

# 數值解析模型에 의한 洪水追跡

## Flood Routing Using Numerical Analysis Model

李 鎔 直\* · 權 純 國\*\*  
Lee, Yong Jig · Kwun, Soon Kuk

### Summary

In this study, an implicit one-dimensional model, DWRM(Dynamic Wave Routing Model) was developed by using the four-point weighted difference method. By applying the developed model to the Keum River, the parameters were calibrated and the model applicability was tested through the comparison between observed and computed water levels. In addition, the effects of the construction of an estuary dam to the flood wave were estimated as a result of the model application.

The results of the study can be summarized as follows;

1. The roughness coefficients were evaluated by comparison between observed and computed water level at Jindu, Gyuam and Ganggyeung station in 1985. The Root Mean Squares for water level differences between observed and computed values were 0.10, 0.11, 0.29m and the differences of peak flood levels were 0.07, 0.02, 0.07 m at each station. Since the evaluated roughness coefficients were within the range of 0.029-0.041 showing the realistic value for the general condition of rivers, it can be concluded that the calibration has been completed.

2. By the application of model using the calibrated roughness coefficients, the R. M. S. for water level differences were 0.16, 0.24, 0.24m and the differences of peak flood level were 0.17, 0.13, 0.08 m at each station. The arrival time of peak flood at each station and the stage-discharge relationship at Gongju station agreed well with the observed values. Therefore, it was concluded that the model could be applied to the Keum River.

3. The model was applied under conditions before and after the construction of the estuary dam. The 50-year frequency flood which had 7,800m<sup>3</sup>/sec of peak flood was used as the upstream condition, and the spring tide and the neap tide were used as the downstream condition. As the results of the application, no change of the peak flood level was showed in the upper reaches of 19.2km upstream from the estuary dam. For areas near 9.6km upstream from the estuary dam, the change of the peak flood level under the condition before and after the construction was 0.2m. However considering the assumptions for the boundary conditions of downstream, the change of peak flood level would be decreased.

---

\* 農業振興公社 農業土木試驗研究所

\*\* 서울大學校 農科大學

## I. 緒 論

近來에 와서 우리나라의 水資源 開發은 河川 上流側에 이어 河口堰의 築造등 下流側의 開發이 增加하고 있다. 上流側과는 달리 下流側은 洪水時 汎濫의 被害가 極甚하므로 下流에서의 效率的인 水資源利用 및 效果的인 防災을 위해서는 이러한 區間에 대한 洪水 追跡이 必要하다. 洪水追跡은 크게 水理學的 및 水文學的 方法으로 大別될 수 있는데 河口에서는 潮汐의 影響을 받으며 河川傾斜가 緩慢하기 때문에 背水現象이 甚하여 連續方程式만을 利用하는 水文學的인 方法은 使用하기 不適當하므로 水理學的 方法이 주로 쓰이고 있다.<sup>4), 13)</sup>

水理學的 方法은 連續方程式과 運動量方程式으로 이루어진 一次元 漸變 不定流 方程式, 즉 Saint Venant式에서 上流端과 下流端의 境界條件에 따라 解를 구하므로 時間과 位置에 따른 水位, 流量의 變化를 구할 수 있어 利用의 範圍가 넓은 반면 2個의 非線型 偏微分方程式을 聯立해서 풀 수 있는 解析的 方法이 없기 때문에 數值解析 方法이 使用되고 있다.<sup>10, 11, 12)</sup>

一般的으로 水理學的 方法에는 特性曲線을 따라 積分하는 特性曲線法(Characteristic method)과 基本方程式을 有限差分式으로 直接 表現하는 直接差分法(Direct method)으로 大別될 수 있으며 直接差分法은 다시 陰函數法(Implicit method)과 陽函數法(Explicit method)으로 區分될 수 있다.<sup>14)</sup>

첫째, 特性曲線法은 2個의 偏微分方程式을 4個의 常微分方程式으로 變換시켜 計算하는 方法으로 Amein(1966), Abbott(1966), Liggett(1967), Streeter(1967), Fletcher(1967), Baltzer와 Lai(1968), Wylie(1970)等에 의해 研究되었다. 特性曲線에 따른 不規則的인 格子點의 形成으로 인해 自然 河川에 適用하기 어려우며 이를 改善하기 위해 固定格子網을 利用한 Fox(1962)의 Hartree法도 距離區間에서의 補間의 必要性이 있다.<sup>5, 10, 12)</sup>

