

라이노 로봇트 매니플레이터의 동특성 및 실시간  
최적추적제어에 관한 연구

한 성현\*, 이 만형\*\*

A Study on Dynamics Analysis and Real Time  
Optimal Tracking Control & Rhino Robotic Manipulator

Sung-Hyun Han\*, Man-Hyung Lee\*\*

**Abstract**

In general, the state of system can be effected by external noise and observed only through a noisy channel. Therefore we use the estimation technique for the information of state of the system effected by noise. There are many filters such as kalman-Buchy filter, kalman filter, Extended Kalman filter algorithm, conditional Gaussian filter, and limit memory filter. Because of nonlinear, extended Kalman filter algorithm to the estimation of parameters is very useful and has a long history. Also a considerable number of applications of this method has been reported.

In this paper, the robot control system is treated in stochastic optimal control because of the robots doing a complicated and accurate task in inapproate environment. We have conclusion that error covariance is converged and the stability of filtering is obtained.

\*\* 부산대학교 정밀기계공학과 교수<정회원>

\* 부산대학원 기계공학과 박사과정<정회원>

## 1. 서 론

최근 제어 이론은 시간 영역에서나 주파수 영역에서 상승 시간, 정상치 도달시간, 최대치, 이득과 위상여유, 대역폭 등과 같은 평가 기준을 시행 착오법으로 제어계를 설계한 고전적 제어기법에서 현대적 제어 기법으로 컴퓨터의 발달과 더불어 급속한 성장을 하였다. 현대적 제어 기법은 wiener 필터의 개발로 시작되었는데 고전적 제어기법에 비해 다중 입력, 다중 출력에 대한 제어가 가능하고 성능 지표에 의한 각 매개 변수의 최적화가 가능하며 선형성과 시불변이라는 제한을 넘어서 수 있었다. 또한 상태 변화에 대한 영향도 제거할 수 있었다. 한편 컴퓨터 기술의 진보로 복잡한 제어계의 실행을 낮은 가격, 실시간 동작으로 가능하게 되었다.

일반적으로 추정 (Estimation) 이란 최소 오차 분산, Bayes 방법, 최적 근사추정 등과 같은 기법에 의해 관측된 데이터로부터 계의 상태를 결정하는 기법이다. 물론 계가 외부의 잡음에 영향을 받지 않고 또한 관측 데이터를 잡음 통로를 거치지 아니하고 직접 측정할 수 있다면 별 문제는 없으나 불행히도 대다수의 관측이 잡음 통로를 통하여 이루어지고, 계 또한 외부의 잡음에 영향을 받음으로 계의 상태를 결정하는 데는 추정 기법을 사용하여야 한다.

대부분의 계는 비선형 방정식에 의해 해석되어 지므로 kalman Buchy 필터나 Kalman 필터와 같은 선형 필터는 그 사용이 제한되고 그 대신 확장 Kalman 필터, 조건부 Gaussian 필터, Jazwinski 의 제한 기억 필터 등과 같은 비선형 필터를 많이 사용하게 되는 데 이 비선형 필터는 추정과 제어 이론에 있어서 매우 중요하고 또 많이 연구되어져 오는 분야이다. 확장 Kalman 필터는 그 중 가장 잘 알려진 필터이고 사용된지도 오래되며 또한 많은 분야에 적용된 필터로 1 차 선형화에 그 기반을 둔 근사값에 의해

구해진다. 그러나 확장 Kalman 필터는 초기 조건을 잘못 추정하였을 경우 오차 분산이 수렴하지 않고 발산하게 된다. 초기 조건은 경험에 의해 그 계의 초기상태를 추정하는데 이의 추정이 어려운 경우 임의의 평균 값과 분산을 가지는 정상 분포로 여러 조건을 설정하여 필터링 하는 즉, 필터링 뱅크를 이용하여 왔다.

확장 Kalman 필터는 레이더에 의한 적비행기의 추적, 석유 시추선과 같은 해상구조물의 제어, 대공, 어뢰, 헬리콥터 등의 제어등에 많이 적용되고 있다.

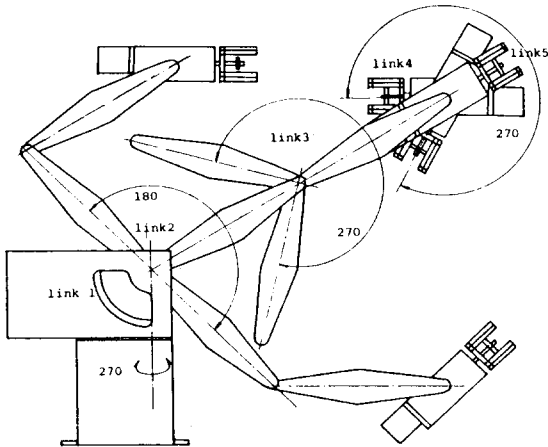
그러나 로봇의 제어계에 적용시킨 연구는 국내외적으로 그렇게 많지 않은 실정이고 잡음의 영향을 많이 받는 월면 탐사용 로봇, 해저 탐사용 로봇 또한 제 2세대 로봇이라고 불리우는 고급 지능 로봇 등의 증대로 추계학적 관점에서의 제어계 구성을 크게 요구하는 실정이고 또한 산업용 로봇에 적용함으로써 보다 높은 정도의 제어를 이룰 수 있으므로 본 연구에서는 로봇의 제어계를 추계학적 제어 관점에서 구성하고 그 특성을 알아 보기로 하였다.

## 2. 모델의 해석

본 연구에서의 기본 모델인 라이노 로봇은 5개의 관절을 갖고 있으며 각 구동 모터는 DC 영구 자석 방식이며 위치 서보를 위하여 각 모터마다 광학 엔코더가 붙어 있어 이로부터 출력되는 펄스수로 위치 정보를 얻어 낼 수 있다. 각 모터의 분해능 (Resolution)은 표.1과 같고 라이노 로봇의 개략적 모델은 그림 1과 같다.

링크 1, 2, 3, 4에 사용된 모터의 전기적, 기계적 특성은 표.2와 같다.

한편 각 링크의 작동 범위는 표.3과, 그림 1에 나타내어져 있다. 여기서 라이노 로봇 매니플



**Fig.1 Schematic diagram of the RHINO XR-II robot**

레이터의 링크 2 와 3, 그리고 링크 3 과 4 사이에는 동력전달 장치인 체인으로 인하여 구조상 연성 (coupling) 작용이 있으므로 실제 작동시는 이점을 고려해야 한다.

**Tab.1 Motor resolution of each link**

Link No.	Resolution (deg pulse)
Link 1 (SHOULDER)	0.1374
Link 2 (UPPERARM)	0.1145
Link 3 (FOREARM)	0.1145
Link 4 (HAND)	0.0793
Link 5 (WRIST)	0.2406

**Tab.2 DC Servo Motor Specifications**

Motor Data	Value
Amature Inertia (Ia)	0.028 (gf·cm·sec)
Electric Time Constant (Ie)	0.73 (msec)
Mechanical Time Constant (Im)	14.9 (msec)
Damping Coefficient (B)	0.000775 (gf·cm/rps)
Torque Constant (Kt)	396 (gf·cm/A)
Back Emf. (Ke)	0.0388 (V/rad/sec)
Amature Resistance (Re)	8.19 (Ω)
Inductance (La)	5.96 (mH)
Voltage (Va)	12 (V)
Stall Current (Ia)	1.46 (A)

**Tab.3 Link Operation Range**

Link Name	Operation Range
Shoulder	$-135^\circ \leq \theta_1 \leq 135^\circ$
Upperarm	$-45^\circ \leq \theta_2 \leq 135^\circ$
Forearm	$-135^\circ \leq \theta_3 \leq 135^\circ$
Hand	$-135^\circ \leq \theta_4 \leq 135^\circ$
Wrist	$-180^\circ \leq \theta_5 \leq 180^\circ$

2.1 기구학적 해석

기구학은 직교공간 ( cartesian Space)에 서의 로봇 팔의 작업기 ( End-Effector ) 의 위치, 방향과 관절공간 ( Joint Space)에 서의 변수들 사이의 관계를 다루는 분야로서 직접 기구학과 역기구학이 있다.

**Tab.4 Link Parameters for the RHINO Robot Using Denavit-Hartenberg Notations.**

Link	$\theta$	$\alpha$	a	d	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$
1	$\theta_1$	$90^\circ$	0	0	1	0
2	$\theta_2$	0	0.229	0	0	1
3	$\theta_3$	0	0.229	0	0	1
4	$\theta_4$	$90^\circ$	0	0	1	0
5	$\theta_5$	0	0	0	0	1

본 논문에서의 링크 상호간의 관계는 Denavit-Hartenberg representation 의 “A 행렬”을 사용하였다.

링크의 좌표계는 그림 2 와 같으며 그림의 좌표계에 따른 링크 파라미터는 표. 4 에 나타내어져 있다.

각 링크의 좌표계를 그림 2 와 같이 정의하였을 때 표 4 의 링크 파라미터를 “A 행렬”의 일반형인,

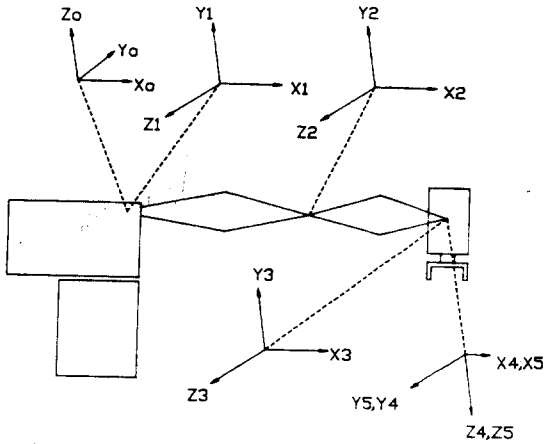


Fig.2 Link coordinate system for the RHINO robot

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \cos \alpha & \sin \theta \sin \alpha & a \cos \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \cos \alpha & -\cos \theta \sin \alpha & a \sin \theta \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

에 적용하면 각 관절의 "A행렬"은 다음과 같이 된다.

