

반복하중을 받는 강재 브레이싱의 거동에 관한 해석적 연구

A Study on the Analysis of Steel Bracing Behaviour Subjected to Cyclic Loads.

구	민	세*
Koo,	Min	Se
김	병	석**
Kim,	Byung	Suk
김	일	곤**
Kim,	Il	Kon

요 약

브레이싱재를 사용하는 목적은 본 골조체계 즉 기둥과 보에 비해 단면(강성)이 작은 부재로 보강하여 횡력에 대한 강성효과를 크게 향상시키기 위함이다. 브레이싱재의 단면이 기둥과 보의 단면에 비해 월등히 작기 때문에 압축력에 의한 좌굴의 위험성과 휨량의 크기에 비례하여 부재 중앙에 발생하는 추가 모멘트(P- Δ Effect)에 의한 불리한 영향 및 해석상의 어려움 때문에 브레이싱의 설계에 있어서 브레이싱재는 압축력을 받지 않는 것으로 간주하여 왔다. 그러나 최근 들어 구조물 해석에 정확도가 요구되어짐에 따라 브레이싱재의 정확한 거동에 대한 연구가 실험을 통해 활발히 진행되어 왔고, 특히 탄성한계를 지난 소성상태에서 반복하중에 의한 거동 규명이 큰 관심을 끌고 있다.

본 논문에서는 반복하중을 받는 강재 브레이싱재의 비선형 거동을 해석적 방법에 의해 규명했고 그 결과를 실험결과와 비교하였다.

Abstract

The primary purpose of using bracings is to improve the lateral rigidity of main structural system, i. e., columns and beams, by reinforcing them with much smaller members. In conventional design methods bracings are considered as tension-only members, since difficulties arise in the analysis when the P- Δ effects and post-buckling behaviour of the bracing members are taken into account. This is particularly true for X-bracings. Recently, however, both analytical and experimental studies have been conducted to investigate the more precise and real behaviour of bracing members, especially for the nonlinear

* 정회원, 한국건설기술연구원 구조연구실장

** 한국건설기술연구원 구조연구실

□ 이 논문에 대한 토론을 1989년 12월 31일까지 본학회에 보내주시면 1990년 6 월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

and plastic behaviour under cyclic loads. In this study, an analytical model is proposed to investigate the nonlinear behavior of steel bracing members subjected to cyclic loads. Results of the analysis were compared with previous experimental results, and good agreements were obtained between these results.

1. 시공오차(Imperfection)를 고려한 압축재의 탄성 휨곡식

e_0 : 재하되지 않은 상태에서 대각선 부재의 중앙부에서의 시공오차

$v_0(x)$: x 점에서 시공오차

$\bar{v}(x)$: 압축력 N 에 의한 x 점에서의 추가 휨변형

그림1과 같이 양쪽단이 힌지로 고정된 부재가 압축력 N 에 의해 휨변형을 일으켰을 경우 평형 미분방정식은 식(1)과 같고 그해는 식(2)로 나타내어진다.

$$\frac{d^2 \bar{v}(x)}{dx^2} = -\frac{N(v_0(x) + \bar{v}(x))}{EI} \quad (1)$$

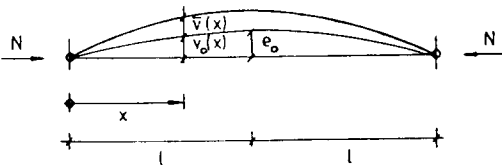


그림1

$$\frac{d^2 \bar{v}(x)}{dx^2} + \lambda^2 \bar{v}(x) = -\lambda^2 v_0(x), \quad \lambda^2 = \frac{N}{EI} \quad (1a)$$

$$\bar{v}(x) = A \sin \lambda x + B \cos \lambda x + \frac{\lambda^2}{\left(\frac{\pi}{2l}\right)^2 - \lambda^2} e_0 \sin \frac{\pi x}{2l} \quad (2)$$

식(2)의 경계조건은 $x=0$ 에서 $\bar{B}=0$ 이고 $x=2l$ 에서 $A=0$ 이며, 또한 압축력 N 에 의한 최대 변형은 $x=l$ 일때 일어난다는 조건을 식(2)에 적용시키면 식(3)으로 나타내어진다.

$$\bar{v}_{max} = e_0 \cdot \frac{\lambda^2}{\left(\frac{\pi}{2l}\right)^2 - \lambda^2} \quad (3)$$

따라서 시공오차 e_0 을 포함한 전체변형 \bar{v}_g 는 식(4)가 된다.

