 경우에 직각항법의 GDOP등오차곡선을 나타낸다. 관측오차 ϵ_j 의 분산을 일정값으로 주고 식(21)을 이용하여 GDOP가 같게 나오는 점들을 이어서 나타낸 그림이다. 이 그림에서 직각항법의 GDOP가 쌍곡선항법의 GDOP보다 현저하게 적고 구면항법의 그것보다 더 적은 것을 알수있다¹⁾

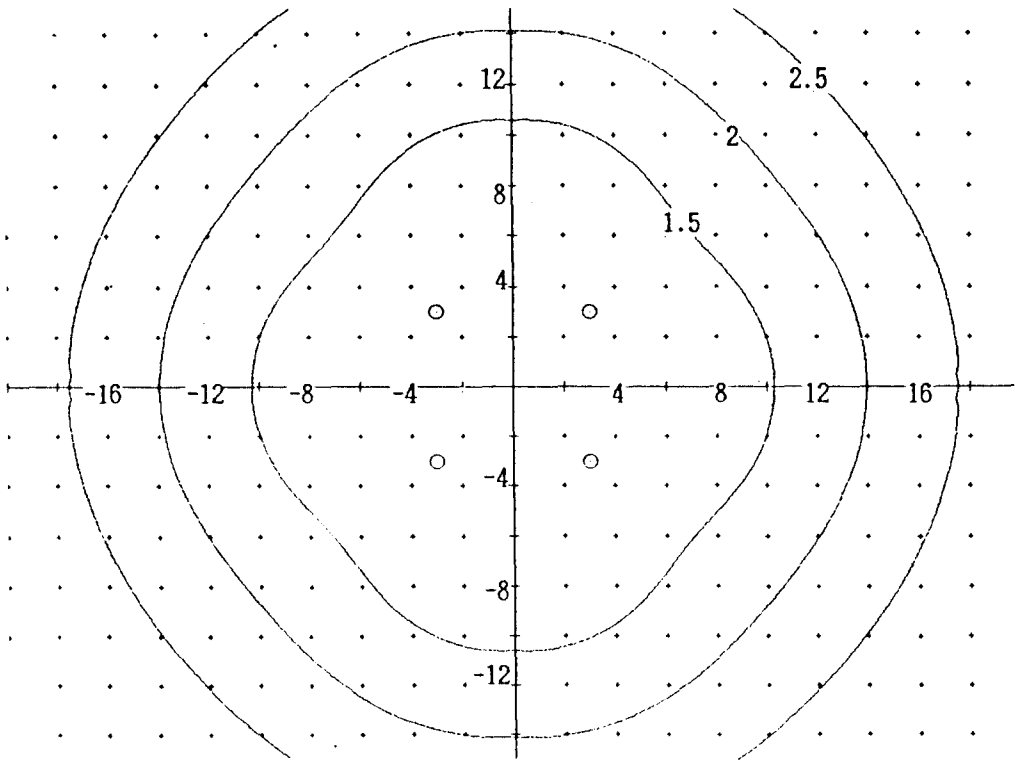


Fig. 4 GODP diagram of Rectangular Navigation System

3. Simulation에 의한 측위오차 특성의 평가

그림5에 수신점이 직선운동을 한다고 가정하고 Simulation을 행하여 쌍곡면항법과 직각항법

에 있어서의 측위오차의 특성을 평가하였다. 여기서 Beacon의 위치정보와 전파의 傳播속도에 bias 오차를 주고 Gauss 백색 잡음의 관측오차 ϵ_j 를 가정하였다.

