

시일 동특성에 미치는 원심응력의 영향에 관한 연구

양 보 석*

*부산수산대학 이공학부 박용기계공학과

The Effects of Centrifugal Stress on Seal Dynamics

Bo Suk Yang*

*Dept. of Mechanical Engineering, National Fisheries University of Pusan

Abstract—The dynamic characteristics of the annular pressure seal employed in pump have been theoretically deduced with consideration of the effects of elastic deformation due to the centrifugal stress. The deformation of the shaft is governed by the linear theory of elasticity.

The results derived herein considering the elastic deformation are compared with the previously published author's results in the stiffness and damping coefficients.

1. 서 론

펌프의 고속 고압화, 소형경량화에 의해 펌프의 평형 드럼 (balance drum) 및 웨어링링 (wearing ring) 등의 환상 비접촉 시일부에서 발생하는 유체력에 의한 동특성은 펌프축계의 진동에 중요한 영향을 미친다. 비접촉 시일의 동특성에 관한 연구는 Black[1]의 연구 이래 최근 여러 연구자에 의해 이론 및 실험적으로 이루어지고 있다[2-6].

최근 원심펌프의 경우도 토출압력이 60 MPa, 회전 속도 20,000 rpm에 이르고 있어 시일의 입출구 사이의 압력차에 의한 탄성변형의 영향과 고속회전에 따른 원심응력에 의한 탄성변형의 영향 등이 나타날 것으로 예상된다[7]. 저자는 시일의 고압차에 의한 축과 시일의 탄성변형을 이론적으로 해석하여 시일의 정특성 및 동특성을 조사하였다[8]. 본 연구에서는 고속회전축에서 발생하는 원심응력을 평가하고, 이에 따른 탄성변형량을 이론적으로 구하여 시일의 동특성에 미치는 영향을 조사하고자 한다.

2. 운동방정식과 해석

Fig.1은 환상시일(annular seal)의 형상을 나타낸

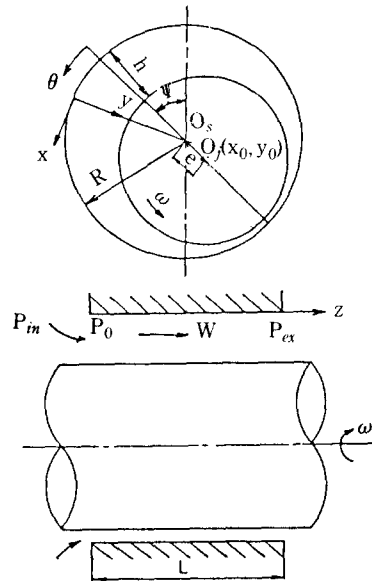


Fig. 1. Geometry of annular plain seal

다. 우선 시일의 원심응력에 의한 탄성변위를 포함한 틈새 C를 생각한다. 회전하는 축내칭의 무한길이 원통에서 반경방향 및 접선방향의 응력은 각각[9]

$$\begin{aligned} \sigma_r &= E \frac{(1-\nu)\epsilon_r + \nu\epsilon_\theta}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \sigma_\theta &= E \frac{\nu\epsilon_r + (1-\nu)\epsilon_\theta}{(1+\nu)(1-2\nu)} \end{aligned} \quad (1)$$

변형율은 축대칭이므로

$$\epsilon_r = \frac{d(\Delta C)}{dr}, \quad \epsilon_\theta = \frac{\Delta C}{r} \quad (2)$$

식 (1)과 (2) 그리고 응력과 변형율 식[10]을 평형방정식에 대입하여 풀면 원심력에 의한 응력은 각각 다음 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \sigma_r &= C_1 - \frac{C_2}{r^2} - \frac{(3-2\nu)}{8(1-\nu)} \rho_s \omega^2 r^2 \\ \sigma_\theta &= C_1 + \frac{C_2}{r^2} - \frac{(1+2\nu)}{8(1-\nu)} \rho_s \omega^2 r^2 \end{aligned} \quad (3)$$

