

圓形基礎의 設計荷重 豫測을 위한 有限要素解析

Finite Element Analysis to Predict Design Loads of Circular Foundation

金 聲 得*

Kim, Sung-Deuk

金 美 龍**

Kim, Mi-Ryong

Abstract

In this study, the finite element method for nonlinear problems is developed theroretically to see the design loads of foundation, when the circular plate resting on elasto-viscoplastic soil medium is loaded axisymmetrically.

The paper shows that the plastic zone of soil medium is displayed at the near the edge of plate at the first place; when the plastic zone of soil medium is linked around central axis, the external load is termed by allowable load or design load, and then the contact pressure changes abruptly, in this case it is approved to be the risk of shear failure.

The results of numerical analysis using the Mohr-Coulomb yield criterion, and experimental analysis for a appropriate safety factor are approximative, but numerical results are smaller than the value based on Terzaghi's theory.

要 旨

탄소성체지반위에 놓인 원형기초가 축대칭하중을 받았을 경우에 유한요소법에 의한 비선형해석을 수행한 결과로부터, 지반의 소성영역이 원판의 모서리부근에서 일어나기 시작하여 중심축 둘레로 연결되었을 때 접지압이 급격히 변하며 전단파괴가 시작된다고 판단되고 이 때의 외부작용하중을 설계하중으로 정의하였다.

지반의 항복조건으로 Mohr-Coulomb의 파괴이론을 적용한 수치해석의 결과와 적절한 안전율에 근거한 실험결과가 근사함을 확인하였으나 Terzaghi 공식에 의한 값보다는 작았다.

1. 서 론

지반위의 평판에 하중이 작용해서 그 크기가 점점 커지면 지반은 변형하여 침하가 일어난다. 작은 하중이 작용될 때에는 평판아래의 지반은 압축되어 강도가 커지고 하중의 증가에 버틸 수 있으나 압축과 동시에 흙은 옆으로 퍼지려고 한

다. 그런데 평판에 작용하는 하중이 어떤 값에 다다르면 평판 모서리의 지반부터 소성평형상태로 바뀌면서 침하가 급증하고 나중에는 전단파괴에 이르게 된다.

이때 하중—침하관계를 곡선으로 나타낼 수 있으며 이 하중—침하곡선으로부터 주어진 지반의 극한지지력(ultimate bearing capacity)을 결정할 수 있다. 이 극한지지력을 적절한 안전율로

* 正會員, 蔚山大學校 工科大学 土木工學科 副教授

** 蔚山大學校 大學院

나눈 값이 허용지지력이며 본 논문에서는 이것을 설계하중으로 정의하였다.

이 설계하중은 앞서 설명한 평판재하시험외에 수학적 해법에 의해서도 구할 수 있다. 그중에 가장 간편한 방법은 Terzaghi^{1,2,3)} 공식을 이용하는 것이다.

본 연구에서는 지반위에 놓인 원형기초에 대해 8절점등매개변수를 사용한 유한요소법을 사용하여 지반을 적절한 수와 배치를 한 요소로 나누어서 하중의 증가에 따른 탄소성이론을 적용하여 소성영역의 확대과정과 집지압의 변화과정을 살펴보고서 기초설계에 도움이 되는 설계하중의 크기를 찾는법을 제안해 보고자 한다. 이때 지반을 탄소성체로 가정하고 작용하중을 축대칭하중으로 제한하여 3차원문제를 2차원평면문제로 귀착시켰으며, 수치해석법에 의한 결과와 실험결과 및 Terzaghi 공식결과와 비교검토해 보았다.⁴⁾

2. 지반의 전단파괴와 지지력

지반위에 놓인 평판에 하중이 작용할 때 하중-침하량곡선은 그림 2.1 과 같이 3 가지 형으로 대별된다.

평판이 조밀한 모래나 굳은 점성토위에 놓여 있을 때 등분포하중이 작용하면 침하가 서서히 증가하다가 하중이 $q=q_u$ 에 도달하면 하중의 증

가 없이도 침하가 급격히 일어나 전반전단파괴 (general shear failure)가 생기며 (곡선 I) 이때 q_u 를 지반의 극한지지력이라 한다.