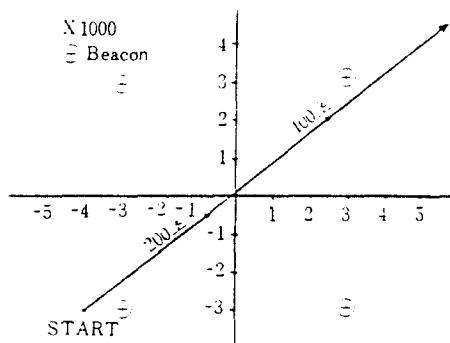


Fig. 5 Trace of subject and beacons

그림6에 측위결과의 일예를 보인다. 이 그림에서 횡축에 경과시간 종축에 측위오차의 평균치를 나타냈다. 측위오차는 출발 지점에서의 쌍곡면항법에 의한 위치오차를 100으로 하여 그것에 대한 상대치로 나타냈다. GDOP를 이용한 해석에 있어서와 같이 쌍곡면항법 쪽의 측위 오차가 직각항법의 그것 보다 훨씬 크게 나타남을 알 수 있다. 특히 Beacon의 외부 영역에서 현저하다.

앞에서 두 개의 항법에 관한 측위오차특성의 평가로부터 Beacon 배치의 외부 영역에서는 직각항법이 쌍곡면항법에 비해 추정정도가 좋은 것

을 알았다. 이와 같이 측위장소와 측위정도의 관계는 앞에서 논한 GDOP로 평가할 수 있다. 즉, 두 개의 항법이 사용 가능한 경우에는 각각의 GDOP를 평가하여 GDOP가 적은 쪽의 항법을 선택하면 종합적으로 측위오차를 작게 할 수 있다. 그런데 직각항법에서는 Beacon 수신점간의 거리를 알아야 하기 때문에 Beacon으로 부터의 신호 발생 시각을 알아야 신호가 수신될 때 전파가 오는 데 걸리는 시간을 측정하여 거리를 계산할 수 있다.

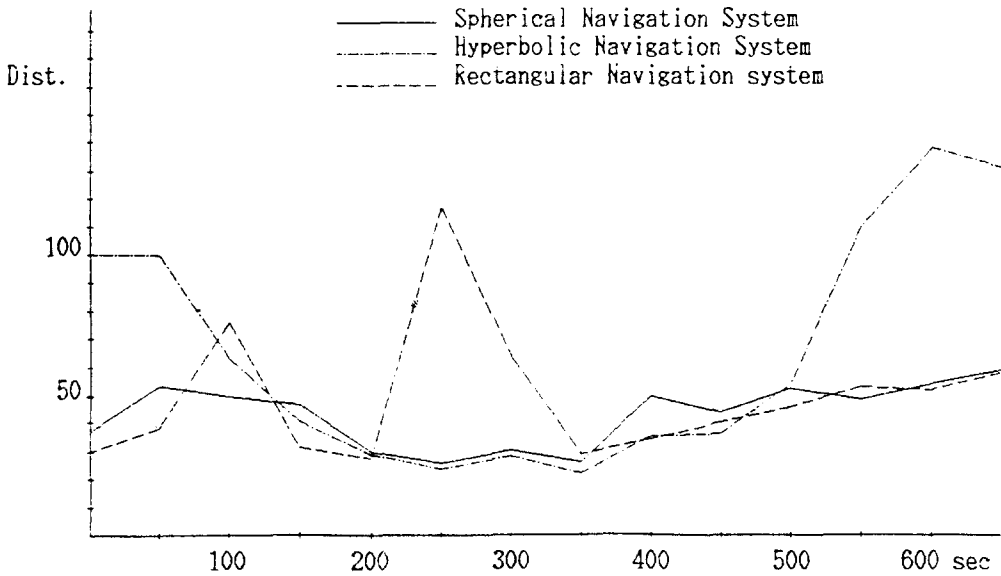


Fig. 6 Example of position error

쌍곡면항법에서는 Beacon으로 부터 전파 도착 시간차 밖에 알 수 없다. 그래서 쌍곡면항법을 이용하여 위치를 구하고 그 위치에서 각 Beacon으로 부터 전파가 출발한 시각을 측차근사법으로 추정하여 각 Beacon까지의 거리를 계산하여 직각항법을 이용할 수 있는 것이다.

본 논문에서는 쌍곡면항법을 이용하여 항해하다가 200초가 지난 후에 측차근사법으로 추정한 전파출발 시각을 이용하여 직각항법과 쌍곡면항법의 위치오차를 추정하였다. 그림7에 보인 바와 같이 위치정도가 크게 향상됨을 알 수 있다.