$$\bar{v}_g = e_0 \left(1 + \frac{\lambda^2}{\left(\frac{\pi}{2l}\right)^2 - \lambda^2} \right) \quad (4)$$

식(4)에서 $\lambda^2 = \frac{N}{EI}$ 이고 좌굴하중 $F_{ki} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{4l^2}$ 의 관계식을 도입시키면 식(5)와 같다.

$$\bar{v}_g = \frac{e_0 \cdot P_{ki}}{P_{ki} - N} \quad (5)$$

2. 기하학적 특성을 이용한 전체변형량 v_g 와 길이방향의 변형을 $\bar{\epsilon}$ 과의 관계식

식(5)를 축력 N 과 길이방향 변형으로 나타내기 위해서는 또 하나의 전체변형 v_g 와 $\bar{\epsilon}$ 과의 관계식의 유도가 필요한데 그를 위하여 그림2와 같은 기하학적 간편모델을 도입하였다. 실제 상황에서 전체변형량 v_g 가 미소하므로 여기에서는 변형곡선의 현을 직선화 하였다.

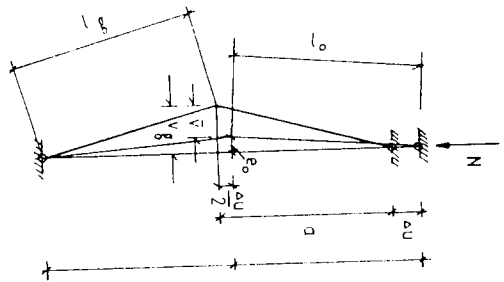


그림2

여기서 l 은 변형되기 전 부재반의 길이이고 l_0 는 시공오차 e_0 에 의한 부재반의 길이이며 l_g 는 압축력 N 과 시공오차 e_0 에 의한 부재반의 길이이다. 또한 Δu 는 축방향 변형량을 나타내고 이는 N 에 의해 변형된 상태에서의 부재반의 길이에 해당된다.

$l_0 = l$ 이란 가정하에서 압축력 N 에 의한 부재의 탄성변형량은 식(6)으로 나타내어지고 따라서 식(7)이 성립된다.

$$\Delta l = \frac{l \cdot N}{E \cdot A} \tag{6}$$

$$l_g = l - \Delta l = l \left(1 - \frac{N}{EA} \right) \tag{7}$$

그림2의 기하학적 특성으로 부터 부재 길이 방향의 비교 변형률 $\bar{\epsilon}$ 와 변형량 Δu 의 관계식은 식(8)과 같고

$$\Delta u = 2 \cdot l \cdot \bar{\epsilon} \tag{8}$$

다음식(9)는

$$l_g^2 = v_g^2 + \left(l - \frac{\Delta u}{2} \right)^2 \tag{9}$$

관계가 성립되며 식(8)과 (7)을 식(9)에 대입시키면 v_g 와 $\bar{\epsilon}$ 의 관계식인 식(10)이 유도된다.

$$v_g = l \cdot \sqrt{\left[\left(1 - \frac{N}{EA} \right)^2 - 1 + \bar{\epsilon} (2 - \bar{\epsilon}) \right]} \tag{10}$$

식(5)와 식(10)을 축력 N 또는 축방향 변형률로 나타내면 식(11) 또는 식(12)가 된다.

$$N = P_{ki} \left(1 - \frac{e_0}{l \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{N}{EA} \right)^2 - 1 + \bar{\epsilon} (2 - \bar{\epsilon})}} \right) \tag{11}$$

$$\bar{\epsilon} = 1 - \sqrt{\left(1 - \frac{N}{EA} \right)^2 - \left(\frac{P_{ki} \cdot e_0}{l(P_{ki} - N)} \right)^2} \tag{12}$$

3. 소성범위내에서 $N-\bar{\epsilon}$ 곡선 방정식의 유도

여기서 $N-\bar{\epsilon}$ 의 소성곡선 방정식을 구하기 위

하여 Eurocode 3(문헌1)에서 제시한, 부재가 압축력과 휨모멘트를 받는 경우의 한계상태(limit state)를 나타내는 다음과 같은 조건 방정식을 이용하였다.

$$\frac{N}{n \cdot N_{pl}} \frac{\beta \cdot M}{M_{pl}} = 1 - \Delta n \tag{13}$$

$\Delta n = 0.25 \cdot n^2 \cdot \bar{\lambda}^2$ 과수정계수

β : 모멘트의 형태에 따라 좌우되는 계수

여기서 $\beta = 1.0$

n : $\bar{\lambda}$ 에 따라 달라지는 좌굴계수

$$n = \frac{1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2}{2\bar{\lambda}^2} - \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \cdot \sqrt{(\ell + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2)^2 - 4\bar{\lambda}^2}$$

