

부분구조합성법을 이용한
NC선반의 동적설계

이 신영*, 이 장무**

Dynamic Design of an NC Lathe by Using
Substructure Synthesis Method

Sin Young Lee*, Jang Moo Lee**

Abstract

In this study, in order to perform dynamic design of machine tools reasonably and effectively, a method was formulated to be applicable to the structures connected by joints having elasticity and damping by using substructure synthesis method. And to analyze chatter-free performance, a 3 dimensional cutting dynamics theory was used. Computer program package for the dynamic design of machine tools was developed by combining those and applied to improvement of performance of NC lathe. Also, the optimization in the structural modifications of machine tool substructure was studied by evaluating the effects of the substructural modifications on total system performance.

Key Words : Substructure(부분구조), Dynamic Design(동적설계), Substructure
Synthesis Method(부분구조 합성법), Chatter Analysis(채터해석)

* 서울대학교 공과대학 전자계산실(정희원)

** 서울대학교 공과대학 기계설계학과 교수

초 록

본 연구에서는 공작기계의 동적설계를 합리적이고 효율적으로 수행하기 위하여 부분구조 합성법을 이용하여 부분구조의 감쇠 및 결합부의 특성행렬을 고려한 구조해석이론을 유도하고, 동적성능인 채터 안정성 해석을 위하여 3차원 절삭동역학 이론을 사용하였다. 이를 결합하여 공작기계의 동적설계를 위한 전산프로그램 팩케지를 개발하고 국산 NC 선반의 성능개선에 응용하였으며, 부분구조 변경에 따른 전체 성능의 변화를 검토하였다.

1. 서론

공작기계의 정밀도, 생산성과 신뢰성에 대한 기대요구를 충족시키기 위하여, 이상 진동이 없는 가공성능을 평가하고 예측하는 합리적인 방법이 필요하다. 공작기계의 특성은 구조동역학과 절삭동역학의 상호작용에 의하므로 구조특성과 절삭특성을 동시에 고려하여 공작기계의 동적설계를 행하게 된다. [1, 2]

절삭의 채터진동이 발생하면 가공능률을 저해하므로 이의 발생조건을 규명하고 가능하면 발생영역을 좁히기 위하여, Arnold[3] 이래 Doi[4], Merritt[5] 등에 의하여 많은 연구가 되어 왔다. 그 결과 절삭시의 채터진동의 발생은 절삭강성, 기계구조의 진동특성과 재생효과 등을 요소로 하는 계의 안정성 판별 문제로 귀착하는 것과 절삭속도에 따라서 채터진동 영역의 유무가 결정된다는 것 등이 연구되었다.

한편, 공작기계와 같이 복잡한 구조물의 动的加振에 대한 응답해석은, 동적 모델의 자유도 수를 줄일 수 있고 부분구조의 설계와 해석에 가능한 한 독립성을 줄 수 있는 동적 구조해석 및 설계방법이 개발되는 것이 바람직하다. 부분구조 합성법은 구조물을 부분구조로 나누고, 각 부분구조를 해석한 후, 그들을 합성하여 全體系의 고유진동수, 고유모우드와 응답의 진폭 등을 계산한다. [6-8]

대부분의 기존의 연구는 구조특성이나 절삭특성의 한 분야에 치중되고 있거나, 한 분야를 실험에

의존하고 있으므로 두 특성을 합리적으로 해석하는 것이 필요하다.

본 논문에서는 부분구조합성법에 의한 구조해석과 공작기계의 채터해석에 대하여 연구검토하고, 결합부를 고려한 공작기계의 구조해석과 3차원 절삭동역학 이론에 의하여 동적성능인 내채터 특성을 해석한다. 또한, 공작기계 부분구조의 변경이 전체 시스템의 특성에 미치는 기여도의 평가에 따른 구조변경 최적화의 동적설계 문제에 대하여 연구한다.

2. 감쇠를 고려하는 부분구조 합성법

공작기계 등의 기계류는 베드와 같은 지지부, 주축대와 같은 연결부, 주축과 같은 작동부 등의 주요 3부분으로 모델링하는 것이 적당하므로, 실제 문제에 대한 적용성을 높이기 위하여 Fig. 1과 같이 3부분계로 된 시스템에 대하여 해석한다.

부분계1의 운동방정식은

$$\begin{bmatrix} M_a & M_{ac}^1 \\ M_{ca} & M_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_a^1 \\ \ddot{x}_c^1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_a^1 & C_{ac}^1 \\ C_{ca}^1 & C_c^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_a^1 \\ \dot{x}_c^1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_a^1 & K_{ac}^1 \\ K_{ca}^1 & K_c^1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a^1 \\ x_c^1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_a^1 \\ f_c^1 + f_c \end{Bmatrix} \quad (1)$$

부분계2와 부분계3의 운동방정식은 식(1)과 같은 모양으로 된다.

