

# 모우드 해석법에 의한 CFRP PLATE의 동특성에 관한 연구

A study on the Dynamic Characteristics of CFRP  
PLATE by Modal Analysis Method

한 응 교\*, 오 재 응\*, 방 태 규\*\*  
E. K. Han, J. E. Oh, T. K. Bang

## ABSTRACT

Using modal analysis method this paper examines the dynamic characteristics of composite material closely. Composite material is superior to conventional material in view of mechanical properties.

So the laminate of CFRP<Carbon Fiber Reinforced Plastic> is compared with AL<Aluminum> Plate.

As the results, the overall vibration level of CFRP is lower than that of AL Plate and is low when fiber direction is parallel to the fixed point. Also, the natural frequency of CFRP is situated in low frequency than that of AL.

## 요 지

본 논문에서는 모우드 해석법(Modal Analysis Method)을 이용하여 종래재료에 비해 우수한 기계적 성질을 갖는 복합재료에 대하여 동특성을 규명하고자 하였다. 재료로는 알루미늄판(AL PLATE)과 탄소섬유강화 복합적층판(CFRP)을 비교하였으며, 그 결과 전체적인 진동레벨이 AL PLATE보다 CFRP PLATE가 낮았고 섬유방향이 고정단과 직각인 경우보다 평행인 경우가 낮음을 알았다. 또한 AL PLATE와 유사한 진동형을 나타내는 CFRP PLATE의 고유진동모우드가 저주파수쪽으로 이동함을 알 수 있었다.

## 1. 서 론

최근 복합재료 기술분야가 날로 발전하여, 그 응용이 항공기 분야로부터 스포츠 레저용

품에 이르기까지 다양하며, Robot, 자동차등의 구조재로서 그 영역이 확대되고 있다. 복합재료를 이용한 구조를 설계하려면 우선 복합재료의 특성을 파악해야 하는데, 복합재료

\* 정회원, 한양대학교 정밀기계공학과

\*\* 한양대학교 대학원 정밀기계공학과

는 일반금속에 비하여 이방성 성질이 매우 현저하므로 등방성 재료에 비하여 3차원적으로 해석이 매우 난해하며, FEM 등 종래의 해석 기법을 적용하기에는 어려움이 많고 그 해석에 오랜 시간을 필요로 한다.

복합재료는 두가지 서로 다른 구성물질을 혼합하여 단일재가 가지고 있는 기계적인 성질보다 훨씬 우수한 기능을 갖도록 한 새로운 재료이다. 일반적으로 모재에 섬유를 이용하여 강화시킨 단층(Lamina)을 만들고 섬유의 방향을 조절하여 다층인 복합적층판(Laminate)을 만든다. 복합재료는 종래의 재료에 비하여 비강도, 비강성이 높아 구조의 경량화를 기할 수 있으며 보강섬유의 방향을 조절하여 재료를 효율적으로 사용할 수 있다. 첨단 신소재인 복합재료에 대한 연구<sup>1)2)3)4)5)</sup>가 계속되고 있음에도 불구하고 동특성을 규명하기 위한 연구는 미흡하다고 생각된다. 따라서 본 연구에서는 실험적인 모우드해석법<sup>6)</sup>을 이용하여 탄소섬유강화 복합재료(CFRP)에 대한 동특성을 규명함으로써 복합재료 구조물의 설계자료로 이용함을 목적으로 한다.