둘째, 陽函數法은 前時間帶에서 決定된 水深과 流量을 利用하여 2個의 線型代數方程式으로부터

다음 時間帶의 未知數를 順次的으로 計算하는 方法으로서 Stoker(1953)에 의해 始作되어 Liggett와 Woolhiser(1967), Martin(1969), Strelkoff(1970) 等에 의해 계속되었으며 Dronkers(1969), Ballofett(1969), Kamphuis(1970)等은 感潮區間에 대해 適用한 바 있다. 解의 安定性을 위해서 時間 間隔에 制限을 받는 短點을 가지고 있다.<sup>10, 11, 12, 15)</sup>

셋째, 陰函數法은 前時間帶의 水深, 流量을 利用, 非線型代數方程式을 構成하여 다음 時間帶의 각 計算地點의 未知數를 한꺼번에 푸는 方法으로서 距離 및 時間間隔에 制限받지 않는 長點을 가지고 있어 Isaacson(1956)에 의해 始作된 이래 Preissmann(1961), Vasiliev(1965), Abbott(1967), Baltzer와 Lai(1968), Dronkers(1969), Quinn과 Wylie(1972), Fread(1973), Chaudhry와 Contractor(1973), Amein과 Chu(1975) 等에 의해 계속 研究되었다.<sup>10, 11, 12, 15)</sup>

本 研究에서는 陰函數法중에서 計算地點間的 距離를 等間隔으로 하지 않아도 된다는 點에서 Abbott法이나 Vasiliev法보다 有利한 4點加重陰函數法(Four-point weighted implicit scheme), 즉 Preissmann法을 使用하고<sup>12)</sup> 美國 氣象廳(National Weather Service)에서 開發한 DWOPER(Dynamic Wave Operational Model)<sup>8, 9, 10)</sup>를 修正한 DWRM(Dynamic Wave Routing Model)을 利用하여 錦江下流區間에서의 洪水波에 대해 適用함으로서

1) 水位觀測値와 比較하여 同 模型의 媒介變數인 粗度係數를 補正하고 加重因子의 影響을 檢討하며

2) 補正된 係數를 使用하여 別個의 洪水波에 適用하여 模型의 檢證을 行함으로써 錦江에서의 適用性을 檢討하고

3) 河口堰의 設置 前後에서의 條件에 따라 模型을 運轉하여 洪水波의 變化를 推定함으로써 河口堰의 設置에 따른 影響을 推定하고자 한다.

## II. 模型의 構成

### 1. 基本方程式

本模型은 식(1) 및 식(2)의 連續方程式과 運動量方程式으로 이루어진 Saint Venant式의 流速項을 洪水量으로 직접 나타내기 위해 流量의 項으로 변형하여 基本方程式으로 하였다.

$$\frac{\partial (A + A_0)}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial (Q^2/A)}{\partial x} + gA \left( \frac{\partial y}{\partial x} + S_f + S_e \right) - qV_x = 0 \dots\dots\dots (2)$$

여기에서

Q : 流量

A : 河川斷面積중 運動量에 영향을 주는 면적

A<sub>0</sub> : 河川斷面積중 A이외의 면적

q : 橫流出入量

S<sub>f</sub> : 摩擦傾斜 ( $= \frac{n_2 |Q| Q}{A^2 R^{4/3}}$ )

S<sub>e</sub> : 局部損失傾斜 ( $= \frac{K_e \partial (Q/A)^2}{2g \partial x}$ )

V<sub>x</sub> : q의 흐름방향 流速

y : 기준면으로부터의 水面高

x : 距離

t : 時間

n : Manning 係數

g : 重力加速度

K<sub>e</sub> : 局部損失 係數

### 2. 數値解析

#### 가. 差分方程式

基本方程式인 식(1), (2)에서와 같은 偏微分項들을 計算하기 위하여 Taylor級數에 의해 展開하여 有限差分의 形態로 나타내어 計算하는 有限差分法을 適用하는데 本模型에서는 陰函數法중에서 4點加重差分法(Four-point weighted

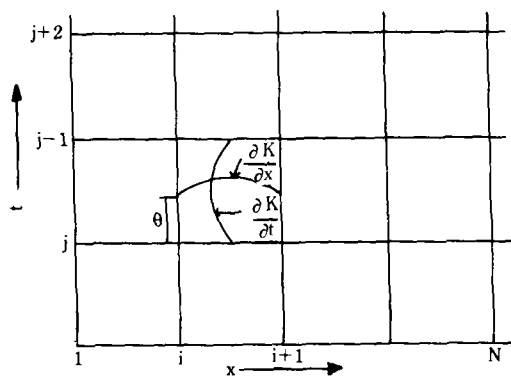


Fig. 1. Finite difference computational grid.

