

## 유한 요소법을 이용한 다단식 아이어닝 공정의 유동특성에 관한 연구

양동열\*·이성근†·이경훈 †

\*한국과학기술원  
†국방과학연구소  
(1989년 8월 3일 접수)

### A Study on the Flow Behaviors of the Multi-Pass Ironing Process by the Finite Element Method

Dong-Yol Yang\*, Sung-Keun Lee † and Kyung-Hoon Lee †

\*KAIST  
†Agency for Defence Development  
(Received August 3, 1989)

#### 요 약

아이어닝 공정은 제품의 치수정밀도가 정확하게 조절되는 정밀 금속 성형 공정이다. 아이어닝 공정은 대개 냉간상태에서 행하여지며 그리고 때로는 단공정 대신에 다단식이 적용된다.

본 연구의 목적은 강소성 유한요소법으로 단공정과 다단식 아이어닝 공정을 해석하여 아이어닝 공정에 대한 적절한 설계변수와 최적 설계조건을 찾는데 있다.

본 연구에서는 공정설계에 있어서 공정변수를 다이의 원추각과 단의 갯수로 주었다.

본 해석에서는 단공정 아이어닝과 다단식 아이어닝 공정의 성형하중, 응력과 변형도 분포 그리고 격자 변형을 계산하였다. 그리고 이 값들에 대한 공정변수의 영향을 검토한 결과 성형하중과 격자 변형에 있어서 계산 결과와 잘 일치하였다.

**Abstract**—The ironing is a precision metal forming process by which dimensional accuracy of the product is precisely controlled. The ironing process is carried out usually in cold condition and often multi-passes are employed instead of a single-pass process.

The objective of the present study is to analyze single-pass and multi-pass ironing by the rigid-plastic finite element method and to find proper design parameters and optimal design conditions for the ironing process. In the present study the semi-cone angle of the die and pass number are taken as process parameters in the design of the process. In the present analysis the forming load, stress and strain distributions and grid distortion are determined both for single-pass ironing and multi-pass ironing. Then the effect of process parameters on these values are discussed.

Experiments are carried out for tube ironing of aluminum alloy specimens at room temperature. It is then shown that computed results are in good agreement with the experimental observation both in forming load and in grid distortion.

**Keywords:** Rigid-plastic finite element method/multi-pass Ironing/flow behavior/precision metal forming

## 1. 서 론

아이어닝(ironing) 공정은 딥드로잉(deep drawing)이나 충격 압출로 제작된 비교적 두꺼운 벽과 깊은 길이를 가진 컵모양의 예비성형체를 다이와 맨드렐(mandrel)을 사용하여 내경 변화없이 벽두께를 감소시키면서 길이를 늘려가는 금속 성형 방법이다. 아이어닝 공정의 특징으로는 0.1 mm 이하의 얇은 벽두께를 갖는 중공제품(hollow component)의 제작이 가능하며 양호한 표면조도, 두께와 내외경의 정확한 치수 정밀도 및 동심도를 갖는 제품을 얻을 수 있다는 점을 들 수 있다.

아이어닝 공정은 냉간 작업 중에 발생하게 되는 재료의 가공 경화현상 때문에 한 개의 다이에서 작업 가능한 두께 감소율이 한정된다. 때문에, 경우에 따라서는 원하는 정도의 벽두께를 얻기 위하여 공정간 풀림 열처리와 함께 수차례의 아이어닝 공정을 거쳐야만 할 필요가 있다. 최근에는 수 개의 다이를 통과하게 되는 다단식(multi-pass) 아이어닝 공정을 택함으로써 수차례의 아이어닝 공정 대신에 한번의 작업으로 최대의 두께 감소율을 얻기 위한 노력이 진행 중에 있다.

모든 금속 성형 공정의 이론해석에서와 마찬가지로, 아이어닝 공정의 이론해석에서 중요한 점은 성형 후 재료가 갖게 되는 변형도와 응력상태의 예측 및 맨드렐이 받을 작업압력의 예측이다. 재료상태와 맨드렐 압력을 실제의 값에 가깝게 예측함으로써 최적의 작업조건을 찾을 수 있으며, 프레스의 선정 및 금형설계에 있어서 경제성과 안전성을 기할 수 있다. 이와 같은 관점으로부터 볼 때 단공정(single-pass)과 다단식 공정(multi-pass)에 대한 인발이나 아이어닝 공정의 연구 결과를 살펴보면 성형력 및 재료내부의 인장응력에 대하여 두 가지의 상반된 견해가 존재한다는 것을 알 수 있다. Larraguibel[1], Thomsen[2] 및 Kobayashi[3] 등에 의하면 다단식 공정의 경우가 단공정에 비해서 동일한 변형도를 가질 때 성형력이나 인장응력이 작다고 하였으나, Busch[4]는 반대되는 견해를 밝힌 바 있다. 상계 해법에 의한 이론해석과 함께 실험을 통하여 단공정과 다단식 아이어닝 공정을 비교한 Busch는 동일 단면 감소율의 경우 단공정이 최소 성형력을 갖는다는 점을 주장하였다. 즉, 다이의 수가 많아질수록 성형력은 증가한다는 것이다.

역사적으로 볼 때 단공정 아이어닝의 경우는 많은 가정에 근거하여 근사해를 구하는 해석적 방법[5-7]에 의

한 연구가 적지 않으나 유한요소법[8]과 같이 비교적 정해에 가까운 수치해법에 의한 연구는 미흡하다. 특히 다단식 아이어닝 공정의 이론해석에 대한 연구는 거의 없는 반면에 실제 현장에서 경험에 의한 적용은 활발하다. 따라서 본 논문에서는 강소성 유한요소법을 적용한 이론해석과 함께 실험을 병행하여 단공정 및 다단식 아이어닝의 소성가공 경로에 대한 공정연구를 수행함과 동시에 각 경우에서의 변형도와 응력 및 성형력에 미치는 다이 반각의 영향을 규명하고자 한다.