느슨한 모래위나 연약한 점토층에 평판이 놓여 있을 때는 하중의 증가에 따른 침하가 곡선 I 보다는 크게 일어나나 파괴하중은 명확하게 파악하기 어려운 진행성파괴현상에 의한 국부전단파괴 (local shear failure)를 일으킨다. (곡선 II)^{1,3)} 곡선 II 에 대해서는 극한지지력을 확정하기가 곡선 I 에 비해 어렵지만 $q_u=q_u'$ 인 하중에 도달후에는 경사가 한층 급하게 되어 직선으로 되면 이것에 대응되는 하중 q_u' 를 극한지지력으로 하거나, 연직선부가 잘 알기 어려우면 하중, 침하량을 대수눈금에 그려서 확실하게 인정되는 절점에 대응하는 하중 혹은 $s-\log t$ 곡선법, $p-ds/d(\log t)$ 곡선법, $\log p-\log s$ 곡선법 등의 결과를 보고 종합적으로 판단해서 지반의 극지지력값을 취하고 있다.⁵⁾

한편 곡선 III의 경우와 같이 극한지지력이 명확하지 않은 편칭전단파괴 (punching shear failure)의 경우도 있다.

극한지지력을 구조물의 중요도등에 따라 적절한 안전율로 나눈 것이 허용지지력이며 이것이 허용응력설계법에서의 설계하중이 된다. 극한지지력을 넘어서 하중에 대한 지반의 침하는 전단파괴 등의 영향으로 지반의 거동이 한층 복잡하게 되어서 구조적 측면에서는 실용적 가치가 없다고 판단되므로 본 연구에서는 다루지 않기로 한다.

한편, 수학적해법에 의해서도 지반의 지지력을 구할 수 있는데 Terzaghi 는 평형이론으로 극한지지력 q_u 를 다음 (2-1)식과 같이 나타내었다.¹⁾

$$q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}rBN_r \quad \dots\dots(2-1)$$

여기서,

c : 흙의 점착력

r : 흙의 단위중량

$$q = rD_f$$

D_f : 지표면에서 기초저면까지의 깊이

B : 기초의 저폭

N_c, N_q, N_r : 흙의 내부마찰각의 함수로 무차원인 지지력계수

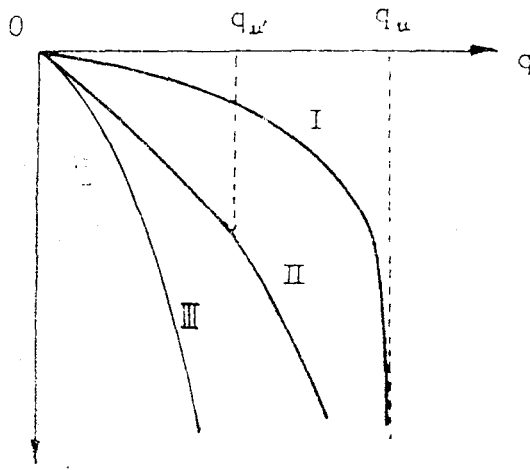


Fig. 2.1 Three types of load-settlement relationship

지지력공식 (2-1)을 기초윗부분의 흙의 전단 저항을 고려한 깊이계수, 기초의 모양을 고려한 형상계수, 기초중심에 대해 하중이 어떤 방향으로 작용하는가를 고려한 경사계수의 조건을 고려한 일반적공식으로 나타낼 수 있으며, 특히 원형이고 전단파괴가 일어나는 경우의 얇은기초의 지지력은 식(2-2)와 같이 나타낸다.

$$q_u = 1.3cN_c + qN_q + 0.3rBN_r \quad \dots\dots(2-2)$$

3. 탄소성이론의 수치계산

탄소성지반위에 놓인 평판은 탄성모델에 항복 (yield) 혹은 파괴기준 (failure criterion)^{6,7)}을 도입함으로써 해석할 수 있는 바, Winkler 지반의 경우는 스프링의 변위가 탄성범위를 넘었을 때 새로운 스프링상수 k 를 구하는 비선형해석을 해야하며,⁸⁾ 응력의 크기에 따라서 지반탄성계수 E_s 가 변하는 Boussinesq 지반에 대해서는 입체요소를 사용하여 해석할 수 있다. 비선형해석은 계산시간이 많이 소요되며 3차원요소에 대해서는 더욱 계산시간의 방대함이 예상된다.

