

永久磁石 BL DC Motor의 코깅 토포크 解析

論文
3-1-3

Analysis of Cogging Torque in Permanent Magnet Brushless DC Motor

尹 柄 道* · 金 基 勇** · 吳 性 寶* · 金 一 煥**
(Beong-Do Yun · Ki-Yong Kim · Sung-Bo Oh · Eel-Hwan Kim)

요 약

本 論文은 永久磁石 BL DC motor의 구조에 따른 磁束 分布의 진동에 기인하여 발행하는 코깅 토포크를 해석하는데 있어 간단한 수학적 모델에 의한 시뮬레이션 결과와 실험에 의한 결과를 定量的으로 분석하였다. 그 결과가 비교적 서로 잘 일치하므로 電動機 設計時 코깅 토포크를 豫見하여 電動機의 구동 토포크 특성을 해석하는데 도움이 되도록 하였다.

Abstract

In this paper, the results of computer simulation by a simple mathematic model and experimental method on the cogging torque of permanent magnet brushless DC motor are quantitatively analyzed.

These have shown that the results are well coincided with each other.

Therefore it is anticipated that those are useful to analyze the driving characteristics of brushless DC motor in motor design.

1. 序 論

永久磁石 BL DC motor는 直流機의 우수한 특성을 가지면서도 交流機의 견고함을 동시에 가지기 때문에 FA用 機器, NC工作機械, 산업용 로봇트와 OA 機器 등에 각광 받고 있다.

그러므로 이 電動機는 高精度의 定速度 運轉 및 高精度 위치결정의 용도로 많이 사용되고 있으며 이런 분야에 사용되는 電動機는 회전진동이 적은 것이 요구되고 있다.^{1) 2)}

토포크 맥동은 電機子 構造와 驅動 方式에 의해 발생되고 일반적으로 回轉子 1 回轉마다 반복하여 週期的으로 변동한다. 회전진동을 작게 하는 방법 중 토포크 맥동을 줄이는 방법이 있는데 이 토포크 맥동의 발생 요인인 코깅 토포크는 回轉子와 固定子 사이의 相互作用에 의해서만 발생되며 負荷電流와는 무관하다. 그러므로 코깅 토포크 低減 方法에 대한 精密 回轉系 解析에 관한 많은 관심을 갖게 되었으며 1975년 J.A. WANGER에 의해 BL DC motor의 코깅 토포크에 대한 數值 解析法이 發

*中央大學校 電氣工學科 教授

**서울 産業大學 電氣工學科 副教授

☆濟州大學校 電氣工學科 助教授

☆☆中央大學校 大學院 電氣工學科 博士課程

表되었고,³⁾⁵⁾ 1987년 Nady Boules는 矩形波 電流를 갖는 永久磁石 同期 電動機에서 코깅 토크와 電流를 포함한 상세한 토크 발생에 대하여 분석하였다.⁴⁾

本 論文에서는 코깅 토크를 간단한 수학적 모델을 적용하여 解析해서 이를 컴퓨터에 의한 시뮬레이션을 행한 후 실험결과와 비교 고찰 하고자 한다.

2. 코깅 토크 解析

2.1. 코깅 토크의 수학적 해석

코깅 토크는 回轉磁極과 電機子 構造 사이의 相互作用에 의해 발생되고 負荷電流와는 무관하다. 또한 이 토크는 空腔에서의 磁束分布와 電機子 철심의 모양에 직접적으로 관련이 있으며 이는 回轉子角 位置에 따른 空腔에 저장된 전체 에너지의 변화에 의해 나타낼 수 있다. 본 논문에 적용한 모델은 永久磁石 BL DC motor로서 回轉子 내부에 韃라이트 永久磁石이 완전 매입되어 있는 형이다. 코깅 토크는 回轉子角 位置에 대한 空腔에 저장된 전체 에너지의 변화량을 계산하여 얻어진다.

$$T_c = \frac{D}{2} \cdot \frac{\partial w}{\partial l} \quad (1)$$

식(1)에서는 器機의 철에 저장된 에너지를 무시할 수 있거나 回轉子 位置에 따른 변화는 아주 미세하므로 무시할 수 있다고 가정한다. 그림 1에서 D는 固定子의 內徑이고, W 및 L은 각각 空腔에 저장된 에너지와 回轉子角의 位置를 나타낸다.

