

본 연구는 1988년도 과학기술처 특정연구 개발사업의 지원으로 이루어졌음.

## 링크인자 보정에 의한 로봇의 위치 정밀도 개선

조 의정\*, 하 영균\*, 이 상조\*\*, 박 영필\*\*\*

### Positioning Accuracy Improvement of Robots by Link Parameter Calibration

Eui-Chung Cho, Young-Kyun Ha,  
Sang-Jo Lee and Young-Pil Park

#### Abstract

The positioning accuracy of robots depends upon a forward kinematics which relates the joint variables to the orientation and position of the robot extremity in the absolute coordinate system. The relationship between two connective joint coordinates of a robot, which is the basis of the kinematics, is defined by 4 Denavit-Hartenberg parameters. But manufacturing errors in machining and assembly process of robots lead to discrepancies between the design parameters and the physical structure. Thus, improving the positioning accuracy of robots requires the identification of the actual link parameters of each robot. In this study, the least-squares method is used to calibrate the link parameters and off-line parameter calibration software is developed. Computer simulation is done to study the dependence of the calibration performance upon the DOF of the robot and number of acquired data set used in the least-squares method. 3 DOF Robot/Controller and specially designed 3D coordinate measurer is made and experiment is carried out to verify the theoretical and computational analysis.

\* 연세대학교 기계공학과 대학원

\*\* 연세대학교 기계공학과 부교수

\*\*\* 연세대학교 기계공학과 교수

## NOMENCLATURE

$\underline{A}_i$	: Homogeneous transformation matrix from (i) th coordinate frame to (i-1) th coordinate frame
$\underline{A}_{ci}$	: Actual homogeneous transformation matrix
$d\underline{A}_i$	: Differential homogeneous transformation matrix
$\delta\underline{A}_i$	: Homogeneous transformation matrix due to small joint displacement
$a_{ci}, a_{ci}, d_{ci}$	: Actual link parameters
$\Delta a_i, \Delta a_i, \Delta d_i$	: Small change of link parameters
$\theta_i$	: Joint variable of Link i
$\Delta \theta_i$	: Small error of $\theta_i$
$d\vec{p}$	: Small position error vector
$d\vec{n}, d\vec{o}, d\vec{a}$	: Small orientation error vector
$\vec{d}_i$	: Differential translation vector
$\vec{\delta}_i$	: Differential rotation vector
$Z$	: Matrix Z
$\vec{Z}$	: Vector Z

### 1. 서론

공장 자동화의 일원으로 널리 쓰이고 있는 로봇의 첨단부의 절대좌표계에 대한 위치 정밀도는 로봇의 작업정밀도, 작업능률 및 반복작업 능력에 있어서 매우 중요한 요인이다. 로봇의 첨단부의 절대위치는 링크 인자들과 조인트 변수들에 의한 정방향 기구학으로 결정되나 실제 로봇은 링크의 가공오차, 로봇의 조립오차 및 부정확한 축 결합 등에 의하여 설계와는 다른 링크 인자들을 가진 것이 되게 된다. 이러한 링크 인자의 변화가 로봇의 절대위치 정밀도를 저하시키므로 이러한 변화된 링크 인자의 보정을 통한 로봇의 정밀도 향상을 위하여 근래에 많은

연구가 행하여지고 있다.

1984년 Wu<sup>(1)</sup>는 직교좌표계에 있어서 로봇첨단부의 6개의 오차량을 이용한 각 링크의 인자 보정을 행하여 개 루우프 정기구학 오차를 최소화하는 기본적인 방법을 제시하였으며 그 뒤 이와 관련된 연구를 계속하였으며<sup>(2)(3)</sup>, Whitney<sup>(4)</sup> 등은 경위의(Theodolite)를 이용하여 산업용 로봇의 위치오차를 측정하여 이를 이용하여 로봇의 보정을 행하는 연구를 하였고, Stone<sup>(5)</sup>은 링크의 정기구학 인자를 새로이 정의하고, 초음파 범위 센서를 이용하여 로봇의 팔 구조 추정을 행하였으며, Puskorius<sup>(7)</sup> 및 Hollerbach<sup>(8)</sup> 등은 LED(Light Emitting Diode) 및 비전(Vision)을 이용하여 로봇의 보정을 행하는 연구를 행하는 등 많은 연구가 행하여지고 있다.<sup>(9-12)</sup>

본 연구에서는 최소자승법(Least-Squares Method)에 의하여 로봇첨단의 위치오차를 최소화하도록 Denavit-Hartenberg 정기구학 인자를 보정하는 소프트웨어를 개발하고 이를 이용한 인자 보정 시뮬레이션을 행하였으며, 자체 제작한 3자유도 로봇 및 3차원 측정 장치를 이용하여 인자 보정 실험을 행하고 이들을 비교하였다.

### 2. 이론해석

#### 2-1. 링크 인자와 정방향 기구학

로봇의 인접한 조인트 좌표계 사이의 관계는 두 조인트를 연결하는 링크의 형상에 따라 결정되며 이는 네 개의 Denavit-Hartenberg 인자  $a_i, a_i, d_i, \theta_i$ 로 나타낼 수 있다.<sup>(13)</sup> (Fig. 1참조)

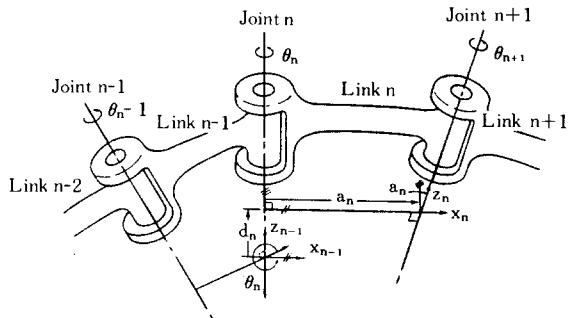


Fig. 1 Link Parameters  $a, a, d$  and  $\theta$ .<sup>(14)</sup>

이와같이 두개의 인접한 좌표계 사이의 관계는 네 개의 링크 인자들을 이용하여 다음과 같은 동차 변환행렬로 나타낼 수 있다. [14]

$$\begin{aligned} \underline{A}_i &= \text{Rot}(z_i, \theta_i) \text{Trans}(z_i, d_i) \text{Trans}(x_i, a_i) \\ &\text{Rot}(x_i, \alpha_i) \\ &= \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(1) \end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned} c\theta_i &\triangleq \cos\theta_i, & s\theta_i &\triangleq \sin\theta_i, \\ c\alpha_i &\triangleq \cos\alpha_i, & s\alpha_i &\triangleq \sin\alpha_i \end{aligned}$$

이다.

