

〈論 文〉

# Multiplicative ARIMA 模型에 의한 月流量의 推計學的 模擬 豫測

Stochastic Forecasting of Monthly River Flows by Multiplicative ARIMA Model

朴 茂 鍾\*\* 尹 龍 男\*  
Park, Moo Jong Yoon, Yong Nam

## Abstract

The monthly flows with periodicity and trend were forecasted by multiplicative ARIMA model and then the applicability of the model was tested based on 23 years of the historical monthly flow data at Jindong river stage gauging station in the Nakdong River Basin. The parameter estimation was made with 21 years of data and the remaining two years of monthly data were used to compare the forecasted flows by  $ARIMA(2, 0, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$  with the observed. The results of forecast showed a good agreement with the observed, implying the applicability of multiplicative ARIMA model for forecasting monthly river flows at the Jindong site.

## 要 旨

推計學的 模型 中の 하나인 Multiplicative ARIMA 模型을 사용하여 주기성과 傾向性을 가지는 月流量계열을 豫測하였으며 그 模型의 適合性은 낙동강 유역의 津洞 水位 觀測 지점에서의 23년간의 월 유량자료를 사용하여 검증하였다. 최종적으로 算定된  $ARIMA(2, 0, 0) \times (0, 1, 1)_{12}$  模型의 변수는 21년간의 자료를 사용하여 算定하였으며 나머지 2년간의 월 유량자료는 豫測値와 觀測値를 비교하는데 사용하였다. 본 模型에 의한 豫測値와 觀測値의 비교결과 Multiplicative ARIMA 模型은 津洞 지점의 月流量 계열의 豫測에 적합함이 판명되었다.

## 1. 序 論

流出豫測은 流出模型의 목적중 중요한 한부분으로 확정론적 模型이 시 혹은 일유량과 같은 매우 짧은 시간의 流出을 豫測하는데 주로 사용되지만 만약 물리적 변환을 위한 媒介變數의 추정 이 어렵고 실제유역에서의 변수의 측정이 어려울

경우 확정론적 模型의 적용에는 한계가 있다. 이에 반해 推計學的 模型에 의한 流出豫測은 비교적 긴 시간 장강의 流出量을 과거자료의 統計學的 模型은 복잡한 수자원 시스템의 계획, 설계 및 운영조작을 위한 각종 해석의 입력자료 제공을 위해 模擬발생방법으로서 사용되기도 하며 국내에서도 상당한 연구가 진행되었다(尹龍男,

\*\* 高麗大學校 工科大學 土木工學科 碩士過程

\* 高麗大學校 工科大學 土木工學科 教授

1979, 1985, 1987).

본 연구에서는 推計學的 模型 中의 하나인 Multiplicative ARIMA 模型을 月流量계열에 적용하여 模型의 선정, 媒介變數의 算定, 適合性 判定 등에 관해 고찰하고 이 模型이 月流量계열의 豫測에 적합한지를 검토하였다.

## 2. 理論的 背景

### 2.1 單純 ARIMA 模型

일반적인 單純 ARIMA(p, d, q) 模型 (Autoregressive Intergrated Moving Average Model)은 다음과 같이 정의된다(Kavvas and Delleur, 1975; Rao, 1980).

$$U_t = \sum_{j=1}^p \phi_j U_{t-j} - \sum_{j=0}^q \theta_j \epsilon_{t-j}, \theta_0 = -1 \dots (1)$$

여기서  $U_t$ 는 시계열  $X_t$ 의 d차 제차조작 (differencing)에 의한 값이며  $\phi_j$  및  $\theta_j$ 는 각각 Autoregression 및 Moving Average 係數이다.

예를 들어 ARIMA(1, 1, 1) 模型은

$$U_t = \phi_1 U_{t-1} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-1} \dots \dots \dots (2)$$

가 되며 여기서  $U_t = X_t - X_{t-1}$ 이 된다.

### 2.2 Multiplicative ARIMA 模型

Multiplicative ARIMA 模型은 1차, 2차 혹은 일반적으로 d차로 표현되는 單純 ARIMA(p, d, q) 模型(비계절성 ARIMA 模型)과 주기가 w인 계절성 차를 이용한 週期性 ARIMA(P, D, Q) 模型(계절성 ARIMA 模型)의 결합으로 표현될 수 있다(Box and Jenkins, 1976; Mckerchar and Delleur, 1974).