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (2)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & a_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & a_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (3)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & a_3 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & a_3 \sin \theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots (4)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & \sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & 0 & -\cos \theta_4 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (5)$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \cos \theta_5 & -\sin \theta_5 & 0 & 0 \\ \sin \theta_5 & \cos \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (6)$$

2.1.1 직접 기구학(Direct Kinematics)

직접 기구학은 Base 좌표계에 대한 작업기(end-effector)의 위치와 방향을 구하는 것으로 손(Hand) 좌표계는 그림 3 과 같다.

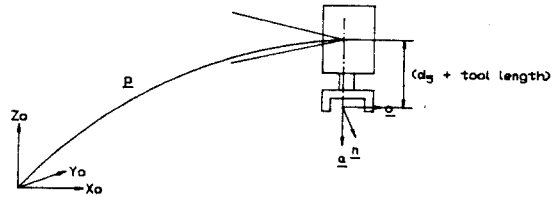


Fig.3 Hand coordinate system

손의 위치 및 방향은 A<sub>1</sub> ~ A<sub>5</sub> 까지의 곱으로 표시되어 진다.

즉,

$$T_H = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_5 = \begin{bmatrix} n_x & O_x & a_x & P_x \\ n_y & O_y & a_y & P_y \\ n_z & O_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (7)$$

여기서,

$$\begin{aligned} n_x &= \cos \theta_1 \cos \theta_5 \cos (\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + \sin \theta_1 \sin \theta_5 \\ n_y &= \sin \theta_1 \cos \theta_5 \cos (\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - \cos \theta_1 \sin \theta_5 \\ n_z &= \cos \theta_5 \sin (\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \\ O_x &= -\cos \theta_1 \sin \theta_5 \cos (\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + \sin \theta_1 \cos \theta_5 \\ O_y &= -\sin \theta_1 \sin \theta_5 \cos (\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - \cos \theta_1 \cos \theta_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} o_z &= -\sin\theta_5 \sin(\theta_2+\theta_3+\theta_5) \\ a_x &= \cos\theta_1 \sin(\theta_2+\theta_3+\theta_4) \\ a_y &= \sin\theta_1 \sin(\theta_2+\theta_3+\theta_4) \\ a_z &= -\cos(\theta_2+\theta_3+\theta_4) \\ P_x &= a_3 \cos\theta_1 \cos(\theta_2+\theta_3) + a_2 \cos\theta_1 \cos\theta_2 \\ P_y &= a_3 \sin\theta_1 \cos(\theta_2+\theta_3) + a_2 \sin\theta_1 \cos\theta_2 \\ P_z &= a_3 \sin(\theta_2+\theta_3) + a_2 \sin\theta_2 \end{aligned}$$

이다.

2.1.2. 역 기구학 (Inverse Kinematics)

역 기구학 문제는 크게 닫힌형태 ( closed form )의 해와 수치적 해가 있다. 그중 수치적 해는 계산 시간이 많이 걸리고 해로서의 수렴을 보장하기 어려운 관계로 거의 사용되지 않고 있다.

닫힌형태의 해는 대수적해와 기하학적 해가 있으나 본 논문에서는 비교적 간단한 형태의 로봇트에 적합한 기하학적 접근을 사용하였다.

그림 3 과 같이 위치 벡터 P를 정하면

$$P = P_5 - d_5 \underline{a} = [ P_x P_y P_z ]^T$$

이 된다.

가. 관절 1의 해

위치 벡터 P를  $X_0 - Y_0$  평면에 투영시키면 관절 1의 해 (solution)는 다음과 같이 기술된다.

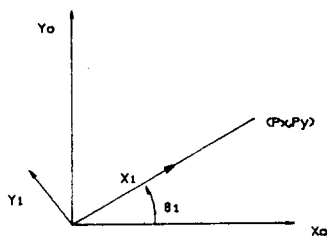


Fig.4 Joint1 Solution

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{P_y}{P_x} \right) \dots\dots\dots (8)$$

나. 관절 2의 해

위치 벡터 P를  $X_1 - Y_1$  평면에 투영하면 관절 2의 해는 다음식과 같다.

$$\theta_2 = \beta \pm \phi, \quad \left[ \begin{array}{l} + : \theta_3 < 0 \\ - : \theta_3 > 0 \end{array} \right] \dots\dots\dots (9)$$

여기서,

$$\beta = \tan^{-1} \left( \frac{P_x}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2}} \right)$$

$$\cos\phi = \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 + a_2^2 - a_3^2}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}} \cdot \frac{1}{2a_2}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1 - \cos^2\phi}}{\cos\phi} \right),$$

이며,

$P_x, P_y, P_z$ 는 P벡터의 x, y, z 방향성분,  $a_2, a_3$ 는  $A_2, A_3$ 에서 정의된 양이다.

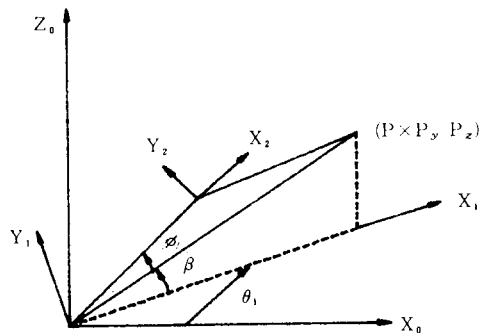


Fig.5 Joint 2 Solution

다. 관절 3의 해

위치 벡터 P를  $X_2 - Y_2$  평면에 투영하면

$$\cos(\pi + \theta_3) = \cos\theta_3$$

$$\cos\theta_3 = \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - a_2^2 - a_3^2}{2a_2 a_3}$$

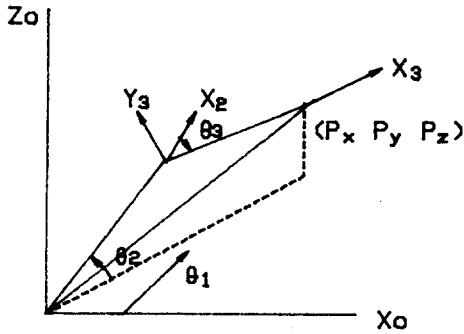


Fig.6 Joint 3 Solution

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \theta_3}}{\cos \theta_3} \right) \dots\dots\dots (10)$$

라. 관절 4 의 해

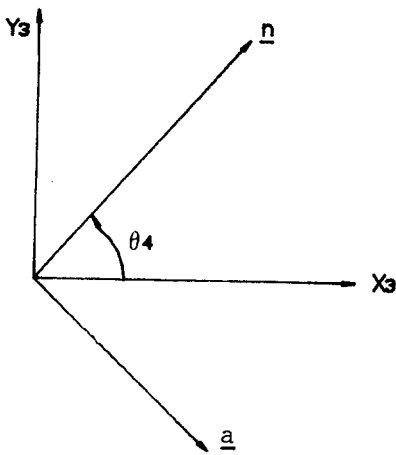


Fig.7 Joint 4 Solution

$$\begin{aligned} \sin \theta_4 &= \underline{a} \cdot \underline{x}_3 \\ \cos \theta_4 &= -(\underline{a} \cdot \underline{y}_3) \\ \theta_4 &= \tan^{-1} \left( \frac{\sin \theta_4}{\cos \theta_4} \right) \dots\dots\dots (11) \\ &= \tan^{-1} \left( \frac{\cos \theta_1 \cos(\theta_2 + \theta_3) a_x + \sin \theta_1 \cos(\theta_2 + \theta_3)}{\cos \theta_1 \sin(\theta_2 + \theta_3) a_x + \sin \theta_1 \sin(\theta_2 + \theta_3)} \right. \\ &\quad \left. \frac{a_y + \sin(\theta_2 + \theta_3) a_z}{a_y - \cos(\theta_2 + \theta_3) a_z} \right) \end{aligned}$$

마. 관절 5 의 해

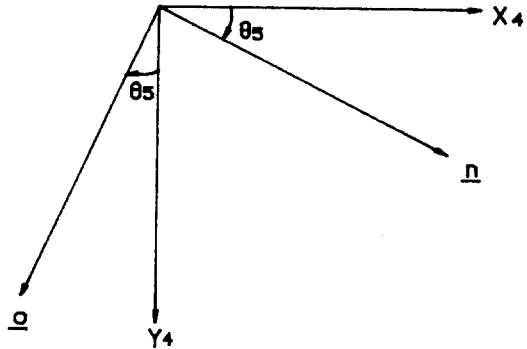


Fig.8 Joint 5 Solution

$$\begin{aligned} \sin \theta_5 &= \underline{n} \cdot \underline{y}_4 \\ \cos \theta_5 &= \underline{o} \cdot \underline{y}_4 \\ \theta_5 &= \tan^{-1} \left( \frac{\sin \theta_5}{\cos \theta_5} \right) \dots\dots\dots (12) \\ &= \tan^{-1} \left( \frac{\sin \theta_1 \cdot n_x - \cos \theta_1 \cdot n_y}{\sin \theta_1 \cdot o_x - \cos \theta_1 \cdot o_y} \right) \end{aligned}$$

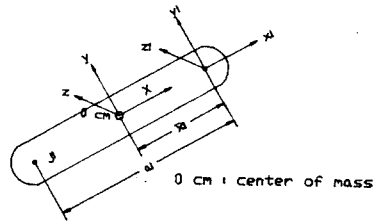


Fig.9 Coordinate system of Link 1

2.2 동적 모델링

일반적으로 로봇 팔의 동적 모델은 Lagrange-Euler 혹은 Newton-Euler Mechanics 가 널리 이용된다. 본 논문에서는 계산 시간은 많이 걸리나 동특성을 이해하기 위해서는 해석적인 방법으로 동적 모델을 유도할 필요가 있으므로, Lagrangian 방정식에 의하여

다음과 같이 구한다.