이러한 동차변환행렬을 이용하여, 절대좌표계에 대한 N자유도계 로봇트 침단부의 위치 및 방향을 표시하는 변환행렬을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\underline{T}_N = \prod_{i=1}^N \underline{A}_i = \underline{A}_1 \dots \underline{A}_1 \dots \underline{A}_N \dots\dots\dots(2)$$

이러한  $\underline{T}_N$ 은  $\alpha_i, a_i, d_i$  및  $\theta_i$ 에 의해 결정되며 이러한 인자들의 정확도가 로봇트의 위치 정밀도에 큰 영향을 미치게 된다.

### 2-2. 링크 인자의 보정

개 루우프 정기구학 식(2)에 의해 로봇트 침단부의 방향 및 위치가 결정되나 실제 로봇트의 링크 인자들이 기계가공오차, 조립오차 및 링크의 변형 등에 의해 설계값들과 다른 값들을 가져서 정밀도에 오차가 발생하게 된다. 따라서 다음과 같은 인자 보정을 통하여 새로운 정방향 기구학을 얻음으로써 로봇트의 정밀도를 향상시킨다. [11]

#### 2-2-1. 인접한 좌표계 간의 미소 변화

i번째 좌표계에 대한 미소 직진변위  $dx_i, dy_i, dz_i$ 와 미소 회전변위  $\delta x_i, \delta y_i, \delta z_i$ 가 발생할 때, 미소 변화 전의 동차변환행렬을  $\underline{A}_i$ , 미소 변환행렬을  $d\underline{A}_i$ 라 하면 미소 변화 후의 동차변환행렬  $\underline{A}_{ci}$ 는

식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} \underline{A}_{ci} &= \underline{A}_i + d\underline{A}_i \dots\dots\dots(3) \\ &= \underline{A}_i \text{Trans}(dx_i, dy_i, dz_i) \text{Rot}(\delta x_i, \delta y_i, \delta z_i) \end{aligned}$$

식 (3)으로 부터 미소 변환행렬  $d\underline{A}_i$ 를 구하면 다음과 같다.

$$d\underline{A}_i = \underline{A}_i (\text{Trans} \cdot \text{Rot} - \underline{I}) = \underline{A}_i \delta \underline{A}_i \dots\dots\dots(4)$$

여기서

$$\begin{aligned} \delta \underline{A}_i &= (\text{Trans} \cdot \text{Rot} - \underline{I}) = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -\delta z_i & \delta y_i & dx_i \\ \delta z_i & 0 & -\delta x_i & dy_i \\ -\delta y_i & \delta x_i & 0 & dz_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

이다.

#### 2-2-2. 링크 인자 오차에 따른 미소 변환

만약 측정된 링크 인자와 실제 링크 인자간에 오차가 있다면, 실제의 동차변환행렬  $\underline{A}_{ci}$ 와 측정된 변환행렬  $\underline{A}_i$ 와의 관계식은 다음과 같다.

$$\underline{A}_{ci} = \underline{A}_i + d\underline{A}_i \dots\dots\dots(6)$$

이때, 미소변환행렬  $d\underline{A}_i$ 는 다음과 같은 선형식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} d\underline{A}_i &= \frac{\partial \underline{A}_i}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i + \frac{\partial \underline{A}_i}{\partial a_i} \Delta a_i + \frac{\partial \underline{A}_i}{\partial d_i} \Delta d_i + \\ &\frac{\partial \underline{A}_i}{\partial \alpha_i} \Delta \alpha_i \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

여기서,  $\Delta \theta_i, \Delta a_i, \Delta d_i, \Delta \alpha_i$ 는 각 링크 인자간의 미소 오차량이다.

식(1)로부터

$$\frac{\partial \underline{A}_i}{\partial \theta_i} = \begin{bmatrix} -s\theta_i & -c\theta_i c\alpha_i & c\theta_i s\alpha_i & -a_i s\theta_i \\ c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial a_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & c\theta_1 \\ 0 & 0 & 0 & s\theta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \dots\dots\dots(8)$$

$$\underline{Q}_\alpha = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & sa_1 \\ 0 & 0 & 0 & ca_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial d_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\underline{Q}_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_1} = \begin{bmatrix} 0 & s\theta_1 sa_1 & s\theta_1 ca_1 & 0 \\ 0 & -c\theta_1 sa_1 & -c\theta_1 ca_1 & 0 \\ 0 & ca_1 & -sa_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

와 같은 식들을 얻을 수 있으며, 식(7)을 식(4)의 형태로 변화시키기 위해 다음과 같은 식을 만족하는 행렬  $\underline{Q}_\theta$ ,  $\underline{Q}_a$ ,  $\underline{Q}_d$ ,  $\underline{Q}_\alpha$ 를 도입한다.

$$\frac{\partial A_1}{\partial \theta_1} = \underline{A}_1 \underline{Q}_\theta,$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial a_1} = \underline{A}_1 \underline{Q}_a, \dots\dots\dots(9)$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial d_1} = \underline{A}_1 \underline{Q}_d$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial \alpha_1} = \underline{A}_1 \underline{Q}_\alpha$$

$\underline{A}_1^{-1}$ 를 식(9)의 양변에 곱하면

$$\underline{Q}_\theta = \begin{bmatrix} 0 & -ca_1 & sa_1 & 0 \\ ca_1 & 0 & 0 & a_1 ca_1 \\ -sa_1 & 0 & 0 & -a_1 sa_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\underline{Q}_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

와 같은 식들을 얻을 수 있으며, 식(7)에 식(9)를 대입하면,

$$d\underline{A}_1 = \underline{A}_1 (\underline{Q}_\theta \Delta\theta_1 + \underline{Q}_a \Delta a_1 + \underline{Q}_d \Delta d_1 + \underline{Q}_\alpha \Delta \alpha_1) = \underline{A}_1 \delta \underline{A}_1 \dots\dots\dots(11)$$

이 되고, 다시 식(10)을 대입하여  $\delta \underline{A}_1$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\delta \underline{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & -ca_1 \Delta\theta_1 & sa_1 \Delta\theta_1 \\ ca_1 \Delta\theta_1 & 0 & -\Delta a_1 \\ -sa_1 \Delta\theta_1 & \Delta a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(12)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta a_1 \\ a_1 ca_1 \Delta\theta_1 + sa_1 \Delta d_1 \\ -a_1 sa_1 \Delta\theta_1 + ca_1 \Delta d_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

식(12)와 식(5)에서 두 행렬의 각 요소를 비교하여 미소 변위  $dx_1, dy_1, dz_1, \delta x_1, \delta y_1, \delta z_1$ 를 구하면,

$$\vec{d}_1^A = \begin{bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ dz_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta a_1 \\ a_1 ca_1 \Delta\theta_1 + sa_1 \Delta d_1 \\ -a_1 sa_1 \Delta\theta_1 + ca_1 \Delta d_1 \end{bmatrix}$$

$$= \vec{k}_1^1 \Delta\theta_1 + \vec{k}_1^2 \Delta d_1 + \vec{k}_1^3 \Delta a_1 \dots\dots\dots(13)$$

$$\vec{\delta}_1^A = \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta y_1 \\ \delta z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta a_1 \\ sa_1 \Delta\theta_1 \\ ca_1 \Delta\theta_1 \end{bmatrix}$$

$$= \vec{k}_i^2 \Delta \theta_i + \vec{k}_i^3 \Delta \alpha_i \dots\dots\dots (14)$$

이며 여기서,

$$\vec{k}_i^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ a_i c \alpha_i \\ -a_i s \alpha_i \end{bmatrix}, \quad \vec{k}_i^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ s \alpha_i \\ c \alpha_i \end{bmatrix}, \quad \vec{k}_i^3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

이다.