즉, 주기가 w인 D차 differencing이 고려된 ARMA(P, Q) 模型, 다시 말해서 ARIMA(P, D, Q) 模型은 다음과 같이된다.

$$(1 - \Phi_1 B^w - \Phi_2 B^{2w} - \dots - \Phi_p B^{pw})(1 - B^w)^D X_t = (1 - \Theta_1 B^w - \Theta_2 B^{2w} - \dots - \Theta_q B^{qw}) \alpha_t \dots (3)$$

여기서 B는 Backward Operator로서  $BX_t = X_{t-1}$ ,  $B^w X_t = X_{t-w}$ ,  $B^{pw} X_t = X_{t-pw}$  등을 표시하며,  $(1 - \Phi_1 B^w - \Phi_2 B^{2w} - \dots - \Phi_p B^{pw}) = \Phi(B^w)$ 와  $(1 - \theta_1 B^w - \theta_2 B^{2w} - \dots - \theta_q B^{qw}) = \theta(B^w)$ 는 각각 seasonal AR 및 MA operator 라고 부른다.

그리고 殘差  $\alpha_t$ 에 적용되는 ARIMA(p, d, q) 模型(즉,  $\alpha_t$  系列에 d次 differencing이 적용된 ARMA(p, q) 模型)은 마찬가지로

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d \alpha_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \epsilon_t \dots (4)$$

여기서 等式 좌우변의 괄호속의 표현은 각각  $\phi(B)$  및  $\theta(B)$ 로 표시되고 AR 및 MA operator라 하며  $\epsilon_t$ 는 독립변수다. 일반적인 다차항 ARIMA(p, d, q)×(P, D, Q)<sub>w</sub> 模型은 식(4)의  $\alpha_t$ 를 식(3)에 대입하여 얻을 수 있으며 일반식으로 표시하면 다음과 같다(Salas, et al., 1980).

$$\Phi(B^w) \phi(B)(1 - B^w)^p (1 - B)^d X_t \Theta(B^w) \theta(B) \epsilon_t \dots (5)$$

### 2.3 Multiplicative ARIMA 模型의 媒介變數 算定

模型의 媒介變數는 最尤法(maximum likelihood method)에 의해 구하는 것이 보통이다(Fiering and Jackson, 1971; Statistical Graphics corporation, 1986) 즉, 媒介變數값을 적정범위내에서 가정한 후 豫測 자료를 사용하여 잔차의 자승치의 합(sum of squares of residuals),  $\sum \epsilon_t^2$ 이 최소가 되는 媒介變數의 값을 시산에 의해 구하게 되며, 이 값을 초기치로 하여 비선형 추정법(nonlinear estimation method) (Box and Jenkins, 1976)에 의해 最終值를 구할 수도 있다.

### 2.4 模型의 適合性 判定

Multiplicative ARIMA 模型의 잔차항  $\epsilon_t$ 는 정규분포를 가지며 서로 독립적인 무작위 계열이어야 하므로 模型의 媒介變數가 일단 算定되고나

면 觀測자료 각각에 해당하는 잔차를 계산하고 이 잔차 시계열이 독립시계열인가를 검사함으로써 模型의 適合性を 判定하게 된다. 이는 잔차 시계열의 自己系列 상관도를 구하여 Anderson의 Correlogram Test(Anderson, 1941)와 같은 지속성 判定法을 사용하거나 혹은 Porte Manteau Test(Box and Pierce, 1970; Hipel and Mcleod, 1977; Delleur, 1978) 등에 의한다. 후자의 경우 Test statistics는

$$Q = N \sum_{k=1}^L r_R^2(\hat{\epsilon}_t) \dots \dots \dots (6)$$

여기서  $r_t(\hat{\epsilon}_t)$ 는 算定된 媒介變數를 이용하여 계산한 잔차계열  $\epsilon_t$ 의 Lag k 계열상관계수이고 N은 자료의 수, L은 고려하는 Lag의 수로써 통상 N의 10-20%를 취한다. 식(6)으로 계산한 Q 값이 신뢰도  $(1 - \alpha)$ , 自由度  $(L - p - q)$ 인 Chi-Square 媒介變數값  $\chi^2_{1-\alpha, L-p-q}$ 보다 작으면 잔차계열은 독립 시계열로 볼 수 있다.

2.5 豫測 및 豫測誤差

豫測(forecasting)이란 과거 觀測值의 거동을 조건으로하여 미래의 발생가능한 계열을 계산하는 것이다. Multiplicative ARIMA(p, d, q)×(P, D, Q)<sub>12</sub> 模型에 의한 豫測值를 정의하고 예시하기 위하여 月流量 계열의 豫測에 흔히 사용되는 ARIMA(2, 0, 0)×(0, 1, 1)<sub>12</sub>에 대해 생각해 보기로한다. 식(5)에서 p=1, d=0, q=0, P=0, D=1, Q=1, w=12로 하여 X에 관해 전개하면

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + X_{t-12} - \phi_1 X_{t-13} - \phi_2 X_{t-14} + \epsilon_t - \theta_1 \epsilon_{t-12} \dots \dots \dots (7)$$