결합부 조건식은 결합부c에 대하여

$$\begin{bmatrix} C_c^{1j} & C_c^{12j} \\ C_c^{21j} & C_c^{2j} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_c^1 \\ \dot{x}_c^2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_c^{1j} & K_c^{12j} \\ K_c^{21j} & K_c^{2j} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_c^1 \\ x_c^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -f_c^1 \\ -f_c^2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

결합부d에 대한 식은 식(2)와 같은 모양이 된다.

전체 계의 운동방정식은 부분계의 운동방정식 및 결합부 조건식을 연립하면 다음과 같이 된다.

$$[M] \{ \ddot{x} \} + [C] \{ \dot{x} \} + [K] \{ x \} = \{ f \} \quad (3)$$

여기에서

$$\{x\}^T = [x_a^1 \ x_c^1 \ x_a^2 \ x_c^2 \ x_a^2 \ x_a^3 \ x_d^3] \quad (4)$$

또한 $|f|$ 에는 내력 $|f_c^e|$, $|f_c^o|$ 등이 포함되지 않는다.

식(1)에서 부분계1의 결합부 고정 모우드를 $[\phi_a]$ 이라고 하면 부분계1의 결합부 고정 모우드에 의한 변위 $|x_a^1|'$ 는

부분계1의 구속 모우드에 의한 변위 $\{x_a^1\}$ "는

$$\{x_a^1\}''' = -[K_a^1]^{-1} [K_{ac}^1] \{x_c^1\} = [T_c^1] \{x_c^1\} \quad \dots \quad (6)$$

내부 영역 $\{x_a^1\}$ 의 변위는 결합부고정 모우드와 구속모우드 집합의 조합에 의하여 표시될 수 있고 [8]

$$\{x^1\} = \begin{Bmatrix} x_a^1 \\ x_c^1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_a^1 & T_c^1 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ x_c^1 \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (7)$$

한편, 각 부분계에 대하여 정축소행렬을 작성하여 고유치 문제를 작성하고, 이 고유치 문제를 풀어서 구한 고유모우드로 결합영역의 좌표변환을 행하면 식(8)과 같이 된다.

$$\left\{ \begin{array}{c} x_c^1 \\ x_c^2 \\ x_d^2 \\ x_d^3 \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{c} \phi_c^1 \\ \phi_c^2 \\ \phi_d^2 \\ \phi_d^3 \end{array} \right] \{ v \} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

식 (8)을 식 (7)에 대입하고, 부분계2, 3에 대해
서도 같은 방법으로 변환하여 정리하면,

$$\left\{ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \right\} = \left[\begin{array}{ccc|c} \phi_a^1 & 0 & 0 & T_c^1 \phi_c^1 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_c^1 \\ 0 & \phi_a^2 & 0 & T_c^2 \phi_c^2 + T_d^2 \phi_d^2 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_c^2 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_d^2 \\ 0 & 0 & \phi_a^3 & T_d^3 \phi_d^3 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_d^3 \end{array} \right]$$

여기에서

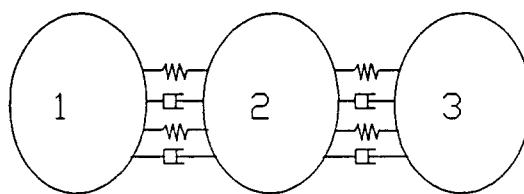
식 (9)를 식(3)에 대입하고 앞에서 $[T_y]^T$ 를 곱하면 운동방정식은 축소변환되어 식(11)과 같이 된다.

$$[\hat{M}] \{ \ddot{y} \} + [\hat{C}] \{ \dot{y} \} + [\hat{K}] \{ y \} = \{ \hat{f} \} \quad \dots \dots \dots (11)$$

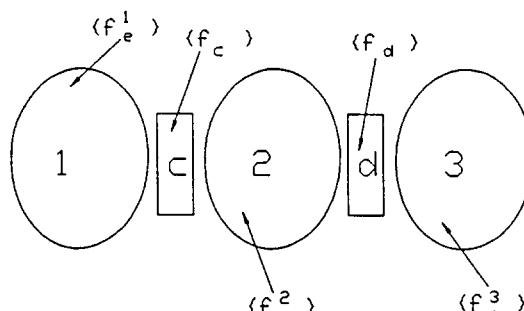
여기에서

$$[\hat{M}] = [T_y]^T [M] [T_y], [\hat{C}] = [T_y]^T [C] [T_y],$$

이 축소된 고유치 문제를 풀어서 식(9)에 대입하면 된다.