관절  $i$ 에 대한 좌표계에서 표시된  $i$ r 점을 기초 좌표계에서 표시하면,

$$r = T_i \cdot i r \quad \dots\dots\dots (13)$$

이 된다. 이것의 속도는

$$\frac{dr}{dt} = \left( \sum_{j=1}^i \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \dot{q}_j \right) i r \quad \dots\dots\dots (14)$$

로 주어지며 여기에  $q$ 는 일반 좌표계로 표시한 매개 변수이다. 따라서,

$$\begin{aligned} \left( \frac{dr}{dt} \right)^2 &= \text{Trace} \left[ \sum_{j=1}^i \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \dot{q}_j i r \sum_{k=1}^i \left( \frac{\partial T_i}{\partial q_k} \dot{q}_k i r \right)^T \right] \\ &= \text{Trace} \left[ \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \frac{\partial T_i}{\partial q_j} i r i r^T \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \right] \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

를 구할 수 있다. 운동 에너지는,

$$\begin{aligned} dk_i &= \frac{1}{2} \text{Trace} \left[ \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \frac{\partial T_i}{\partial q_j} i r i r^T \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \right] dm \\ &= \frac{1}{2} \text{Trace} \left[ \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \frac{\partial T_i}{\partial q_j} (i r dm i r^T) \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \right] \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

로 구해지며 적분하면,

$$k_i = \int \rho \cdot i n k_i \, dk_i = \frac{1}{2} \text{Trace} \left[ \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \left( \int \rho \cdot i n k_i \, i r i r^T dm \right) \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \right] \quad \dots\dots\dots (17)$$

를 구할 수 있다. 여기서 가상 관성행렬  $J_i$ 를

$$J_i = \int \rho \cdot m k_i \, i r i r^T dm \quad \dots\dots\dots (18)$$

으로 정의하면

$$K = \sum_{i=1}^5 K_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 \text{Trace} \left[ \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \frac{\partial T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \right] \quad \dots\dots\dots (19)$$

를 구할 수 있다. 여기서 구동부의 관성력을 합하면,

$$k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{Trace} \left( \frac{\partial T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 I_{a i} \dot{q}_i^2 \cdot I_{a i} \dot{q}_i^2 \right) \quad \dots\dots\dots (20)$$

주어진다.

위치 에너지는

$$P_i = -m_i g^T T_i \cdot i \bar{r}_i \quad \dots\dots\dots (21)$$

로 주어지며 여기서  $\bar{r}_i$ 는 좌표계  $T_i$ 에서 관절  $i$ 의 무게 중심까지의 거리를 표시하며

$$g^T = [g_x \ g_y \ g_z \ 0] \quad \dots\dots\dots (22)$$

로 주어진다.

Lagrangian  $L$ 은

$$L = K - P \quad \dots\dots\dots (23)$$

로 정의되며

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_p} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_p} = F_i \quad \dots\dots\dots (24)$$

의 관계식에 의해 운동 방정식을 구할 수 있다.

$$F_i = \sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^j \text{Trace} \left( \frac{\partial T_i}{\partial q_k} J_i \frac{\partial T_i^T}{\partial q_j} \right) \ddot{q}_k + I_{a i} \ddot{q}_i + \sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^j \sum_{m=1}^j \text{Trace} \left( \frac{\partial^2 T_i}{\partial q_k \partial q_m} \right) \dot{q}_k \dot{q}_m$$

$$T_j \frac{\partial T_j^T}{\partial q_i} \dot{q}_k \dot{q}_m - \sum_{j=1}^5 m_j g^T \frac{\partial T_j}{\partial q_i} \bar{r}_j$$

$$\equiv \sum_{j=1}^5 D_{ij} \ddot{q}_j + I_{a_i} \ddot{q}_i + \sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^5 D_{ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k$$

$$+ D_i \dots\dots\dots (25)$$

여기서  $D_{ij}$  는 관절  $j$  의 속도에 의해 관절  $i$  가 받는 카플링 관성항이고  $D_{ijj}$  는 관절  $j$  의 속도에 의해 관절  $i$  가 받는 원심력이며  $D_{ijk}$  는 관절  $k$  의 속도에 의해 관절  $i$  가 받는 코리올리스 효과이다.  $D_i$  는 관절  $i$  의 중력항이다. 여기서 카플링항과 코리올리스 효과를 무시하면,

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{F_1}{D_{11} + I_{a1}} \dots\dots\dots (26)$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{F_2 - D_2}{D_{22} + I_{a2}} \dots\dots\dots (27)$$

$$\ddot{\theta}_3 = \frac{F_3 - D_3}{D_{33} + I_{a3}} \dots\dots\dots (28)$$

$$\ddot{\theta}_4 = \frac{F_4 - D_4}{D_{44} + I_{a4}} \dots\dots\dots (29)$$

$$\ddot{\theta}_5 = \frac{F_5 - D_5}{D_{55} + I_{a5}} \dots\dots\dots (30)$$

이다.  
를 구할 수 있다.

이 방정식을 상태 공간법으로 나타내면

$$x_1 = \theta_1$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\theta}_1$$

$$x_3 = \theta_2$$

$$x_4 = \dot{x}_3 = \dot{\theta}_2$$

$$x_5 = \theta_3$$

$$x_6 = \dot{x}_5 = \dot{\theta}_3$$

$$x_7 = \theta_4$$

$$x_8 = \dot{x}_7 = \dot{\theta}_4$$

$$x_9 = \theta_5$$

$$x_{10} = \dot{x}_9 = \dot{\theta}_5$$

로 표시된다. 이 상태 방정식을 선형 구간에서 선형화하면

$$\dot{x}(t) = A(t) X(t) + B(t) U(t)$$

로 표시할 수 있다. 여기서  $A, B$  는 계수 행렬이다.

2.3 파라미터 동정 (Parametor Identification)

앞에서 유도된 운동 방정식의 파라미터를 실험적 방법 또는 실측으로 구하였다. 여기서 각 링크와 모터와 체인의 배치를 대칭적으로 볼 수 있으므로 등가 관성 모멘트의 측정시 상승 관성 모멘트 (Product of Inertia) 를 무시하였다

1) 감속비

감속비는 엔코더 분해능 (resolution) 과 좁혀져서 암의 위치에 대한 분해능이 되므로 로봇에서는 중요한 파라미터이다.

RHINO 로봇에서는 체인과 모터에서 큰 감속비가 존재한다. 즉 모터 1, 2, 3, 4 의 감속비가 65.5 이며 5축 모터의 감속비는 187 이다. 또 1축의 벨트전동 장치는 6.67 이며 2, 3, 4축의 감속비는 8, 그리고 5축의 기어의 감속비는 4이다. 위의 값은 RHINO XR-II 의 매뉴얼과 실측으로 구한 값이며, 그 값을 표. 5에 명시하였다.

Tab.5 Redvction Ratio of each link

Link Number	Reduction Ratio
1	1/436.67
2	1/524
3	1/524
4	1/524
5	1/748



2) 질량, 질량중심 및 관성 모멘트

측정은 동력 전달 장치인 체인, 기어 벨트와 모터등을 고려한 등가질량 등가질량 중심 및 등가 관성 모멘트를 측정하였다. 즉 1축의 값은 모터 2, 3, 4 와 링크 3, 4에 동력을 전달하는 체인을 고려하였으며 2축의 값은 나머지 체인을 고려한 등가 값이다.

등가 질량 및 질량 중심은 실측으로 하였으며, 등가관성 모멘트는 강성(stiffness)을 아는 로드로서 실험체(Test Body)의 주기를 측정하여 관성모멘트를 구하는 비틀림 진자(Torsional pendulum) 방법을 사용하였다. 그 값들은 표. 6, 표. 7에 명시하였다.

Tab.6 Specification of each link

Link number	Mass m(kg)	Length l(m)	Center of Mass		
			Xi(m)	Yi(m)	Zi(m)
1	2.520	0	-0.113	0.0248	-0.036
2	1.027	0.229	-0.143	0	-0.005
3	0.306	0.229	-0.129	0	0
4	0.77	0	0	-0.0065	0
5	0.172	0	0	0	0.101

Tab.7 Inertia moments of each link of Rhino XR-II (kg·m<sup>2</sup>)

Link Number	Ixx	Iyy	Izz
1	0.0185321	0.00927799	0.0172890
2	0.00169198	0.00937364	0.00869564
3	0.000346993	0.00174612	0.00127760
4	0.00158570	0.000520272	0.00196943
5	0.0000688452	0.000132842	0.00000824920

3) 점성 마찰 계수와 쿨롱 마찰력

라이노 로봇트는 체인등의 동력 전달장치로 인하여 마찰력이 상당히 크게 작용한다. 본 연구에서는 마찰력이 상당히 크게 작용하는 2, 3축

에 대하여 파라미터 동정이 실시 되었다.