시각 t에서 Lead Time L을 가지고 豫測하면  $X_t(L)$ 은  $X_{t+L}$ 의 조건부 期待值이다. 즉,

$$X_t(L) = [X_{t+L}] = \phi_1 [X_{t+L-1}] + \phi_2 [X_{t+L-2}] + [X_{t+L-12}]$$

$$- \phi_1 [X_{t+L-13}] - \phi_2 [X_{t+L-14}] + [\epsilon_t] - \theta_1 [\epsilon_{t+L-12}] \dots \dots \dots (8)$$

여기서 [ ]는 기대치(expectation)를 의미하며 현재 및 과거자료의 기대치는 자료값 그 자체이며 미래자료의 기대치는 豫測值이다(Salas et al., 1980).

따라서

$$\begin{aligned} X_t(1) &= \phi_1 X_t + \phi_2 X_{t-1} + X_{t-11} - \phi_1 X_{t-12} \\ &\quad - \phi_2 X_{t-13} - \theta_1 \epsilon_{t-11} \\ X_t(2) &= \phi_1 X_t(1) + \phi_2 X_t + X_{t-10} - \phi_1 X_{t-11} \\ &\quad - \phi_2 X_{t-12} - \theta_1 \epsilon_{t-10} \\ &\quad \vdots \\ X_t(13) &= \phi_1 X_t(12) + \phi_2 X_t(11) + X_t(1) - \\ &\quad \phi_1 X_t - \phi_2 X_{t-1} \end{aligned}$$

한편, 시각 t + L에서의 자료치는 시각 t에서의 L 선행 豫測值  $X_t(L)$ 과 豫測誤差  $e_t(L)$ 의 합이라 할 수 있으므로

$$X_{t+L} = X_t(L) + e_t(L) \dots \dots \dots (9)$$

또한, 자료계열  $X_t$ 는 독립시계열  $\epsilon_t$ 의 무한가중합(infinite weighted sum of  $\epsilon_t$ )으로 생각할 수 있으므로

$$\begin{aligned} X_{t+L} &= \sum_{j=0}^{\infty} \Psi_j \epsilon_{t+L-j} = \sum_{j=0}^{L-1} \Psi_j \epsilon_{t+L-j} + \sum_{j=L}^{\infty} \Psi_j \\ &\quad \epsilon_{t+L-j} \\ &= e_t(L) + X_t(L) \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

따라서 豫測誤差는

$$e_t(L) = \sum_{j=0}^{L-1} \Psi_j \epsilon_{t+L-j} \dots \dots \dots (11)$$

식(11)의 加重值  $\Psi_j$ 는 다음식으로부터 구할 수 있음을 증명할 수 있다(Salas et al, 1980).

$$\begin{aligned} \Phi(B^*) \phi(B)(1 - B^*)^p(1 - B)^d \Psi(B) &= \Phi(B^*) \\ \theta(B) \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

여기서,

$$\Psi(B) = \Psi_0 + \Psi_1 B + \Psi_2 B^2 + \Psi_3 B^3 + \dots$$

$$\dots, \Psi_0 = 1 \dots\dots\dots (13)$$

2.6 豫測 修正 및 實時間 豫測

시각 t에서 L시간 구간 앞선 豫測値는 식(11)로 표시되는 豫測誤差를 가지므로 L = 1로하여 단위시간 구간별로 豫測해 나감으로써 實時間 豫測値를 구할 수 있다(Salas et al., 1980). 즉, 식(10)으로부터

$$X_{t+1}(L) = \sum_{j=L}^{\infty} \Psi_j \epsilon_{t+1+L-j} = \Psi_L \epsilon_{t+1} + \sum_{j=L+1}^{\infty} \Psi_j \epsilon_{t+1+L-j}$$

$$= \Psi_L \epsilon_{t+1} + X_t(L+1) \dots (14)$$

한편, 식(10)에서 L = 1, j = 0를 취하면

$$X_{t+1} = \Psi_0 \epsilon_{t+1} + X_t(1) = \epsilon_{t+1} + X_t(1) \dots (15)$$

식(15)를 식(14)(L = 1로 취함)에 대입하면 實時間 豫測値를 구할 수 있다.

$$X_{t+1}(L) = X_t(2) + \Psi_1 [X_{t+1} - X_t(1)] \dots (16)$$

3. 資 料

月流量의 豫測을 위해 선택된 流量資料는 洛東江 水系上의 津洞 水位標 地點의 月流量資料이다. 일반적으로 月流量資料의 획득은 日平均水位資料를 水位—流量 關係曲線에 의해 日平均流量으로 환산하여 月別로 集計하여 얻는 것이 원칙이나 本 研究에서는 23년간의 月流量이 필요하였는바 日水位를 다룰 경우 자료 분석량이 방대하고 또한 月流量資料의 絶對値가 本 研究의 目的에 비추어 그렇게 중요하지는 않다고 판단하였다. 따라서 津洞 水位觀測所에서 관측된 月平均水位資料를 建設部에서 발간한 “韓國水文調查書, 水位編” 및 “韓國水文調查年報”로부터 획득하여 Rating Curve에 의해 月平均流量으로 환산하여 사용하였음을 밝혀둔다.