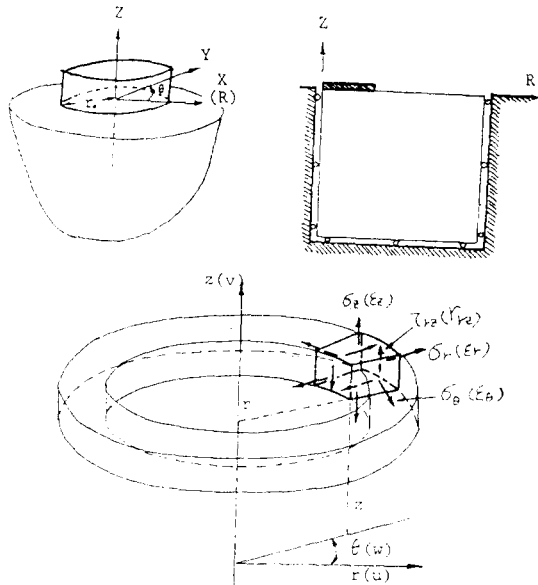


Fig. 3.1 Axisymmetric circular plate resting on soil medium

그런데, 지반매체위에 놓여 있는 그림 3.1(a)와 같은 원형평판은 임의의 형상을 갖는 평판의

특수한 경우로서,⁹⁾ 만약 하중이 중심축에 대칭으로 작용한다면 지반응력을 계산할 때 입체요소를 사용하지 않더라도 그림 3.1(b)와 같은 축대칭평면해석으로서 지반의 탄소성문제를 포함한 비선형해석을 쉽게할 수 있을 것이다. 그림 3.1(c)는 축대칭요소의 변형도 ϵ 과 관련된 응력 σ 를 보여주고 있으며 응력은 r, θ, z 방향에 대한 수직응력 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ 와 $r-z$ 평면에서의 전단응력 τ_{rz} 으로 나타내어진다.^{10,11)}

유한요소사변형내의 곡선좌표계 ξ, η 를 설정해서 구한 절점 i, j 를 연결하는 요소강도매트릭스 $[K_{ij}]^e$ 는 다음식과 같다.

$$[K_{ij}]^e = 2\pi \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [E_i]^T [D_e] [B_i] r \det[J] d\xi d\eta \quad (3-1)$$

여기서,

$[B]$: 변형도-변위 매트릭스

$[D_e]$: 탄성매트릭스

$[J]$: Jacobian 매트릭스

r : 중심축에서 요소까지의 반경

외력에 의한 응력이 항복조건에 도달하면 하중을 받는 탄소성체는 소성변형을 시작한다. 이러한 소성상태에서는 완전한 탄소성증분응력 $d[\sigma]$ 와 변형도 $d[\epsilon]$ 관계를 식 (3-2)와 같이 쓸 수 있다.

$$d[\sigma] = [D_{ep}] d[\epsilon] \quad (3-2)$$

식 (3-2)에서 $[D_{ep}]$ 는 탄소성매트릭스로서 다음식 (3-3)과 같이 표시할 수 있다.

$$[D_{ep}] = [D_e] - \frac{[D_e][a][a^T][D_e]}{A + [a]^T[D_e][a]} \quad (3-3)$$

식 (3-3)에서 A 는 소성승수의 항으로 표현되는 스칼라항으로서 일축항복응력 상태에서는 경화함수 H' 와 같음이 알려졌고, $[a]$ 는 유동벡터 (flow vector)로서 응력불변량 및 편차응력불변량의 항으로 나타낼 수 있다.^{12,13)}

탄소성상태일 때 어떤 단계에서의 요소강도매트릭스 $[K_i]$ 는 식 (3-3)의 탄소성매트릭스 $[D_{ep}]$ 등의 항으로 나타낼 수 있다. 즉,

$$[K_i] = \int_v [B]^T [D_{ep}] [B] dv \quad (3-4)$$

비선형평형방정식의 일반형태는 식 (3-5)와 같이 쓸 수 있다.

$$[K_i][\delta] + [F] = 0 \quad (3-5)$$

계산의 반복과정에서, 식 (3-5)가 수렴하지 않는다면 다음과 같이 잔류력(residual force) ϕ 를 생각할 수 있는 바 이것은 변위 $[\delta]$ 의 함수이다. 즉,

$$\phi = \phi([\delta]) = [K_r][\delta] + [F] \approx 0 \quad (3-6)$$

식 (3-6)과 같은 비선형문제의 해법은 여러가지가 있으나^{10,12)} 여기서는 점선강도법을 사용하였다.