중심축의 경우의 응력 경계조건은

$$\begin{aligned} (\sigma_r)_{r=0} &= 0 \\ (\sigma_r)_{r=R} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

이므로, 이 조건을 대입하면 원심응력의 성분은

$$\begin{aligned} \sigma_r(R) &= 0 \\ \sigma_\theta(R) &= \frac{(1-2\nu)}{4(1-\nu)} \rho_s \omega^2 R^2 \end{aligned} \quad (5)$$

이 되고, 따라서 원심응력에 의한 반경방향의 변위는 다음과 같이 된다.

$$\Delta C = R \epsilon_\theta = \frac{R}{E} (1-\nu^2) \sigma_\theta \quad (6)$$

총 틈새는

$$C = C_0 - \frac{R^3}{E} (1-\nu)(1-2\nu) \rho_s \omega^2 \quad (7)$$

로 된다. 여기서 C_0 는 탄성변형을 무시한 때의 틈새이고, ν 및 E 는 축의 포와손비와 Young 계수이다. 그리고 ρ_s 는 축의 밀도, ω 와 R 은 축의 회전각속도 및 반경이다.

미소틈새를 갖는 원통내의 흐름에 대한 축방향의 운동량 및 연속의 식은 각각 다음과 같이 표현된다[4].

$$-H \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{12\mu_a W}{H} + \rho H \left(\frac{\partial W}{\partial t} + U_s \frac{\partial W}{\partial x} + W \frac{\partial W}{\partial z} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial(HW)}{\partial z} + \frac{\partial(HU_s)}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

여기서 μ_a 는 축방향의 액체의 유효점도[4], W 는 축방향의 평균유속, U_s 는 저어널의 표면속도이다.

저어널이 축방향으로 평행이라 가정하고, 소폭시일이

론(short seal theory)[1]에 따라 반경방향의 속도변동성분을 무시하여 동심 위치에서 다음의 축편심에 대한 섭동변수(perturbation variables)를 이용하여 전개한다.

$$H = C + \epsilon \Psi, \quad P = P_s + \epsilon P_t, \quad W = W_s + \epsilon W_t \quad (10)$$

여기서 P_s , C 및 W_s 는 정상상태량, P_t , Ψ 및 W_t 는 미소섭동량이다. ϵ 의 1차식은

$$\begin{aligned} C \frac{\partial P_t}{\partial z} &= -\Psi \frac{\partial P_s}{\partial z} - \frac{12\mu_a W_t}{C} - \rho \left(C \frac{\partial W_t}{\partial t} + W_s \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right. \\ &\quad \left. + C U_s \frac{\partial W_t}{\partial x} + U_s W_s \frac{\partial \Psi}{\partial z} + W_s^2 \frac{\partial \Psi}{\partial z} + 2C W_s \frac{\partial W_t}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

$$C \frac{\partial W_t}{\partial z} + U_s \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \quad (12)$$

식 (12)를 적분하여 경계조건으로 $Z=0$, $W_t = W_t(0)$ 를 대입하면 축방향 유속의 변동성분은 다음과 같다.

$$W_t = W_t(0, x, t) - \frac{z}{C} \left(\frac{U_s}{2} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial t} \right) \quad (13)$$

식 (13)을 (11)에 대입하여 적분하고 입구와 출구의 경계조건 $z=0, P_t = P_t(0)$, $z=L, P_t(L) = 0$ 및 입구손실의 변동성분을 대입하면 비정상 압력성분 P_t 가 구해진다.

$$\begin{aligned} P_t(z) &= \frac{\lambda_a \rho W_s^2 \Psi(z-kL)}{C^2} + \frac{\rho W_s h(x, t)(z-kL)}{C} \\ &\quad + \left\{ \frac{6\mu_a h(x, t)}{C^3} + \frac{\rho \partial h(x, t)}{2C \partial t} + \frac{\rho U_s \partial h(x, t)}{4C \partial x} \right\} \\ &\quad (z^2 - kL^2) \end{aligned} \quad (14)$$

여기서

$$k = \frac{\{1 + \xi + (12\mu_a z / C^2 \rho W_s)\}}{\{1 + \xi + (12\mu_a L / C^2 \rho W_s)\}}$$

동심 평형위치에서 x, y 축 방향에 미소변위 $\Delta X, \Delta Y$ 로 진동할 때, 액막두께 H 는 식 (10)에 의해 $H = C - \Delta X \cos \theta - \Delta Y \sin \theta$ 로 되고, 이 관계를 변동압력식 (14)에 대입하여 적분하면 시일에 작용하는 유체력의 x 와 y 방향의 성분은 다음 식과 같이 된다.