이와같이 선택된 月流量자료는 1964년부터 1984년까지의 21년간의 자료이고 豫測値는 1985

년에서 1986년까지의 2년간의 자료와 비교하였다. 각 媒介變數는 21년간의 자료에서 구하였다. 이 기간중에 1970년에 남강댐이, 1976년에 안동댐이 준공되어 하천유량의 인위적인 변화를 예상할 수 있으며 자연현상에 의하여 발생할 수 있는 장기간에 걸친 경향도 있을 것으로 생각한다.

4. 資料의 分析 및 結果討論

4.1 月流量 資料의 變換

津洞지점의 月流量자료를 Multiplicative ARIMA 模型에 맞추어 해석하기 위해서는 月流量자료의 정규분포화가 필요하다. 따라서 유량의 적정분포형을 결정하기 위해 정규분포와 2변수대수 정규분포로 각각 가정하여 Kolmogorov-Smirnov Test(尹龍男, 1985)에 의해 유의 수준 5%로 분포형 검정을 실시한 결과 대수정규분포의 適合性이 가장 크게 나타났으므로 月流量자료 계열은 對數値로 변환하여 추후의 분석에 사용하였다.

4.2 模型의 次數選定

津洞지점에서의 月流量자료의 대수를 취한 자료값을 비계절성 계차(d = 0, 1, 2)와 계절성(D = 0, 1, 2)의 가능한 계차수를 고려하여, 자기상관도를 그림(4, 1)에서와 같이 구하였다. 1차 계절성 계차는 자기상관함수에 있어 週期성을 크게 배제시키며, 동시에 1차 비계절성 계차(D = 1, d = 1)도 경향을 줄여줌을 알 수 있다. 이러한 지동은 계절성, 비계절성 Moving Average항을 포함하려는 경향이 있다. 따라서 ARIMA(2, 0, 0) × (0, 1, 1)<sub>12</sub> 模型을 선정하기로 하였다. 이는 BOX와 JENKINS(1976)가 국제공항을 이용하는 월 승객수의 對數値를 자료로 나타낸 것과 동일하다. 그러나, 일반적인 水文자료에서는 장기성향을 보이지 않기 때문에 비계절성 계차는 불필요하고 계열이 AR(1), 혹은 AR(2) 항을 필요로 하므로 ARIMA(2, 0, 0) × (0, 1, 1)<sub>12</sub> 模型을 역시 고려하였다.