2-2-3 로봇의 위치 및 방향 오차

N자유도계 로봇 침단부의 위치 및 방향 정밀도는 4N개의 링크 인자 정밀도에 의해 결정되며 식(2)로 표시되는 정방향 기구학을 링크인자 오차를 고려하여 생각하면,

$$\underline{T}_N + d\underline{T}_N = \prod_{i=1}^N (\underline{A}_i + d\underline{A}_i) \dots\dots\dots (16)$$

와 같이 쓸 수 있으며, 여기서  $d\underline{T}_N$ 은 4N개 링크 인자의 오차에 의한 로봇 침단부의 절대좌표계에 대한 미소변환행렬이다.

식(16)에서 미소변화량의 고차항을 무시하면 다음과 같다.

$$\underline{T}_N + d\underline{T}_N = \underline{T}_N + \sum_{i=1}^N (\underline{A}_1 \underline{A}_2 \dots \underline{A}_{i-1} d\underline{A}_i \underline{A}_{i+1} \dots \underline{A}_N) \dots\dots\dots (17)$$

식(17)에 식(11)을 대입하면

$$d\underline{T}_N = \sum_{i=1}^N (\underline{A}_1 \underline{A}_2 \dots \underline{A}_{i-1} \underline{A}_{i+1} \dots \underline{A}_N \delta \underline{A}_i \underline{A}_{i+1} \dots \underline{A}_N) \\ = \sum_{i=1}^N [\underline{T}_N (\underline{A}_{i+1} \dots \underline{A}_N)^{-1} \delta \underline{A}_i (\underline{A}_{i+1} \dots \underline{A}_N)] \dots\dots\dots (18)$$

이며 여기서 변환행렬  $\underline{U}_i$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\underline{U}_i = \underline{A}_i \underline{A}_{i+1} \dots \underline{A}_{N-1} \underline{A}_N = \begin{bmatrix} \vec{n}_i^u & \vec{o}_i^u & \vec{a}_i^u & \vec{p}_i^u \\ 0 & 0 & 0 & . \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

$$\underline{U}_1 = \underline{T}_N \\ \underline{U}_{N+1} = \underline{I} \quad (\underline{U}_N \underline{U}_{N+1}^{-1} = \underline{A}_N)$$

이를 이용하여 식(18)을

$$d\underline{T}_N = \underline{T}_N \left[ \sum_{i=1}^N (\underline{U}_{i+1}^{-1} \delta \underline{A}_i \underline{U}_{i+1}) \right] = \underline{T}_N \delta \underline{T}_N \dots\dots\dots (20)$$

과 같이 표시할 수 있으며 여기서  $\delta \underline{T}_N$ 을 다음과 같이 정의하면,

$$\delta \underline{T}_N = \begin{bmatrix} 0 & -\delta z^N & \delta y^N & \delta x^N \\ \delta z^N & 0 & -\delta x^N & \delta y^N \\ -\delta y^N & \delta x^N & 0 & \delta z^N \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

식(12), (13), (14)를 이용하여 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\delta x^N = \sum_{i=1}^N \{ [(\vec{n}_{i+1}^u \cdot \vec{k}_i^1) + (\vec{p}_{i+1}^u \times \vec{n}_{i+1}^u) \cdot \vec{k}_i^2] \Delta \theta_i \\ + (\vec{n}_{i+1}^u \cdot \vec{k}_i^2) \Delta d_i + (\vec{n}_{i+1}^u \cdot \vec{k}_i^3) \Delta \alpha_i \\ + [(\vec{p}_{i+1}^u \times \vec{n}_{i+1}^u) \cdot \vec{k}_i^3] \Delta \alpha_i \} \\ = \sum_{i=1}^N (\text{THF1}_i \Delta \theta_i + \text{LDF1}_i \Delta d_i + \text{LAF1}_i \Delta \alpha_i + \text{ALPF1}_i \Delta \alpha_i) \dots\dots\dots (22)$$

$$\delta y^N = \sum_{i=1}^N \{ [(\vec{o}_{i+1}^u \cdot \vec{k}_i^1) + (\vec{p}_{i+1}^u \times \vec{o}_{i+1}^u) \cdot \vec{k}_i^2] \Delta \theta_i \\ + (\vec{o}_{i+1}^u \cdot \vec{k}_i^2) \Delta d_i + (\vec{o}_{i+1}^u \cdot \vec{k}_i^3) \Delta \alpha_i \\ + [(\vec{p}_{i+1}^u \times \vec{o}_{i+1}^u) \cdot \vec{k}_i^3] \Delta \alpha_i \} \\ = \sum_{i=1}^N (\text{THF2}_i \Delta \theta_i + \text{LDF2}_i \Delta d_i + \text{LAF2}_i \Delta \alpha_i + \text{ALPF2}_i \Delta \alpha_i) \dots\dots\dots (23)$$

$$\delta z^N = \sum_{i=1}^N \{ [(\vec{a}_{i+1}^u \cdot \vec{k}_i^1) + (\vec{p}_{i+1}^u \times \vec{a}_{i+1}^u) \cdot \vec{k}_i^2] \Delta \theta_i \\ + (\vec{a}_{i+1}^u \cdot \vec{k}_i^2) \Delta d_i + (\vec{a}_{i+1}^u \cdot \vec{k}_i^3) \Delta \alpha_i \\ + [(\vec{p}_{i+1}^u \times \vec{a}_{i+1}^u) \cdot \vec{k}_i^3] \Delta \alpha_i \} \\ = \sum_{i=1}^N (\text{THF3}_i \Delta \theta_i + \text{LDF3}_i \Delta d_i + \text{LAF3}_i \Delta \alpha_i + \text{ALPF3}_i \Delta \alpha_i) \dots\dots\dots (24)$$