(a) modelling by 3 components



(b) partitioning the interface region

Fig. 1 System composed of 3 components with nonproportional damping

3 적설 동역학

3차원 동적 절삭은 Fig. 2와 같이 절삭 속도 벡터에 수직인 면에서 그려지고, AC와 BC를 따라서 해칭

된 면적은 연속적인 두 화전에서 전동하는 절삭날의 자국이다. 공구는 공작물 표면에 수직인 진폭 X_t 로 진동한다고 가정된다. 이 모델에서 직교절삭은 절삭속도벡터 V 와 칩배출속도벡터 V_c 를 포함하는 평면에서 구현된다. 그러면 동적 3차원절삭은 그림에서 해칭된 지역으로 표시된 내부 모듈레이션 X'_t 와 외부 모듈레이션 X''_t 을 갖는 동적직교절삭모델의 중첩으로 고려될 수 있다[10, 11]

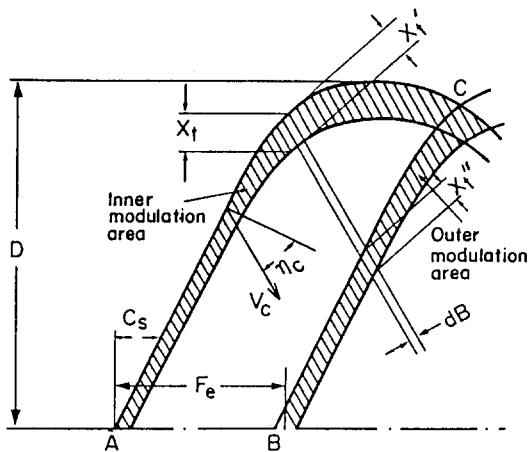


Fig. 2 Dynamic 3-dimensional cutting model shown in the plane perpendicular to the cutting velocity vector

3차원 절삭에서 절삭기하학은 다음에 의하여 정해진다. 즉, 주절삭날각 C_s , 앞절삭날각 C_e , 노우즈 반경 R , 직교경사각 α_s , 절삭날 경사 i , 절삭깊이 D , 이송 F_e 와 공작물 표면에 수직인 공구 진동의 진폭 X_t 등에 의한다. 또한 절삭 중 칩배출 방향의 변화는 무시할만 하다고 가정된다. 그러면 절삭속도 벡터 V 와 평균침배출 속도벡터 V_c 를 갖는 분할평면내에서 나타나는 動的 직교절삭 과정은 다음의 가정을 갖는 Das-Tobias의 전단평면 모델[12]에 의해서 해석된다.

- 1) 전단평면의 방향은 공구-공작물의 상대진동에 의한 영향을 받지 않는다.
- 2) 절삭력은 전단평면의 면적에 순간적으로 비례 한다.

3) 절삭력의 기하학적 방위는 순간적인 절삭방향에 항상 일정하게 경사진다.

이러한 가정들에 기초하여, 분할된 요소에 대한 절삭력과 배분력성분 증분치 dF'_c 와 dF'_t 는 푸리에 변환으로 다음과 같이 수식화 된다.

$$dF'_c = \frac{K_c}{\sin \phi_e} [N_2 e^{-j\epsilon} + \{ -1 + j \frac{2\pi f}{V}] \left(\frac{D \cos \phi_e - 1}{D \sin \phi_e} \right) D' \{ N_1 \} X_t dB \quad \dots \dots \dots (13)$$

$$dF'_t = \frac{K_c}{\sin \phi_e} [\left(\frac{D \cos \phi_e - 1}{D \sin \phi_e} \right) N_2 e^{-j\epsilon} + \{ - \left(\frac{D \cos \phi_e - 1}{D \sin \phi_e} \right) - j \frac{2\pi f}{V} D' \{ N_1 \}] X_t dB \quad \dots \dots \dots (14)$$

여기에서 K_c : 주응력

K_s : 전단응력

$D = K_c / K_s$,

f : 주파수

$N_1 = X'_t / X_t$,

$N_2 = X''_t / X_t$,

ϵ : 내부 모듈레이션 X'_t 와 외부 모듈레이션 X''_t 사이의 위상변화

D' : 유효 변형전 칩두께

dB : $V - V_c$ 에 수직인 미소절삭폭

3차원 절삭모델에서의 절삭력과 배분력, F'_c 와 F'_t 는 위의식 (13)과 (14)를 적분하여 얻어진다. 이리하여 정상상태 직교절삭에서 얻어지는 다음의 데이터로부터 3차원 절삭에서의 직접 및 교차 강성전달함수가 평가되게 된다.