## 2. 이 론

### 2.1. 수식화 과정

강소성 유한요소법은 다음과 같은 극값 원리(extremum principle)에 그 근거를 둔다. 외부 접촉력(traction force)  $F$ 가 정의된 표면  $S_F$ 와 속도  $V$ 가 정의된 나머지 표면  $S_V$ 로 둘러싸인 체적  $V$ 인 소성변형 물체에 대해서, 실제 해는 식 (1)과 같은 범함수(functional)의 최소치(minimum value)로 주어진다.

$$\phi = \int_V \bar{\sigma} * \dot{\varepsilon} * dV - \int_{S_F} F \cdot V * dS \quad (1)$$

이 때 범함수  $\phi$ 는 식 (2)의 비압축성 구속조건을 만족해야 한다.

$$\dot{\varepsilon}_V = 0 \quad (2)$$

식 (1)에서  $V^*$ 는 비압축성 조건과 속도 경계조건을 만족하는 임의의 가용속도장(admissible velocity field)이고,  $\bar{\sigma}^*$ 와  $\dot{\varepsilon}^*$ 은 각각 가용속도장  $V^*$ 에서 구해진 유효 응력 및 유효 변형도율이다. 재료는 강소성체(rigid-plastic material)로써 Von Mises 항복조건과 유동법칙을 따르며 체적력(body force)은 무시한다.

### 2.2. 강체부분 처리

최소원리(minimum principle)는 제어체적(control volume)의 전부분이 소성변형되는 경우에만 적용되며 제어체적 중에 여하한 강체구역(rigid zone)이나 강성해중구역(rigid-unloading zone)이 존재하게 되면, 이 부분의 유효 변형도율은 소성역의 그것에 비해 지극히 작은 값을 갖는다.

$$\sigma_u = -p\delta_u + \sigma'_u = -p\delta_u + \frac{2}{3} \cdot \frac{\bar{\sigma}}{\varepsilon} \cdot \dot{\varepsilon}_u. \quad (3)$$

식 (3)은 소성영역 안에서의 응력 - 변형도율 관계식

으로써  $\dot{\epsilon}$ 이 아주 작은 값을 갖는 강체부분에서는 값이 무한대로 가지게 되어 범함수의 해를 쉽게 구할 수 없게 된다. 따라서  $\dot{\epsilon}$ 이 일정한 값 이하가 되면 식 (3)은 시배방정식이 될 수 없으며, 이 부분에서는 힘 평형과 속도 경계조건을 만족하는 새로운 응력 - 변형도율 관계식이 필요하다. 본 연구에서는  $\dot{\epsilon} = 10^{-3}$  이하의 부분을 강체부분으로 취급하였으며, 이 부분에서의 새로운 관계를 위해 재료를 선형 점성재로, 즉 적당한 절도를 가진 뉴튼성 유체(Newtonian Fluid)로 가정한다.

$$\sigma_{ii}' = 2\bar{\mu}\dot{\epsilon}_{ii}. \quad (4)$$

$$\bar{\mu} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\epsilon}_o} (\dot{\epsilon} \leq \dot{\epsilon}_o = 10^{-3}). \quad (5)$$

식 (4)는 새로운 관계식이고, 식 (5)는 절성계수를 나타낸다.

### 2.3. 금형 - 소재간의 마찰 처리

링 압축이나 압연 등의 다른 소성공정과는 달리 압출이나 아이어닝 공정에서는 마찰력의 크기는 알 수 없으나 그 방향은 금형 - 소재간의 상대속도의 반대방향으로 작용하고 있음을 알 수 있다.

소성 문제에서의 마찰처리는 다이 압력에 비례하는 쿨롱 마찰계수  $\mu$  (Coulomb coefficient of friction,  $\mu = f/p$ )와 압력과는 관계없이 일정하게 주어진다고 가정하는 마찰상수  $m$  (friction factor)를 사용하는 두 가지 방법을 주로 사용하고 있다. 본 연구에서는 물리적 의미는  $\mu$  보다 작으나 사용하기 편리한  $m$  값을 사용하였다. 마찰력을  $f$ 라 할 때 마찰상수  $m$ 은 다음과 같이 사용된다.

$$f = mk \quad (6)$$

여기서  $k$ 는 전단 항복 응력으로서  $k = \bar{\sigma}/\sqrt{3}$ 이다.

### 2.4. 비압축성 조건의 고려

압출이나 인발 공정과 같이 아이어닝 공정의 경우도 초기 변형을 제외하고는 정상상태 공정(steady state process)으로 취급할 수 있으므로 제어 체적을 통과하는 유동 금속에 대한 연속방정식, 즉 비압축성 구속 조건을 고려해야 한다. 비압축성 구속 조건은 범함수에 라그랑지 승수(Lagrange multiplier)나 벌칙 함수(Penalty function)를 도입함으로써 해결된다. 이렇게 하면 구속 조건을 만족하는 속도장 중에서의 최소치 문제(minimum value problem)가 구속 조건을 따로 만족하지 않아도 되는 정류치 문제(stationary value

problem)로 바뀌게 되어 문제를 다루기 쉽게 된다. 본 연구에서는 라그랑지 승수를 사용하는 방법을 선택하였으며 식 (7)은 구속 조건이 없도록 수정된 범함수이다.

$$\phi = \int_V \bar{\sigma} \dot{\epsilon} dV + \int_V \lambda \dot{\epsilon}_{ii} dV - \int_{S_p} \underline{F} \cdot \underline{V} dS \quad (7)$$

여기서,  $\underline{V}$ 는 속도 경계조건은 만족하나 비압축성 조건은 만족할 필요가 없는 임의의 속도장이고  $\lambda$ 는 라그랑지 승수이다. 위의 식에서 각 항의 물리적 의미는 첫번째항은 내부 변형 에너지율, 두번째항은 체적 변화 에너지율이고 세번째항은 외부 입력 에너지율을 나타낸다. 물리적 의미로부터 라그랑지 승수에 대한 평균 유동 응력  $\sigma_m$ 의 관계가 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\lambda = \sigma_m = \frac{1}{3} \sigma_{ii}. \quad (8)$$