$$\delta x^N = \sum_{i=1}^N [(\vec{n}_{i+1}^u \cdot \vec{k}_i^2) \Delta \theta_i + (\vec{n}_{i+1}^u \cdot \vec{k}_i^3) \Delta \alpha_i] \\ = \sum_{i=1}^N (\text{THF4}_i \Delta \theta_i + \text{ALPF4}_i \Delta \alpha_i) \dots\dots\dots (25)$$

$$\delta y^N = \sum_{i=1}^N [(\vec{o}_{i+1}^u \cdot \vec{k}_i^2) \Delta \theta_i + (\vec{o}_{i+1}^u \cdot \vec{k}_i^3) \Delta \alpha_i] \\ = \sum_{i=1}^N (\text{THF5}_i \Delta \theta_i + \text{ALPF5}_i \Delta \alpha_i) \dots\dots\dots (26)$$

$$\delta z^N = \sum_{i=1}^N [(\bar{a}_{i+1}^u \cdot \bar{k}_i^2) \Delta \theta_i + (\bar{a}_{i+1}^u \cdot \bar{k}_i^3) \Delta \alpha_i] = \sum_{i=1}^N (\text{THF6}_i \Delta \theta_i + \text{ALPF6}_i \Delta \alpha_i) \dots\dots (27)$$

식(22) - (27)을 행렬식의 형태로 나타내면

$$\begin{bmatrix} dx^N \\ dy^N \\ dz^N \\ \delta x^N \\ \delta y^N \\ \delta z^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{THF1}_1 & \text{THF1}_2 \dots \text{THF1}_N & \text{LDF1}_1 & \text{LDF1}_2 \dots \\ \text{THF2}_1 & \text{THF2}_2 \dots \text{THF2}_N & \text{LDF2}_1 & \text{LDF2}_2 \dots \\ \text{THF3}_1 & \text{THF3}_2 \dots \text{THF3}_N & \text{LDF3}_1 & \text{LDF3}_2 \dots \\ \text{THF4}_1 & \text{THF4}_2 \dots \text{THF4}_N & \text{LDF4}_1 & \text{LDF4}_2 \dots \\ \text{THF5}_1 & \text{THF5}_2 \dots \text{THF5}_N & \text{LDF5}_1 & \text{LDF5}_2 \dots \\ \text{THF6}_1 & \text{THF6}_2 \dots \text{THF6}_N & \text{LDF6}_1 & \text{LDF6}_2 \dots \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \vdots \\ \Delta \theta_N \\ \Delta \alpha_1 \\ \Delta \alpha_2 \\ \vdots \\ \Delta \alpha_N \\ \Delta \alpha_1 \\ \Delta \alpha_2 \\ \vdots \\ \Delta \alpha_N \end{bmatrix} \dots\dots\dots (28)$$

와 같으며 이를 다음과 같이 정의한다.

$$\vec{DX} = \underline{R} \overrightarrow{\Delta PAR} \dots\dots\dots (29)$$

또한, 절대좌표계에 대한 미소변환행렬  $d\tilde{T}_N$  은 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} d\tilde{T}_N &= \tilde{T}_N \delta \tilde{T}_N \\ &= \underline{U}_1 \delta \tilde{T}_N \\ &= \begin{bmatrix} d\vec{n} & d\vec{o} & d\vec{a} & d\vec{p} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

여기서

$$d\vec{n} = \vec{o}_1^u \delta z^N - \vec{a}_1^u \delta y^N \dots\dots\dots (31)$$

$$d\vec{o} = -\vec{n}_1^u \delta z^N + \vec{a}_1^u \delta x^N \dots\dots\dots (32)$$

$$d\vec{a} = \vec{n}_1^u \delta y^N - \vec{o}_1^u \delta x^N \dots\dots\dots (33)$$

$$d\vec{p} = \vec{n}_1^u dx^N + \vec{o}_1^u dy^N + \vec{a}_1^u dz^N \dots\dots\dots (34)$$

이다.

#### 2-2-4. 위치 및 방향 오차 보정 방법

1) 처음 가정한 링크 인자 ( $\overrightarrow{PAR}$ ) 상태에서의 N자유도계 로봇트 침단부의 위치 및 방향을 측정 한 후 제어하려는 실제 위치 및 방향과 비교하여 절대좌표계에 대한 위치 및 방향 오차 벡터  $d\vec{n}$ ,  $d\vec{o}$ ,  $d\vec{a}$ ,  $d\vec{p}$ 를 구한다.

2) 식(31) - (34)로 부터 미소 변위  $dx^N$ ,  $dy^N$ ,  $dz^N$ ,  $\delta x^N$ ,  $\delta y^N$ ,  $\delta z^N$ 을 다음과 같이 구한다. 미소 직진 변위는 식(34)로 부터

$$\begin{bmatrix} dx^N \\ dy^N \\ dz^N \end{bmatrix} = \underline{U}_1^{-1} d\vec{p} \dots\dots\dots (35)$$

와 같이 구할 수 있으며, 미소 회전 변위는 식(31) - (33)으로부터 가장 역변환 방법을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \delta x^N \\ \delta y^N \\ \delta z^N \end{bmatrix} = (\underline{NOR}^T \underline{NOR})^{-1} \underline{NOR}^T \dots\dots\dots(36)$$

여기서

$$\underline{NOR} = \begin{bmatrix} 0 & -\vec{a}_1^u & \vec{o}_1^u \\ \vec{a}_1^u & 0 & -\vec{n}_1^u \\ -\vec{o}_1^u & \vec{n}_1^u & 0 \end{bmatrix} \text{이다.}$$

m개의 로봇트 조인트 변수쌍에 대해 식(29)를 이용하여  $\overrightarrow{PAR}$ 를 다음과 같이 구한다.

$$\begin{bmatrix} \overrightarrow{DX}_1 \\ \overrightarrow{DX}_2 \\ \vdots \\ \overrightarrow{DX}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_m \end{bmatrix} \Delta \overrightarrow{PAR} \dots\dots\dots(37)$$

D                  ReL

여기서 m개의 목표 위치에 대하여  $\overrightarrow{DX}_i$ 와  $R_i$ 는 각 목표 위치에 대하여 변화하게 된다.  $\overrightarrow{PAR}$ 를 최소자승 추정방법(Least-Squares Estimation Method)의 결론인 가상 역변환방법(Pseudo Inverse Method)을 이용하여

$$\Delta \overrightarrow{PAR} = (\underline{ReL}^T \underline{ReL})^{-1} \underline{ReL}^T \underline{D} \dots\dots\dots(38)$$

로 할 수 있으며,

$$\overrightarrow{PAR}' = \overrightarrow{PAR} + \Delta \overrightarrow{PAR} \dots\dots\dots(39)$$

의 식으로 링크 인자들이 보정되게 된다.