- 1) 주응력 K_c 와 전단응력 K_s
- 2) 경사각 α 의 함수로서의 전단각 ϕ
- 3) 공구 진동의 주파수
- 4) 3차원 절삭의 절삭조건과 공구현상

4. 공작기계의 채터안정성 해석

채터진동은 공작기계 구조와 절삭과정의 相互작용의 결과라는 것이 알려져 있으며, 動的直交 절삭의 경우에 대한 채터해석에 대하여 많은 연구가 행

- 해졌다. 대부분의 기계가공은 3차원 절삭이므로 3 차원 절삭동역학의 챕터이론에 대한 조사도 행해졌다. Ssengonzi는 Inamura 등 [10]에 의하여 개발된 기본이론을 테이퍼진 시편에 확장 적용하였다[11]. 이 테이퍼진 공작물을 사용하면 공작기계의 동적성능 시험결과를 동일한 공작기계의 금속제거능력으로 해석할 수 있다.

여기에서 x, y, z 좌표는 각각 배분력, 주절삭력, 이송방향이라고 한다. K 는 절삭강성계수, μ 는 중첩계수, ϵ 은 내부 모듈레이션과 외부모듈레이션 사이의 시간지연, 상첨자(o)는 외부모듈레이션, 상첨자(i)는 내부모듈레이션, P 는 공작기계-공작물계의 강성계수를 나타낸다. Fig. 3은 3차원 절삭계의 블록선도이다[5]. 이 블록선도를 사용하여 식(15)가 유도되고 그것으로부터 식(16)과 같은 특성 방정식을 얻게 된다. X 는 내부모듈레이션에 기인하는 공구 공작물의 상태진동벡터, $K_c^{(i)}$ 는 절삭강성 전달함수에 대한 내부 모듈레이션의 기여도를 나타내고 $K_c^{(o)}$ 는 외부 모듈레이션의 기여도를 나타낸다.

$G^{-1}(s)$ 는 기계구조계의 강성전달함수로 G 는 $[P]$ 의 역행렬이다.

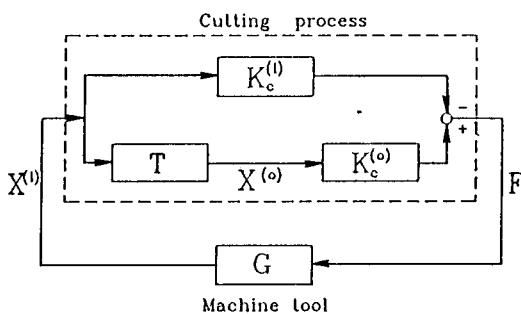


Fig. 3 A block diagram for the chatter loop.

$$[(K_c^{(o)}(s) \cdot T(s) - K_c^{(i)}(s)) - G^{-1}(s)] X_i(s) = 0 \quad (15)$$

여기에서 $T(s) = \mu \cdot e^{-j\epsilon}$, $G^{-1}(s) = [P]$

$$\det[\Lambda(s)] = 0 \quad (16)$$

$\Lambda(s) = [(K_c^{(o)}(s) \cdot T(s) - K_c^{(i)}(s)) - G^{-1}(s)]$
해석을 간단히 하기 위하여 다음과 같이假定한다.

1) 공구-공작물의 굽힘 모우드만이 공작기계 구조의動的特性을 지배한다.

2) 절삭방향에서의 공구-공작물 상대변위가 다른 방향의 절삭력의 변화에 영향을 끼치지 않는다.

위의 두가지 가정의 결과로부터, 공작기계 구조의 강성전달함수는 連成되지 않는다. 이러한 가정들을 수식화하여 정리하면 특성방정식은 다음 식(17)과 같이 된다.

$$(K_{cxx}^{(o)} \mu e^{-jwT} - K_{cxx}^{(i)}) - P_{xx}(j\omega) = \dots \dots \dots (17)$$

$$\frac{[K_{cxx}^{(o)} \mu e^{-jwT} - K_{cxx}^{(i)}] [K_{czx}^{(o)} \mu e^{-jwT} - K_{czx}^{(i)}]}{(K_{czz}^{(o)} \mu e^{-jwT} - K_{czz}^{(i)}) - P_{zz}(j\omega)}$$