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = -\epsilon R \int_0^{2\pi} \int_0^L P_t \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} dz \cdot d\theta \quad (15)$$

또 회전축계의 진동해석에 이용되도록 베어링 동특성의 표시법을 이용하여 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 - \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{X} \\ \Delta \dot{Y} \end{Bmatrix} \\
 + \begin{bmatrix} M_{xx} & 0 \\ 0 & M_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{X} \\ \Delta \ddot{Y} \end{Bmatrix} & \quad (16)
 \end{aligned}$$

주속도 U_s 를 저어널 주속의 1/2로 하여 (15), (16) 식으로부터 동특성계수가 구하여 지게 된다.

3. 수치계산에

환상시일에 작용하는 원심응력에 의한 탄성변형이 시일 동특성에 미치는 영향을 조사하기 위해 계산모델로서 펌프의 웨어링링에 대하여 Black의 값을 이용한다. 즉 $D=204$ mm, $L/D=0.1245$, $C_o/D=0.00212$ 의 값을 이용한다.

Fig.2는 실제 펌프축계에 사용되고 있는 Ni-Cu 계열의 합금강인 Monel 강과 스테인레스강(SUS 304)의 경우, 축회전속도의 변화에 대한 탄성변형량을 나타낸 것이다. 20,000 rpm에서 SUS 304의 경우 0.24 mm, Monel이 0.029 mm의 변형량을 보이고 있고, 이는 탄성변형을 무시한 시일틈새의 약 5.5% 및 6.7%에 해당하는 값으로 운전속도가 낮은 경우에는 무시할 수 있는 정도이나 시일의 공칭틈새가 적은 경우이거나 정