### 2.5. 행렬 방정식의 유도

어떤 제어 체적안에 M개의 요소(element)가 N개의 절점(nodal point)으로 서로 연결되어 있다면, 전체 범함수  $\phi(\underline{V})$ 는 식 (9)와 같이 각 요소의 범함수  $\phi^{(m)}(\underline{V})$ 의 합으로 나타낼 수 있다.

$$\phi = \sum_{m=1}^M \phi^{(m)}(\underline{V}). \quad (9)$$

속도 변수  $\underline{V}$ 는 각 절점에서의  $V_i$ 값의 선형조합(linear combination)으로 나타낼 수 있으므로 형상 함수 N를 도입하면 다음과 같이 된다.

$$\underline{V} = \sum N_i V_i \quad (10)$$

여기서 식 (10)을 식 (9)에 대입하면 전체 범함수  $\phi$ 는 절점에서의 변수  $V_i$ 의 함수  $\Phi$ 로 변형된다. 즉,

$$\phi(\underline{V}) = \Phi(V_i). \quad (11)$$

여기에서  $i=1, 2, 3, \dots, N$ 이고  $N$ 은 절점의 갯수를  $P$ 는 절점에서의 미지수 갯수를 나타낸다. 따라서 범함수  $\phi(\underline{V})$ 의 최소화 문제는 식 (12)와 같이  $\Phi(V_i)$ 의 정류치 문제로 바뀌게 된다.

$$\frac{\partial \Phi(V_i)}{\partial V_j} = 0 \quad (j=1, 2, 3, \dots, N \times P) \quad (12)$$

이 식을 임의의 점  $V_k(n)$ 에 대하여 식 (13)과 같이 테일러 급수 전개한다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial V_i} |_{V_k(n)} = \frac{\partial \Phi}{\partial V_i} |_{V_k(n-1)} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial V_i \partial V_j} |_{V_k(n-1)} \cdot$$

$$\Delta V_i(n) + (\Delta V_i(n))^2 \text{의 항} \quad (13)$$

$$= 0$$

위 식에서  $\Delta V_i(n) = V_i(n) - V_i(n-1)$ 은 증분량이고  $n$ 은 반복 횟수를 말하며,  $\Delta V_i < < 1$ 이면 2차 이상의 고차항들은 무시할 수 있으므로 다음 식 (14)와 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial V_i \partial V_j} |V_i(n-1), \Delta V_i(n)| = - \frac{\partial \Phi}{\partial V_i} |V_i(n-1)| \quad (14)$$

또, 식 (7)과 (11)을 위 식에 대입한 후 정리하면 다음과 같은 행렬식으로 표시된다.

$$[K] \{v\} = \{f\}. \quad (15)$$

여기에서  $[K]$ 는 강성 행렬로,  $v$ 의 함수이므로 비선형문제가 되어 뉴우톤-랩슨 방법에 의하여 매 단계를 선형문제로 보고 해를 구하게 된다. 즉,  $n$  번째 반복계산에서의 수정된 속도장(modified velocity field)  $V_i(n)$ 은 식 (16)과 같이 구해진다.

$$V_i(n) = V_i(n-1) + \beta \cdot \Delta V_i(n) \quad (16)$$

식 (16)에서  $\beta$ 는 감속계수로써 해의 발산을 막기 위해 값을 줄이는 역할을 하며  $0 < \beta < 1$ 의 값을 갖는다. 감속계수의 값이 크면 수렴 속도가 빨라지는 대신 발산할 위험이 있고 값이 작으면 수렴의 안정성은 있으나 수렴 속도가 늦어져서 시간이 많이 걸리는 단점이 있으므로 이전까지의 범함수의 경향을 보고 적절히 선택하는 등 경험적인 요소를 갖는다.

반복작업 동안에 매 단계마다 해가 수렴방향으로 나아가는지를 판단하는 방법으로 다음의 두 가지 방법을 쓰고 있다.

$$i) \frac{\|V\|}{\|\Delta V\|} \Big|_{(n)} < \frac{\| \Delta V \|}{\|V\|} \Big|_{(n-1)} \quad (17)$$

$$ii) g_{(n)} < g_{(n-1)} \quad (18)$$

여기서  $V$ 와  $g$ 는 다음과 같다.

$$\|V\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{N \times P} V_i^2}$$

$$g = \sqrt{\sum_{i=1}^{N \times P} \left( \frac{\partial \phi}{\partial V_i} \right)^2}$$

### 3. 수치계산

Fig. 1은 원추형 직선 금형(conical die)을 사용하여 아이어닝 공정을 해석하기 위해 본 논문에서 채택한 등계수 사각형 요소(isoparametric quadrilateral ele-

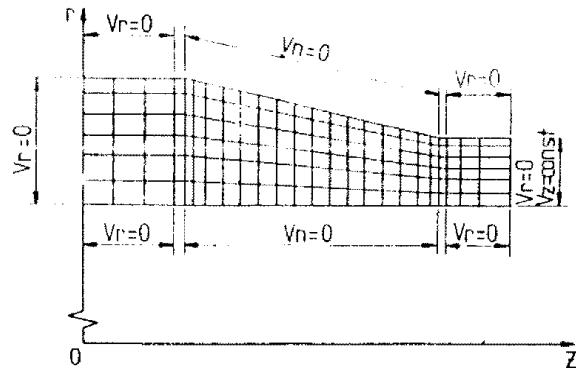


Fig. 1. Mesh system and velocity boundary condition used in the computation.

ment)에 의한 격자구조(mesh system)이다. 격자구조는 175 개의 절점과 144 개의 요소로 되어 있으며, 금형의 입출구 부분은 변형이 급격하므로 다른 영역보다 미세하게 처리하였다. Fig. 1에서 알 수 있는 속도 경계조건 외에 고려할 조건으로 초기 변형도 상태가 있다. 수치계산에 적용되는 단공정 아이어닝에서의 초기 변형도는 영(zero)이지만, 다단식 아이어닝에서 두 번째 단계 이후의 초기 변형도는 앞 단계의 최종 유효변형도와 동일하게 적용한다. 사용한 재료는 폴리 엘처리한 알루미늄 7075로써 항복응력  $Y_s$ 가  $10.67 \text{ Kgf/mm}^2$ 이고 가공 경화를 일으키는 강소성체로 가정하였다. 또 예비성형체는 내경  $38.0 \text{ mm}$  \* 두께  $7.5 \text{ mm}$  \* 길이  $90 \text{ mm}$ 로 설계하였으며 아이어닝 공정에 의한 총 단면감소율  $36.99\%$  까지 계산하였다.