본연구에서는 지반을 적절한 수와 배치를 한 요소로 나누어서 하중의 증가에 따른 탄소성이론을 적용한 D.R.J. Owen 및 E. Hinton의 탄소성해석프로그램을¹²⁾ 이용하여 지반위에 놓인 평판을 해석했으며, 평판 바로 아래에 위치한 지반에 중심축돌레로 소성영역이 연결되면 이때의 하중을 설계하중이라 결정하고^{14,15)} 설계하중의 크기를 지적하는 내용을 추가하였다.

4. 수치해석과 실험결과등과의 비교 및 고찰

4.1 모형실험결과와의 비교

비중 3.062, 단위중량 1.8g/cm³, 함수비 10%,

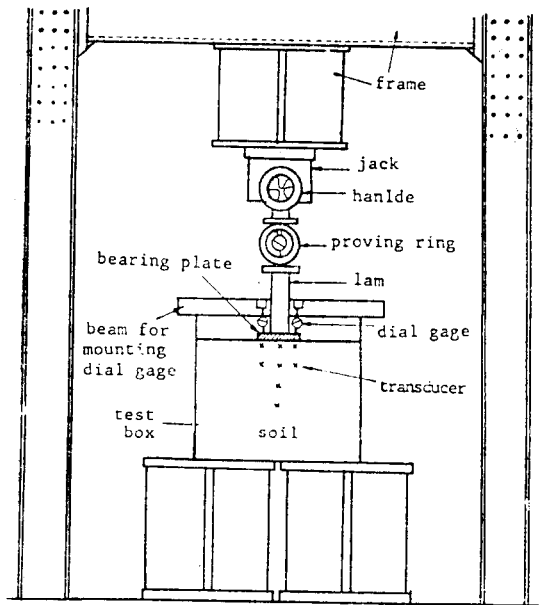


Fig. 4.1 Equipment of experimentation

탄성계수 258.74kg/cm², 점착력 1.035kg/cm², 내부마찰각 29°, 포아송비 0.3, 탄성계수 E 및 탄소성접선계수 E_t 의 항에 의해서 식 (4-1)과 같이 정의되는 경화함수(H') 81.0인 특성을 갖는 철광석분탄 시료에 놓인 9mm 두께, 12.15cm 직경의 원형철판에 대해 그림 4.1과 같은 실험장치에서, 작용시킨 외력의 크기에 따르는 평판의 침하량과 지반내의 수직응력을 측정하였다.¹⁶⁾

$$H' = \frac{E_t}{1 - \frac{E_t}{E}} \quad \dots\dots(4-1)$$

이 실험모델은 그림 4.2와 같이 요소수 64, 절점수 223인 mesh에 의한 축대칭요소를 이용한 수치해석을 하였으며 그 결과를 그림 4.3과 같이 탄소성해석에 대해서는 파선으로, 탄소성해석에 대해서는 점선으로 표시하였고, 앞에서 측정한 실험결과를 실선으로 나타내었다.

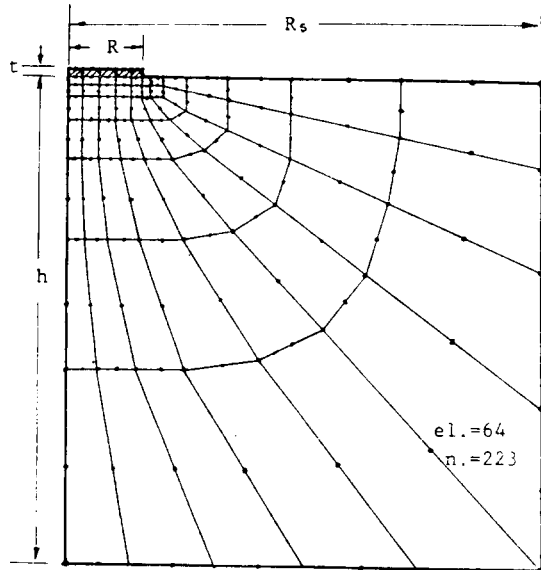


Fig. 4.2 Axisymmetric finite element model (Mesh)

지반위에 놓인 원형평판에 대해서 축대칭요소로 본 탄소성해석의 결과와 실험결과를 비교해보았는데, 그림 4.3에서 보는 바와 같이 하중강도가 3kg/cm²일 때 까지는 치짐의 크기가 같았으나 더 커짐에 따라 5~16%의 오차를 보이고 있었다. 실험결과에서 하중강도가 8kg/cm²인 점을 절곡점으로 보아서 이 점을 극한지력