쿨롱마찰 토크 F<sub>ci</sub>와 등가점성 마찰계수 B<sub>i</sub>를 구하기 위하여 각 링크에서 구하고자 하는 링크 i 이외의 링크는 고정시키고 링크 i 만 일정한 각 속도로 작동시키면 그때의 2, 3축의 운동 방정식은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 \text{가. 관절 2 } (\ddot{\theta}_1 = 0, \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_3 = \dot{\theta}_4 = \dot{\theta}_5 = 0) \\
 m_2 g (\bar{x}_2 + a_2) \cos \theta_2 + m_3 g (\cos (\theta_2 + \theta_3) \bar{x}_3 + a_3 \cos (\theta_2 + \theta_3) + a_2 \cos \theta_2) + m_4 g [a_3 \cos (\theta_2 + \theta_3) + a_2 \cos \theta_2] + m_5 g [\sin [\theta_2 + \theta_3 + \theta_4] Z_5 + a_2 \cos \theta_2] + a_2 \cos \theta_2 + B_2 \dot{\theta}_2 = T_2 - F_{c2} \dots \dots \dots (31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{나. 관절 3 } (\ddot{\theta}_1 = 0, \dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_4 = \dot{\theta}_5 = 0) \\
 m_3 g (\bar{x}_3 + a_3) \cos (\theta_2 + \theta_3) + m_4 g a_3 \cos (\theta_2 + \theta_3) + m_5 g [\bar{Z}_5 \sin (\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + a_3 \cos (\theta_2 + \theta_3)] + B_3 \dot{\theta}_3 = T_3 - F_{c3} \dots \dots \dots (32)
 \end{aligned}$$

여기서 각속도에 따라 점성 마찰토크 (B<sub>i</sub>·θ̇<sub>i</sub>)는 변화하므로 실험은 속도를 변화시키면서 그때마다 정상상태 구간에서 F<sub>ci</sub>와 B<sub>i</sub>를 구하였다.

실험 방법은 RHINO XR-II의 제어 컴퓨터인 IBMPC (16bit-XT)에서 등속으로 움직이게 명령을 주고 위치와 토크를 계산하였다. 여기서 토크는 그림. 9와 같이 운전시의 모터 전류 측 전압으로 변환된 값을 A/D변환기를 통하여 제어 컴퓨터에서 읽어진 값으로 다음의 식으로 구하였다.

$$T_i = (T_{ei} \times A/D \text{ 변환기 분해능} / R_m) \times k_t / R_{ei} \dots \dots \dots (33)$$

여기서,

- T<sub>ei</sub> ; A/D 변환기를 통하여 읽어진 값
- R<sub>m</sub> ; 측정 저항값[Ω]

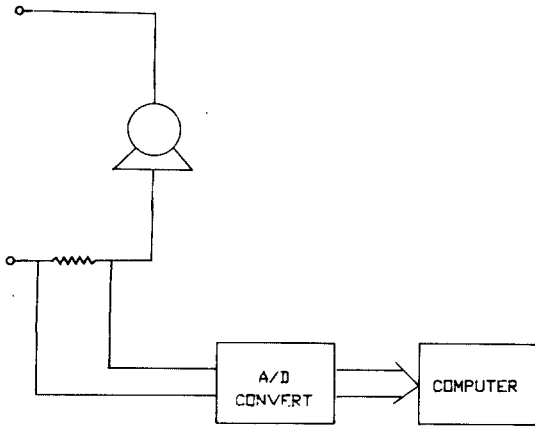


Fig.10 Measurement of torques

$k_t$  ; 토크 정수 [N·m/A]

$R_{ei}$  ; 각 관절의 감속비

여기서 측정 저항값  $R_m$  은 RHINO 로봇 구동 모터의 아마튜어 저항  $R_a$  ( 8.19Ω ) 의 약 1/15 에 해당하는 0.5Ω [ 5W ] 의 저항을 사용하였다  
 한편 위치 측정은 카운터 ( counter ) 를 사용하여 엔코더에서 나오는 펄스수를 읽어서 다음의 식에서 구하였다.

$$\theta_i = \theta_i^0 \pm ( N_{ci} \times \text{엔코더 분해능} ) \times \text{감속비} \quad (24)$$

여기서,

$\theta_i^0$  = 처음 위치

$N_{ci}$  = Pulse 를 카운트한 수

전체적인 측정 장치의 블록 선도는 그림 10 과 같다.

실험은 2, 3 축을 시계방향과 반시계방향 각각에 대하여 행하였으며 얻어진 데이터는 표 8, 표 10, 표 12, 표 14, 에 나타내어져 있으며 이를 이용하여 off-line 방법으로 최소자승법을 이용하여 동정을 실시하였다. 결과는 표 9, 표 11, 표 13, 표 15 에 나타내어져 있다.

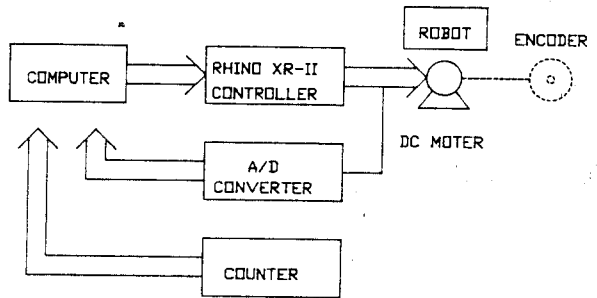


Fig.11 Block diagram of measurement system.

Tab.8 Data for identification of joint 2 friction parameters

$\theta_2$ (deg)	$\theta_3$ (deg)	$\theta_4$ (deg)	$\theta_2$ (rad/sec)	$V_{m2}$ (V)
82.0	-82.0	0	189.0	0.074
71.0	-71.0	0	165.0	0.045
40.3	-40.3	0	162.0	0.021
81.0	-81.0	0	53.89	0.09
72.5	-72.5	0	53.0	0.085
61.2	-61.2	0	180.0	0.04
63.3	-63.3	0	64.42	0.08
51.3	-51.3	0	126.7	0.03
41.7	-41.7	0	162.3	0.02
55.7	-55.7	0	172.5	0.03

where,  $\theta_2$  : Motor angular velocity

$V_{m2}$  : Measurement voltage

Tab.9 Identification result for friction parameters using least square approximation : clockwise rotation

parameters → number of data for approximation	$F_{c2}$ (N·m)	$B2$ (N·m/ rad/sec)
5	1.364	0.118

6	1.267	0.131
7	0.894	0.147
8	1.206	0.149
9	1.030	0.180
10	1.320	0.144

where,  $F_c 2$  : Coulomb friction torques  
 $B2$  : Equivalent viscous damping coefficient

**Tab.10 Data for identification of joint 2 friction parameters**

$\theta 2$ (deg)	$\theta 3$ (deg)	$\theta 4$ (deg)	$\theta 2$ (rad/ sec)	Vm2 (V)
81.2	-81.2	0	180.0	0.106
75.6	-75.6	0	131.5	0.118
70.3	-70.3	0	202.5	0.121
71.1	-71.1	0	42.3	0.120
79.6	-79.6	0	45.3	0.118
68.7	-63.7	0	195.3	0.135
55.4	-55.4	0	201.0	0.152
61.0	-61.0	0	67.5	0.122
82.5	-82.5	0	208.0	0.105
73.4	-73.4	0	150.7	0.110

whers,  $\theta$  : motor angular velocity  
 Vm2 : measurement voltage

**Tab.11 Identification result for friction parameters using least square approximation : counter-clockwise rotation**

parameter → number of data for approximation	$F_c 2$ (N·m)	B2 (N·m/ rad/sec)
5	1.851	0.188

6	1.794	0.181
7	1.629	0.162
8	1.702	0.125
9	1.726	0.127
10	1.875	0.124

where,  $F_c 2$  : Coulomb friction torque  
 $B2$  : Equivalent viscous damping coefficient

Mean of  $F_c 2 = 1.763$   
 Mean of  $B2 = 0.151$   
 Standard deviation of  $F_c 2 = 0.086$   
 Standard deviation of  $B2 = 0.027$

**Tab.12 Data for identification of joint 3 friction parameters**

$\theta 2$ (deg)	$\theta 3$ (deg)	$\theta 4$ (deg)	$\theta 2$ (rad/ sec)	Vm3 (V)
90	-33.2	-66.8	45.02	0.095
90	-77.6	-12.4	130.6	0.090
90	-65.5	-24.5	126.7	0.09
90	-50.1	-39.9	80.75	0.08
90	-60.3	-29.7	125.6	0.091
90	-72.1	-17.9	130.2	0.094
90	-45.3	-44.7	60.85	0.081
90	-47.7	-42.3	104.71	0.06
90	-65.5	-24.5	50.3	0.078
90	-63.2	-26.8	100.3	0.081

where,  $\theta 3$  : Motor angular velocity  
 Ym3 : Measurement voltage

**Tab.13 Identification result for friction parameters using least square approximation : counter-clockwise rotation**

parameter →	$F_c 3$ (N·m)	$B 3$ (N·m/ rad/sec)
number of data for approximation		
5	0.907	0.083
6	0.899	0.084
7	0.808	0.089
8	0.771	0.088
9	0.924	0.057
10	0.921	0.059

where,  $F_c 3$  : Coulomb friction torque  
 $B 3$  : Equivalent viscous damping coefficient

Mean of  $F_c 3 = 0.872$

Mean of  $B 3 = 0.077$

Standard deviation of  $F_c 3 = 0.06$

Standard deviation of  $B 3 = 0.013$

**Tab.14 Data for identification of joint 3 friction parameters**

$\theta 2$ (deg)	$\theta 3$ (deg)	$\theta 4$ (deg)	$\theta 3$ (rad/ sec)	$Vm 3$ (V)
90	-45.5	-44.5	55.7	0.065
90	-73.3	-16.7	97.5	0.056
90	-75.3	-14.7	101.3	0.055
90	-38.7	-61.3	104.7	0.060
90	-49.3	-30.7	90.5	0.057
90	-60.1	-29.9	95.3	0.053
90	-40.3	-49.7	56.7	0.061
90	-45.3	-44.7	50.6	0.059
90	-80.2	-9.8	95.7	0.050
90	-61.2	-28.8	105.1	0.056

where,  $\theta 3$  : motor angular velocity  
 $Vm 3$  : measurement voltage

**Tab.15 Identification result for friction parameter using least square approximation : clockwise rotation**

parameter →	$F_c 3$ (N·m)	$B 3$ (N·m/ rad/sec)
number of data for approximation		
5	0.83	0.032
6	0.859	0.034
7	0.640	0.051
8	0.683	0.048
9	0.642	0.057
10	0.629	0.059

where,  $F_c 3$  : Coulomb friction torque  
 $B 3$  : Equivalent viscous damping coefficient

Mean of  $F_c 3 = 0.714$

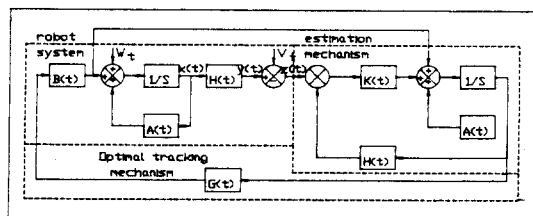
Mean of  $B 3 = 0.047$

Standard deviation of  $F_c 3 = 0.094$

Standard deviation of  $B 3 = 0.010$

### 3. 시스템 및 제어계의 구성

전체 계는 로봇 시스템과 추정기구, 최적 추 정기구로 그림 12 와 같이 구성되어 있다. 로봇 시스템은 크게 동력원, 구동장치, 제어시스템, 인식장치와 주변장치로 구성되어 있으며 이의 출력



**Fig.12 Global system**

을 받아 실제 로봇의 매개변수를 추정하고 이 추정된 데이터를 이용하여 성능 지표를 최소화하는 최적 제어 입력을 구하여 로봇 시스템의 구동장치에 가하게 된다.