### 3. 컴퓨터 시뮬레이션 및 결과.

전술한 인자 보정 알고리즘을 이용하여 3자유도 및 6자유도계 로봇트의 인자 보정에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 행한다. 시뮬레이션에 사용된 6자유도계 로봇트 모델의 실제 링크 인자  $\alpha_d$ ,  $a_d$ ,  $d_d$  및 처음에 가정한 링크 인자  $\alpha_i$ ,  $a_i$ ,  $d_i$ 의 값은 각각 Table 1 및 2와 같으며, 3자유도계 로봇트 모델은 6자유도계 모델 중 처음 세 링크들만을 선택한 것으로 하였다. 또한 조인트

변수  $\theta_i$ 의 오차량은 모두 2°로 하였다.

**Table 1. Actual Link Parameters.**

i	$\alpha_{ci}$ (Deg)	$a_{ci}$ (mm)	$d_{ci}$ (mm)
1	91.2	101.0	201.0
2	1.0	104.0	2.0
3	1.8	102.0	100.1
4	-92.1	-1.0	12.0
5	-0.8	14.0	110.0
6	91.1	3.0	2.1

**Table 2. Initially Assumed Link Parameters.**

i	$\alpha_i$ (Deg)	$a_i$ (mm)	$d_i$ (mm)
1	90.0	100.0	200.0
2	0.0	100.0	0.0
3	0.0	100.0	100.0
4	-90.0	0.0	10.0
5	0.0	10.0	100.0
6	90.0	0.0	0.0

임으로 정해진 조인트 변수쌍에 대해, 정방향 기구학을 이용하여, 틀린 링크 인자들을(Table 2) 이용하여 모델링한 로봇트와 실제 링크 인자들을(Table 1) 이용하여 모델링한 로봇트의 첨단부의 위치 및 방향을 계산한 후, 이를 비교하여 틀린 인자들을 가진 로봇트의 위치 및 방향 오차량을 구하여 인자 보정을 행하는 것을 반복하여 틀린 링크 인자들의 실제 링크 인자들로의 수렴여부를 살펴본다.

인자 보정 시뮬레이션 프로그램의 흐름도가 Fig. 2에 나타나 있다.

6자유도계 로봇트에 대해서는 첨단부의 위치 및 방향을 모두 고려하여 2개의 조인트 변수쌍 및 10개의 조인트 변수쌍에 대하여, 3자유도계 로봇트에 대해서는 첨단부의 위치만을 고려하여 3개의 조인트 변수쌍 및 10개의 조인트 변수쌍에 대해 인자보정 시뮬레이션을 행하였다.

6자유도계 로봇트의 인자 보정 시뮬레이션 결과가 Fig. 3에 나타나 있다.

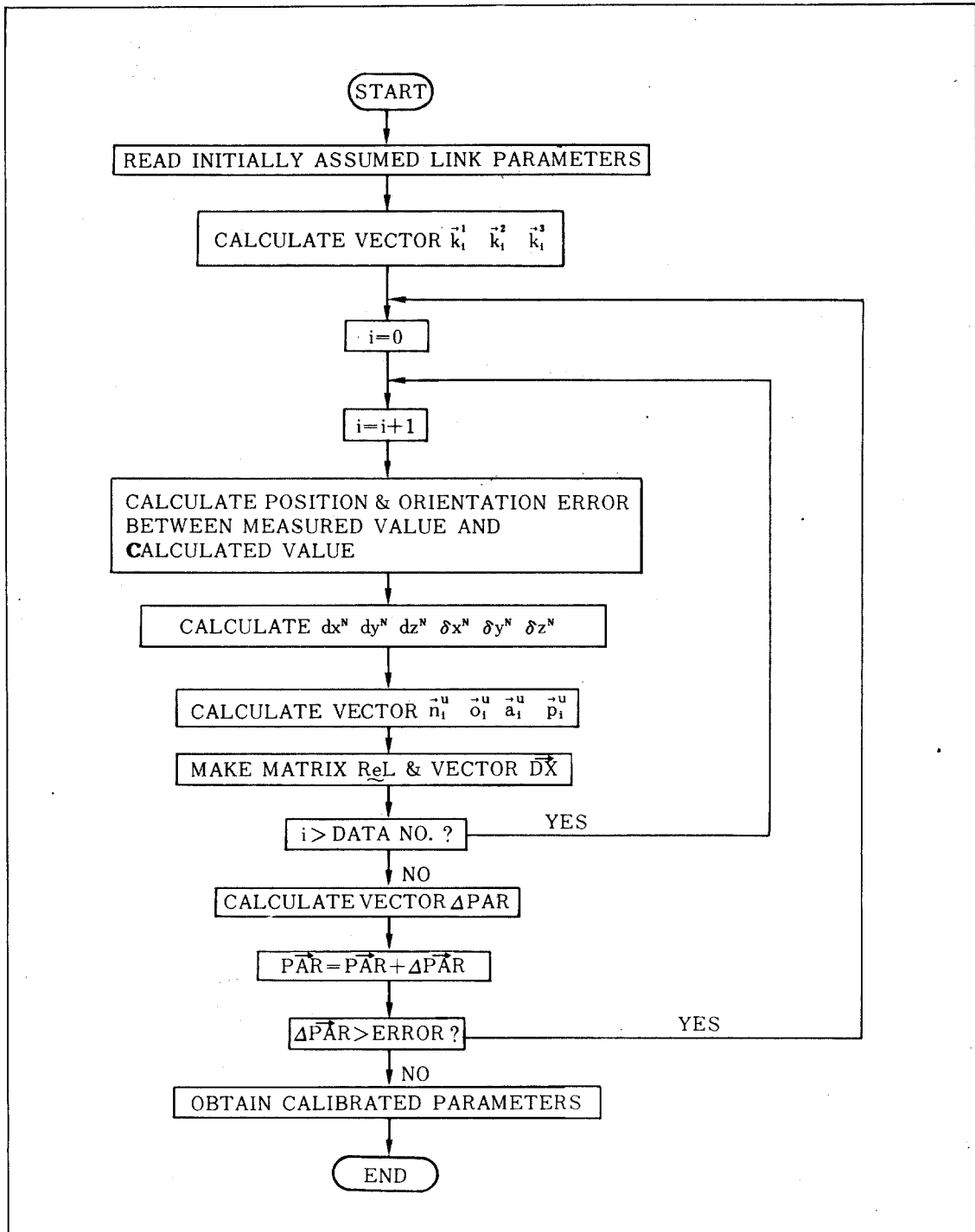
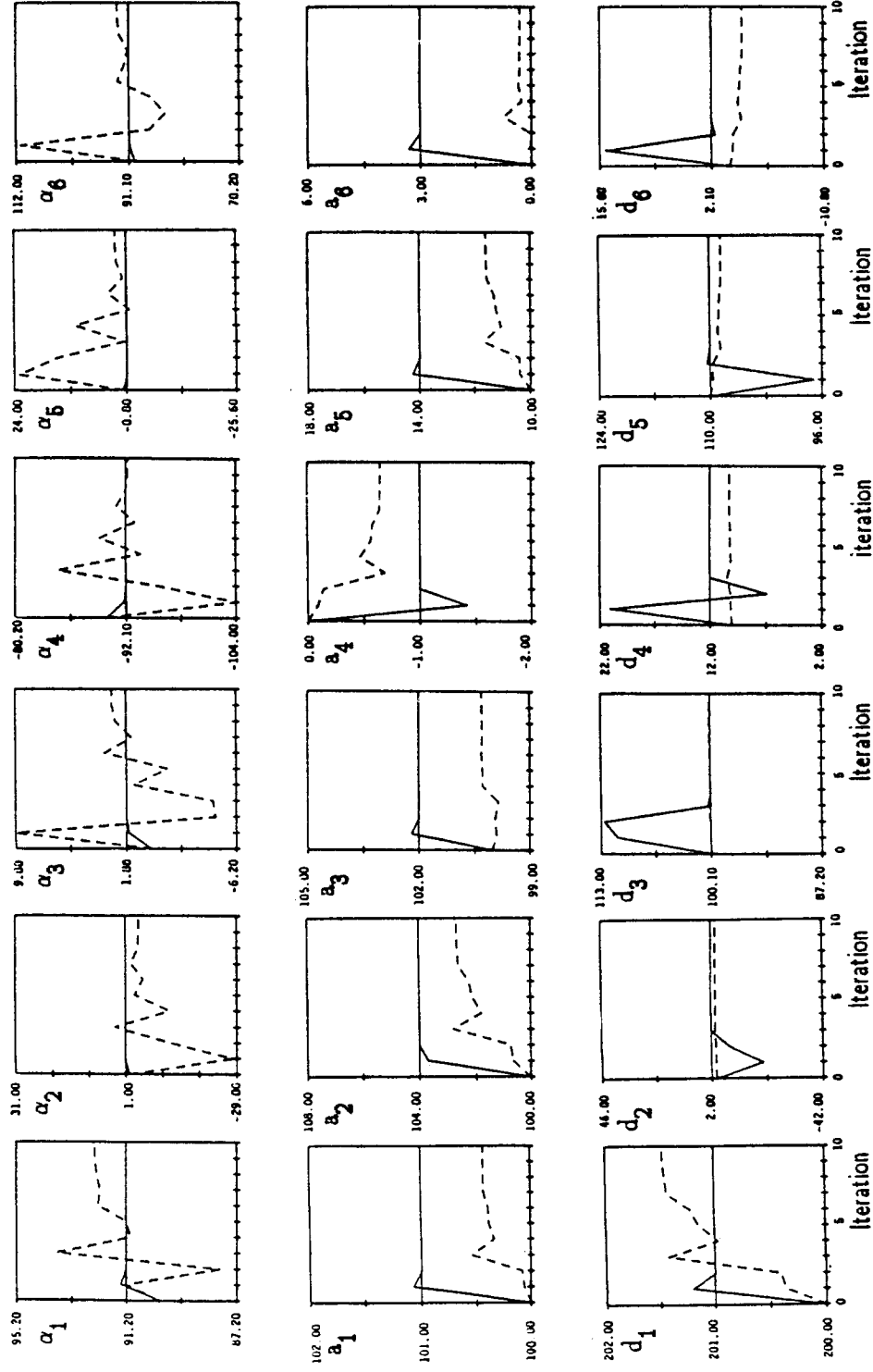