수치계산은 주어진 예비성형체를 단공정 및 2단계식, 3단계식 공정에 대하여 각각 실시하였으며, 이 때의 공정은 정상상태(steady state)로 해석하였다. 또 냉간 가공이므로 변형도율(strain rate)과 온도 효과는 무시하고 변형도(strain)에 의한 영향만을 고려하였다.

Table 1은 각각의 공정에서 다이 반각 및 단면감소율에 대한 수치계산 결과이다. Table 1로부터, 단공정 아이어닝에서는 다이 반각이  $12^\circ$ 일 때, 2단계식 아이어닝은 첫째 다이와 둘째 다이 반각이 각각  $9^\circ$ 일 때, 또 3단계식 아이어닝은 첫째와 둘째 및 최종 다이 반각이 각각  $6^\circ$ 일 때 최저 성형력을 갖음을 알 수 있다. 반면에 유효변형도는 모든 경우에서 다이 반각이  $6^\circ$ 일 때 맨드렐 접촉부와 다이 접촉부의 변형도 차이가 가장 작음을 알 수 있다. 단공정과 다단식 아이어닝의 차이를 살펴보면 Busch가 언급한 바와 같이 동일한 다이 반각을 갖는 경우에 다이의 수가 작은 단공정인 경우가 성형력이나 변형도가 작음을 알 수 있다. 유한요소법에

Table 1. Computation results of deformation process

Did Angle (deg)			Load (Ton)	Strain	
1ST	2ND	3RD	mandrel	die	
<b>Single Pass (R.A. = 36.99%)</b>					
6		13.14	.511	.544	
7		12.80	.513	.554	
12		11.93	.515	.620	
13	—	11.96	.515	.637	
16		12.23	.515	.691	
18		12.55	.515	.738	
21		13.23	.513	.833	
<b>Two Pass (R.A. = 22.64, 18.56%)</b>					
6	6	15.69	.527	.663	
12	—	16.20	.525	.806	
18		17.76	.387	1.056	
9	9	—	14.95	.518	.721
12	6	15.52	.516	.739	
12	—	15.99	.514	.880	
18		17.69	.403	1.146	
15	15	—	17.41	.441	1.047
18	6	17.92	.515	.899	
12	—	18.58	.513	1.041	
18		20.02	.431	1.249	
<b>Three Pass (R.A. = 14.34, 14.28, 14.20%)</b>					
6	6	6	16.78	.519	.718
12	12	12	20.99	.276	1.250
18	18	18	23.23	.008	2.192

의한 수치계산시 수렴에 도달하게 되는 반복 횟수는 대략 20~30회 정도이고 계산 시간은 한 개의 다이에 대해 PRIME 2655 컴퓨터에서 약 1000초 정도가 사용되었다. 계산시 사용된 응력 - 변형도 관계식과 마찰상수  $m$  값은 각각 압축실험과 링 압축실험으로부터 얻은 값을 사용하였다. 계산결과로부터 얻을 수 있는 것은 제어 체적내의 각 절점에서의 속도, 변형도와 응력상태 및 변형 후의 격자 형상이다.

#### 4. 실험방법

가공 경화성 재료의 아이어닝 공정을 해석하기 위해서는 응력 - 변형도의 관계식이 필요하고 금형과 재료간의 마찰을 고려하여야 한다. 따라서 재료의 기계적 성

질을 알기 위해 비교적 높은 변형도까지 실험이 가능한 압축시험을 실시하였으며, 마찰상수  $m$  값을 알기 위해 링 압축시험을 실시하였다. 각각의 시편은 아이어닝 공정시험과 동일 재료인 A7075-T0를 사용하였고, 압축시편은 D 15.0mm \* H 15.0mm, 링 압축시편은 외경 ( $D_o$ ) : 내경 ( $D_i$ ) : 높이 ( $H_o$ )의 비가 6 : 3 : 2가 되도록  $D_o=15.0\text{ mm}$ ,  $D_i=7.5\text{ mm}$ ,  $H_o=5.0\text{ mm}$ 로 제작하였다. 시험장비로는 50톤 유압 제어 재료시험기(미국 MTS. Co 제품)를 사용하였고, 윤활제는 한국광유제품인 고강도 알루미늄용 인발유(KOC D-300)를 사용하였다. 시험결과로부터 각각 다음의 결과를 얻었다.

$$\bar{\sigma} = 10.67 + 30.08(\bar{\epsilon})^{0.34} \text{ Kgf/mm}^2$$

$$m=0.06$$

아이어닝 공정시험은 150톤 유압 프레스에서 실시하였고, 성형력 측정장치로는 자체 제작한 하중계(Load Cell)와 선형 변위 변환기(Linear Displacement Transducer), 변형도 증폭기(Bridge Amplifier Meter), X-Y 기록계 등을 사용하였다. 시편은 기초시험과 수치계산시 채택한 것과 동일한 재료와 크기의 큐 형태 예비성형체로 제작하였다. 또 격자 변형을 관찰하기 위해 종단면으로 이등분하여 그 면을 밀링 가공한 후 격자 형상을 새긴 시편도 준비하였다. 사용한 윤활제는 기초시험 등에서 사용하였던 KOC D-300이었다.