P_{zz} 가 무한히 크다고 하면, 식(17)의 우변은 0이 된다. 즉,

$$K_{cxx}^{(o)}(j\omega) \cdot \mu \cdot e^{-jwT} - K_{cxx}^{(i)}(j\omega) = P_{xx}(j\omega) \dots \dots \dots (18)$$

위의 식(18)의 좌변은 背分力 방향에서 3차원 절삭과정의 직접강성 전달함수를 나타내고 우변은 같은 방향에서의 공작기계 구조의 직접강성 전달함수를 나타낸다. 주어진 절삭조건에 대하여 식(18)이 만족되면 공작기계-기공물과 절삭과정은 챕터의 경계선에 있다고 생각된다. 식(18)을 만족시키는 절삭깊이

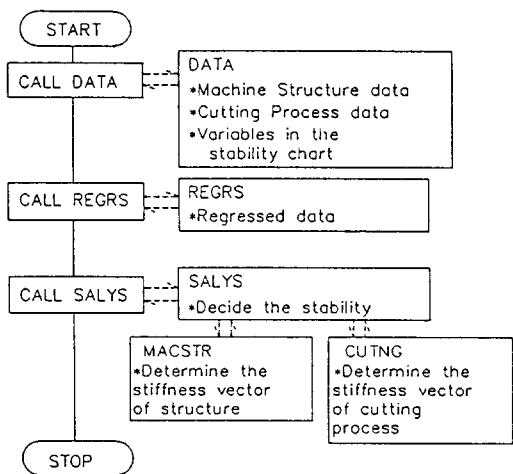


Fig. 4 Flow chart of the computer program for the chatter analysis of a lathe

는 한계절삭깊이라고 불리운다. 이러한 채터해석 방법을 具顯하는 컴퓨터 프로그램의 流通圖는 Fig. 4와 같다.

5. NC선반의 동적설계

선반의 구조에 대한 설계를 변경시키면 구조 동특성이 변화하고 따라서 내체터 동특성도 달라지게 된다. 앞의 부분구조 해석방법과 채터해석방법을 결합하여 NC선반의 동특성을 합리적으로 예측할 수 있는가를 확인하기 위하여, NC선반을 다음과 같이 유한요소로 모델링하고 해석하였다.

주축 베어링의 강성은 틀새가 없다고 가정하고 강성을 선형화하여 계산하였다. 앞 베어링은 앵글리 접촉 볼 베어링 7016CTDB이고 뒤의 베어링은 로울러 베어링 NN3014K이다. Fig. 5는 주축계와 이

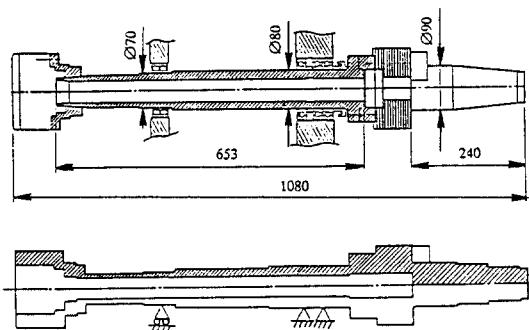


Fig. 5 Main spindle part and its modelling

상화된 모델을 나타내고, Fig. 6은 주축대계와 베드-베이스계를 나타낸다. 베드-베이스의 요소수는 119개, 절점수는 81개 이었으며, 주축대계의 요소수는 56개, 절점수는 52개 이었다. 베드-베이스와 주축대, 주축계를 각각 해석한 고유진동수는 Table 1과 같다. 전체 선반에 대하여 계산된 고유진동수를 나타내면 Table 2와 같다. Fig. 7에 주축계의 모우드 형태를 나타내고, Fig. 8은 주축대 계의 모우드 형태를 나타낸다.