4.3 媒介變數의 算定

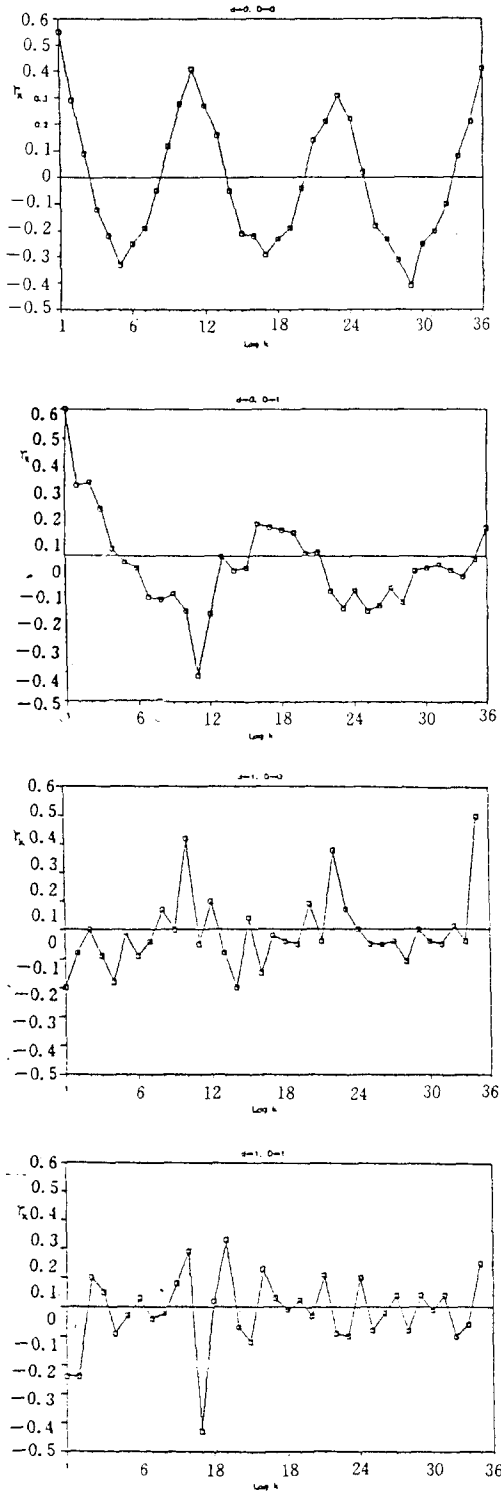


그림 4.1 진동의 자기상관계수  
여기서  $W_t = \nabla^4 \nabla_{12}^D y_t$ ,  $y_t = \ln Q_t$

4.3.1 最大尤法

ARIMA(0, 1, 1) × (0, 1, 1)<sub>12</sub> 模型(I)을 식 (5)로 표현하면

$$(1 - B)(1 - B^{12})y_t = (1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^{12}) \varepsilon_t \dots\dots\dots (17)$$

식(17)을 전개하면

$$y_t = y_{t-1} + y_{t-12} - y_{t-13} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \Theta_1 \varepsilon_{t-12} - \Theta_1 \theta_1 \varepsilon_{t-13} \dots\dots\dots (18)$$

ARIMA(2, 0, 0) × (0, 1, 1)<sub>12</sub> 模型(II)를 식 (5)로 표현하면

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)(1 - B^{12})y_t = (1 - \Theta_1 B^{12}) \varepsilon_t \dots\dots\dots (19)$$

식(19)를 전개하면

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + y_{t-12} - \phi_1 y_{t-13} - \phi_2 y_{t-14} + \varepsilon_t - \Theta_1 \varepsilon_{t-12} \dots\dots\dots (20)$$

이를 最尤法을 적용하여 模型(I), (II)의 媒介變數를 각각 구하였다. 模型(I)의 경우에는  $\sum \varepsilon_t^2$  ( $\theta_1, \Theta_1$ )면은  $0.4 < \theta_1 < 0.6$ 이고  $\Theta_1 = 0.1$ 인 경우에 最小面을 이루게되고 비선형추적법에 의해 最終値를 구하면  $\theta_1 = 0.54924$ 이고  $\Theta_1 = 0.79380$ 이 된다.

또한, 模型(II)의 경우에는  $\sum \varepsilon_t^2$  ( $\phi_1, \phi_2, \Theta_1$ )면은  $0.4 < \phi_1 < 0.7$ 이고  $\phi_2 = 0$ , 그리고  $0.7 < \Theta_1 < 1$ 인 경우에 最小面을 이루게되며 비선형추적법에 의해 最終値를 구하면,  $\phi_1 = 0.45849$ ,  $\phi_2 = 0.05349$ ,  $\Theta_1 = 0.78817$ 이 된다.

4.3.2 媒介變數의 확인검산

模型(I)의 잔차  $\varepsilon_t$ 를 구하여 처음 20개의 값을 Porte Manteau Test을 시행하면  $Q = 25.2653$ 이고 10% 유의수준에서  $\chi_{0.9,18}^2 = 0.4$ 이므로 잔차의 값은 서로 독립적이라고 할 수 있고 잔차의 자기상관도도 난수계열임을 입증하였다. 마찬가지로 模型(II)의 잔차를 구하여 Porte Manteau Test를 실시하면  $Q = 13.8368$ 이고 10% 유의수준에서  $\chi_{0.9,17}^2 = 24.8$ 이므로 잔차의 값은 서로 독립적이라고 할 수 있고 잔차의 자기상관도도 역시 난수계열임을 나타내었다. 따라서 본 津洞

지점에 대해서는 模型(I)과 模型(II) 어느것이나 流出豫測에 사용될 수 있을것으로 보이며 본 연구에서는 模型(II)를 선택하였다.

模型(II)의 잔차는

$$\epsilon_t = y_t - \phi_1 y_{t-1} - \phi_2 y_{t-2} + \Theta_1 y_{t-13} + \phi_2 y_{t-14} + \Theta_1 \epsilon_{t-12} \dots \dots \dots (21)$$

그리고 잔차의 자기상관도와 부분자기 상관도를 그림(4.2)에 나타내었는데 이는 잔차가 서로 독립적임을 보여준다. 따라서 ARIMA(2, 0, 0) × (0, 1, 1)<sub>12</sub> 模型이 津洞의 대수자료치의 적용에 적당함을 알 수 있다.