$$W = \int dw \quad (2)$$

$$dw = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2(l)}{\mu_0} \cdot dv \quad (3)$$

$$dv = g \cdot dL \cdot d l \quad (4)$$

여기서

永久磁石 매입형 器機에 대한 空腔에서의 磁束密度分布의 식은 식(5)와 같다.

$$B(l) = \sum_{i=1,3,5,\dots} B_m(i) \sin(ia l) \quad (5)$$

磁束密度的 분포는 그림 2와 같다고 가정할때 식

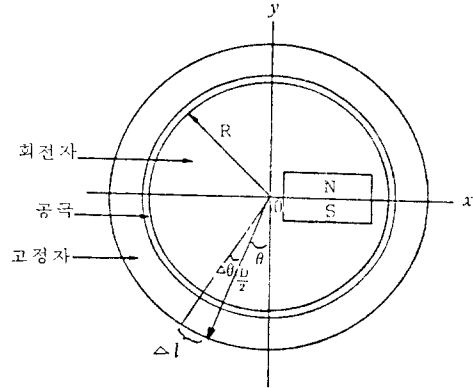


그림 1. 韃라이트 자석모델의 해석

Fig. 1. Analysis model of ferrite magnet.

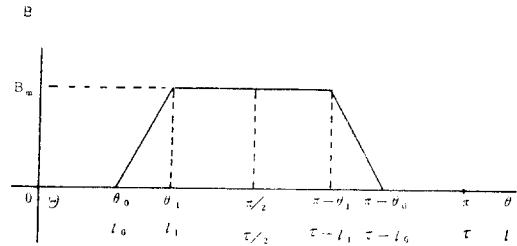


그림 2. 자속밀도 분포곡선

Fig. 2. Flux density distribution curve.

(5)의 $B_m(i)$ 는 다음과 같다.

$$B_m(i) = \frac{4}{\pi} \cdot B_m \frac{1}{i^2(\theta_1 - \theta_0)} (\sin i\theta_1 - \sin i\theta_0) \quad (6)$$

공극에 저장된 에너지 W를 구하면 식(7)과 같다.

$$W = \int_{L_1}^{L_2} \int_{Y_1}^{Y_2} Ck \left\{ \sum_{i=1,3,5,\dots} B_m^2(i) \sin^2(ia l) + \sum_{\substack{i=1,3,5,\dots \\ j=i+2, i+4,\dots}} \{ 2B_m(j) \sin(ia l) \sin(ja l) \} \right\} dL dl$$

$$= Ck \left\{ \sum_{i=1,3,5,\dots} B_m^2(i) L_r \left\{ \frac{bt}{2} - \frac{1}{4ia} (\sin(2ia(Y_0 + \frac{a_s}{2} + bt)) - \sin(2ia(Y_0 + \frac{a_s}{2}))) \right\} \right.$$

$$+ \sum_{i=1,3,5,\dots} B_m(i) B_m(j) L_r \left\{ \frac{1}{a(i-j)} (\sin((i-j)a(Y_0 + \frac{a_s}{2} + bt)) - \sin((i-j)a(Y_0 + \frac{a_s}{2}))) \right\} - \frac{1}{a(i+j)} \left\{ \sin((i+j)$$

$$a(Y_0 + \frac{a_s}{2} + bt) - \sin((i+j)a(Y_0 + \frac{a_s}{2})) \}} \quad (7)$$

여기서, $C_k = g(1 + a_s + bt)^2 / 2\mu_0$

$$a = \frac{P}{D}, L_1 = -\frac{1}{2} L_r, L_2 = \frac{1}{2} L_r$$

$$Y_0 = \theta / 2$$

$$= \frac{1}{a} \cdot \frac{P}{2} \cdot \theta_{om}$$

$$= \frac{D}{2} \theta_{om}$$

$$Y_1 = Y_0 + \frac{a_s}{2} + L \tan \phi$$

$$Y_2 = Y_0 + \frac{a_s}{2} + L \tan \phi + bt$$

a_s : 스톱개구부의 폭[m] θ_{om} : 기계각(deg) bt : 치의 폭[m]

$1 + a_s/bt$ 는 磁束이 電機子 齒에 集中된다고 가정 한 보정계수이다.