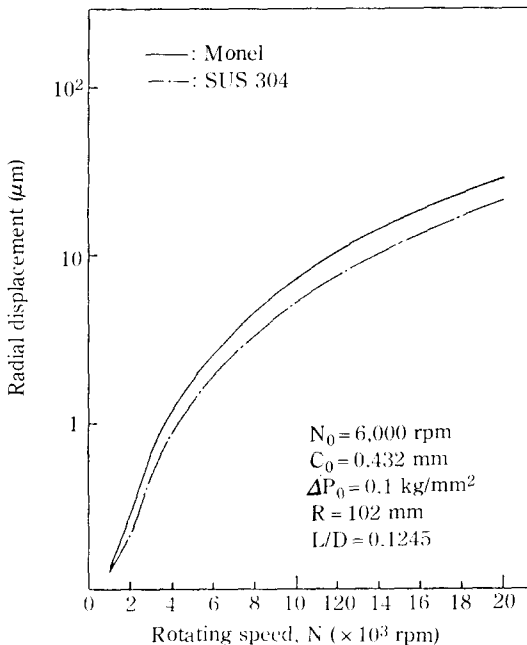
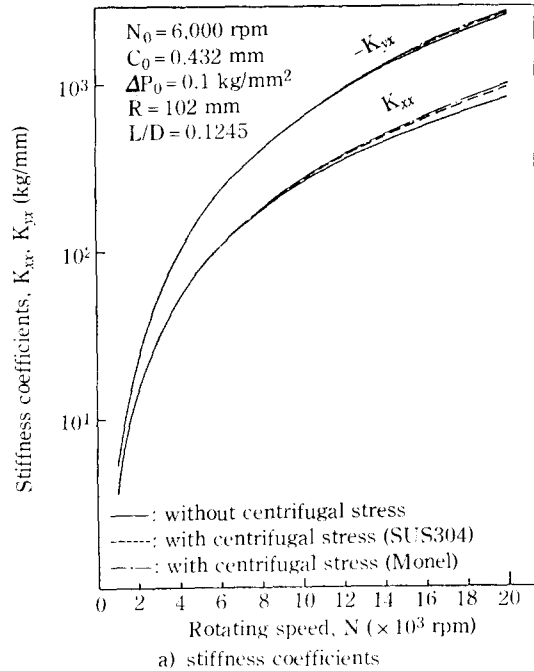
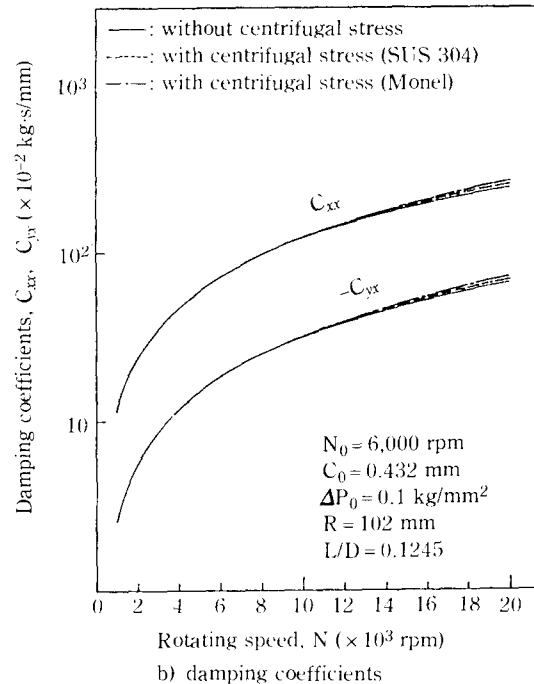


Fig. 2. Radial displacement of shaft due to centrifugal stress



a) stiffness coefficients



b) damping coefficients

Fig. 3. Effects of centrifugal stress

적편심량이 큰 운전조건 등에서는 탄성변형을 고려해야 할 것으로 생각된다.

Fig.3은 시일입구와 출구 사이의 압력차가 0.1 kg/

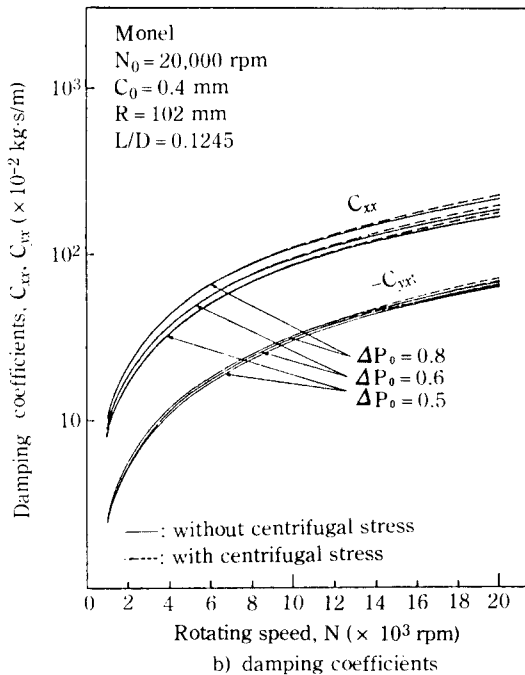
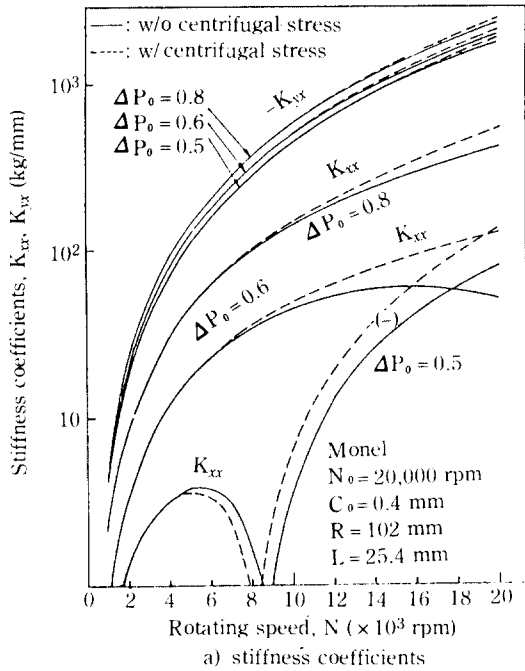