2. 전달함수측정에 의한 모우드해석

Fig. 1에 나타난 전달함수  $h(\tau)$ , 주파수 응답함수  $H(f)$ 를 가지는 선형계에 대해서 생각하면, 이때 파워 스펙트럼(Power Spectrum) 및 크로스 스펙트럼(Cross Spectrum)에 관한 식이 다음과 같이 얻어진다.

$$G_{yy}(f) = |H(f)|^2 \cdot G_{xx}(f)$$

$$G_{xy}(f) = H(f) \cdot G_{xx}(f) \tag{1}$$

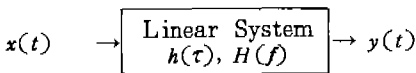


Fig. 1 Ideal single input/single output system

한편 CFRP PLATE의 경우를 점성 감쇠에 의한 진동이라 가정하면, 다자유도 점성감쇠계에 대한 운동방정식은 다음과 같이 표현

된다.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \tag{2}$$

여기서  $[M]$ 은 질량 매트릭스,  $[C]$ 는 감쇠 매트릭스,  $[K]$ 는 강성 매트릭스이며,  $\{x(t)\}$ ,  $\{\dot{x}(t)\}$ ,  $\{\ddot{x}(t)\}$ 는 각각 시간 영역에서의 변위, 속도 및 가속도를 나타내고 있다.

이때, 각 점에서의 진동이 진동 모우드의 선형 결합으로 표현될 수 있다면, 직교성을 이용함으로써 응답과 외력간의 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{X\} = \sum_{r=1}^n \frac{\{\psi_r\}\{\psi_r\}^T}{-\omega^2 m_r + j\omega c_r + k_r} \{F\} \tag{3}$$

여기서  $\{\psi_r\}$ 은  $r$ 차 모우드의 Modal Vector,  $m_r$ 은  $r$ 차 모우드의 질량,  $c_r$ 은  $r$ 차 모우드의 감쇠계수,  $k_r$ 은  $r$ 차 모우드의 강성을 각각 나타내고 있다.

전달함수의  $i, j$ 성분 즉  $j$ 점에서의 외력과  $i$ 점에서의 응답과의 관계를 변위/힘의 전달함수로 나타내면 다음과 같다.

$$H_{ij} = \frac{X_i}{F_j} = \sum_{r=1}^n \frac{\psi_{ir} \psi_{jr}}{-\omega^2 m_r + j\omega c_r + k_r}$$

$$= \sum_{r=1}^n \frac{\psi_{ir} \psi_{jr} / m_r}{-\omega^2 + \omega_r^2 + j 2 S_r \omega \omega_r} \tag{4}$$

한편, 실제로 구조물의 전달함수를 측정하는 경우에는 검출기, 해석기의 제약상 꼭 어떤 주파수 범위내에 있어서만 측정을 할 수 있게 된다. 지금 식(5)에서 측정가능한 주파수 범위를  $1 \sim m$ 으로 하면 전달함수는 다음과 같다.

$$H_{ij} = \sum_{r=1}^{l-1} \frac{\psi_{ir} \psi_{jr}}{-\omega^2 m_r + j\omega c_r + k_r}$$

$$+ \sum_{r=1}^m \frac{\psi_{ir} \psi_{jr}}{-\omega^2 m_r + j\omega c_r + k_r}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{r=m+1}^n \frac{\psi_{ir} \psi_{jr}}{-\omega^2 m_r + j\omega c_r + k_r} \\
 = & \sum_{r=1}^{l-1} \frac{\psi_{ir} \psi_{jr}}{-\omega^2 m_r} + \sum_{r=1}^m \frac{\psi_{ir} \psi_{jr}}{-\omega^2 m_r + j\omega c_r + k_r} \\
 & + \sum_{r=m+1}^n \frac{\psi_{ir} \psi_{jr}}{k_r} \quad (5)
 \end{aligned}$$