따라서 코깅 토크의 수식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} T_c &= \frac{D}{2} \cdot \frac{\partial w}{\partial l} \\ &= \frac{D}{2} \cdot C_k \left\{ \sum_{i=1,3,5,\dots} B_m^2(i) \frac{-1}{4\pi \tan \phi} \right. \\ &\quad \left. \left[\sin(2iaY_2) - \sin(2iaY_1) \right] \frac{L_1^2}{L_1} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\substack{i=1,3,5,\dots \\ j=i+2, i+4,\dots}} B_m(i) B_m(j) \left\{ \frac{1}{(i-j) \tan \phi} \left[\sin((i-j)aY_2) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - \sin((i-j)aY_1) \right] \frac{L_1^2}{L_1} - \frac{1}{(i+j) \tan \phi} \left[\sin((i+j)aY_2) \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - \sin((i+j)aY_1) \right] \frac{L_2^2}{L_2} \right\} \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

2.2. 코깅 토크의 수학적 모델에 대한 시뮬레이션

本 論文에 사용한 BL DC motor의 제원은 표1에 나타나 있으며 2-1절에서 얻어진 코깅 토크의 식(8)에 표1에 나타난 제원을 대입하여 코깅 토크를 구하였다. 本 論文에서 適用된 電動機는 스쿠우가 없는 경우($\phi = 0$)로써 回轉子를 機械角으로 15도를 1.875도 간격으로 계산하였다.

그림 3은 永久磁石 BL DC motor의 코깅 토크를 컴퓨터로 계산하기 위한 알고리즘의 흐름도이다.

표 1. 영구자석 BL DC motor의 제원

Table 1. Dimension of BL DC motor

Symbol and Identifier	Data
a_s : Slot opening	2.5×10^{-3} [m]
B_r : Residual magnetic flux density	0.4 [T]
b_c : Tooth width	7.31×10^{-3} [m]
D : Inside diameter of the stator	120×10^{-3} [m]
g : Air gap length	0.5×10^{-3} [m]
p : Number of poles	4
L_r : Rotor axial length	8×10^{-3} [m]
Q_s : Number of slots	24

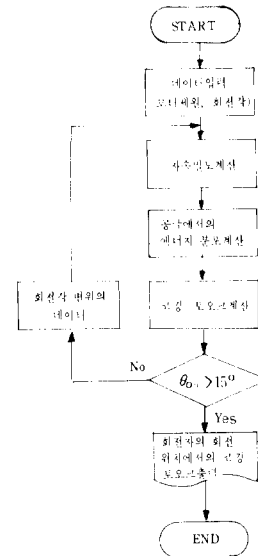


그림 3. 코깅 토크 계산 흐름도

Fig. 3. Flowchart of calculating the cogging torque.

표 2. 코깅 토크의 계산치

Table 2. Calculated values of cogging torque.

Position # of rotation	Mechanical angle (degree)	Cogging torque in [N·m]
1	0.0	-2.200 E-3
2	1.875	-3.245 E-2
3	3.75	-4.280 E-2
4	5.625	-2.784 E-2
5	7.5	-3.289 E-3
6	9.375	3.252 E-2
7	11.25	4.281 E-2
8	13.125	2.866 E-2
9	15	-4.675 E-3

표2는 식(8)을 사용하여 回轉子를 機械角으로 15도까지 1.875도 간격으로 계산한 코깅 토오크 값이다.

그림 4는 표2의 코깅 토오크의 계산 결과 값을 가지고 나타낸 코깅 토오크 곡선이다.

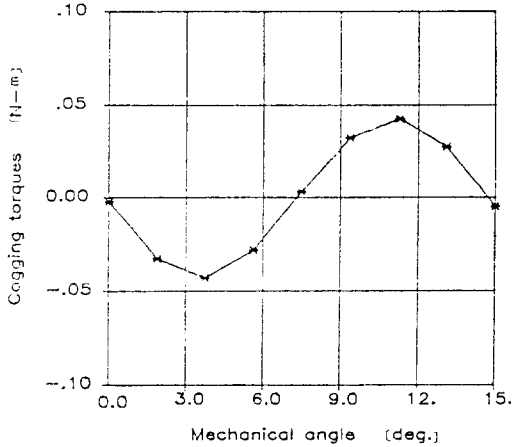


그림 4. 코깅 토오크 곡선

Fig. 4. Cogging torque curve.