α : 부재의 단면 형태에 따라 달라지는 계수 (문헌 1 참조)

$\bar{\lambda}$: 비교 세장비

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl}}{P_{ki}}} = \sqrt{\frac{\sigma_F}{\sigma_{ki}}}$$

상기 조건을 식(13)에 대입시키면 식(14)와 같다.

$$\frac{N}{N_{pl}} \left(\frac{1}{n} + \frac{N_{pl} \cdot v_g}{M_{pl}} \right) = 1 - 0.25 \cdot n^2 \bar{\lambda}^2 \tag{14}$$

여기서 $M = N \cdot v_g$ 이며 식(14)에 식(10)을 대입시켜 N 또는 $\bar{\epsilon}$ 에 따라 풀면 소성범위 내에서의 곡선방정식인 식(15) 또는 식(16)이 유도된다.

$$N = \frac{N_{pl} \cdot M_{pl} \cdot n \cdot (1 - 0.25 \cdot n^2 \bar{\lambda}^2)}{M_{pl} + N_{pl} \cdot n \cdot l \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{N}{EA} \right)^2 - 1 + \bar{\epsilon} (2 - \bar{\epsilon})}} \tag{15}$$

$$\bar{\epsilon} = 1 - \sqrt{\left[\left(1 - \frac{N}{EA} \right)^2 - \frac{\left(\frac{N_{pl} \cdot M_{pl} \cdot n (1 - 0.25 \cdot n^2 \bar{\lambda}^2) - N \cdot M_{pl}}{N \cdot N_{pl} \cdot n \cdot l} \right)^2}{\left(1 - \frac{N}{EA} \right)^2} \right]}$$

(16)

4. 압축력 N 에 의해 부재중앙부에 소성힌지가 발생한 후 하중제거와 동시 인장응력을 받는 부재의 $N-\bar{\varepsilon}$ 관계식(인장력은-부호)

여기서 압축력을 제거한 후의 상태($N=0$)는 1'-2'-3 으로 표시되어졌고 1'-2'의 길이는 ℓ 로 간주하였으며 1''-2''-3의 상태는 1'-2'-3의 상태에서 다시 인장력을 받고 변형된 상태를 표시한다.

1'-2''의 길이 $\ell' = \ell(1 - \frac{N}{EA})$ 가 되고 Δu 는 길이방향의 변형량을 나타내며 a 는 식(17)과 같다.

$$a = \sqrt{\ell'^2 - v_{pl}^2} \quad (17)$$

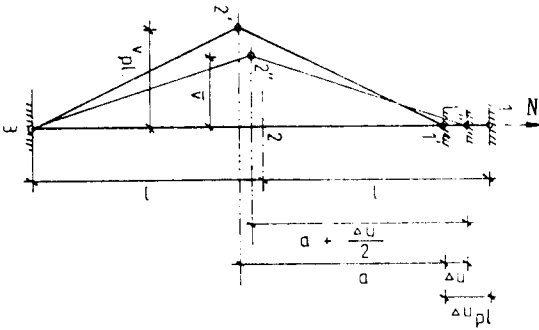


그림3

상태 1'-2'-3의 상태에서 길이방향 변형률은 식(18)로 나타내어진다.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta u}{2\ell} \quad (18)$$

따라서 1'-2'-3에서 소성변형 Δu_{pl} 과 v_{pl} 의 관계식은 식(19)와 같고 1''-2''-3에서 v 와 Δu 와의 관계식은 식(20)으로 나타내어진다.

$$v_{pl} = \sqrt{\ell^2 - \left(\ell - \frac{\Delta u_{pl}}{2}\right)^2} \quad (19)$$

$$= \ell \cdot \sqrt{\varepsilon_{pl}(2 - \varepsilon_{pl})}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\left\{ \ell^2 \left(1 - \frac{N}{EA}\right)^2 \right\} - \left(a + \frac{\Delta u}{2}\right)^2} \quad (20)$$

식(17), 식(18), 식(19)를 식(20)에 대입시키고 v 에 따라 정리하면 식(21)과 같다.

$$\bar{v} = \frac{\sqrt{\left\{ \ell^2 \left(1 - \frac{N}{EA}\right)^2 \right\} - \left\{ \ell \left(\sqrt{1 - \varepsilon_{pl}(2 - \varepsilon_{pl})} - \varepsilon \right) \right\}^2}}{2} \quad (21)$$