여기서, 제 1 항은 보정질량항(Inertia Res-traint), 제 3 항은 보정강성항(Residual Fl-  
exibility)이라 부르며, 식(5)을 실수부와 허수  
부로 나누어 보면

$$\begin{aligned}
 Re(H_{ij}) = & \sum_{r=1}^{l-1} \frac{\psi_{ir} \psi_{jr}}{-\omega^2 m_r} \\
 & + \sum_{r=1}^m \frac{(-\omega^2 m_r + k_r) \psi_{ir} \psi_{jr}}{(-\omega^2 m_r + k_r)^2 + \omega^2 c_r^2} \\
 & + \sum_{r=m+1}^n \frac{\psi_{ir} \psi_{jr}}{k_r} \\
 Im(H_{ij}) = & \sum_{r=1}^m \frac{-\omega c_r \psi_{ir} \psi_{jr}}{(-\omega^2 m_r + k_r)^2 + \omega^2 c_r^2} \quad (6)
 \end{aligned}$$

와 같이 되며, 식(6)에서 알 수 있듯이 보정질  
량 및 보정강성은 실수부에만 영향을 미친다.  
즉 진동 모우드를 구하기 위해서는 기준점의  
전달함수의 허수부를 이용한다. 본 연구에서  
는 모우드해석의 기법을 AL PLATE 와  
CFRP PLATE 에 적용하여 기존의 재료에  
대한 복합재료의 특성 및 방향성에 따른 특성  
의 비교를 행하였다.

### 3. 실험방법

#### 3.1 소재 및 Laminate 시편의 제작

본 실험에 사용된 소재는 한국 화이바에서  
생산된 일방향 CFRP/Epoxy Prepreg (500×

Table 1. Mechanical Properties of Carbon fiber

Properties	Value	Unit
Tensile Strength	300(2940)	kg/mm <sup>2</sup> (Mpa)
Tensile Modulus	24000(235.2)	kg/mm <sup>2</sup> (Gpa)
Density	1.77	gr/cm <sup>3</sup>
Specific Heat	0.17	cal/gr°C
Thermal Coefficient	-0.1×10 <sup>-6</sup>	u/°C

Table 2. Mechanical Properties of Epoxy

Properties	Value	Unit
Tensile Strength	4.69 (45.96)	kgf/mm <sup>2</sup> (Mpa)
Bending Strength	11.0 (107.8)	kgf/mm <sup>2</sup> (Mpa)
Compressive Strength	1400(13.72)	kgf/mm <sup>2</sup> (Gpa)
Density	1.23	gr/cm <sup>3</sup>

Table 3. Carbon Sheet Prepreg (# 125)

	Value	Unit
Width	500	m/m
P. P. Weight	200	gr/m <sup>2</sup>
Fiber Weight	125	gr/m <sup>2</sup>
R/C	37	%
Volume fraction of Fiber	52	%

500×0.1 mm)를 이용하였으며, 각 특성은  
Table 1~3에 나타난 바와 같다. Prepreg 의  
적층과정은 복합재료의 성형시 가장 중요한  
과정중의 하나이며 양호한 성형품을 만들기  
위하여 Prepreg 뿐아니라 excess resin 을 흡  
수하는 bleeder, 적층된 laminate 와 mold  
의 분리를 쉽게 해주는 teflon film 등이 필  
요하다.

시편은 준비된 process material 을 lay-up  
한후 다음과 같은 순서로 제작했다.

- (1) Vacuum Bagged layup 을 Hot Pr-  
ess 에 올려 놓는다.
- (2) Rotary Pump로 진공을 가한다.
- (3) 온도를 90 °C로 올린다. 승온속도는  
6 °C/min이다.
- (4) 90 °C가 되면 압력을 3kgf/cm<sup>2</sup> 으로  
가한다.
- (5) (4)상태를 30분간 유지한 후 압력을  
9 kgf/cm<sup>2</sup>, 온도를 140 °C로 setting  
한다. 승온속도는 3 °C/min이다.
- (6) (5)의 상태를 100분간 유지한다.
- (7) 압력을 유지한채 냉각을 한다. Hot  
Plate 의 온도가 70 °C가 되면 성형된  
적층재를 꺼낸다.

#### 3.2 섬유와 부피분율의 측정

섬유와 부피분율의 측정은 전자식 직시 천

평을 이용하여 ASTM D 3171에 의거하여 다음과 같은 순서로 행하였다.