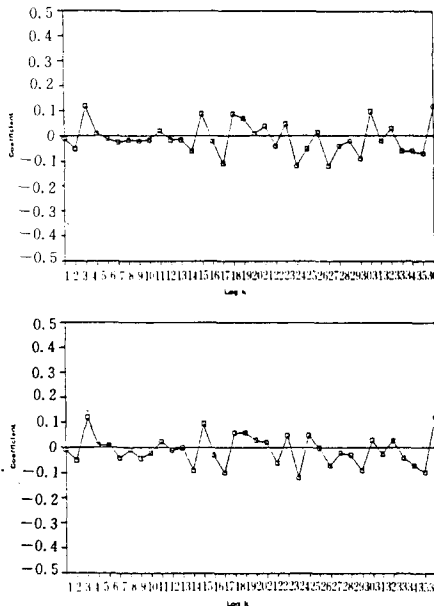


그림 4.2 잔동에 적용된 자기상관도와 부분자기상관도

4.4 豫測 및 豫測誤差

津洞지점의 月流量자료 계열  $X_t$ 의 對數值계열  $y_t = \log X_t$ 를 ARIMA(2, 0, 0) × (0, 1, 1)<sub>12</sub> 模型으로 표시하면 식(7)로부터

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + y_{t-12} - \phi_1 y_{t-13} - \phi_2 y_{t-14} + \epsilon_t - \Theta_1 \epsilon_{t-12} \dots \dots \dots (22)$$

따라서, 시간 t에서 L시간 앞선 豫測值를 구하기 위한 豫測함수(forecast function)는 식(8)의 형태로 표시될 수 있고 L값에 따라 豫測值를 차례로 구할 수 있다. 예를 들어 t = 252번째 달(21

년의 마지막)을 기준으로하여 豫測值를 구하면

$$y_{252}(1) = \phi_1 y_{252} + \phi_2 y_{251} + y_{241} - \phi_1 y_{240} - \phi_2 y_{239} - \Theta_1 \epsilon_{241} = 4.654$$

마찬가지로 14번째 달을 豫測하면

$$y_{252}(14) = \phi_1 y_{252}(13) + \phi_2 y_{252}(12) + y_{252}(2) - \phi_1 y_{252}(1) - \phi_2 y_{252} = 4.568$$

한편, 豫測誤差의 계산을 위해 필요한 加重值  $\Psi_j$ 는 식(12)의 관계로부터 구할 수 있으며 ARIMA(2, 0, 0) × (0, 1, 1)<sub>12</sub>의 경우에 津洞지점의 月流量자료로부터 구한 값은 표(4.1)과 같다.

4.5 逆變換

4.4절에서 구한 津洞지점의 L개월 앞선 시점에서의 豫測值를 모멘트법(method of moment)

표 4.1 津洞의 對數值에 적용된 ARIMA(2, 0, 0) × (0, 1, 1)<sub>12</sub> 模型의 豫測誤差의  $\phi$  값

WEIGHTS USED IN CALCULATIONG CONFIDENCE LIMITS AND UPDATING FORECASTS AFTER NEW OBSERVATION

J	PS(J)	J	PS(J)
0	1.000000	13	0.097526
1	0.158400	14	0.056084
2	0.263703	15	0.030930
3	0.145400	16	0.017181
4	0.030784	17	0.009532
5	0.044818	18	0.005289
6	0.024870	19	0.002935
7	0.013800	20	0.001629
8	0.007657	21	0.000904
9	0.004249	22	0.000501
10	0.002358	23	0.000278
	0.001308	24	0.211984
	0.212556		

(Haan, 1977)에 의하여 逆變換시켰으며 이를 指數法(method of exponentiation)으로 변환시킨 결과와 비교하였다.

$$q_t(L) = \exp[y_t(L) + \frac{1}{2} S_t^2(L)] \dots \dots \dots (23)$$

이고

$$S_t(L) = q_t(L) \{ \exp[S_t^2(L)] - 1 \}^{1/2} \dots \dots \dots (24)$$

또한 豫測値는 1984년 12월 자료를 기준으로 하였으며 이를 실제 觀測値(1985년-1986년)의 對數値와 함께 그림(4.3)에 도시하였으며, 그림(4.4)에는 對數値를 모멘트법으로 변환시킨 月流量을, 그림(4.5)에는 지수법으로 逆變換시킨 月流量 자료를 觀測値와 비교하였다. 또한, 2년간의

표 4.2 자료의 기본적인 통계 특성

	豫測値	觀測値
자료의 수	24	24
평균	413.245	385.950
분산	113669.0	99533.6
표준편차	337.149	315.490
중간값	300.530	252.225