Fig. 9는 베드-베이스 계의 모우드 형태를 나타낸다. 베드계의 1차 모우드는 굽힘 모우드를 나타내었

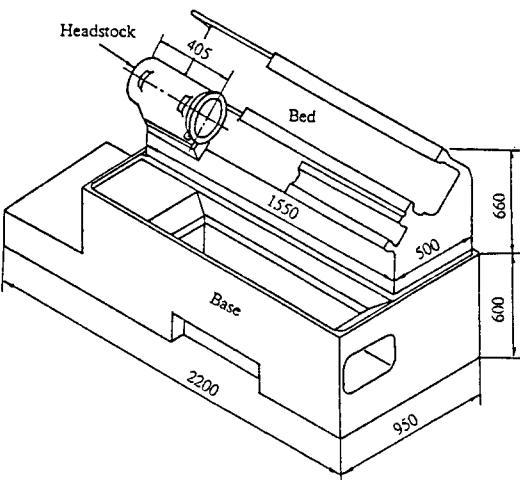


Fig. 6 Sketch of headstock part and bed-base part

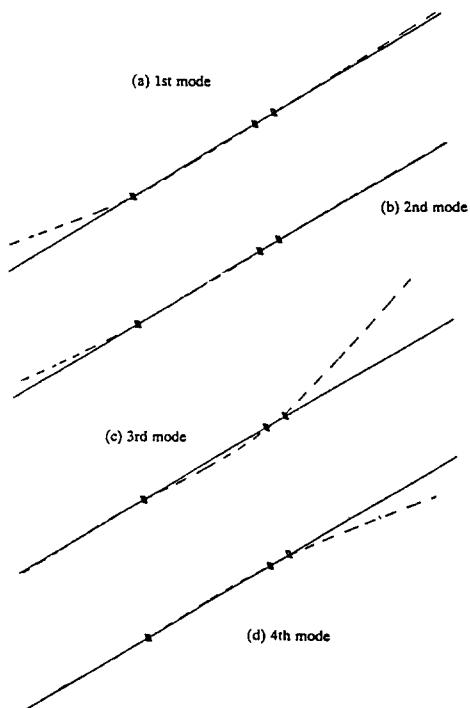


Fig. 7 Mode shapes of main spindle part.

고, 2차 모우드는 비틀림 모우드를 나타내었으며, 3차 모우드는 좌우방향의 굽힘 모우드를 나타내었다.

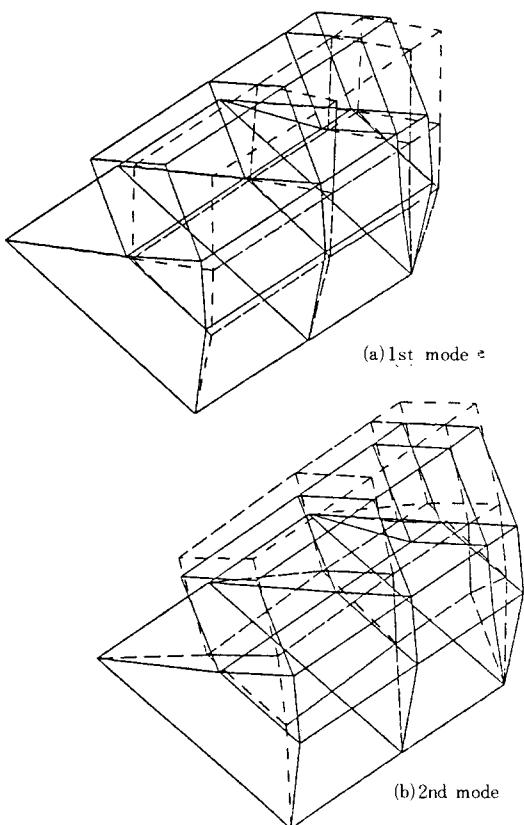


Fig. 8 Mode shapes of headstock part.

주축계, 주축대계와 베드베이스계를 결합한 전체 시스템의 모우드 형태는 앞의 부분구조 합성법에 의하여 구해졌으며 Fig. 10과 같다.

1차 모우드는 주축 왼쪽 수평방향 모우드가 크게 나타났고, 2차 모우드는 주축 왼쪽 수직방향 모우드가 주된 거동을 하였다. 3차 모우드는 베드-베이스 계의 전후방향 굽힘 모우드가 주로 나타났으며, 이 모우드에서 주축의 오른쪽 척과 공작물 부분의 변위가 크게 나타나기 시작한다. 4차 모우드는 주축계 우측부의 수평방향변위가 크게 나타나는 모우드 형상을 나타내었다. 계산된 고유진동수, 모우드 형태를 사용하여 주파수 응답함수가 계산되었으며, Fig. 11에 나타낸다. 73Hz, 107Hz, 203Hz, 213Hz 등에서 피크를 나타내고 있으며 피크점에서 위상차가 대략 90도 정도로 크게 나타남을 알 수 있다.