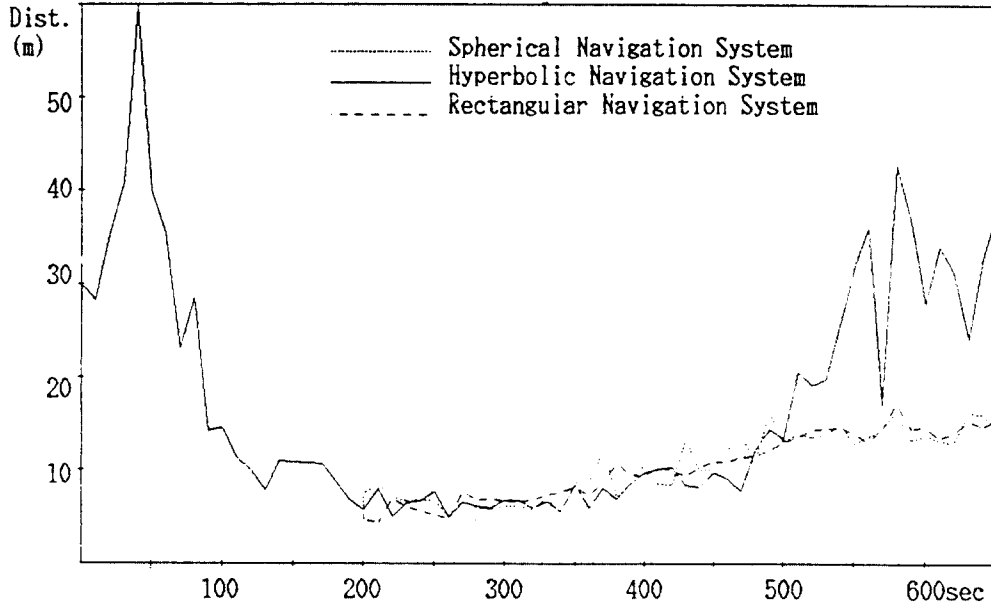


Fig. 7 Transition of estimated position error

4. 결 론

직각항법에서 위치정도 평가 기준으로서의 GDOP를 계산하는 식을 유도하였고 측위오차의 요인이 각 위치선에 포함된 오차가 일정하다고 할 때 기하학적인 특성에 따라 다르게 나타나는 점에 착안하여 쌍곡면항법시스템을 이용하여 직각항법으로 위치를 결정하므로써 측위정도를 높일 수 있음을 이론적으로 고찰하고, Computer Simulation을 통해 이를 입증하였다.

즉, GDOP를 위치정도의 규범으로 하여 정도가 높은 항법을 선택하므로써 GDOP가 큰 영역에서의 위치 정도를 향상시킬 수 있음을 보이고, 직각항법의 유용성을 확인하였다.

앞으로 신호발생 시각의 정확한 추정법을 도출해 내면 더욱 유효한 위치결정법이 될 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

1. 金禹塾, 金東一, 鄭世謨 "球面航法과 雙曲面航法の 알고리즘을 組合한 高精度 位置決定法에 관한 研究", 한국항해학회지, vol. 12, no. 1, pp. 45-53, 1988
2. 今津隼馬 et al "直角航法と その 精度について."日本航海學會論文集, no. 53. 1975
3. E. R. Swanson "Geometric Dilution of Precision". Navigation. vol. 25, 1978
4. Harry B. Lee "A Novel Procedure for Assessing the Accuracy of Hyperbolic Multilateration System" IEEE Trans. on AES, vol. AES-11. no. 1, 1975
5. Paul Braisted et al. "Combining LORAN and GPS-The Best of Both World", Navigation, vol. 33, no. 1, 1986
6. William L. Polhemus "The Integration of GPS and LORAN-C", J. of Navigation, vol. 41. no. 3, 1988
7. 壓司和民 外1 "船位測定 システム", 航海, no. 74, 1982
8. N. Lowhead "Position Location System Technology" IEEE, PLANS 76
9. 佐藤尚登 "雙曲線航法 システムの 位置の線の 偏差に ついて". 航海, no. 43, 1974