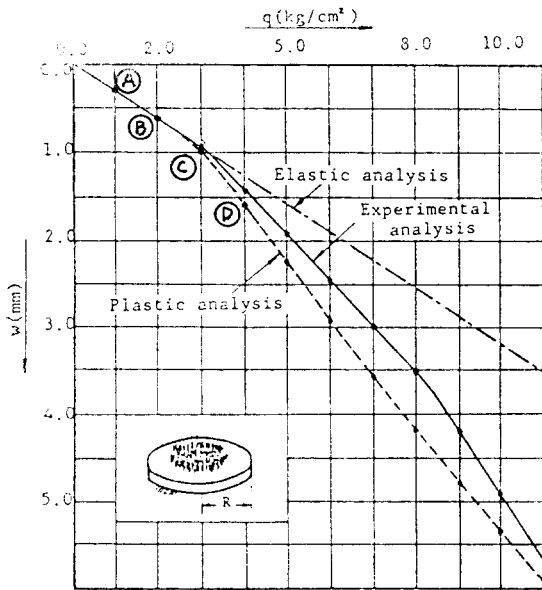


Fig. 4.3. Load-deflection curve for test model

을 나타낸다고 할 수 있으며 이를 적절한 안전율로 나눈 값이 허용하중 즉 설계하중이라 할 수 있겠는데, 안전율이 3일 때는 2.67kg/cm^2 의 설계하중 값을 갖는다.

그림 4.3의 하중—변위곡선에서 A, B, C, D는 어느 시점에서의 작용하중과 변위를 나타내는 위치를 표시한 것으로, 이 하중시점에서의 지반의 소성영역의 진행과정을 보여주고 있는 것이 그

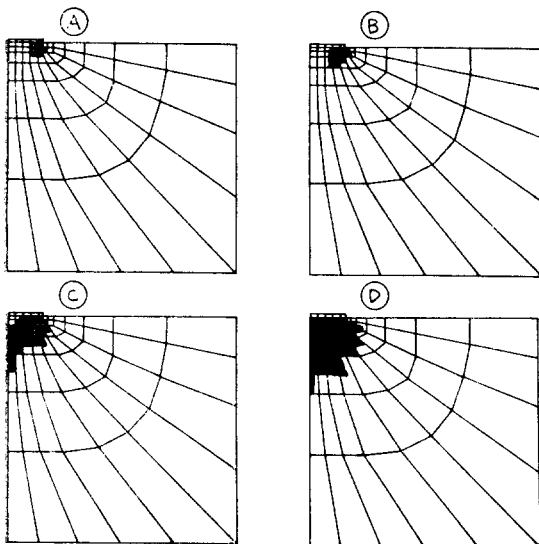


Fig. 4.4 Progression of yield zone of soil for test model

림 4.4인데 소성영역이 평판아래의 모서리부분에서 시작하여 점차로 중심축 밑부분으로 전개함을 볼 수 있으며 하중강도가 3.0kg/cm^2 인 C시점과 같이 소성영역이 중심축둘레로 연결되었을 때 접지압의 분포양상이 급격히 변함을 수치해석의 결과에서 볼 수 있었으며 이때를 허용응력설계법에서의 설계하중을 나타낸다고 정의할 수 있다.

그러나 식 (2-1)과 같은 Terzaghi 공식에 내부마찰각(ϕ) 29° 에 대해 지지력계수를 대입한 결과 극한지지력 $q_u = 40.46\text{kg/cm}^2$ 이 구해졌으며 이 값은 안전율 10 정도일 때 실험결과 및 수치해석결과와 비슷했으며 안전율이 그보다 적을 때는 다소 큰 설계하중의 값이 구해짐을 지적할 수 있겠다.

4.2 일반기초에 대한 적용

탄성계수 98.0kg/cm^2 , 포아송비 0.3, 점착력 0.19kg/cm^2 , 내부마찰각 14.5° 의 특성을 갖는 지반위에 직경 610cm, 두께 30.5cm인 콘크리트 평판에 대해 그림 4.2와 같은 mesh에 대해 수치해석을 해보았다.

그림 4.5는 평판에 작용하는 등분포하중의 증가치에 대한 평판중심에서의 하중—변위곡선으로 비선형해법임을 잘 보여주고 있으며 A, B, C...J는 어느 시점에서의 작용하중과 변위를 나타내는 위치를 표시한다.