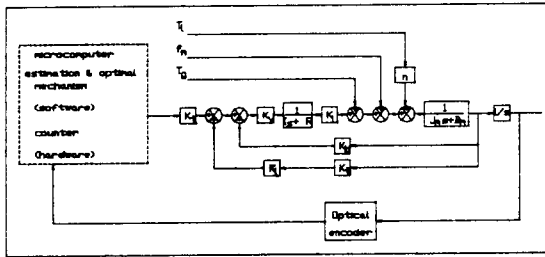


Fig.13 Positional control system of manipulator

또한 RHINO 로봇의 제어계는 그림13과 같이 구성되어 있는데 여기서 중력항과 마찰력, 하중 등의 보상은  $T_L, f_m, T_g$  의 피이드 포워드 로 보상하며 역 기전력은  $k_b$  이득을 갖는 피이드백에 의해 보상하고 댐핑력은 타코미터로 속도를 측정하여  $k_t, k_l$  이득을 갖는 피이드백 루우프에 의해 보상한다. 또한 광학 엔코더로 위치를 검출하고 추정 기구를 이용하여 실제 로봇 시스템의 매개 변수를 추정하고 이 추정된 데이터를 이용하여 최적 추적 기구에서 최적 제어 입력을 구하여 구동 장치에 인가하게 된다. 추정 기구와 최적 추적 기구는 마이크로컴퓨터에 소프트웨어로 저장된 컴퓨터 프로그램으로 본 논문에서 개발하여 사용한다.

### 3.1 잡음

어떤 시스템이든지 외부의 잡음에 의해 영향을 받게 된다. 또한 시스템의 상태를 관측하기 위하여 어떠한 관측기구를 사용하든지 잡음을 수반하게 된다. 이런 잡음을 무시하면 방정식을 간단히 구성할 수 있지만 잡음의 영향을 계산할 수 없어 오차가 발생하게 된다. 이런 잡음의 영향을

줄이기 위해서는 잡음 방지를 위한 부대 시설을 설치하여야 하므로 상당한 비용이 들게 된다.

따라서 이런 장치를 설치하지 않고 추계학적 시스템으로 제어계를 구성함으로써 잡음의 영향을 줄일 수 있다. 즉 잡음의 특성을 표시할 수 있는 수식을 첨가하여 운동 방정식을 해석하게 된다.

잡음의 특성은 앞의 신호치로 현재의 신호 크기를 예측할 수 없는 난수 조합으로 이루어진 연속파라고 할 수 있다. 이런 잡음의 특성을 가장 근사하게 수학적으로 표시한 것이 백색 잡음이다.

백색 잡음은 잡음의 특성이

$$P(x_k | k_1) = P(x_k), k > 1 \dots\dots\dots (35)$$

인 난수가 평균값 0을 가지고 정상 분포를 갖는 Markov sequence이다.

### 3.2 필터링

추정에는 필터링 (filtering), 평활 (smoothing), 그리고 예측 (prediction) 이 있다. 필터링은 시간  $t$  동안의 측정치를 이용하여 시간  $t$  일 때에 어떤 정보를 추출하는 것이고 예측은 시간  $t$  이전의 측정치로 시간  $t$  의 어떤 정보를 추출하는 것이다.

본 시스템이 비선형 방정식의 지배를 받기 때문에 확장 kalman 필터를 사용하여 추정한다.

프로세스 모델은

$$\dot{x}(t) = f(x, u, t) + g(x, t)w_t \dots (36)$$

와 같이 주어지고  $w_t$  는 시스템의 다이내믹 잡음으로 백색 잡음이고 이 방정식을 Langevin 방정식이라고 부른다.  $\{w_t\}$  프로세스가 델타 코릴레이션 (delta-correlation) 이므로  $w_t$  는 평균 자승 Riemann 적분이 가능하지 않다. 결과적으로 Langevin 방정식은 아무런 수학적 의미를 갖지 못한다.

백색 잡음은 Brownian 운동의 정상 도함수 이므로

$$w_t \sim d\beta_t / dt \dots\dots\dots (37)$$

의 관계식이 성립되고 (37)식에 대입하면,

$$dx = f(x, u, t)dt + g(x, t)d\beta_t, t \geq t_0 \dots\dots\dots (38)$$

를 구할 수 있다. (38)식을 적분하면

$$x_t - x_{t_0} = \int_{t_0}^t f(x, u, \tau) d\tau + \int_{t_0}^t g(x, \tau) d\beta\tau \dots\dots\dots (39)$$

로 된다.

(39)식의 첫 항은 평균자승 Riemann 적분으로 정의될 수 있지만 둘째항은 Brownian 운동의 불규칙한 성질 때문에 적분이 정의되지 않는다. 이것은 Itô 적분이라고 부르고 (39)식을 Itô 추계학적 미분 방정식이라고 부른다. 상태 벡터  $x_t$ 는 직접 관측할 수 없으므로

$$Z(t) = H(t) x(t) + V(t)$$

에 의해 관측되어 진다. 여기서  $V(t)$ 는 측정 잡음으로 백색잡음을 나타낸다.

먼저 선형방정식의 지배를 받는 시스템의 추정을 Kalman-Buchy 필터에 의해 추정하면 다음과 같다.

프로세스 모델은

$$\dot{x}(t) = F(t)x(t) + G(t)W(t) + D(t)U(t) \dots\dots\dots (40)$$

$x$  : 상태 벡터

$W$  : 프로세스잡음, 분산 :  $Q$

$U$  : 입력

이고, 측정방정식은,

$$Z(t) = H(t) x(t) + V(t)$$

$Z$  : 측정 벡터

$V$  : 측정잡음, 분산 :  $R$

이며, 상태추정은

$$\hat{X}(t) = F(t) \hat{X}(t) + K(t) [Z(t) - H(t) \hat{X}(t)] + D(t) U(t)$$

$\hat{X}$  : 상태 추정벡터이다.

그리고 Kalman 이득행렬은

$$K(t) = P(t) H^T(t) R^{-1}(t)$$

이고, 오차분산 행렬은,

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) &= F(t)P(t) + P(t)F^T(t) - P(t) \\ & H^T(t)R^{-1}(t)H(t)P(t) + G(t) \\ & \cdot Q(t)G^T(t) \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

이며, 이 방정식은 Riccati 방정식이다.

초기 조건은,

$$\begin{aligned} \hat{X}(t_0) &= E\{x(t_0)\} \\ P(t_0) &= E\{[x(t_0) - \hat{X}(t_0)][x(t_0) \\ & - \hat{X}(t_0)]^T\} \end{aligned}$$

이다.

Kalman 필터로 추정하면 프로세스 모델은,

$$X(k+1) = \Phi(k) x(k) + \Gamma(k) + \theta(k) \cdot U(k)$$

이고, 측정 방정식은,

$$Z(k) = H(k) x(k) + V(k)$$

이며, 상태 추정의 프리디터는

$$x^*(k+1) = \Phi(k) \hat{x}(k) + \theta(k) U(k)$$

이고, 콜렉터는

$$\hat{x}(k+1) = x^*(k+1) + K(k+1) [Z(k+1)$$

$$1) - H(k+1) x^*(k+1)]$$

이다.

그리고 오차 분산의 프리딕티드는,

$$P^*(k+1) = \Phi(k) \tilde{P}(k) \Phi^T(k) + \Gamma(k) Q(k) \Gamma^T(k)$$

이고, 콜렉티드는

$$\tilde{P}(k+1) = P^*(k+1) - K(k+1)H(k+1) P^*(k+1)$$

이며 Kalman 이득행렬은

$$K(k+1) = P^*(k+1) H^T(k+1) [H(k+1) P^*(k+1) H^T(k+1) + R(k+1)]^{-1}$$

이다.

초기 조건은,

$$\hat{x}_0 = E\{x_0\}$$

$$\tilde{P}_0(k_0) = E\{[x_0 - \hat{x}_0][x_0 - \hat{x}_0]^T\}$$

이다.

또, innovation 프로세스는 다음과 같이 정의된다.

$$v_k = Z(k) - H(k) x^*(k) \dots\dots\dots (42)$$

이 프로세스의 성질은 평균값이 0 이고 백색 잡음과 같은 성질을 갖고 있다. 그러나 측정 백색 잡음과 잡음과는 분산이 다르다.