무게 측정기 : 전자식 직시 천평, Satorius model 1205, German

(1) 2 cm × 2 cm의 크기로 CFRP 판을 절단하여 공기중에서의 무게(Wa)와 물속에서의 무게(Wb)를 측정한다.

(2) CFRP의 밀도( $\rho_c$ )를  $W_a / (W_a + W_b)$ 의 식에 의해 구한다.

(3) 황산용액에 시편을 넣고 가열하여 matrix resin을 용해시킨다. 황산용액에 resin이 완전히 용해하면 용액의 색깔은 백색에서 검홍색으로 변한다.

(4) Resin이 완전히 용해된 다음 용액의 색깔이 백색으로 변할때까지 과산화수소수를 가하여 resin을 완전히 연소시킨다.

(5) Resin이 완전히 제거된후, 용액을 상온까지 냉각한후 여과지로 용액을 걸러내어 남은 섬유를 깨끗이 세척한다.

(6) 세척한 섬유를 여과지와 함께 oven 속에 넣어 건조시킨 다음 섬유의 무게(Wf)를 구한다.

(7) 섬유의 부피분율을 다음에 의해 구한다.

$$V_f = \{(W_f / \rho_f) / (W_a / \rho_c)\} \times 100$$

$\rho_f$  : density of fiber

$\rho_c$  : density of CFRP

섬유의 부피분율을 측정 한 결과 55%였다.

### 3.3 기계적 특성 실험

#### 3.3.1 인장실험

최종시편의 두께는 CFRP, 8 ply일때 1.0 mm이며, 실험은 ASTM D 3039에 의하여, grip 부위에 알루미늄판을 접착시켜 시험시 grip이 미끄러지거나 파괴되는 것을 방지하였다. 그리고 [0°], [90°] 방향으로 strain gauge를 부착시켜 종방향과 횡방향의 Young's Modulus 및 Poisson's ratio를 구하였다.

#### 3.3.2 전단실험

전단계수의 측정은 ASTM D 3518-76에 의

해 수행하였으며 grip 부위에 알루미늄판을 접착시켜 시험시 grip이 미끄러지거나 파괴되는 것을 방지하였다. 그리고 [0°], [90°] 방향으로 strain gauge를 부착시켜 Young's Modulus 및 Poisson's ratio를 구하였다.

### 3.4 모우드해석실험

본 연구에서는 AL PLATE 및 CFRP PLATE를 지지대를 이용하여 고정시킨후 임팩트해머(PCB 4808 Unit)로 가진하면서 그때 발생하는 진동을 가속도 픽업(Rion PV-90A)을 이용하여 측정하였고, PLATE를 가로 세로 5부분으로 나누어 25개 point에서의 전달함수를 측정하였다. 측정계 및 데이터 처리의 불러선도를 Fig. 2에 나타내었다. 임팩트해머에 의해서 PLATE를 가진할 때 발생하는 힘과 가속도의 신호는 우선 F. F. T Analyzer (SD-375)에 의해서 Analog신호는 Digital신호로 변환되어 GPIB Interface bus에 의해 마이크로 컴퓨터(IBM-AT)에 전송 입력된다. 입력된 DATA는 여러가지 계산과정을 수행한후, 그 결과를 Line Printer (LQ-1500)와 X-Y PLOTTER(DXY-980 A, ROLAND)로 출력시킨다. 측정된 DATA는 측정시의 잡음 및 불규칙신호의 Random Error를 줄이기 위해 32회의 평균화를 행하여 전달함수를 계산하였다. 사용된 CFRP