Table 2는 아이어닝 시험으로부터 얻은 성형력과 수치계산 결과와의 비교 표이다. 시험결과 2단계식 시험에서 첫째와 둘째 다이 반각이 각각 ( $6^\circ$ ,  $12^\circ$ )와 ( $12^\circ$ ,

Table 2. Comparison of theoretical and experimental results

Did Angle (deg)		Deformation LadD (Ton)	
1ST	2ND	Theory	Experiment
<b>Single Pass (R.A. = 36.99%)</b>			
6	—	13.14	12.55
12	—	11.93	11.00
18	—	12.55	11.76
<b>Two Pass (R.A. = 22.64, 18.56%)</b>			
6	6	15.69	14.84
12	—	16.20	*15.00
12	6	15.52	14.52
12	—	15.99	*15.00

cf) \*: fracture

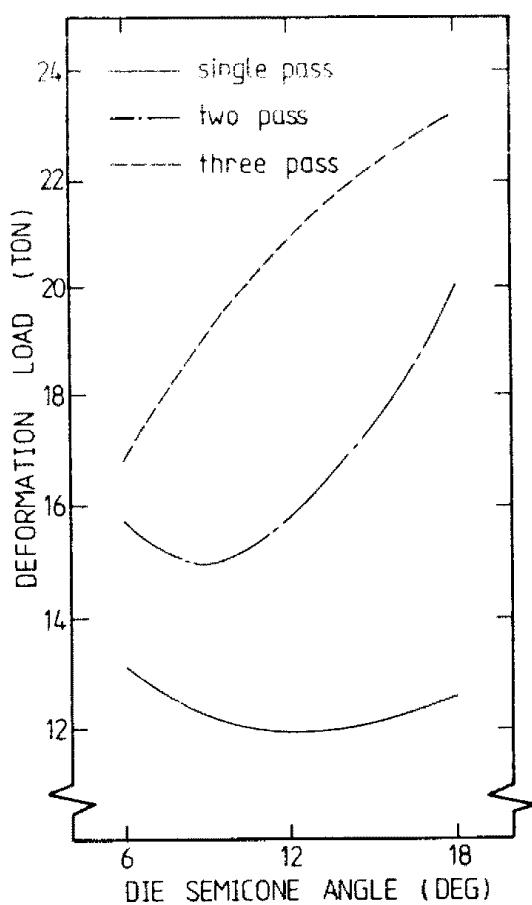


Fig. 2. Deformation load vs. Die angle for single-and multi-pass ironing.

single-pass : R.A. = 36.99%  
two-pass : R.A. = 22.64, 18.56%  
three-pass : R.A. = 14.34, 14.28, 14.20%

12°)의 두 가지 경우는 칩의 목부분에 파단 현상이 발생하였으며, 단공정과 2단계식 아이어닝에서 성형이 가능하였던 나머지 경우의 결과는 이론치와 8% 이내로 잘 맞고 있음을 확인할 수 있다.

## 5. 결과 및 고찰

Fig. 2는 FEM 결과로부터 얻어진 여러가지 다이 반각에 대한 성형하중 곡선이다. 다단식 공정에서의 다이 반각은 첫째와 둘째 혹은 첫째, 둘째 및 세째다이의 반각이 모두 동일한 경우이다. 동일 단면감소율에 대해 단공정의 경우가 성형력이 가장 작고 3단계식이 가장 큰 성形력을 필요로 함을 알 수 있다.

Fig. 3은 단공정에서 여러가지 다이 반각에 대한 반경 방향의 유효변형도 선도이다. Fig. 4는 2단계식에

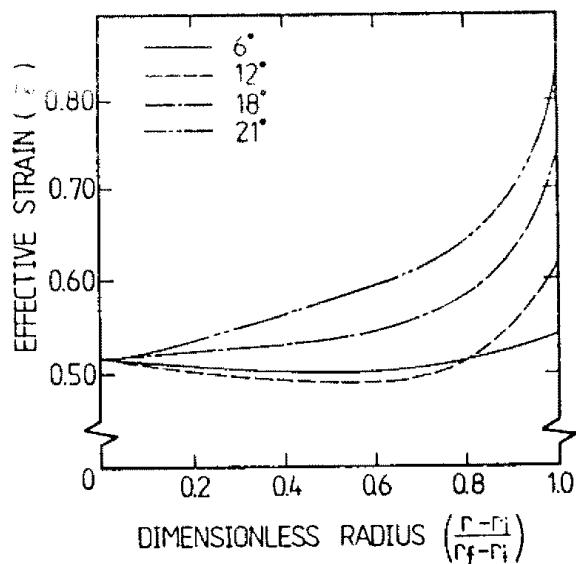


Fig. 3. Effective strain distributions across a final section for various die angles in single-pass ironing.

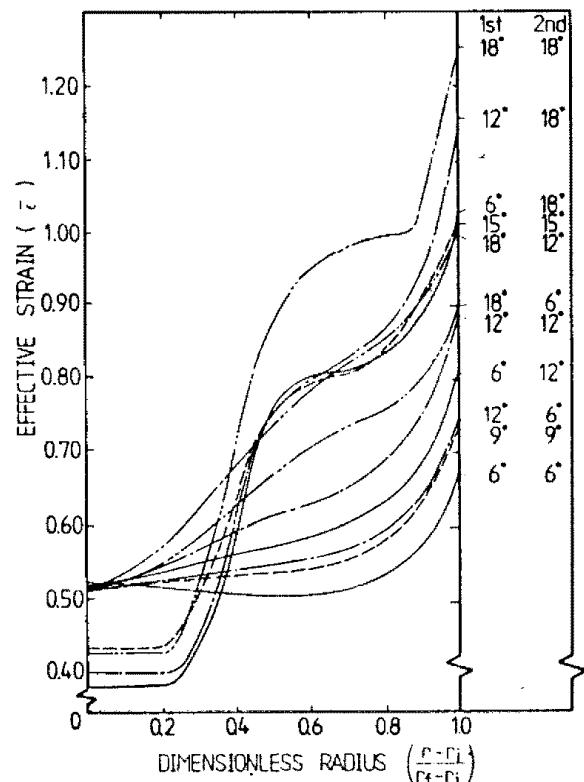


Fig. 4. Effective strain distributions across a final section for various die angles in two-pass ironing.