Fig.2 Flow Chart of the Parameter Calibration Software.





--- Calibration with 2 Data Set — Calibration with 10 Data Set

Fig.3 Calibrated Link Parameters for the 6 DOF Robot Model.  
(Center Line : Real Parameter Value)



4. 실험 및 결과.

4.1 3자유도계 로봇 모델.

링크 인자 보정 실험을 위하여 Fig.5와 같이 3개의 회전 조인트로 이루어진 3자유도계 로봇 및 로봇 제어기를 설계 제작 하였다. 제어기는 IBM PC/XT 호환기종을 이용하여 디지털 제어계로 구성하였으며 각 조인트의 회전각은 엔코더 및 카운터를 이용하여 컴퓨터로 입력되며, 제어 알고리즘에 의해 결정된 모터 아마츄어 전류는 D/A 변환기 및 앰프를 통하여 모터에 흐르게

된다. 또한 제어계의 안전성을 위하여 타코·제네레이터에 의한 속도 귀환을 행한다. 본 3자유도계 로봇의 링크 인자의 설계치는 Table 3과 같다.

Table 3. Designed Link Parameters of 3 DOF Robot.

i	$\alpha_i$ (Deg)	$a_i$ (mm)	$d_i$ (mm)
1	90.0	0.0	433.0
2	0.0	400.0	0.0
3	0.0	345.0	0.0