difference method)을 使用하여 構成하였다.<sup>8, 9, 10)</sup>

水面高 y와 流量Q의 解가 구해지는 連續積인 x-t領域은 Fig. 1과 같이 節點들로 이루어진 格子網으로 表現이 될 수 있다. 각 節點들은 x와 y축을 따라 각기 같거나 다른 間隔이 될 수 있다. 각 節點은 距離 x를 나타내는 添字 i와 時間 t를 나타내는 添字 j로 나타낼 수 있어 각 變數 및 偏微分項은 다음 式으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial K}{\partial t} = (K_{i+1}^{j+1} + K_{i+1}^{j-1} - K_i^j - K_{i-1}^j) / (2 \Delta t)$$

$$\frac{\partial K}{\partial x} = \theta (K_{i+1}^{j+1} - K_i^{j+1}) / \Delta x + (1-\theta) (K_{i-1}^j - K_i^j) / \Delta x$$

$$K = 0.5 \theta (K_{i+1}^{j+1} + K_{i+1}^{j-1}) + 0.5 (1-\theta) (K_i^j + K_{i-1}^j) \dots\dots\dots (3)$$

여기에서

K = 任意的 變數

θ = 加重因子이다.

이때 加重因子 θ의 값이 0.5이면 Box法이 되며 1.0이면 完全陰函數解法이 된다. 無條件的인 安定(unconditional stability)을 保障하기 위해서 θ의 값은 0.5보다 커야하며 또한 θ의 값이 1에 가까울수록 正確度가 減少하고 θ의 값이 0.5에 近似할 때 생기는 擬似不安定(pseudo-instability)을 피하기 위해 0.55~0.6의 값을 使用하는 것이 適切하다.<sup>10, 12)</sup>

式(3)에 의해 定義된 有限差分 近似式을 基

本方程式인 式(1), (2)에 代入하여  $\Delta X_i$ 를 곱하면 다음 差分方程式이 構成된다.

$$F_i = \theta(Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1} - \bar{q}_i^{j+1} \Delta x_i) + (1-\theta) (Q_{i+1}^j - Q_i^j - \bar{q}_i^j \Delta x_i) + 0.5(\Delta x_i / \Delta t^j) [(A+A_o)_i^{j+1} + (A+A_o)_{i+1}^{j+1} - (A+A_o)_i^j - (A+A_o)_{i+1}^j] = 0 \dots \dots \dots (4)$$

$$G_i = 0.5 \frac{\Delta x_i}{\Delta t^j} (Q_{i+1}^{j+1} + Q_i^{j+1} - Q_i^j - Q_{i+1}^j) + \theta [(Q^2/A)_{i+1}^{j+1} - (Q^2/A)_i^{j+1} + g\bar{A}_i^{j+1} (y_{i+1}^{j+1} - y_i^{j+1} + \Delta x_i \bar{S}_{fi}^{j+1} + \Delta x_i \bar{S}_{ei}) - \Delta x_i (\bar{q}Vx)_i^{j+1}] + (1-\theta) [(Q^2/A)_{i+1}^j - (Q^2/A)_i^j + g\bar{A}_i^j (y_{i+1}^j - y_i^j + \Delta x_i \bar{S}_{fi}^j) + \Delta x_i \bar{S}_{ei}^j] - \Delta x_i (\bar{q}Vx)_i^j = 0 \dots \dots \dots (5)$$

여기에서

$$\bar{A}_i = 0.5(A_i + A_{i+1})$$

$$\bar{B}_i = 0.5(B_i + B_{i+1})$$

$$\bar{S}_{fi} = \frac{\bar{n}_i^2 | \bar{Q}_i | \bar{Q}_i}{\bar{A}_i^2 \bar{R}_i^{4/3}}$$

$$\bar{Q}_i + 0.5(Q_i + Q_{i+1})$$

$$R_i = \bar{A}_i / B_i$$

$$\bar{S}_{ei} = k_{ei} [(Q/A)_{i+1}^2 - (Q/A)_i^2] / (2g\Delta x_i)$$

式(4) (5)는  $j+1$ 時間에서  $i$ 와  $i+1$ 의  $y$ 와  $Q$ 가 未知數인 非線型式이며 이때  $j$ 時間에서의 모든 項은 初期條件이나 前時間帶의 計算值로서 既知의 값이다. 각 節點의 數를  $N$ 個로 할때  $N-1$ 個의 間隔에서  $2N$ 個의 未知數를 풀기위한  $2N-2$ 個의 式이 構成되며, 上, 下流의 境界條件에 따른 式 2個가 添加되어  $2N$ 個의 非線型聯立方程式이 構成된다.