본 논문의 적용 모델이 비선형 방정식에 의해 해석되어지므로 확장 kalman 필터를 이용한다. 프로세스 모델은,

$$x(k+1) = f_k(x_k, U) + \Gamma(k)w(k)$$

이고 측정 방정식은,

$$Z(k) = H(k)X(k) + V(k)$$

이고 상태추정의 콜렉티는

$$\hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k [Z_k - H_k \hat{x}_{k/k-1}]$$

이며 프리딕티는,

$$\hat{x}_{k+1/k} = f_k(\hat{x}_{k/k})$$

로 주어지고 Kalman 이득 행렬은,

$$K_k = P_{k/k-1} H_k (H_k^T P_{k/k-1} H_k + P_k)^{-1}$$

이고, 오차분산 행렬의 콜렉티드는

$$P_{k/k} = P_{k/k-1} - P_{k/k-1} H_k (H_k^T P_{k/k-1} H_k + P_k)^{-1} H_k P_{k/k-1}$$

이고, 프리딕티드는,

$$P_{k+1/k} = F_k P_{k/k} F_k^T + \Gamma_k^T Q_k \Gamma_k$$

이다. 여기서  $\Gamma$ 는 잡음의 weighting function 이며

$$F_k = \frac{\partial f_k}{\partial x} \Big|_{x = \hat{x}_{k/k}} \text{이다.}$$

초기 조건은,

$$P_{0/-1} = P_0$$

$$\hat{x}_{0/-1} = x_0 \text{ 이다.}$$

적용 kalman 필터는 작동중에 발생하는 비 최적 동작을 줄여서 예측 정보를 향상시킬 수 있도록 설계되어진 필터이다. 적용 kalman 필터는 innovation 성질을 기준으로 사용한다.

kalman 필터를 적용하려면 다음 조건을 만족하여야 한다.

- (1) 모든 시스템의 행렬이 한정되어야 한다.
- (2) Q, P가 positive semi-definite 여야 한다.
- (3) R는 positive definite 여야 한다.
- (4) 시스템이 관측 가능이어야 한다.
- (5) 시스템이 제어 가능이어야 한다.

또한 kalman 필터의 성질은 다음과 같다.

(1) kalman 필터는 선형, 불연속, 유한 차원의 시스템이다.

(2) kalman 필터의 입력은  $Z(k)$  이고 출력은  $\hat{x}(k+1)$  이다.

(3) 잡음이 없다면 계인 행렬이 0이다.

(4) kalman 필터는 신호 모델이 시불변일지라도 시간에 따라 변한다.

### 3.3 최적추적

최적 제어 기법으로 추계학적 시스템에서는 분리원칙 (seperation principle) 을 많이 사용한다. 즉, kalman 필터를 통하여 미지의 변수  $x_1, x_2$  를  $\hat{x}_1, \hat{x}_2$  으로 추정하여 Bellman의 다이나믹 프로그래밍을 이용하여 제어 입력을 구한다.

본 논문의 적용 모델이 비선형 방정식에 의해 지배를 받기 때문에 선형 구간에서 선형화하여 준 최적 입력을 찾는다.

시스템 방정식이 다음과 같이 주어진다면

$$\dot{\hat{x}}(t) = A(t)\hat{x}(t) + B(t)U(t) \quad \dots\dots (43)$$

$$Z(t) = H(t)\hat{x}(t) \quad \dots\dots (44)$$

오차 벡터  $e(t)$  는

$$e(t) = Z^d(t) - Z(t) = Z^d(t) - H(t)\hat{x}(t) \quad \dots\dots (45)$$

으로 주어지며  $Z^d$  는 주어진 경로이고  $Z$  는 실제 경로이다.

성능지표  $\bar{J}$  는

$$\bar{J} = E \left[ \frac{1}{2} \langle e(T), Fe(T) \rangle + \frac{1}{2} \int_{t_0}^T \{ \langle e(t), S(t)e(t) \rangle + \langle U(t), T(t)U(t) \rangle \} dt \right] \quad \dots\dots (46)$$

로 주어지며  $F, S$  는 semi-positive definite 행렬이다.

Hamiltonian  $H$  는,

$$H = \frac{1}{2} \langle [Z^d - H\hat{x}], S[Z^d - H\hat{x}] \rangle + \frac{1}{2} \langle U, TU \rangle + \langle A\hat{x}, \lambda \rangle + \langle BU, \lambda \rangle \quad \dots\dots (47)$$

로 주어지며, 이것을  $U, \hat{x}$  에 대해 미분하면

$$\partial H / \partial u = 0 = TU + B^T \lambda \quad \dots\dots (48)$$

$$\dot{\lambda} = -\partial H / \partial \hat{x} = -H^T S H \hat{x} - A^T \lambda + H^T S Z^d \quad \dots\dots (49)$$

$$\lambda = P \hat{x} - g \quad \dots\dots (50)$$

라고 두면

$$\dot{\lambda} = \dot{P} \hat{x} + P \dot{\hat{x}} - \dot{g} = -H^T S H \hat{x} - A^T \lambda + H^T S Z^d \quad \dots\dots (51)$$

$$[\dot{P} + PA + A^T P - PB T^{-1} B^T P + H^T S H] \hat{x} = \dot{g} + A^T g - PB T^{-1} B^T g + H^T S Z^d \quad \dots\dots (52)$$

를 구할 수 있다. 따라서

$$\dot{P} = -PA - A^T P + PB T^{-1} B^T P - H^T S H \quad \dots\dots (53)$$

$$\dot{g} = [PB T^{-1} B^T - A^T] g - H^T S Z^d \quad \dots\dots (54)$$

로 주어지며, 최종치는

$$P(T) = H^T(T) F H(T) \quad \dots\dots (55)$$

$$g(T) = H^T(T) F Z^d(T) \quad \dots\dots (56)$$

로 주어진다.

그러므로 최적 입력은 (48) 식과 (50) 식에 의해

$$U(t) = -T^{-1}(t) B^T(t) P(t) \hat{x}(t) + T^{-1}(t) B^T(t) g(t) \quad \dots\dots (57)$$

로 주어진다.



#### 4. 시뮬레이션

본 시스템을 잡음의 영향을 고려한 추계학적 시스템으로 해석한 것을 계단입력에 대해 비교 조사하고 최적 추적 제어기법에 의해 바라는 궤적을 어느 정도 추정하는지 비교 조사하기로 한다.

샘플링 시간은 로봇의 공진 주파수가 50 Hz 이라는 보고와 실시간 제어를 고려하여 0.01 초로 하였다.

잡음은 Box 와 Muller 가 제안한 것으로 다음식과 같다.

$$Y_1 = \sigma (-2 \ln x_1)^{1/2} \cos 2\pi x_2 + \mu$$

$$Y_2 = \sigma (-2 \ln x_1)^{1/2} \sin 2\pi x_2 + \mu$$

여기서  $x_1$  과  $x_2$  는 서로 독립이고 0 과 1 사이에 일정분포를 하는 난수이며,  $\mu$  는 평균값,  $\sigma$  는 편차를 나타낸다.

그리고  $x_1$  과  $x_2$  는 아래의 관계식에서 얻어진다.

$$Z_i = a Z_{i-1} \pmod{m}$$

$$x_i = Z_i / m$$

여기서  $m$ ,  $a$  는

$$m = 2^\alpha, a = 2^{\alpha/2}$$

$$\text{혹은 } m = 10^\alpha, a = 2^{\alpha/2}$$

로 정한다.

본 연구의 시뮬레이션은,  $m = 2^{20}$ ,  $a = 2^{10} + 3$ ,  $\mu = 0$ ,  $\sigma = 1$  로 설정하여 수행하였다.

윗 식에서 mod 란 Fortran IV 언어로 나머지 수를 뜻한다. 그리고 잡음의 weighting function Q, R 은

$$Q = R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

로 하였고,

상태변수  $x$  의 초기치와 추정알고리즘의 Riccati 방정식의 P 초기치는 다음과 같이 설정하였다.

$$x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad P(0) = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 100 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 100 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

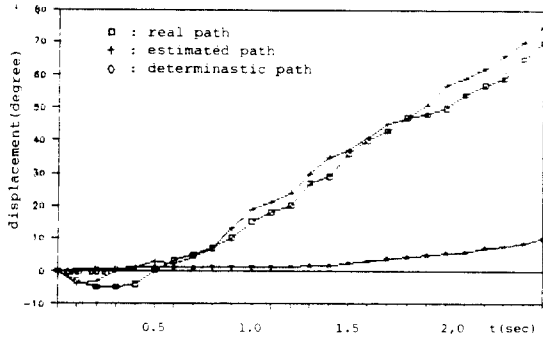
또, 최적 추적제어 알고리즘의 Riccati 방정식의 최종치와 미분방정식의 최종치는 다음과 같다.

$$P(T) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad g(T) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

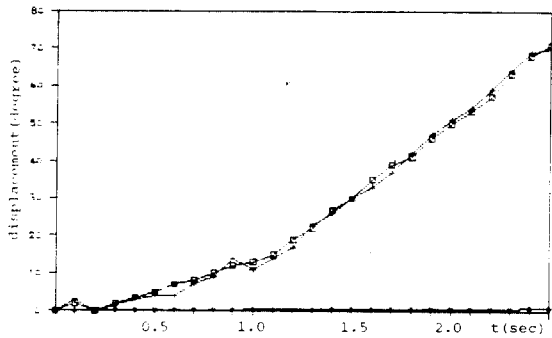
성능 지표의 weighting function S 와 T 는 다음과 같다.

$$S = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 5 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} 0.20 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0.20 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0.20 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0.20 \end{pmatrix}$$

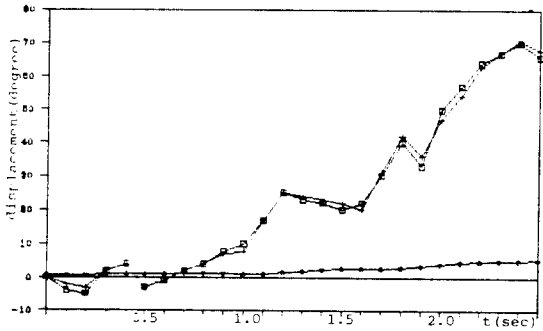
먼저 계단 입력에서 weighting function 1.0 으로 시뮬레이션한 결과를 (그림 14)~(그림 18)에서 표시하였으며 weighting function 0.1 로 시뮬레이션한 결과를 (그림 19)~(그림 23)에서 표시하였다.