5. 인장력에 의한 소성범위 내에서의 $N-\varepsilon$ 곡선식

축력과 모멘트에 의한 일반적인 Interaction 방정식은 식(22)와 같이 나타 내어진다.

$$\frac{N}{N_{pl}} \left(1 + \frac{N_{pl} \bar{v}}{M_{pl}} \right) = -1 \quad (22)$$

식(21)을 식(22)에 대입시키고 \bar{v} 또는 ε 또는 $\bar{\varepsilon}$ 에 따라 정리하면 다음과 같다.

$$N = \frac{-N_{pl} \cdot M_{pl}}{M_{pl} + N_{pl} \cdot \sqrt{\left\{ \ell^2 \left(1 - \frac{N}{EA}\right)^2 - \left\{ \ell \left(\sqrt{1 - \varepsilon_{pl}(2 - \varepsilon_{pl})} - \varepsilon \right) \right\}^2 \right\}}} \quad (23)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{\ell} \left[\ell \sqrt{1 - \varepsilon_{pl}(2 - \varepsilon_{pl})} - \sqrt{\left\{ \ell \left(1 - \frac{N}{EA}\right) \right\}^2 - \left\{ \frac{M_{pl}(N_{pl} + N)}{N \cdot N_{pl}} \right\}^2} \right] \quad (24)$$

$e_0 = 2\ell/250$, 소성축력 $N_{pl} = 528 \text{ KN}$, 소성모멘트 $M_{pl} = 1272 \text{ KN}$, $\alpha = 0.34$ (문헌참조), 항복응력 $\sigma_y = 24 \text{ KN/cm}^2$, $2\ell = 353.8 \text{ cm}$ ($\lambda = 114$)

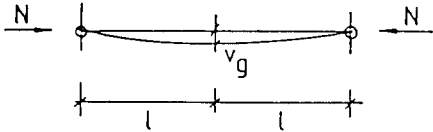
$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_{pl} + \frac{1}{\ell} \left[\ell \cdot \sqrt{1 - \varepsilon_{pl}(2 - \varepsilon_{pl})} - \sqrt{\left\{ \ell \left(1 - \frac{N}{EA}\right) \right\}^2 - \left\{ \frac{M_{pl}(N_{pl} + N)}{N \cdot N_{pl}} \right\}^2} \right] \quad (25)$$

$\bar{\varepsilon}$: 브레이싱재의 최초 상태를 기준으로 한 길이 방향의 변형률

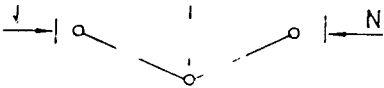
6. 비교분석

〈예제〉 상기 유도식들을 아래와 같은 자재의 특성을 갖는 브레이싱재에 적용하였을 때의 거동상태를 축력의 변화상태에 따라 설명하면 다음과 같다.

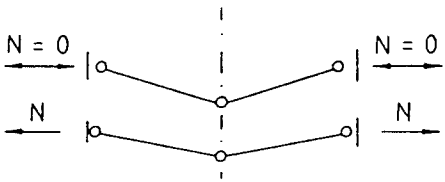
단면형 : 2개의 U형, 단면적 : 22cm^2 , 단면이차모멘트 $I=212\text{cm}^4$ 이고, 소성단면계수 $W_{pl}=53\text{cm}^3$, $e_o=2l/250$, 소성출력 $N_{pl}=528\text{KN}$, 소성모멘트 $M_{pl}=1272\text{KN}$, $\alpha=0.34$ (분헌 1 참조), 항복응력 $\sigma_y=24\text{KN/cm}^2$, $2l=353.8\text{cm}$ ($\lambda=114$)



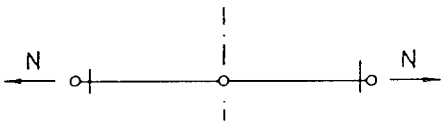
탄성(1-2), 식(12)



소성(2-3), 식(16)



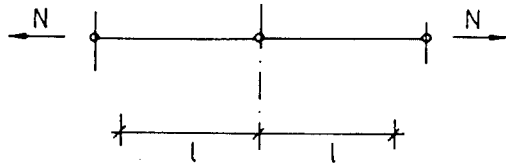
탄성(3-4), 여기서 $e_o = \epsilon_{pr} \cdot 1$, 식(12)



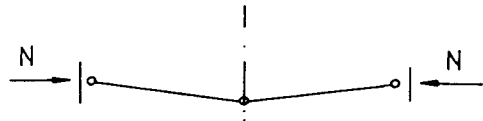
소성(4-5), 식(25)
($\epsilon_{pr} > 1$), $N \leq N_{pl}$