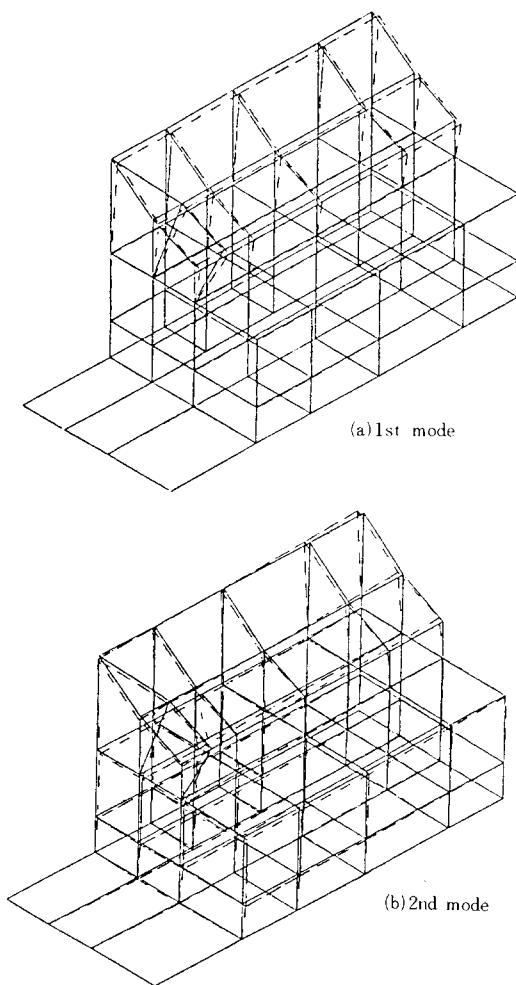
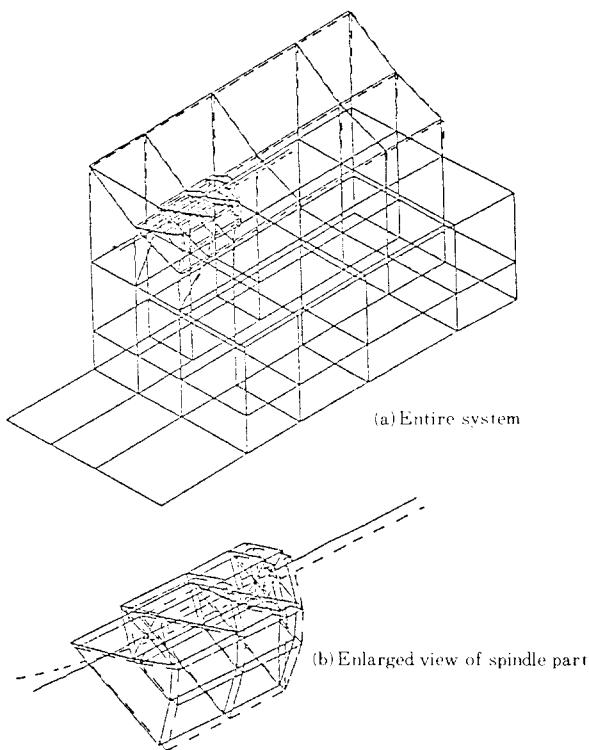


Fig. 9 Mode shapes of bed-base part.

이 계산결과를 확인할 목적으로, 절삭점에서의 주파수 응답함수를 측정하기 위하여 충격 햄머와 비접촉변위계를 사용한 충격시험을 실시하였다. Fig. 12에 나타낸 사진의 신호는 시간 영역에서의 충격력과 과도진동을 나타낸다. 이 신호는 F.F.T. 해석기(CF-500)에 의하여 처리되었으며 주축의 절삭점에서의 주파수 응답함수를 Fig. 13에 나타낸다. 여기에서 TG와 TP는 각각 주파수 응답함수의 크기와 위상을 표시한다. Fig. 11과 Fig. 13을 비교하면, 두 결과가 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

공작기계 부분구조의 특성변화가 채터안정성에



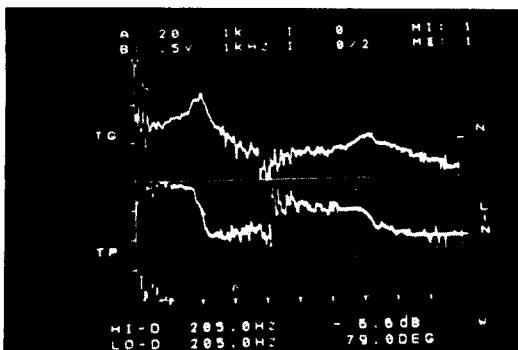


Fig. 13 A photograph of the frequency response function at the cutting point.

Table 1. Natural frequencies of substructures (Hz)

Mode	Bed-base	Headstock	Spindle
1st	98.7	919.1	87.5
2nd	184.3	1525.	87.9
3rd	210.6	2042.	265.
4th	217.6	2270.	273.
5th	251.4	2301.	1237.
6th	354.7	2880.	1241.
7th	371.9	2907.	1811.