나. 非線型聯立方程式의 解析

$2N$ 個의 未知數를 가진  $2N$ 個의 非線型聯立方程式은 Newton-Raphson法을 利用하여 解를 구

할 수 있는데<sup>6, 10, 12)</sup> 이 方法은 2次이상의 次數를 無視하는 非線型函數의 Taylor 級數展開로부터 誘導되어

$$J'(X^k) \Delta X = -f(X^k) \dots \dots \dots (6)$$

의 式으로 表現된다. 이때  $X^k$ 의 벡터量이며  $J'$ 는 Jacobian(偏微分값으로 構成된) 行列,  $f(X^k)$ 는  $X^k$ 값으로 計算된 非線型方程式의 값,  $\Delta X$ 는  $2N$ 個의 未知數를 包含하는 벡터이다.  $\Delta X$ 는 眞值의 初期推定값과 改善된 推定값의 差異로서, 즉

$$\Delta X = X^{k+1} - X^k$$

이며  $k$ 는 反復計算數이다.

Jacobian行列,  $J'(X^k)$ 는 1行과  $2N$ 行에 上, 下流 境界條件을 表現하는 2個의 要素를 가진 主對角線을 따라 位置한 要素( $A_{ik}$ )로 構成된다. 다른 모든 行들은 4個의 未知數( $Q_i^{j+1}$ ,  $y_i^{j+1}$ ,  $Q_{i+1}^j$ ,  $y_{i+1}^j$ )로 式(4) (5)를 偏微分한 것을 나타내는 4個의 要素로 構成되어  $2N \times 2N$ 의 線型方程式이 構成된다. 이 線型方程式은 Gauss消去法 등으로 解를 구할 수 있는데 이 Jacobian 行列이 penta-diagonal인 特性을 가지고 있기 때문에 要素의 값이 0인 項을 消去過程에서 省略하여 計算을 簡素化시키도록 開發된 Fread의 modified Gauss elimination method를<sup>10)</sup> 利用하여 效率적으로 解析할 수 있다.

다. 境界 初期 및 其他 條件

上流側 境界條件으로는 流量曲線 또는 水位曲線이 使用될 수 있고 下流側 境界條件으로는 流量曲線, 水位曲線, 水位-流量曲線이 使用될 수 있으며 또한 排水閘門의 操作에 따른 影響을 檢討할 수 있도록 하기 위하여 馮馬(本間)式<sup>10)</sup>을 使用하여 内外水位差에 排水閘門 排水量을 計算하여 下流境界條件으로 使用할 수 있도록 하였다.

또한 初期條件으로 각 地點에서의 水位 및 流量이 必要한데 推定值를 使用하거나 正常流로서 취급, 즉 基本方程式 中 時間에 대한 微分項을 0으로 하여 計算토록 하였다.

각 地點에서의 橫斷은 斷面이 變化되는 節點에서의 標高와 水面幅을 入力, 模型내에서 諸般 資料를 計算토록 하였으며 模型의 媒介變數가 되는 粗度係數는 任意 區間別로 水位 또는 流

量別로 入力이 가능토록 하였다.

### 3. 電算프로그램의 構造

本 模型은 主 프로그램과 11個의 副프로그램으로 構成되어 그 흐름도는 Fig. 2와 같으며 각 프로그램의 機能은 다음과 같다.

#### 1) Main Program

각 副프로그램을 統制하며  $\Delta Q$ ,  $\Delta y$ 를 許容値와 比較하여 다음 段階의 遂次計算, 또는 다음 時間帶의 計算 遂行을 위한 資料를 處理하며 出力을 制御한다.

#### 2) Subroutine DATA

地形, 初期 및 境界條件 資料, 橫流入量 資料 및 각종 統制資料의 入力을 遂行한다.

#### 3) Subroutine INIT1

各 地點의 初期流量을 算出한다.

#### 4) Subroutine INIT 2

初期 水位를 推定하여 入力하지 않았을 경우 正常流 計算에 의해 初期水位를 算定한다.

#### 5) Subroutine PREP

各 地點의 標高別 面積計算, 各種 標高의 海水面 基準 標高로의 轉換등을 遂行한다.