그림 4.6은 각 하중시점에서의 지반에서의 소성영역의 진행과정을 보여주고 있는데 F시점에

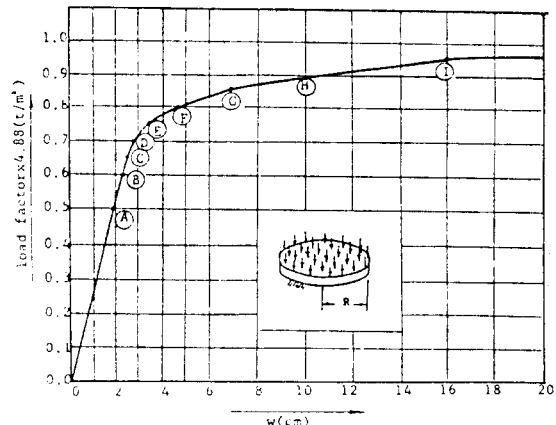


Fig. 4.5 Load-deflection curve of circular plate resting on soil medium under uniform load

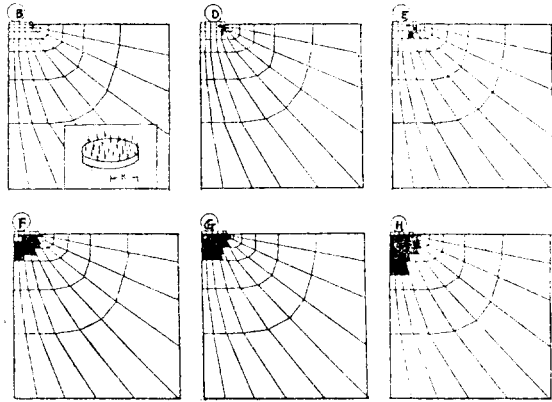


Fig. 4.6 Progression of yield zone of soil medium under uniform load

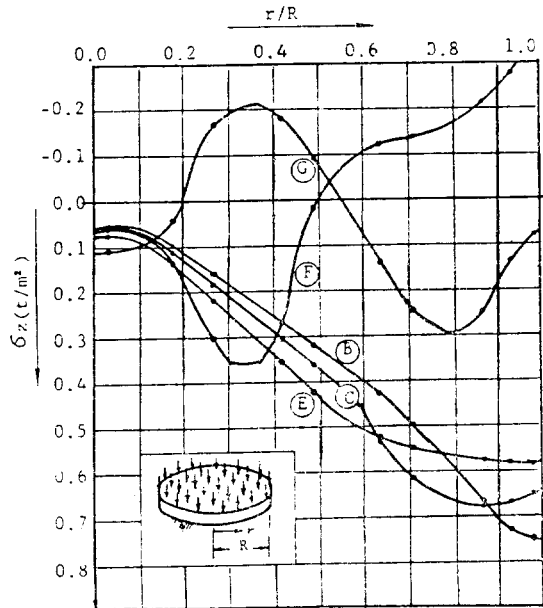


Fig. 4.7 Progression of normal stress beneath the plate resting on soil medium under uniform load

서는 소성영역이 중심축둘레로 연결되기 시작한 점임을 알 수 있고, 그림 4.7은 각 하중 시점에서의 지반의 접촉응력으로서 평판아래 지중요소의 4개의 가우스점응력의 평균값을 나타내었는데 탄소성범위에서는 중앙부분에서 적고 모서리부분이 매우 큰 값을 보이다가 소성범위에서는 모서리부분이 다소 감소하였다. 그러나 어느하중 이상에서는 F, G 처럼 급격히 그 양상이 변화하였음을 알 수 있으며, 이 하중강도 $3.9t/m^2$ 인 F

점을 설계하중으로 정의할 수 있겠으며 이 값은 Terzaghi 공식에 의해 구한 극한지지력 $30.55t/m^2$ 에 대해 안전율 8을 나눈 값과 근사하다.

한편, 지반위에 놓인 기초의 설계하중을 유한요소해석법에 의해 결정함에 있어서 탄소성해석에 있어서는 문헌¹⁷⁾에서 보는 바와 같이 분할하는 요소수의 증감에 따른 결과치가 별로 차이가 없었으나, 문헌¹⁶⁾에서 보는 바와 같이 탄소성해석의 경우에는 요소수의 증감이 변위의 크기에 큰 영향을 미침을 알 수 있었다. 이는 특히 지반아래에 있는 요소크기가 클수록 소성영역에 도달하기 위해서는 큰 하중이 필요하기 때문에 평판부근의 지반에 대해서는 특히 좁은 간격으로 요소를 분할할 필요가 있음을 알았다.