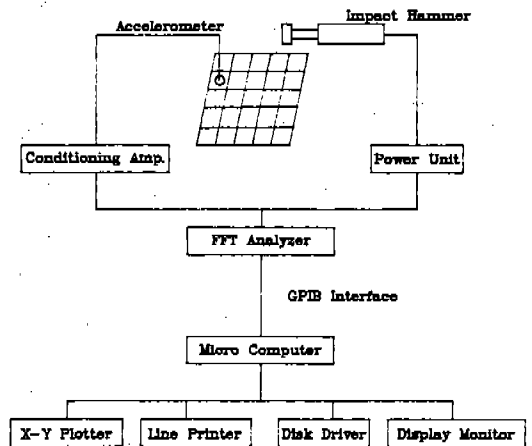


Fig. 2 Schematic diagram of experimental system

Table 4. Mechanical Properties of CFRP

Angle Ply Properties	[0°] 8 T
Tensile Strength (Mpa)	1529
Compressive Strength (Mpa)	1529
Rupture Strain (%)	0.433
Volume fraction (%)	55

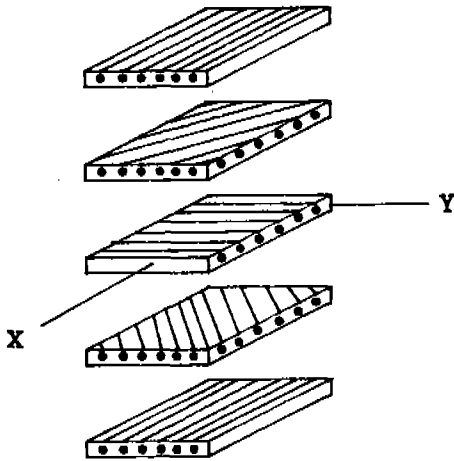


Fig. 3 Laminate construction

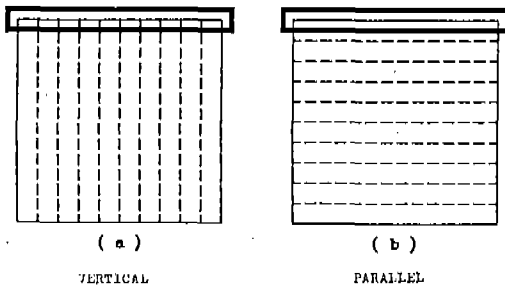
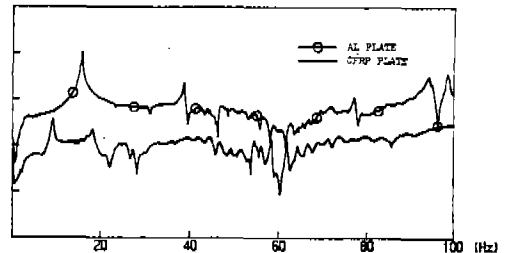


Fig. 4 The Direction of Fiber and the fixed point of CFRP

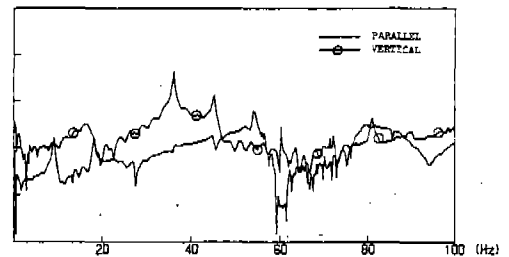
PLATE의 물성치는 Table 4에 나타내었고, Fig. 3은 적층복합재료(Laminate)의 적층의 일례를 나타내고 있다. 본 연구에 이용된 복합재료관은 적층시의 섬유상의 각도를 0°로 일정하게 한 것이며 일단고정 진동실험을 실시할 때, Fig. 4와 같이 고정단을 섬유방향과 평행한 방향 및 직각 방향으로 바꾸어 실험함으로써 섬유상의 방향성에 따른 진동특성을 비교하였다.