서의 유효변형도 선도로써 소성가공 경로가 최종 유효변형도에 영향을 미칠 수 있으며, 또 다이 반각이 가장 큰 (18°, 18°)의 경우 튜브 내외면의 유효변형도

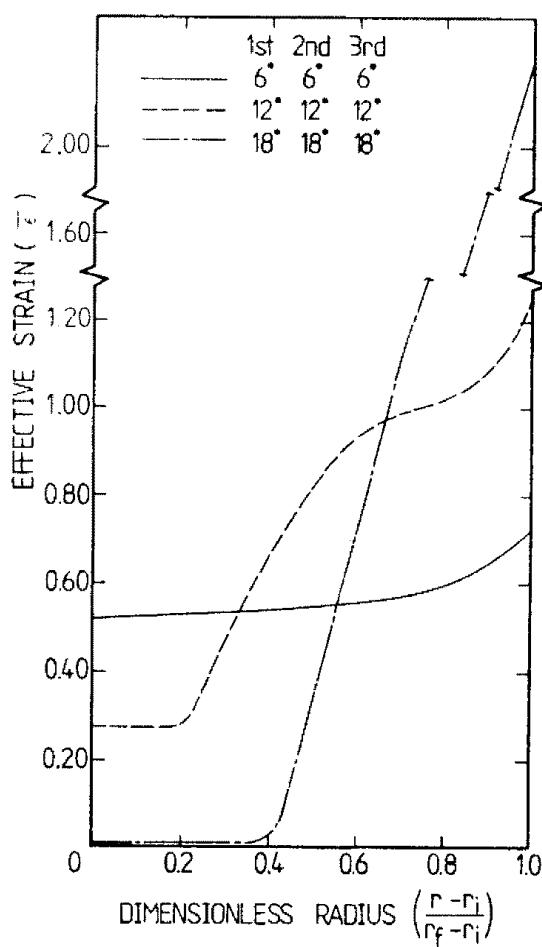


Fig. 5. Effective strain distributions across a final section for various die angles in three-pass ironing.

차이가 큰 것으로 보아 다이와의 접촉부위만 가공 경화가 크게 발생함을 알 수 있다. Fig. 5는 3단계식에서의 유효변형도 선도로써 그 경향이 2단계식 아이어닝과 유사하다. 즉, 다이 반각이 ( $18^\circ$ ,  $18^\circ$ ,  $18^\circ$ )와 같이 단면감소율이 작고 다이 형상이 급격히 변하는 경우에는 소성 영역이 소재의 내면에까지 미치지 못함을 알 수 있다.

Fig. 6은 단공정 및 다단식 공정에서 여러가지 다이 반각에 대한 유효응력 곡선으로, 유효변형도 선도와 동일한 경향을 나타낸다.

Fig. 7은 각 공정에서 다이 반각  $12^\circ$ 에 대한 유효변형도의 분포이다. 단공정의 경우에는 소성 영역내에서 성형이 진행되어 다이 출구에 가까워짐에 따라 유효변형도가 증가하나 3단계식의 경우는 반경 방향에 따라서 표면에 가까울수록 유효변형도가 증가하고 내면은 거의 변형하지 않음을 알 수 있다.

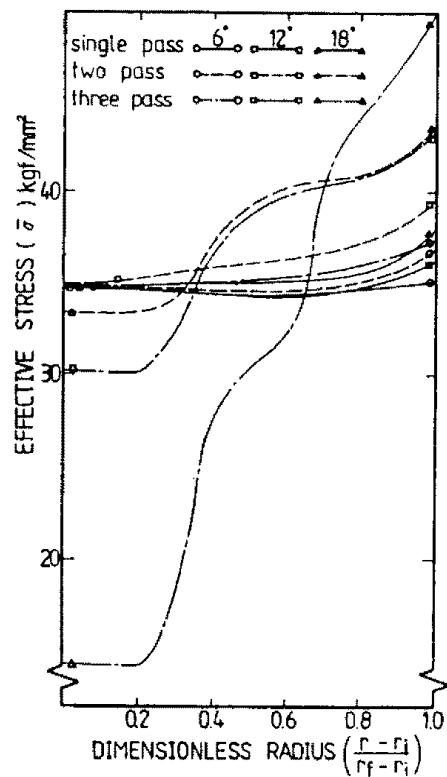


Fig. 6. Effective strain distributions across a final section in single- and multi-pass ironing.  
single-pass: R.A. = 36.99%  
two-pass : R.A. = 22.64, 18.56%  
three-pass : R.A. = 14.34, 14.28, 14.20%

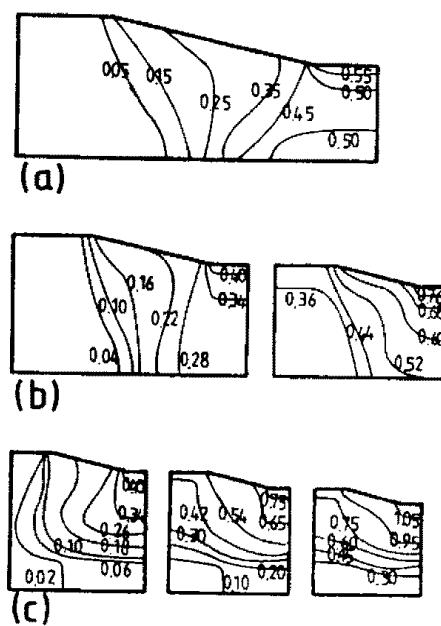


Fig. 7. Effective strain distributions for die angle  $12^\circ$  in (a) single-, (b) two- and (c) three-pass ironing.