Fig. 4. Effects of pressure difference

mm²으로 일정하고 정격 운전속도가 6,000 rpm의 경우, 축회전속도의 변화에 대한 시일의 동적계수의 변화를 나타낸 것이다. 높은 회전수의 영역에서 원심응력의

영향을 무시한 경우에 비해 동적계수가 약간씩 증가함을 보이고 있다.

Fig.4는 입구와 출구의 압력차의 영향을 나타내고 있다. 동적계수 가운데서 특히 강성계수 K_{xx} 의 경우, 압력차가 적을수록 높은 회전수영역에서 원심응력에 의한 탄성변형의 영향이 크게 나타남을 알 수 있다.

4. 결 론

환상시일의 동특성을 원심응력에 의한 탄성변형을 고려하여 이론해석을 하였다. 시일의 높은 압력차에 의한 탄성변형의 영향에 비해 원심응력의 경우는 상대적으로 동특성에 큰 영향을 미치지 못하나, 고속화, 고성능화 및 고밀도화의 추세에 비추어 볼 때 시일형상과 alignment의 불량 등의 운전조건에 따라서는 이들의 영향도 고려해야 할 것이다.

참고문헌

- Black, H.F. and D.N. Jenssen, "Dynamic Hybrid Bearing Characteristics of Annular Controlled Leakage Seals," *Proc. Inst. Mech. Engr.* Vol. 184, 3n pp. 92-100, 1969.
- Childs, D.W., "Dynamic Analysis of Turbulent Annular Seals Based on Hir's Lubrication Equation," *Trans. ASME J. Lub. Tech.*, pp. 437-444, 1983.
- Kanki, H. and T. Kawakami, "Experimental Study on the Dynamic Characteristics of Pump Annular Seals," *Proceedings Inst. Mech. Engr.*, pp. 160-166, 1984.
- Yang, B.S., T. Iwatsubo and R. Kawai, "A Study on the Dynamic Characteristics of Pump Seal (1st Report, In Case of Annular Seal with Eccentricity)," *Bull. of JSME*, Vol. 27, No. 227, pp. 1047-1053, 1984.
- Childs, D.W. and Kim, C.H., "Analysis and Testing for Rotordynamics Coefficients of Turbulent Annular Seals with Different Directionally-Homogeneous Surface Roughness Treatments for Rotor and Stator Elements," *Trans. ASME J. of Tribology*, Vol. 107, pp. 307-317, July 1985.
- Nordmann, R. and F.J. Dietzen, "Finite Difference Analysis of Rotordynamic Seal Coefficients for an Eccentric Shaft Position," *Inst. Conf. Vibration in Rotating Machinery, Proc. Inst. Mech. Engr.*, C317/88, 1988.
- Manabe, N., *et al.*, "Development of Super High

- pressure Centrifugal Pump for Water Jet Bedrock-Crushing," *Tech. Report Mitsubishi Heavy Ind.*, Vol. 18, No. 3, pp. 1-9, 1981.
8. Iwatsubo, T. and B.S. Yang, "The Effects of Elastic Deformation on Seal Dynamics," *Trans. ASME J. of Vibration, etc.*, Vol. 110, pp. 59-64, Jan. 1988.
 9. Timoshenko, S., "Theory of Elasticity," *McGraw-Hill*, New York, 1970.
 10. 전재영, "파괴 및 피로해석을 통한 터빈로우터의 운전수명 계산(I)", 대한기계학회 논문집 제 11권 제 4호, pp.537-548, 1987.