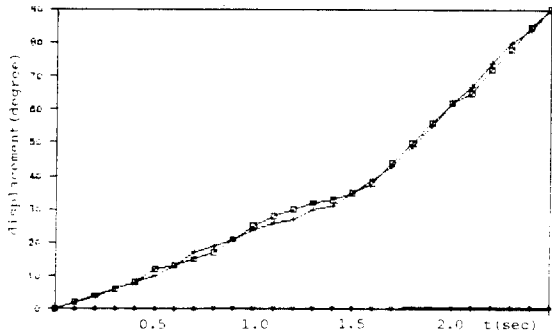
**Fig. 14** Angular displacement of link 1 for step  $U_1 = 2 \text{ N}\cdot\text{m}$  &  $T = 1.0$



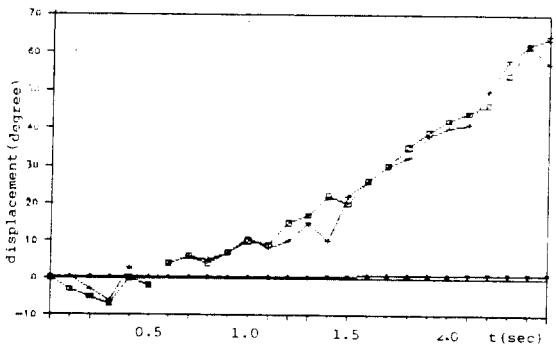
**Fig. 17** Angular displacement of link 3 for step input  $U_4 = 63.5 \text{ Nm}$  &  $T = 1.0$



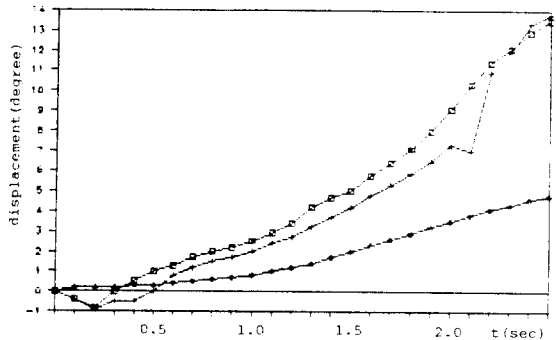
**Fig. 15** Angular displacement of link 2 for step input  $U_2 = 2 \text{ Nm}$  &  $T = 1.0$



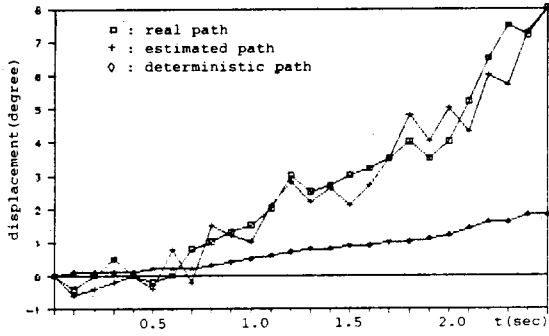
**Fig. 18** Angular displacement of link 5 for step input  $U_5 = 0.01 \text{ Nm}$  &  $T = 1.0$



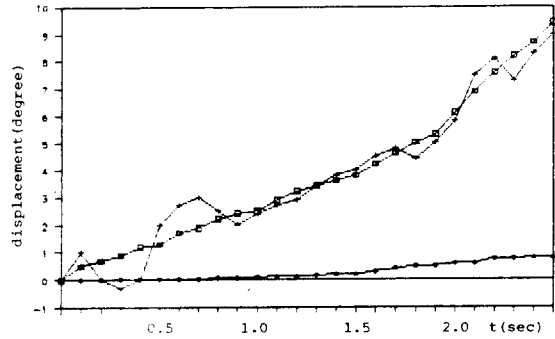
**Fig. 16** Angular displacement of link 3 for step  $U_3 = 63.5 \text{ N}$  &  $T = 1.0$



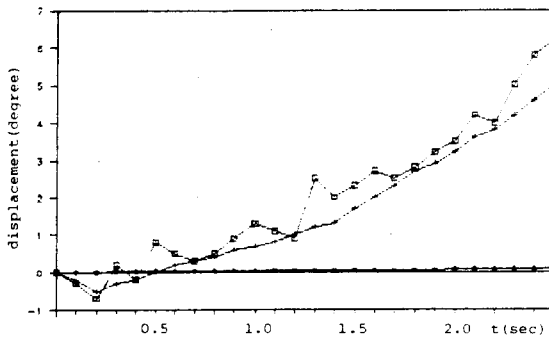
**Fig. 19** Angular displacement of link 1 for step input  $U_1 = 2 \text{ Nm}$  &  $T = 0.1$



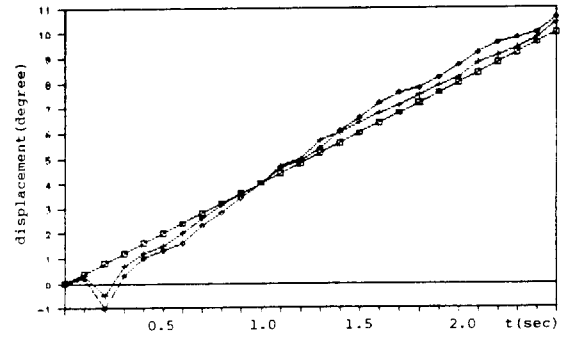
**Fig.20** Angular displacement of link 2 for step input  $U_2=2Nm$  &  $T=0.1$



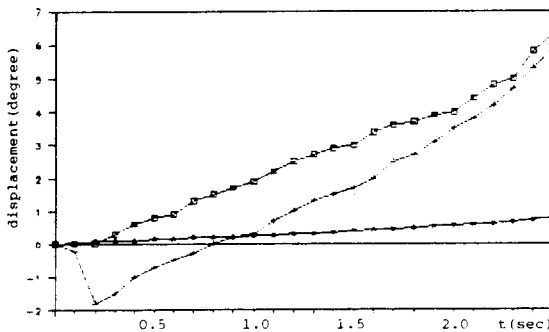
**Fig.23** Angular displacement of link 4 for step input  $U_5=0.01N.m$  &  $T=0.1$



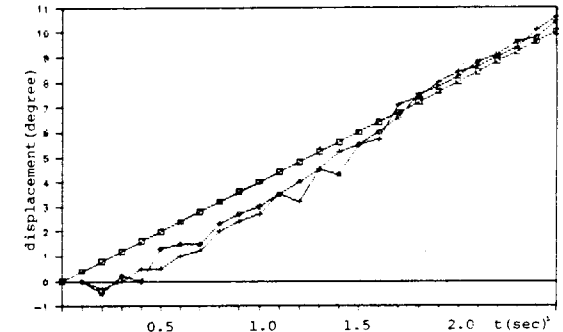
**Fig.21** Angular displacement of link 3 for step input  $U_3=63.5N$  &  $T=0.1$



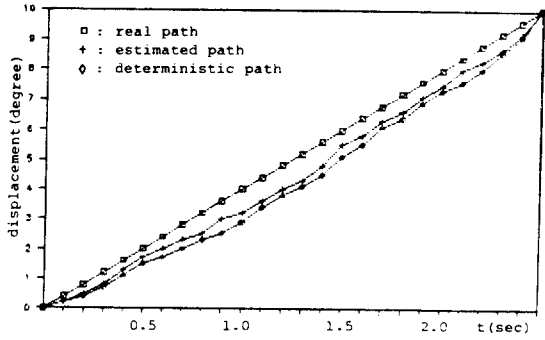
**Fig.24** Trajectory of link 1 for linear tracking problem



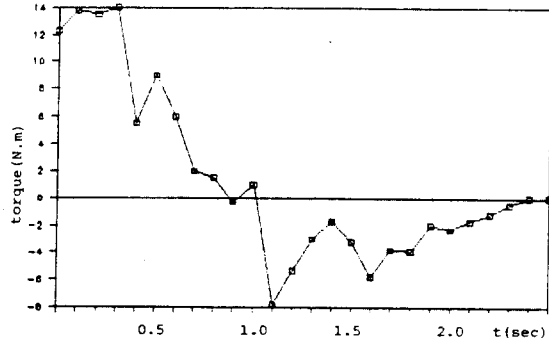
**Fig.22** Angular displacement of link 4 for step input  $U_4=.02N.m$  &  $T=0.1$



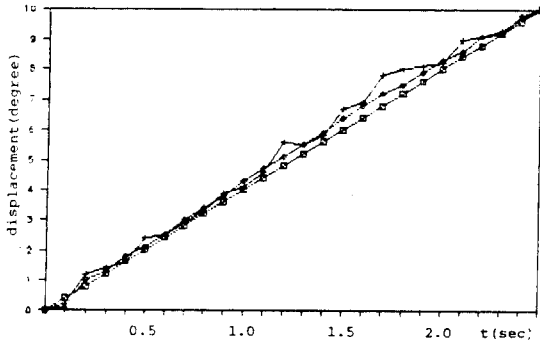
**Fig.25** Trajectory of link 2 for linear tracking problem



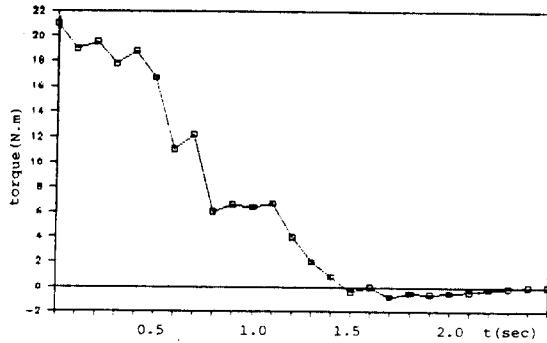
**Fig. 26 Trajectory of link 3 for linear tracking problem**