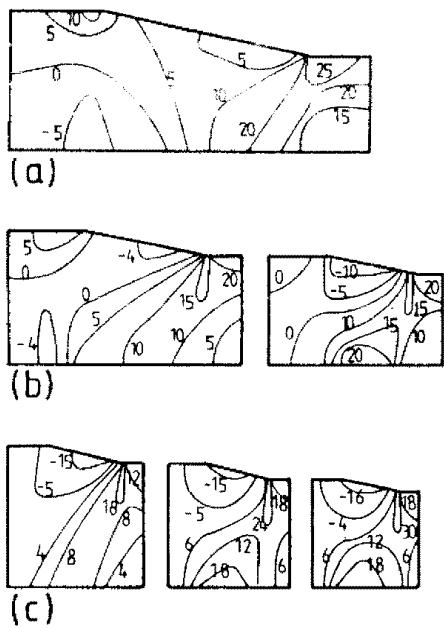


Fig. 8. Axial stress distributions for die angle 12° in (a) single-, (b) two- and (c) three-pass ironing

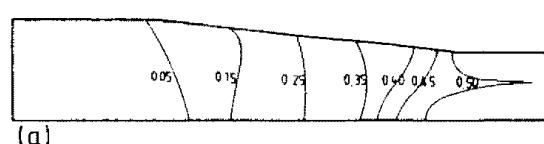


Fig. 9. Effective strain distributions for die angle (a) 6° and (b) 18° in single-pass ironing.

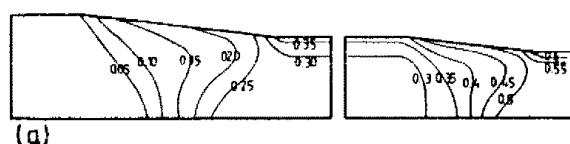


Fig. 10. Effective strain distributions for die angle (a) 6° and (b) 18° in two-pass ironing.

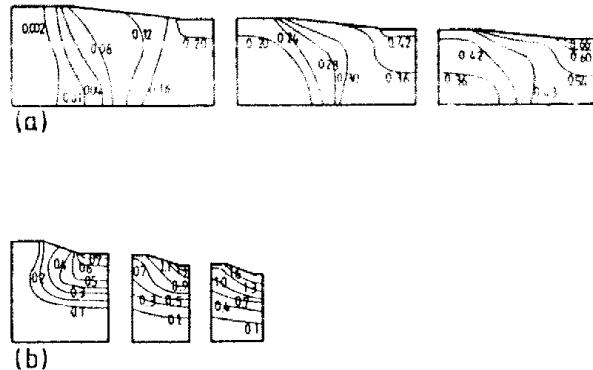


Fig. 11. Effective strain distributions for die angle (a) 6° and (b) 18° in three-pass ironing.

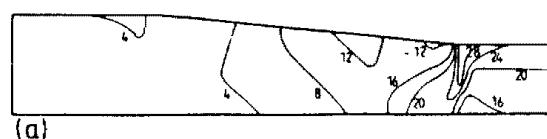


Fig. 12. Axial stress distributions for die angle (a) 6° and (b) 18° in single-pass ironing.

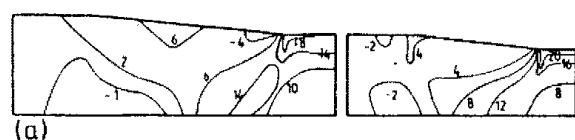


Fig. 13. Axial stress distributions for die angle (a) 6° and (b) 18° in two-pass ironing.

Fig. 8은 다이 반각 12°에 대한 축방향 응력분포로서 단공정의 경우에는 소성영역의 대부분에 인장응력이 작용하고 있으나 다단식 공정으로 갈수록 다이의 밑부분에 압축응력 영역이 존재하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 9-11은 각 공정에서 다이 반각이 6°에서 18°로

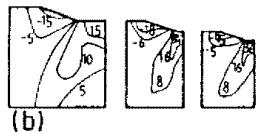
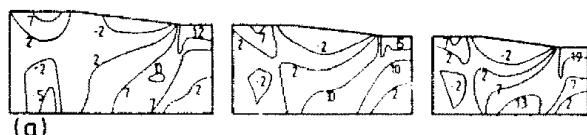


Fig. 14. Axial stress distributions for die angle (a)  $6^\circ$  and (b)  $18^\circ$  in three-pass ironing.

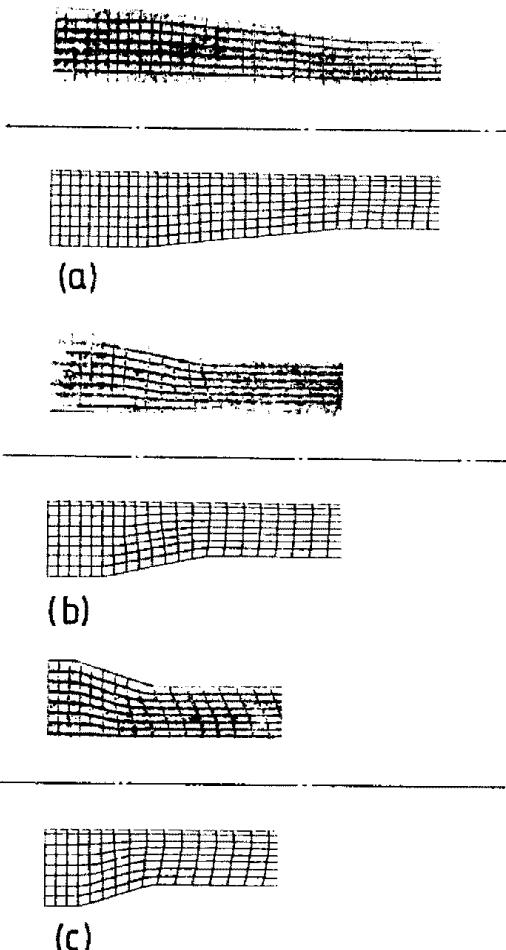


Fig. 15. Comparison of grid deformation patterns between theory and experiment for die angle (a)  $6^\circ$ , (b)  $12^\circ$  and (c)  $18^\circ$  in single-pass ironing.

변하는 경우의 유효변형도 **분포로써** 각도가 커짐에 따라 맨드렐 접촉부의 변형도가 다이 접촉부의 변형도에 비해 상당히 작음을 알 수 있다.

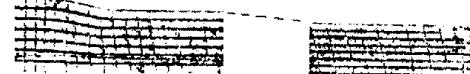


Fig. 16. Comparison of grid deformation patterns between theory and experiment for die angle (a)  $6^\circ$   $- 12^\circ$  and (b)  $12^\circ$   $- 18^\circ$  in two-pass ironing.