Table 2. Natural frequencies of the entire NC lathe (rad/sec)

Mode	Real	Imaginary
1st	3.384	464.7
2nd	3.501	526.4
3rd	4.260	676.3
4th	14.98	1274.
5th	19.70	1329.
6th	21.85	1395.
7th	8.010	1556.

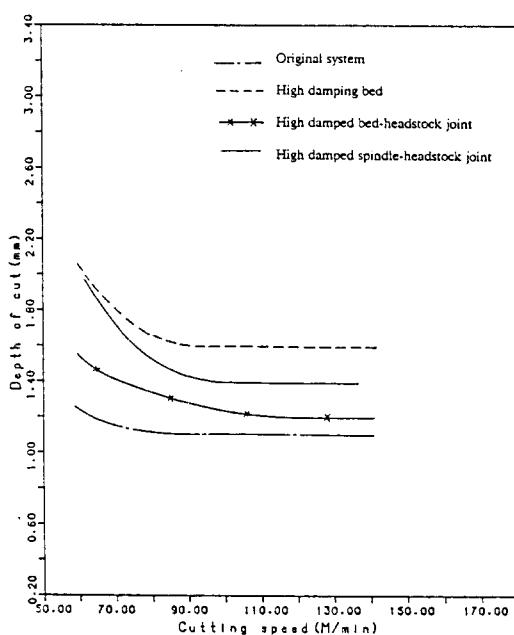


Fig. 14 Predicted chatter borderlines of the systems.

에서는 베드의 자체감쇠를 증가시킨 경우의 효과가 가장 컸으며, 주축-주축대 결합부의 감쇠를 증가시킨 경우가 그 다음이었고 주축대-베드의 결합부의 감쇠를 증가시킨 경우는 효과가 작았다.

6. 결론

복잡한 구성요소를 갖는 감쇠제인 공작기계의 구조해석과 설계변경을 효율적으로 수행하기 위하여 감쇠를 고려한 공작기계용 부분구조 합성법을 유도하였다. 이 방법을 채터안정성 해석이론과 결합하여 직접적인 절삭실험이나 가진실험을 거치지 않고도 공작기계를 설계할 때부터 채터 안정성 해석이 가능하도록 함으로써 공작기계의 합리적인 동적설계의 방법을 제시하였다. 이 동적성능 해석 및 설계방법을 국산 NC선반에 적용하여 그 타당성을 검증하였다.

후기

이 논문은 1988년도 과학기술처 특정과제 "교육용 CAE Model Lab. 개발"의 지원하에 이루어진 연구의 일부이며 관계자에게 감사한다.

参考文献

1. Lee, J. M., Lee, S. Y. and Lee, H., "Vibration and Chatter Analysis of an NC Lathe", Int. J. of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 4, No. 1, pp. 19-24, 1989.
2. 이신영, "부분구조 합성법을 이용한 공작기계의 구조해석과 동적설계", 서울대학교 박사학위논문, 1989.
3. Arnold, R. N., "The Mechanism of Tool Vibration in Cutting of Steel", Proc. Inst. Mech. Eng., London, Vol. 154, pp. 261-284, 1946.
4. Doi, S. and Kato, S., "Chatter Vibration of Lathe Tools", Trans. ASME, Vol. 78, pp. 1127-1134, 1956.
5. Merrit, H. E., "Theory of Self-Excited Machine-Tool Chatter", J. of Engineering for Ind., Trans. ASME, Vol. 87, pp. 447-454,
- 1965.
6. Hurty, W. C., "Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes", AIAA J., Vol. 3, No. 4, pp. 678-685, 1965.
7. Craig Jr., R. R. and Bampton, M. C. C., "Coupling of Structures for Dynamic Analyses", AIAA J., Vol. 6, No. 7, pp. 1313-1319, 1968.
8. Nagamori, ^ and Oookuma, M., "Analysis of Vibrations by Component Mode Synthesis(Part 2)", Bulletin JSME, Vol. 25, pp. 1093-1099, 1982.
9. Guyan, R. J., "Reduction of Stiffness and Mass Matrices", AIAA J., Vol. 3, No. 2, p. 380, 1965.
10. Sata, T., Inamura, T. and Matsushima, K., "Analysis of Three Dimensional Cutting Dynamics", J. of Faculty of Engineering, University of Tokyo(B), Vol. 33, pp. 31-43, 1975.
11. Ssengonzi, J. B., "테이퍼 진 가공률의 선삭시 발생되는 채터 진동의 해석", 서울대학교 박사학위논문, 1982.
12. Das, M. K. and Tobias, S. A., "The Basis of a Universal Machinability Index", Proc. 5th M. T. D. R., Birmingham, pp. 183-198, 1964.