4. 실험결과 및 고찰

Fig. 5는 AL PLATE 및 CFRP PLATE를 Impact Hammer로 가진하여 측정된 전달함수의 비교를 나타내고 있다. Fig. 5(a)는 AL PLATE와 CFRP PLATE, Fig. 6(b)는 고정단이 섬유방향과 평행한 방향 및 직각 방향인 경우의 CFRP PLATE의 전달함수를 나타내고 있는데, 전체적인 진동레벨을 보면 AL PLATE 보다는 CFRP PLATE, 그리고 고정단이 직각인 경우보다는 평행인 경우가 낮아지고 있음을 알 수 있고, 저주파 영역에서의 고유모우드가 많이 존재하고 있음

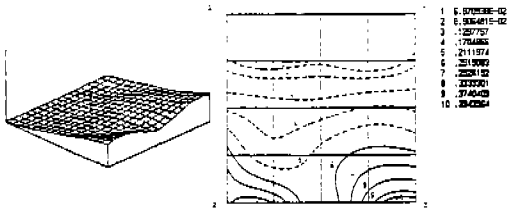


(a) AL PLATE & CFRP PLATE

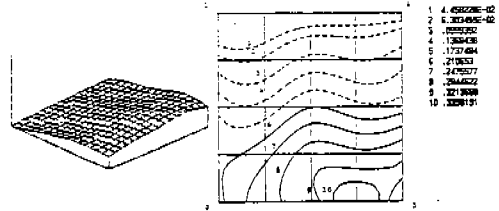


(b) PARALLEL & VERTICAL

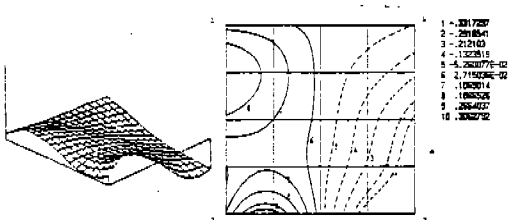
Fig. 5 The Comparison of Transfer Function



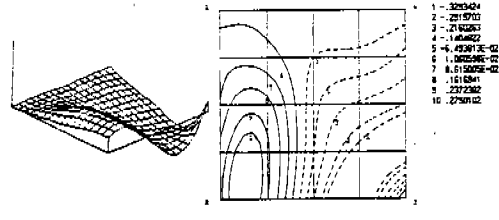
(a) 1st mode (15.5 Hz)



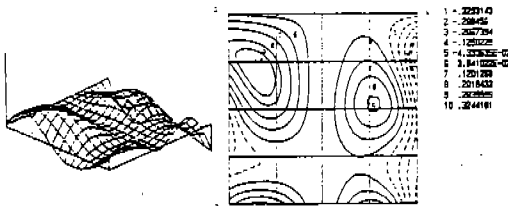
(a) 1st mode (16Hz)



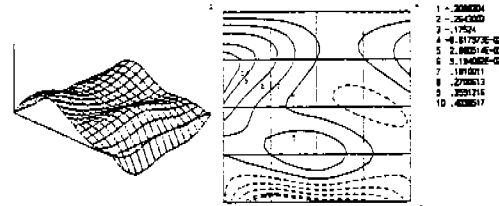
(b) 2nd mode (36.5Hz)



(b) 2nd mode (36Hz)



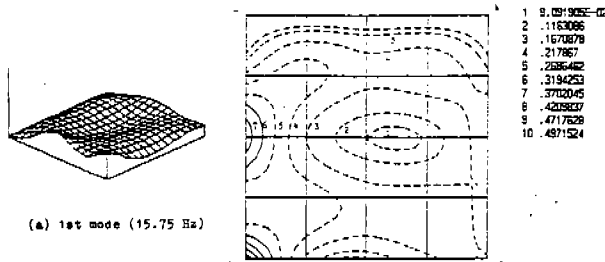
(c) 3rd mode (77 Hz)