Fig. 12-14는 각 공정에서 다이 반각이 변함에 따른 축방향 응력상태를 보여주고 있으며, 각도가 작으면 소성영역에 인장응력이 작용하나 각도가 커짐에 따라 압축응력이 차지하는 영역이 넓어짐을 알 수 있다.

Fig. 15와 16은 단공정 및 2단계식 아이어닝에서 이론과 실험으로부터 얻어진 격자 변형 형상으로, 이론과 실험이 잘 일치하고 있다. 성형초기인 다이 입구부에서는 다이가 격임에 따라 다이 접촉부의 변형이 맨드렐 접촉부의 격자 변형 보다 크게 나타나지만 출구가 가까워짐에 따라 맨드렐 접촉부의 변형이 크게 되어 2중 곡율을 보인다. 계속 진행하여 다이를 빠져나가서 강체 영역에 들어가게 되면 내면의 변형이 외면보다 일정하게 많이 일어나고 있음을 알 수 있다.

이상으로부터, 아이어닝 공정에서 다이 반각의 변화에 따른 성형력, 응력, 변형도의 관계 및 단공정과 다단식 공정에서의 차이점 등을 고찰하였다. 성형력 만의 관점에서 볼 때는 다단식 공정이 단공정에 비해 큰 성형력을 필요로 하였으며 각 공정에서 최저 성형력을 갖는 다이 반각의 예측이 가능하였다. 또, 단공정이면서 다이 반각이 작은 경우에는 전체 소성 영역에 걸쳐 비교적 작고 균일한 가공 경화현상을 볼 수 있으며, 다단

식 공정이면서 다이 반각이 큰 경우는 투보 내면의 가공 경화현상은 거의 없으나 외면의 가공 경화현상은 상당히 크다. 본 논문에서는 단공정과 다단식 아이어닝 공정에 대해 실험과 함께 유한요소해석 결과로부터 제품의 성형력, 응력, 변형도 분포 등을 고찰하였다. 추후 연구과제로써 투보 단면에 대한 성도 측정, 벽부분에서의 인장시험, 잔류응력 측정 및 파괴 인성시험, 피로시험 등을 수행하여 이론해석 결과와 함께 고찰한다면 단공정과 다단식 아이어닝 공정의 차이점 규명이 가능하고 또 현장에 적용 가능한 성과를 얻으리라 본다.

## 6. 결 론

아이어닝 공정을 강소성 유한요소법으로 해석하고 실험한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 단공정 및 다단식 아이어닝 공정을 강소성 유한요소법으로 해석하였으며 성형력의 경우 이론치와 실험치가 8%의 오차로 잘 맞음을 확인하였다.

(2) 다단식 아이어닝 공정 해석에서 적용한 속도 경계조건이나 초기 응력, 초기 변형도 상태 등은 성형력이나 격자변형 형상 결과를 실험과 비교해 볼 때 틀리지 않음을 확인하였다.

(3) 다이 반각이 18°일 때, 또 3단계식 공정일 때는 다이 반각이 작아지거나 단공정 일 때와 비교할 때, 표면에만 가공 경화현상이 집중적으로 나타나며, 내면에는 가공 경화의 영향이 거의 없다.

(4) 강소성 유한요소법에 의한 이론해석 결과, 동일 단면감소율에서 다단식 공정으로 길수록 큰 성형력을 필요로 하였으며, 변형도는 다이 반각이 작을수록 제품의 전체 단면에 걸쳐 균일하였다.

## NOMENCLATURE

$F$	: 외부 접촉력 (traction)
$k$	: 전단 항복 응력 (shear yield stress)
$m$	: 마찰상수 (friction factor)
$N_i$	: 형상함수 (shape function)

$r_t$	: 투보의 내면 반경
$r_o$	: 투보의 외면 반경
$S_F, S_V$	: 외면 $S$ 가 성의 뒤 표면 및 속도 $v$ 가 정의된 나머지 표면
$V, V^*$	: 속도장 및 임의의 가용 속도장
$Y_o$	: 항복 응력 (yield stress)
$\mu, \bar{\mu}$	: 물통 마찰계수 및 점성계수 (viscosity)
$\sigma_{ij}, \sigma_{ij}'$	: 실제 응력 및 편차 응력
$\bar{\sigma}, \sigma_m$	: 유효 응력 및 평균 유효 응력
$\dot{\epsilon}_v, \dot{\epsilon}_{ij}$	: 체적 변형도율 및 변형도율
$\dot{\epsilon}, \bar{\epsilon}$	: 유효변형도율 및 유효변형도
$\phi, \Phi$	: 전체 혹은 각 요소의 범함수 및 절점 변수로 표시된 범함수
$\beta$	: 감속계수
$\lambda$	: 라그랑지 승수 (Lagrange multiplier)

## REFERENCES

1. J.S. Larraguibel, "The Effect of Work-Hardening on Drawing Stresses in Multi-Pass Wire Drawing", Proceedings of 4th NAMRC, 1976, pp.147-151.
2. E.G. Thomsen, "On the Mechanics of Rod and Wire Drawing", Proceedings of 10th NAMRC, 1982, pp.21-26.
3. E.G. Thomsen and S. Kobayashi, "Comparison of Experiment with Theory for Single- and Multi- Pass Drawing of Tough Pitch Copper and 2024 Aluminum", Proceedings of 12th NAMRC, 1984, pp.96-99.
4. Rolf K. Busch, "Untersuchungen über das Abstreckziehen von zylindrischen Hohlkörpern bei Raumtemperatur", Berichte aus dem Institut für Umformtechnik, University Stuttgart (TH), 1969.
5. R. Hill, "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford at the Clarendon Press, 1950.
6. B. Dodd, *J. of Strain Analysis*, 14(2), 43 (1989).
7. B. Avitzur, *Handbook of Metal-Forming Processes*, A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, 1983.
8. E.I. Odell, *Trans. ASME, J. of Engineering for Ind.*, 100, 31 (1978).