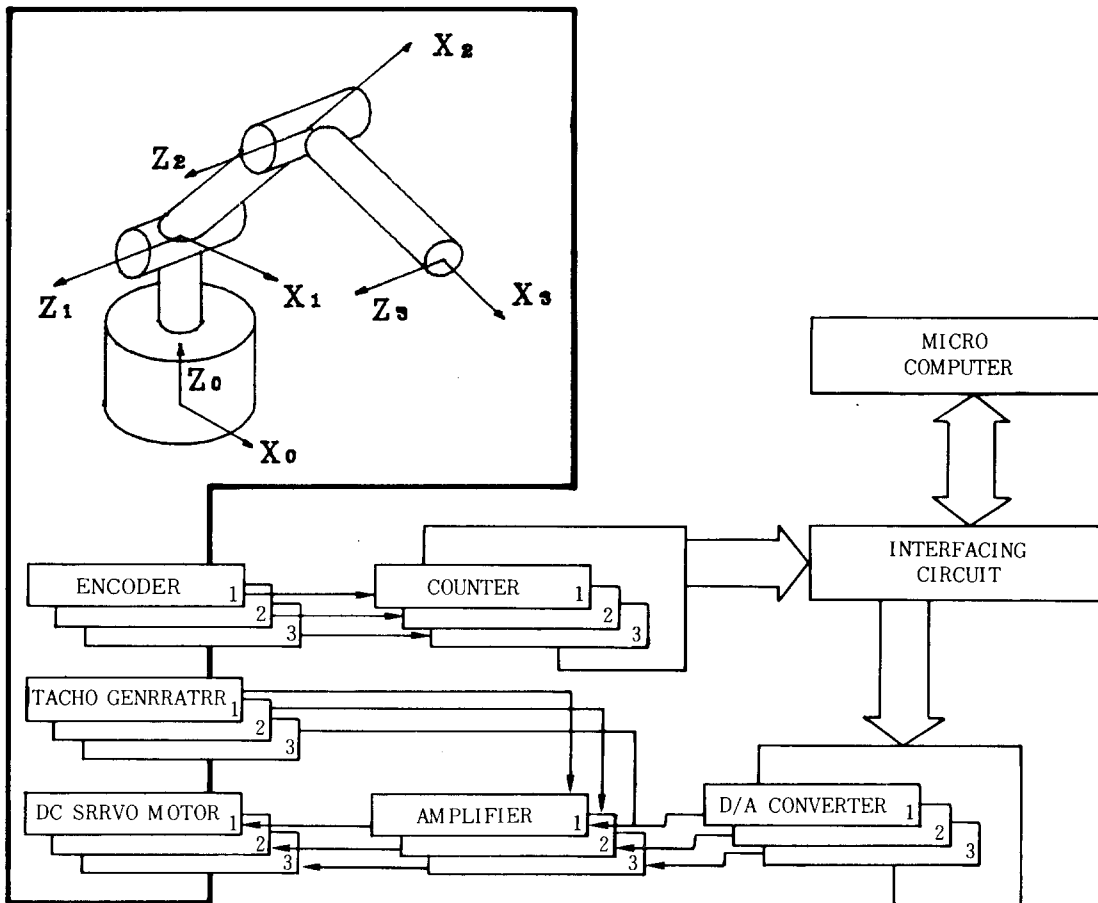


Fig.5 Schematic Diagram of Robot/Controller System.

4-2. 3차원 측정장치

로봇트 칩단부의 절대좌표계 내에서의 위치를 측정하기 위한 장치로 Fig. 6과 같은 3차원 측정장치를 설계 제작하였다. 3차원 측정장치의 원리는 다음과 같다. 측정장치에 부착된  $X_M - Y_M - Z_M$  좌표계 내의 세 점  $P_1(0, 0, a)$ ,  $P_2(0, b, c)$ ,  $P_3(0, -b, c)$  으로부터 공간 내의 위치를 측정하고자 하는 점 Q까지의 거리  $L_1, L_2, L_3$ 를 알면 두 점 사이의 거리 공식으로부터 다음의 비선형 연립방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} x_M^2 + y_M^2 + (z_M - a)^2 &= L_1^2 \\ x_M^2 + (y_M - b)^2 + (z_M - c)^2 &= L_2^2 \dots\dots\dots(40) \\ x_M^2 + (y_M + b)^2 + (z_M - c)^2 &= L_3^2 \end{aligned}$$

위의 세 식을 연립하여 근을 구하면  $X_M - Y_M - Z_M$  좌표계에 대한 Q의 좌표값들은

$$\begin{aligned} y_M &= \frac{L_3^2 - L_2^2}{4b} \\ z_M &= \frac{L_2^2 + L_3^2 - 2(L_1^2 + a^2 - b^2 - c^2)}{4(a - c)} \dots\dots\dots(41) \end{aligned}$$

$x_M = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \left| L_1^2 + L_2^2 + L_3^2 - a^2 - 2c^2 - 2b^2 + 2(a + 2c)z_M - 3(y_M^2 + z_M^2) \right|^{1/2}$ 로 표시되며, 절대좌표계에 대한 측정장치  $X_M - Y_M - Z_M$  좌표계의 변환행렬을  $T_{Meas}$ 라 하면 절대좌표계에 대한 점 Q의 좌표  $(x, y, z)$ 는 다음 식에 의해 얻어진다.

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = T_{Meas} \begin{Bmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(42)$$

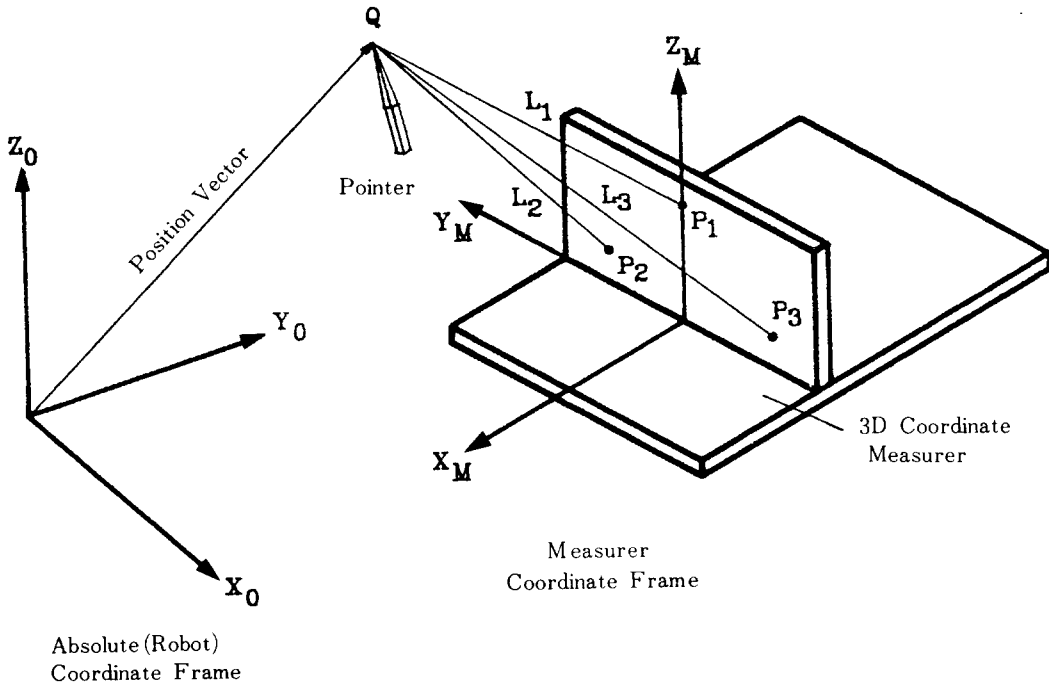


Fig. 6 3D Position Measurement by the Developed Measurer.

실험에 있어서  $L_1$ ,  $L_2$  및  $L_3$ 의 값은 Fig. 7과 같이  $P_1$ ,  $P_2$  및  $P_3$ 와 측정장치의 측정봉 사이에 연결된 선의 길이의 변화를 마찰에 의한 엔코더의 회전으로 변화시켜 이 엔코더로부터 나오는 펄스를 계수하여 결정한다. 이 값은 인터페이싱 회로를 통하여 컴퓨터에 입력된다.