3. 永久磁石 BL DC motor의 구동 및 토오크 測定 實驗

3.1. 永久磁石 BL DC motor 驅動回路 구성

本論文에 사용된 永久磁石 BL DC motor는 3상 電壓原 인버터에 의해서 驅動되며 이때의 回轉子 位置 檢출기로 轉流 엔코더[commutation encoder]를 사용하였다. 이 엔코더는 photo transistor가 있어서 回轉子의 位置에 해당하는 情報를 간단하게 인버터의 各相에 보내어 인버터를 驅動한다. 이것은 回轉子 位置 檢出器로 래졸버나 인크리멘탈 엔코더를 사용했을 경우에 回轉位置 檢出回路가 대단히 복잡하고 어렵다는 문제점을 쉽게 해결할 수가 있다는 장점을 가진다. 그리고 速度制御는 PI 制御에 의해 이루어지며 인버터에 흐르는 電流가 定格 이상으로 흐를때 인버터 各相의 transistor 베이스에 보내지는 펄스를 차단하도록 시스템을 구성하였다.

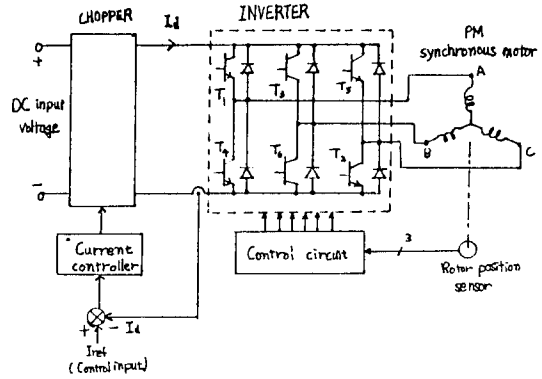


그림 5. 제어회로의 블럭선도

Fig. 5. Block diagram of control circuit.

3.2. 코깅 토오크의 측정방법

일반적으로 電動機의 토오크 측정은 M-G set를 가지고 發電機에 연결된 負荷를 可變하는 것에 의해 電動機에 토오크를 측정한다. 본論文에 사용된 電動機는 200[V] 200[W]의 定格을 가진 永久磁石 BL DC motor로써 M-G set를 가지고 디지털 토오크 測定器를 이용하여 토오크를 測定하였다. 그리고 코깅 토오크를 測定하는 方法에 있어서는 永久磁石 BL DC motor 驅動電源을 공급해서 定格速度의 약 1퍼센트로 回轉시켜 코깅 토오크를 測定할 수 있지만 驅動電流에 의한 발생 토오크 때문에 아주 미세한 코깅 토오크를 測定하는데 아주 不合理하다. 따라서 구동전원을 공급하지 않고 實驗 電動機와 토오크 測定器의 檢出器 및 外部驅動 電動機축을 수평으로 유지하도록 하여 永久磁石

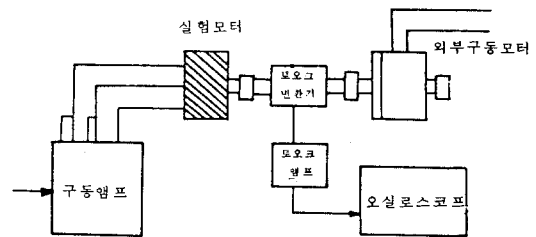


그림 6. 코깅 토오크 측정장치의 블럭선도

Fig. 6. Block diagram of cogging torque detecting apparatus.

BL DC motor를 外部驅動 電動機에 의해 實驗 電動機의 定格速度 약 1퍼센트로 回轉시켜 그림 6과 같은 구성에 의해 디지털 토오크 측정기의 아날로그 출력단자에서 오실로스코프로 측정한다.

3.3. 永久磁石 BL DC motor의 驅動 및 코깅 토오크 측정

그림 7은 定格電壓 200[V] 定格出力 200[W]인 永久磁石形 BL DC motor에 電源을 공급하였을 경우의 驅動 電壓 및 電流波形이다.

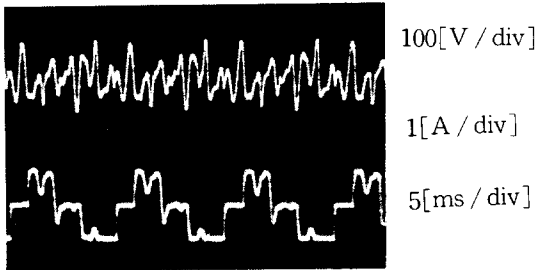


그림 7. 구동전압 및 전류파형
Fig. 7. Waveforms of driving voltage & current.