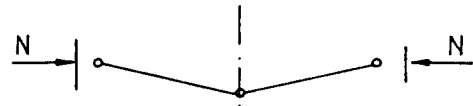
소성 (5 - 6), $N \geq N_{pl}$



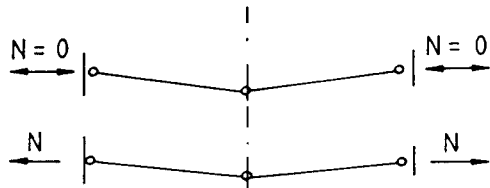
탄성(6-7), $N=0$ 일 때까지 하중제거
 $\epsilon = \epsilon_s \cdot 1 - (N_{pr} + N) / E \cdot A$



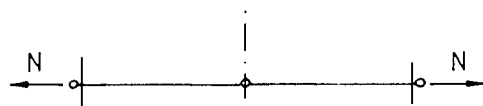
탄성(7-8), 새로운 기준점에서, 식(12)



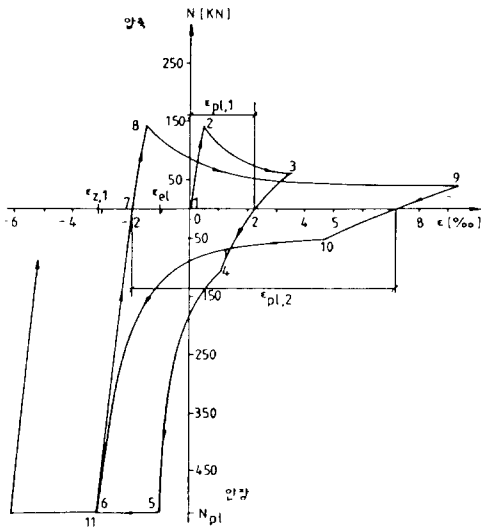
소성(8-9), 새로운 기준점에서, 식(16)



탄성(9-10), 식(12)

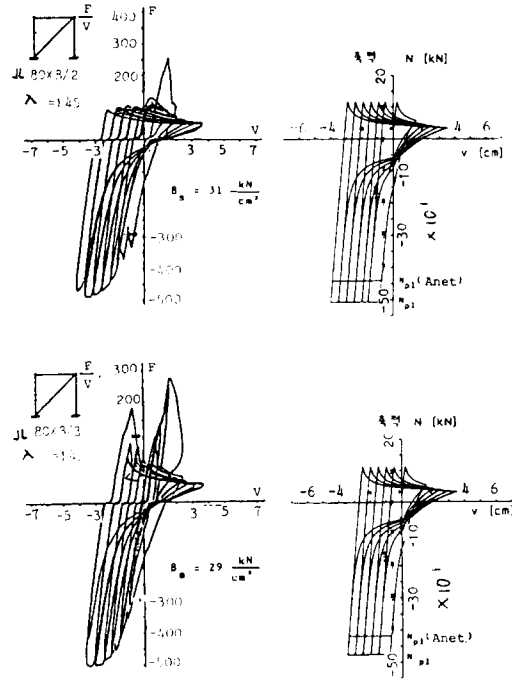


소성(10-11), ($\epsilon_{pr} = \epsilon_{pr} \cdot 2$), $N \leq N_{pr}$



〈실험결과와의 비교〉

본 논문의 해석과정을 프로그래밍한 뒤 실제 실험에서 사용한 브레이싱재의 특성을 입력시켜 출력한 결과와 실험결과는 다음과 같다.



7. 결론

실험결과를 분석해 보면 초기 압축상태에서 불규칙적인 돌출상태를 보이고 있는데 이것은 실제 상태에서 부재중양부에서의 추가모멘트($p-\Delta$ Effect)에 의한 영향이 발생되기전의 상태로 풀이되며, 인장상태에서는 반복하중의 증가와 소성의 증가에 따른 strain-hardening 현상이 뚜렷하다는 것을 알 수 있다.

또한 인장소성변형후 압축으로 변환되는 과정에서 slip 현상이 뚜렷하게 나타났다.

해석결과는 초기 시공오차를 가정한 상태였으므로 실험결과와 같은 불규칙성이 나타나지 아니하였다. 또한 본 해석 결과는 재료 특성을 Ideal elasto-plastic으로 가정한 경우였고 만일 Strain-hardening 현상을 고려했으면 실험결과와 매우 근접했을 것으로 사료된다.

본 해석에서 해결되지 못한 부분은 인장소성 상태에서 압축으로의 전환점에서의 slip 현상인데 해석상 매우 어려운 것으로 판단되었다.