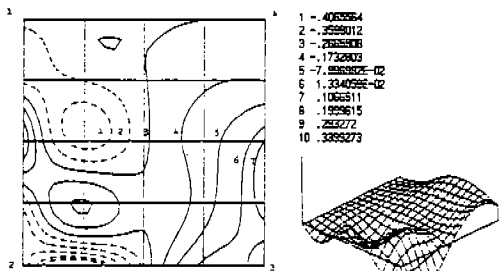
(c) 3rd mode (55Hz)

Fig. 6 The modeshapes of AL PLATE

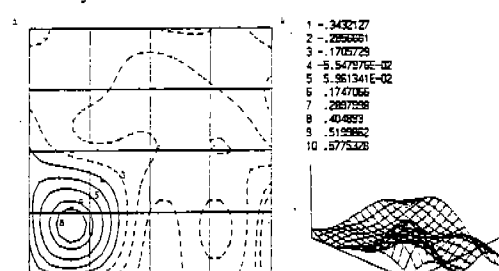
Fig. 7 The modeshapes of CFRP PLATE (PARALLEL)



(a) 1st mode (15.75 Hz)



(b) 2nd mode ( 36 Hz )



(c) 3rd mode (62.5 Hz)

Fig. 8 The modeshapes of CFRP PLATE (VERTICAL)

을 알 수 있다. 전달함수의 허수부를 각 고유진동수별로 연결하는 Quadrature Picking 법에 의해 100 Hz 이내에서의 AL PLATE의 고유진동 모드와 유사한 진동형을 갖는 CFRP PLATE의 진동모우드형을 시각적인 효과를 고려하여 3차원 그래픽 및 Contour Plot을 이용하여 Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8에 나타내었다. 1차 모우드는 nodal line이 존재하지 않는 1차 굽힘진동을 나타내며, 2차 모우드는 비틀림진동, 3차 모우드는 nodal line이 1개 존재하는 2차 굽힘진동의 양상을 보여주고 있다. 또한 이들 3차원 그래픽 및 contour plot을 이용한 진동형의 가시화로부터 각각의 고유진동 모우드에 있어서 모우드 변화가 거의 없는 nodal line을 정확하게 파악할 수 있고, 진동형의 거동에 따른 특정 모우드의 진동을 억제하는 제진설계의 자료가 되리라 생각한다.

## 5. 결 론

이상의 실험결과로부터 탄소섬유강화 복합 적층판의 동적특성을 파악할 수 있었으며, 알루미늄판과 비교하여 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 전체적인 진동레벨을 보면 AL PLATE 보다는 CFRP PLATE, 그리고 고정단이 각각인 경우보다는 평행한 경우가 낮아지고 있음을 알 수 있으며, 저주파 영역에서의 고유

모우드가 많이 존재하고 있음을 알 수 있다.

2. AL PLATE와 유사한 진동형을 나타내는 CFRP PLATE의 고유진동모우드의 주파수가 저주파쪽으로 이동됨을 알 수 있었다.

3. CFRP PLATE의 경우 섬유방향에 따라 진동특성이 크게 달라짐을 알 수 있었다.

앞으로 복합적층판의 적층시 각 단층의 섬유방향의 변경에 따른 진동특성 및 구조물과의 연결시 발생하는 진동특성에 대한 연구가 필요하다고 생각된다.

끝으로 본논문을 위하여 많은 도움을 주신 이지환교수님, 박호씨, 한상훈씨께 깊은 감사를 드립니다.

## REFERENCES

1. R.M. Jones, "Mechanics of Composite Materials", Scripta book, 1975.
2. John C. Halpin, "Primer on Composite Materials", Technomic, 1980.
3. L.R. Calcote, "The Analysis of Laminated Composite Structures", Van Nostrand Reinhold, 1969.
4. Albert G.H. Dietz, "Composite Engineering Laminates", The MIT Press, 1969.
5. D.G. Fertis, "Dynamics and Vibrations of Structures", John Wiley & Sons, 1973.
6. 오재응, "구조물 모우드해석의 기초와 응용", 희성출판사, 1986.