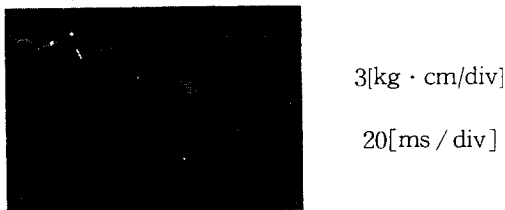


그림 8. 출력 토오크 파형
Fig. 8. Waveform of cogging torque.

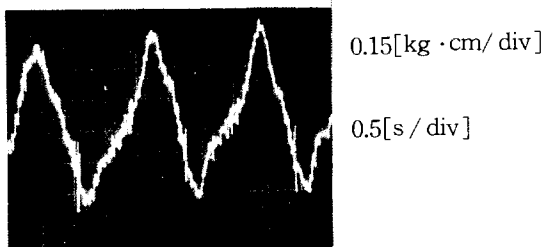


그림 9. 코깅 토오크 파형
Fig. 9. Waveform of cogging torque.

그림8은 負荷를 걸어서 電動機의 速度가 1470 [rpm]일때의 出力波形이다.

그림9는 그림6의 실험장치에 의해 定格電壓 및 定格出力이 200[V], 200[W]인 永久磁石 BL DC motor를 定格速度 1750[rpm]의 약 1퍼센트인 20 [rpm]에 回轉시켰을 때의 코깅 토오크 波形이다.

3.4. 結果 및 考察

本 論文에서는 코깅 토오크의 수학적 해석에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 했으며 이에 대한 결과는 2-2절에서 치절 1 週期에 해당하는 機械角 15도를 8간격으로 等分하여 각각의 位置에 코깅 토오크를 出力 시켰다.

3.2.절은 코깅 토오크 측정을 위한 실험 방법으로 外部 驅動電動機는 起動 토오크가 큰 120[V] 3[A]의 定格을 가진 直流電動機를 사용하였다. 본 논문에서 사용한 전동기의 정격 回轉數 1750[rpm]의 약 1퍼센트에 해당하는 20[rpm]으로 回轉시키면서 코깅 토오크를 測定하였다. 이 때의 實測한 코깅 토오크 波形은 그림9와 같고 시뮬레이션 결과의 코깅 토오크 곡선인 그림4와 비교해 보면 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

그리고 디지털 토오크 測定器에 나타난 토오크 값은 4.5×10^{-2} [N·m]이며 수학적 방법에 의한 코깅 토오크의 값은 4.2×10^{-2} [N·m]이다. 이는 실험장치의 마찰등을 考慮하면 수학적 해석에서 얻어진 결과에도 잘 일치함을 알 수 있었다.

4. 結 論

本 論文에서는 永久磁石 BL DC motor의 코깅 토오크를 구하기 위하여 數學的 解析과 實驗에 의한 方法을 고찰 하였다.

수학적 해석에서는 철심내 자계에너지의 변화를 무시하고 공극에서의 자속분포는 梯形波라 가정하여 간단한 수학적 모델을 정하여 해석을 하였고 이를 시뮬레이션 하였다.

實驗方法에서는 코깅 토오크를 측정하고자 하는 전동기 정격속도의 약 1 퍼센트 정도의 극저속으로 돌려서, 측정하고자 하는 電動機가 외부 구동

전동기에 정확하게 일직선상에 놓여 있는 상태에서 디지털 측정기로 측정하였다.

이 두 결과를 비교해 보면 定量的으로 잘 일치함을 알 수 있었다. 따라서 전동기 設計時 코깅 토크를 豫見하여 電動機 驅動토크 특성을 해석하는데 有效할 것으로 思料된다.

參 考 文 獻

1) T. Kenjo and S. Nagameri, Permanent Magnet and Brushless DC motor, Sogo Electronic Publishing Co., Tokyo, 1984.
 2) Doko Yasuhiko, et al., The basis and Applica-

tion of Brushless Servo-motor, Sogo Electronics Publishing Co., Tokyo, 1985.

3) J.A. Wanger, "Numerical analysis of Cogging Torque in Brushless DC motor", Conference Record of IAS Annual Record IEEE, p. 669, 1975.
 4) Jaime De La Ree, Nady Boules, "Torque Production in Permanent Magnet Synchronous Motor", IEEE Trans on Ind. Appl., Vol. IA-23, pp. 15-20, 1987.
 5) K.J.Binns, et al., "Commutation of Magnet Field of Permanent Magnet", Proc. IEEE, Vol. 122, No. 12, pp. 1377-1381, 1975.