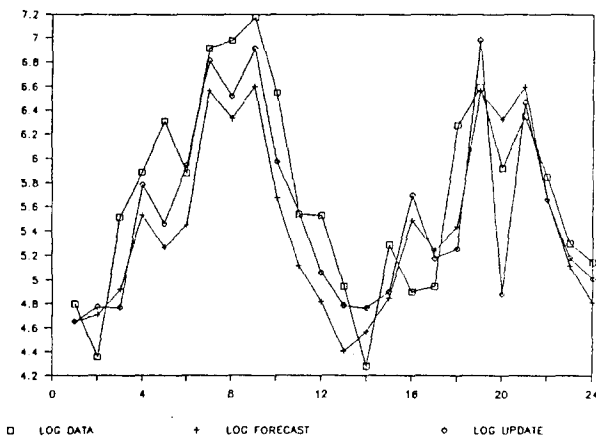


그림 4.3 津洞의 月流量에 적용된 ARIMA(2,0,0) × (0,1,1)<sub>12</sub> 모델의 對數豫測値

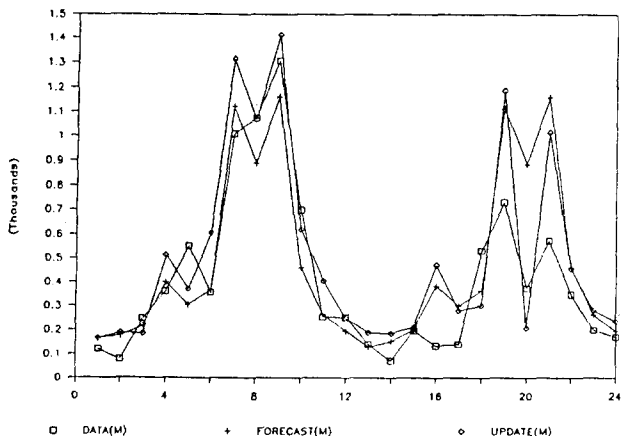


그림 4.4 津洞의 月流量에 적용된 ARIMA(2,0,0) × (0,1,1)<sub>12</sub> 모델의 豫測値(모멘트법에 의한 변화)

觀測値 및 豫測値의 통계적인 특성은 표(4.2)에 비교하였다.

표(4.2)에서 알 수 있는 바와 같이 豫測値와 觀測値의 平均 및 分散은 각각 7.1 및 6.9%의 편차만을 보이므로 豫測의 신뢰도는 인정되며 특히 豫測된 流量系列이 그림(4.4) 및 (4.5)에서 보는 바와 같이 觀測値의 時間的 分布特性을 잘 再演시켜 주고 있음을 알 수 있다.

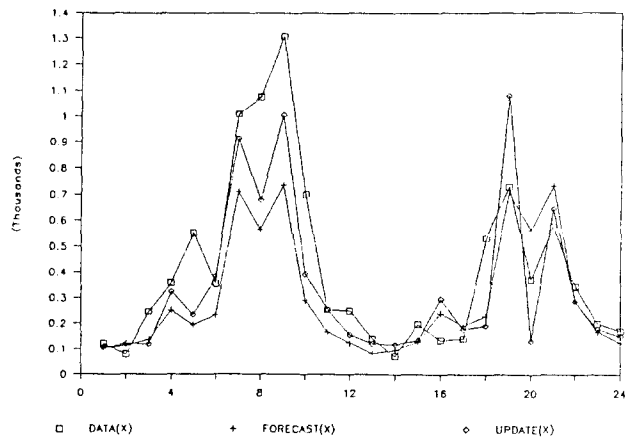


그림 4.5 津洞의 月流量에 적용된 ARIMA(2, 0, 0) × (0, 1, 1)<sub>12</sub> 모델의 豫測値(指數法에 의한 변환)

#### 4.6 豫測修正과 實時間豫測

豫測수정에 의한 實時間 豫測은 식(16)에 의해 가능하며, 觀測자료 계열의 마지막 시간(252번째 달)에서의 1개월 앞선 유량  $y_{252}(1)$ 와 2개월 앞선 유량  $y_{252}(2)$ 를 식(8)로 계산하고나면 다음달(253번째 달)에서의 豫測수정에 의한 實時間 豫測値는 다음과 같이 구한다.

$$\begin{aligned}
 y_{253}(1) &= y_{252}(2) + \Psi_1[y_{253} - y_{252}(1)] \\
 y_{253}(2) &= y_{252}(3) + \Psi_2[y_{253} - y_{252}(1)] \\
 &\vdots \\
 y_{254}(1) &= y_{252}(2) + \Psi_1[y_{254} - y_{252}(1)]
 \end{aligned}$$

이상의 방법으로 豫測수정값을 계산하여 얻은 유량對數値의 實時間豫測値는 그림(4.3)에서 觀測値 및 豫測値와 비교되어 있다. 그림에서 볼 수

있는 바와같이 豫測수정에 의한 實時間豫測値는 수정하지 않은 豫測値보다 觀測値에 더 잘 맞음을 알 수 있다.