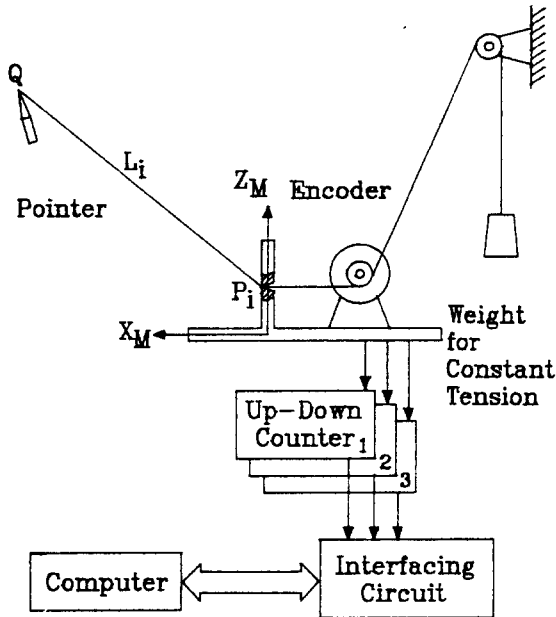


Fig. 7 Schematic Diagram of Measurer / Computer System.

### 4.3 실험 및 결과.

절대좌표계 내의 목적하는 위치에 대하여 처음 가정한 링크 인자를 (Table 3) 이용한 역기구학으로 구한 조인트 변수쌍에 대하여 로봇트 제어를 행하고 첨단부의 3차원 위치 측정을 행하는 것을 8번 반복하여 ( $m=8$ ) 이로부터 얻어진 오차쌍들을 이용하여 링크 인자 보정을 하였으며 보정된 링크 인자들을 Table 4에 나타내었다. 처음 가정한 링크 인자를 이용하여 제어한 로봇트 첨단부의 위치와 보정된 링크 인자를 이용하여 제어한 첨단부의 위치 비교가 Table 5에 나타나있다. 이로부터 인자 보정 후의 로봇트 첨단부의 위치 오차가 보정 전보다 대체적으로 작음을 알 수 있으며 시뮬레이션에서는 위치 오차가 거의 없거나 실험에서는 오차가 발생하는 이유는 로봇트 기구 및 3차원 측정장치 자체의 오차가 존재하는 때문인 것으로 생각된다.

Table 4. Calibrated Link Parameters of 3 DOF Robot.

$i$	$\alpha_i$ (Deg)	$a_i$ (mm)	$d_i$ (mm)	$\Delta \theta_i$ (Deg)
1	88.78	3.7	435.4	-2.71
2	1.14	399.3	3.8	-1.23
3	2.83	342.4	1.2	0.69

Table 5. Experimental data

Data no.	object position (mm)			Inverse solution (deg)			Measured position (mm)					
	$x_w$	$y_w$	$z_w$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_3$	With initial parameter			With calibrated parameter		
							$x_i$	$y_i$	$z_i$	$x_{ci}$	$y_{ci}$	$z_{ci}$
1	606.8	214.1	371.3	19.44	22.00	-59.79	587.4	216.1	366.0	594.4	217.2	365.1
2	628.1	172.2	177.3	15.33	-2.84	-40.31	610.5	185.3	166.7	622.7	181.2	172.1
3	378.1	216.5	106.6	29.80	2.39	-86.40	365.7	214.3	105.2	366.1	216.6	105.0
4	500.8	45.9	220.9	5.24	16.23	-86.09	494.6	56.8	219.2	496.7	52.7	223.2
5	534.4	46.8	382.4	5.00	34.39	-87.66	526.2	56.4	373.8	527.3	50.2	384.7
6	652.8	358.8	438.7	28.80	0.89	-0.98	621.0	389.4	418.2	640.7	388.7	420.6
7	600.0	345.7	633.0	300.20	299.90	301.02	601.2	380.6	610.2	602.3	378.2	619.4
8	815.0	887.0	937.0	21.26	39.41	11.06	810.7	892.0	935.3	813.2	885.7	933.1

## 5. 결론.

3자유도 및 6자유도계 로봇에 재한 링크 인자 보정 시뮬레이션과, 자체 제작한 3자유도계 로봇과 3차원 측정장치를 이용한 인자 보정 실험으로부터 다음의 결론을 얻었다.

- 1) 로봇의 링크 인자 보정을 통하여 로봇 침단부의 위치 및 방향 정밀도를 향상시킬 수 있다.
- 2) 3자유도계 로봇의 경우, 위치 측정만에 의한 링크 인자 보정으로도 로봇 침단부의 위치 정밀도를 향상시킬 수 있다.

## 參 考 文 獻

1. Chi-Haur Wu, "A Kinematic CAD Tool for the Design and Control of a Robot Manipulator," The Int. J. of Robotics Research, Vol.3, No.1, pp.58-67, 1984.
2. W.K. Veitschegger and Chi-Haur Wu, "Robot Accuracy Analysis Based on Kinematics," IEEE J. of Robotics and Automation, Vol.RA-2, No.3, pp.171-179, 1986.
3. W.K. Veitschegger and Chi-haur Wu, "A Method for Calibrating and Compensating Robot Kinematic Errors," IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation 1987, pp.39-44.
4. D.E. Whitney, C.A. Lozinski and J.M. Rourke, "Industrial Robot Forward Calibration Method and Results," Trans. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.108, pp.1-8. 1986.
5. H.W. Stone, A.C. Sanderson and C.P. Neuman, "Arm Signature Identification," IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation 1986, pp.41-48.
6. H.W. Stone and A.C. Sanderson, "A Prototype Arm Signature Identification System," IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation 1987, pp.175-182.
7. G.V. Puskorius and L.A. Feldkamp, "Global Calibration of a Robot/Vision System," IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation 1987, pp.190-195.
8. J.M. Hollerbach and D.J. Bennett, "Automatic Kinematic Calibration Using a Motion Tracking System," The Winter Annual Meeting of The ASME, Boston Dec. 13-18, 1987, DSC-Vol.6, pp.93-100.
9. K. Sugimoto and T. Okada, "Compensation of Positioning Errors Caused by Geometric Deviations in Robot System," Robotics Research: The Second Int. Symposium 1985, pp.231-236.
10. J. Chen and L.M. Chao, "Positioning Error Analysis for Robot Manipulators with All Rotary Joints," IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation 1986, pp.1011-1016.
11. R.N. Vaishnav and E.B. Magrab, "A General Procedure to Evaluate Robot Positioning Errors," The Int. J. of Robotics Research, Vol.6, No.1, pp.59-74, 1987.
12. R.P. Judd and A.B. Knasinski, "A Technique to Calibrate Industrial Robots with Experimental Verification," IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation 1987, pp.351-357.
13. Denavit, J. and Hartenberg, R.S., "A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices," ASME J. Applied Mechanics, pp.215-221, 1955.
14. R.P. Paul, Robot Manipulators: Mathematics, Programming, and Control, The MIT Press, 1981.