5. 결 론

본 논문은 탄소성체지반위에 놓인 원형평판이 축대칭하중을 받았을 경우에 원형기초의 설계하중을 예측하기 위하여 8절점등매변수요소를 사용한 유한요소법에 의한 비선형수치해석을 다루었다.

이 때 지반의 항복조건은 Mohr-Coulomb 파괴이론을 적용하였고, 지반의 소성영역이 원판의 모서리부근에서부터 발생하기 시작하여 중심축둘레로 연결되었을 때 접지압이 급하게 변하는 양상을 띠었으며 또 전단파괴의 위험성이 있다고 판단되고 이때의 외부작용하중을 설계하중으로 정의하였다.

이론의 타당성을 확인하기 위해서 이 논문에서 제시한 설계하중과 본인이 수행한 재하실험에서 택한 안전율을 고려한 허용지지력값과 근사함을 확인했다. 그러나 이미 발표된 Terzaghi 공식에 근거한 허용지지력보다는 작았다.

유한요소법에 의한 수치해석의 경우, 요소수 분할방법 및 요소수에 따라서 설계하중 크기에 영향을 미침을 알았으며 가능한 분할수를 증대시키되 지반바로 아래부분 및 모서리부근에 특히 많은 요소분할을 하여야 할 것이다.

[본 연구는 "울산대 대학연구비"에 의해 이루어졌음]

참 고 문 헌

1. Das, B.M. "Principles of Foundation Engineering", Brooks/Cole Eng. Division, 1984, pp. 101~109.
2. Terzaghi, K. "Theoretical Soil Mechanics", John Wiley & sons, 1943, pp. 416~433.
3. Craig, R.F. "Soil Mechanics", 2nd Edition, Van Nostrand Reinhold, 1978, pp. 224~232.
4. 김성득, 장승필, "탄소성 지반위에 놓인 원형평판의 유한요소해석", 대한토목학회논문집, 제 7권 4호, 1987. pp. 91~102.
5. 임병조, "기초공학", 야정문화사, 1981, pp. 16~19.
6. Feda, J. "Stress in Subsoil and Methods of Final Settlement Calculation" Elsevier S.P. Co., 1978.
7. Selvadurai. A.P.S. "Elastic Analysis of Soil-Foundation Interaction", Elsevier S.P.Co., Ch. 1, 2, 6, 1979.
8. Beaufait F.W. and P.W. Headley, "Analysis of Elastic Beams of Nonlinear Foundation", Computers & Structures, Vol. 12, 1980, pp. 669~676.
9. Kondo M. and G.B. Sinclair, "Stresses for an Elastic Half-space under a Titled Rigid Rectangular Footing", Inter. J. for Numer. and Analy. M. in Geo., Vol. 6, 1982, pp. 483~490.
10. Zienkiewicz, O.C. "The Finite Element Method", 3rd ed., 1977, McGraw Hill.
11. Weaver W. and P.R. Johnson, "Finite Element for Structural Analysis", 1984, Prentice-Hall, pp. 180~200.
12. Owen D.R.J. and E. Hinton, "Finite Elements in Plasticity: Theory and Practice", 1980, Pitneridge Press.
13. Salencon, J. R.W. Lewis and H. Virlogeux, "Applications of the Theory of Plasticity in Soil Mechanics", 1977, John Wiley & Sons.
14. Keong C.H. and I.B. Donald, "Finite Element Techniques to Predict Collapse Loads of Foundation", Proceeding of the Inter. Conf. on F. E.M., Shanghai, China, Vol. 1, 1982, pp. 341~347.
15. Sloan S.W. and M.F. Randolph, "Numerical Prediction of Collapse Loads Using F.E.M.", "Inter. J. for Numer. and Analy. M. in Geo.", Vol. 6, 1982, pp. 47~76.
16. 김성득, "탄성 및 탄소성 지반위에 놓인 원형평판의 유한요소해석", 서울대 대학원 공학박사 학위논문, 1987, pp. 53~59, pp. 76~79.
17. 김성득, 신영기, "탄성지반상의 평판해석에 있어서 영향영역의 배분", 대한토목학회논문집, 제 5권 3호, 1985, pp. 61~70.

(접수일자 1989. 1. 14)