## 5. 結 論

본 연구에서는 津洞지점의 21년간의 月流量 자료를 Multiplicative ARIMA 模型에 적용하기 위한 媒介變數 算定과 月流量을 模擬豫測하여 실측자료와 비교하였으며, 결과를 분석한 결론은 다음과 같다.

1) ARIMA 模型의 媒介變數 및 次數결정에 있어서 계절 자기상관도와 부분 계절 자기상관도를 가지고 판단하였으며, 확인을 위해서 잔차의 계절 자기상관도를 이용하였다. 또 Porte Manteau Test를 잔차의 값에 적용하였으며 이 방법에 의해 模型의 차수결정을 올바르게 할 수 있는 것으로 나타났다.

2) ARIMA 模型의 媒介變數 算定을 잔차에 最尤法(maximum likelihood method)을 적용하여 媒介變數들의 범위를 계산하여 비선형 반복계산(nonlinear iterative estimation)을 실시하여 媒介變數의 값을 정확하게 구할 수 있다.

3) ARIMA(2, 0, 0)×(0, 1, 1)<sub>12</sub> 模型은 오직 4개의 媒介變數만이 필요하고 월평균의 계절적 변화를 설명할 수 있으나 각 달의 표준편차의 계절적 변화를 표시하지 못하므로 豫測値의 誤差는 물리적으로 정확하지 못하고 실제유량으로도 정확하게 변환되지 못하게 되므로 모멘트법(method of moment)을 사용하여 각 달의 표준편차를 고려하여 逆變換함으로써 실측치에 가까운 값을 얻을 수 있다.

4) ARIMA(2, 0, 0)×(0, 1, 1)<sub>12</sub> 模型이 실제 津洞지점의 月流量의 模擬 예측에 적합한지를 판단하기 위해서 實側値와 豫測値의 두 집단의 표준편차와 평균의 일치도를 判定한 결과 실제유량

의 模擬豫測에 유용한 것으로 판단되었다.

## 參 考 文 獻

- 尹龍男, 徐炳夏(1979), Bivariate Analysis에 의한 月流量의 模擬발생에 관한 연구, 韓國水文學會誌, 12권 2호, pp 63-69.
- 尹龍男, 全時永(1985), ARMA(1, 1) 多季節模型에 의한 하천유량의 模擬발생, 韓國水文學會誌, 19권 1호, pp 75-83.
- 尹龍男, 李般泰(1985), 하천유량의 模擬발생을 위한 Monte Carlo방법과 Autoregressive방법의 비교, 韓國水文學會誌, 18권 4호, pp 335-345.
- 尹龍男, 李東律(1987), 하천유량의 模擬발생을 위한 장기 및 단기 추계학적 模型의 비교연구, 韓國水文學會誌, 20권 4호, pp 257-266.
- 尹龍男, 工業水文學(1985), 淸文閣, 서울, pp 447-450
- Anderson, R. L.(1941), Distribution of the serial correlation coefficients, Annals of Math. Statistics, Vol.8, No.1, pp 1-13
- Box, G. E. P. and Jenkins, G. M.(1976), Time series analysis-forecasting and control, revised edtion, Holden Day
- Box, G. E. P. and Pierce, D. A.(1970), Distribution of residual autocorrelations in autoregressive integrated moving average time series models, Jour. Amer. Stat. Assoc., 64
- Delleur, J. W.(1978), Autoregressive moving average models-ARMA(p, q). In Lecture Notes for the computer workshop in statistical hydrology, Colorado State University, Fort Collins, Colorado
- Fiering, M. B. and Jackson, B. J.(1971), Synthetic streamflows, Water Resources Monograph Series, Vol.1, AGU, Washington, D. C., pp 98-99.
- Haan, C. T.(1977), Statistical methods in hydrology, Iowa State University Press, Ames, pp 106-109
- Hipel, K. W. and Mcleod, A. I.(1977), Removal of periodicities by differencing and monthly mean



- subtraction, *Jour. of Hydrology*, 26, pp 335-353
- Rao, A. R.(1980), Stochastic analysis of rainfall affected by urbanization, *Jour. Applied Meteorology*, 19-1, pp 41-52
- Salas, J. D., Delleur, J. W., Yevjevich, V., and Lane, W. L.(1980), Applied modeling of hydrologic time series, Water Resources Publication, Fort Collins, Colorado, pp 313-319
- Statistical Graphics Corporation(1986), Statistical Graphic System : Statgraphics, User's manual, New York