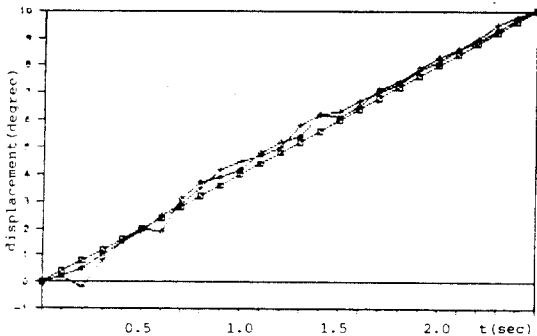
**Fig. 29 Optimal input of actuator 1 for linear tracking problem**



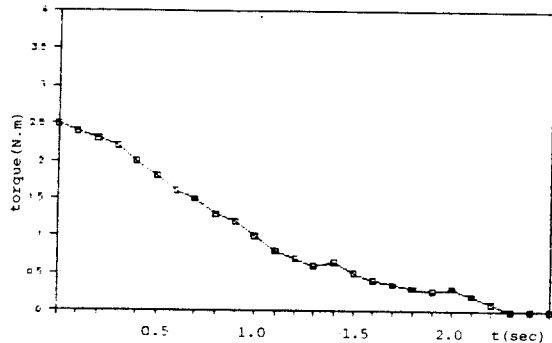
**Fig. 27 Trajectory of link 4 for linear tracking problem**



**Fig. 30 Optimal input of actuator 2 for linear tracking problem**



**Fig. 28 Trajectory of link 5 for linear tracking problem**



**Fig. 31 Optimal input of actuator 3 for linear tracking problem**

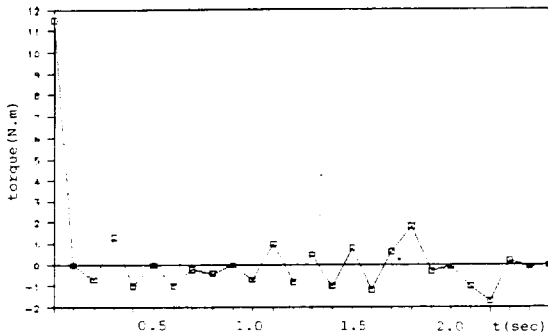


Fig.32 Optimal input of actuator 4 for linear tracking problem

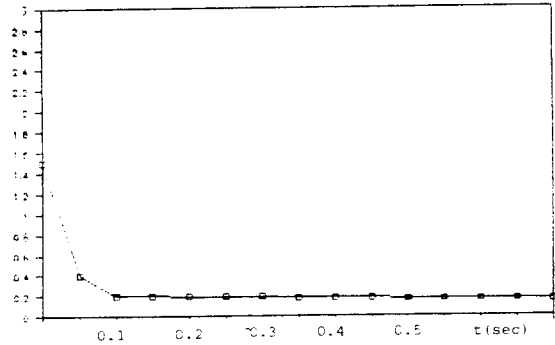


Fig.35 Diagonal term of  $12 \times 12$  kalman gain matrix for linear tracking problem

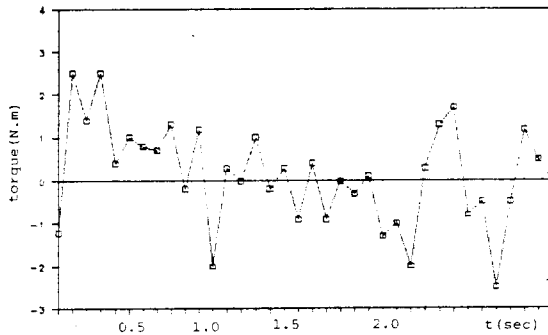


Fig.33 Optimal input of actuator 5 for linear tracking problem

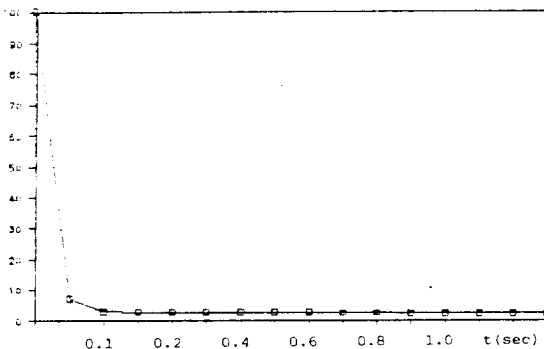


Fig.34 Diagonal term of  $12 \times 12$  error covariance matrix for the linear tracking problem

또한 최적 추적 제어의 시뮬레이션한 결과를 (그림 24)~(그림 28)에서 표시하였다. 또한 오차분산의 값과 Kalman 이득의 값, 그리고 최적 추적입력 U의 값은 (그림29)~(그림33)에서 나타내고 있다.

결과적으로 잡음의 영향을 초기에는 무시할 수 있으나 시간이 지남에 따라 그 영향이 매우 커짐을 알 수 있었다. 오차 분산 행렬의 값이 0.19 초 이상에서 1.872로 수렴하고 Kalman 이득은 0.090로 수렴하였다. 따라서 추정된 상태 벡터값이 실제 상태 벡터값에 근사적으로 접근함을 알 수 있었다. 즉, 필터의 안정을 얻을 수 있었다.

한편 초기에는 추정값과 실제값 사이에 차이를 조금 보이거나 약 0.7 초 이후 매우 근사적으로 접근함을 알 수 있었다.

최적 추적 제어에 있어서는 입력이 초기에 매우 강한 입력이 가해지고 최종 시간 근처에서는 거의 0으로 수렴하는데 이것은 이론적으로 임펄스 입력이 주어져야 하는 것과 매우 유사함을 알 수 있었다. 그리고 입력 4, 5에서는 최종시간 근처에서 심한 변화를 보이는 것은 관절 4, 5의 질량 관성이 작음으로 잡음과 입력에 의한 영향이라 사료된다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 산업용 로봇인 RHINO X R-II 로봇의 동특성을 해석하고, 그리고 로봇제어계의 추계학적 해석을 위한 시뮬레이션 결과 확장 Kalman 필터에서 일어나기 쉬운 오차분산의 발산이 일어나지 않았으므로, 필터의 안정을 얻을 수 있었다. 그리고, 확장 Kalman 필터를 사용하면 결정적 시스템해석에 비해 잡음이 크면 클수록 더욱 큰 차이를 보이지 않으나 시간이 흐름에 따라 더 큰 차이를 보였다.

최적 추적제어의 결과로 로봇의 동작을 잡음의 영향에서도 원하는 궤적을 추종시킬 수 있음을 알 수 있었다. 따라서 플레이 백형의 제어계로서는 제어할 수 없는 지능 로봇, 해저 탐사용 로봇, 월면 탐사용 로봇의 제어계를 추계학적 시스템 제어계로 구성할 수 있으며 그 효과는 매우 클 것으로 생각한다.

## 參 考 文 獻

- Howard B. Olsen and G.A. Bekey, "Identification of parameters in models of robots with rotary joint", IEEE international Conference on robotics and automation, pp. 1045~1049 (1985)
- A. M. Karnick and N.K. Sinha, "Direct Approach to Modeling an Industrial Robot from Samples Input-Output Data", Robotica, Vol.2, pp.161~167 (June, 1983)
- J. Denavit, R. S. Hartenberg, "A Kinematic Notation for Lower Pair Mechanisms Based on Matrices", Trans. of ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol.22, pp.215~221 (1955)
- Michael S. Pfeifer, Charles P. Neuman, "AN Adaptable Simulator for Robot Arm Dynamics", Computer in Mechanical Engineering, pp.57~64 (Nov., 1984)
- F. E. Daum and R. J. Fitzgerald, "Decoupled Kalman Filters for Phased Array Radar Tracking", IEEE, Vol. AC-28, No. 3, 1983.
- G. L. Melay, and Wang Tang, "Application of Multiple Model Estimation to a Recursive Terrain Height Correlation System" IEEE, Vol. AC.-28, No.3, 1983.
- Hollerbach J.M., "A Recursive Lagrangian Formulation of Manipulator Dynamics and a Comparative Study of Dynamico formulation", IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics, SMC-10, No. 11, pp. 730-736, 1980.
- M. H. Kao and D. H. Eller, "Multiconfiguration Kalman Filters Design for High-performance GPS Navigation", IEEE, Vol. AC-28, No.3, 1983.
- Paul, R. P., Robot Manipulators, Mathematics, Programming, and Control, MIT Press, Cambridge, 1970.
- Anderson, B. D. O., Moor, J. B., Optimal Filtering, Prentice-Hall, Inc., Englewood, Cliffs., 1979.
- Jazwinski, A. H., Stochastic Pr-

- rocess and Filtering Theory, Academic Press, N. Y., 1970.
12. H. J. Warnecke & R. D. Schraft, Industrial Robots Application Experience, I. F. S. Publications Ltd., England, 1982.
  13. J. L. Melsa, D. L. Cohn, Decision and Estimation Theory, McGraw-Hill, 1978.
  14. M. H. Lee, W. J. Kolodziej, and R. R. Mohler, "Suboptimal control of a Stochastic System with Random Partially Observable Parameters", Proceeding of 1983, American Control Conferences, San Francisco, C. A, June 1983, pp.1200-1204.
  15. Kortum, W., "Computation Techniques in Optimal State-Estimation A Tutorial Review", ASME, Vol. 101, June 1979.
  16. Steinar Saelid, N. A. Jenssen, J. G. Balchen, "Design and Analysis of a Dynamic Positioning System Based on Kalman Filtering and Optimal Control", IEEE, Vol. AC.-28, No.3, Mar. 1983.