I. 照明分野

李性午(編修委員)

1. VDT 스크린의 輝度條件의 瞳孔의 크기에 미치는 影響

[Kubota et al. 照明學會誌 Vol 72-6(1988), PP307~312]

VDT(視覺表示端末)스크린위의 輝度分布와 瞳孔徑과의 관계와 VDT 스크린과 文書面의 輝度比가 瞳孔徑의 變化에 미치는 影響을 검토하기 위해서 두가지 實驗을 하였다. 實驗 1에서는 스크린을 注視할 때의 瞳孔의 크기를 결정한 데 가장 크게 기여하는 것은 平均輝度 또는 피이크輝度の 어느 것인가.

實驗 2에서는 스크린과 文書面과의 輝度比를 實驗變數로서 被驗者에 스크린과 文書를 번갈아 보는 作業에서 瞳孔徑의 變化, 作業能力 및 눈의 疲勞 등의 主觀評價에 미치는 影響에 대해서 검토한 결과도 다음과 같다.

(1) VDT 스크린을 注視할 때의 瞳孔徑은 平均輝度보다도 주로 피이크輝도에 의존되고 있다. 즉 陰畫表示의 경우에는 文字輝度, 陽畫表示의 경우에는 背景輝도에 따라 주로 瞳孔의 크기가 결정한다. 따라서 瞳孔의 크기에서 본 陽畫表示의 優位性은 종래 지적된 정도로 크지 않다.

(2) 瞳孔의 擴大速度가 縮小速度에 비해서 늦기 때문에 스크린과 文書面에서 빈번하게 注視點이 이동하는 作業에서는 보다 밝은 쪽의 輝도에 瞳孔의 順應이 끌리고 있다.

(3) (1)과 (2)에서 VDT作業時의 瞳孔의 크기의 變化는 종래의 추측한 정도로 크지 않다.

(4) 스크린과 文書面의 輝度比는 스크린側의 輝度を 피이크輝度, 즉 陰畫表示에서는 文字輝度, 陽畫表示에서는 背景輝도로 하여야 한다.

(5) 스크린과 文書面의 輝度比는 실제 생길 수 있는 條件內에서는 作業能力面에서 有意한 影響을 미칠 정도는 아니다.

(6) 主觀的評價의 結果에 따르면 실제 생길 수

있는 條件內에서는 스크린과 文書面의 輝度比보다 文書面의 輝度水準 자체가 적정한 범위에 있다는 것이 중요하다.

2. 高壓水銀램프 遲相形點燈回路의 始動時高調波特性

[家村 道雄外, 照明學會誌 Vol 72-10(1988), PP620~625]

高壓水銀램프 遲相形點燈回路에 正弦波의 定格電壓을 印加하여 램프를 始動시켜 安定點燈에 이르기까지 램프電壓이 上昇할 때마다 實驗을 하였다. 또한 人力端子에 並列로 컨덴서를 접속한 力率改善의 實驗을 행하였다.

實驗 및 波形分析結果로부터 다음 事項이 明白하게 되었다.

(1) 始動直后 水銀램프는 短絡狀態와 같은 電壓의 대부분이 초오크코일에 걸려 있으나 램프電壓이 上昇함에 따라 水銀램프쪽으로 電壓의 分擔을 가져 오게 한다.

(2) 램프電壓의 上昇에 따라 초오크코일의 基本波의 有效電力, 無効電力은 차차 적게 되지만 第3, 第5高調波의 有效電力, 無効電力이 차차 크게 되어 있다. 또한 초크코일의 歪形無効電力은 차차 커지며 한편 皮相電力은 차차 적게 된다.

(3) 램프電壓이 上昇함에 따라 램프의 基本波의 有效電力, 無効電力은 차차 크게 되고 또한 歪形電力, 皮相電力도 점점 커진다.

(4) 램프電壓이 上昇함에 따라 入力端의 有效電力은 점차 增加하고 $V_L = 80V$ 에 最大를 나타내고 入力端의 歪形波電力은 점차 增加한다. 한편 入力端의 無効電力과 皮相電力은 점차 減少하고 있다.

(5) 始動時에도 電源으로부터 供給되는 基本波의 有效電力은 水銀램프와 초크코일에서 消費되고 水銀