#### 6) Subroutine BNDRY

各 時間代에 있어서 上, 下流 境界條件에 따른 Jacobian行列의 1行 및 2N行的 係數를 決定한다.

#### 7) Subroutine COEFF

上, 下流의 境界條件에 알맞은 順序로 Jacobian行列의 2行~2N-1行的 係數를 計算한다.

#### 8) Subroutine MATRX

副프로그램 Bndry 및 Coeff에서 그 要素가 計算된 線型方程式을 modified Gauss elimination method를 使用하여 解( $\Delta Q$ ,  $\Delta y$ )를 구한다.

#### 9) Subroutine SECTION

任意 地點의 任意 標高에 대한 橫斷面積, 水面幅을 線型補間法에 의해 計算한다.

#### 10) Subroutine LATRL

任意 時間에서의 橫流入量을 線型補間法에 의해 計算한다.

#### 11) Subroutine FRICT

各 區間에서의 粗度係數를 주어진 水位, 또는 流量에 따라 線型補間法에 의해 구한다.

#### 12) Subroutine INTERP

任意 時間에 따른 水位, 流量등의 補間에 必要한 係數를 決定한다.

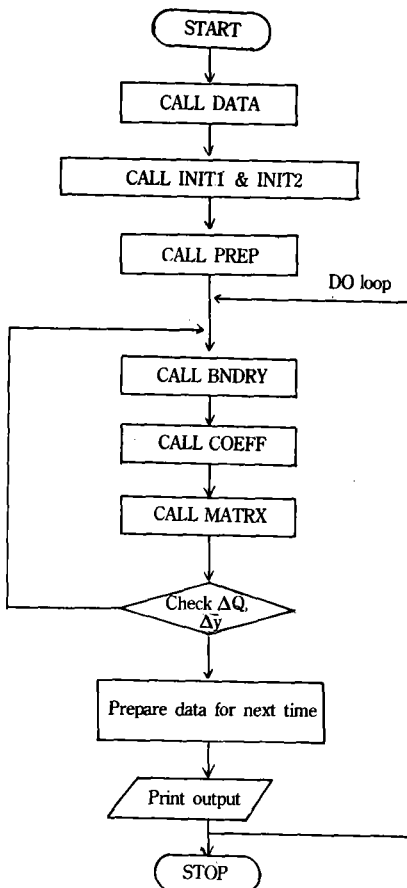


Fig. 2. Flow-chart of DWRM.

### III. 模型의 補正 및 檢證

模型의 適用하천으로서는 우리나라 4大江의 하나로서 流域面積 9,885km<sup>2</sup>이며 1988년에 河口堰이 築造된 錦江을 對象으로 하였으며 模型의 適用을 위한 水位資料는 建設部의 水位觀測資料를<sup>2)</sup>, 降雨資料는 中央氣象臺의 時間別 資料를, 潮汐資料는 水路局의 潮汐觀測資料를, 河川縱橫斷資料는 農業振興公社의 資料를<sup>3)</sup>利用하였다.

Table-1. Distance between each computational grids and characteristic of each watershed

| SECTION NO. | DIST (Km) | LEFT   |       |      | RIGHT  |       |      | REMARK |
|-------------|-----------|--------|-------|------|--------|-------|------|--------|
|             |           | A      | L     | H    | A      | L     | H    |        |
| 1           | 0.        |        |       |      |        |       |      | GONJU  |
| 2           | 1.0       | 9.18   | 6.75  | 341. | 170.28 | 29.00 | 636. |        |
| 3           | 2.0       | .55    | .85   | 71.  | 1.12   | 1.00  | 151. |        |
| 4           | 3.0       | 1.03   | 1.30  | 72.  | 17.22  | 11.50 | 603. |        |
| 5           | 4.0       | 3.18   | 3.60  | 192. | .48    | .70   | 91.  |        |
| 6           | 5.0       | 2.89   | 2.85  | 212. | .00    | 1.00  | 1.   |        |
| 7           | 7.0       | 2.61   | 2.90  | 138. | 287.72 | 42.50 | 524. |        |
| 8           | 9.0       | 1.06   | 1.15  | 35.  | 7.92   | 5.40  | 202. |        |
| 9           | 10.0      | 19.54  | 10.00 | 294. | 1.74   | 1.80  | 302. |        |
| 10          | 12.0      | 34.39  | 13.65 | 269. | 2.86   | 2.30  | 303. |        |
| 11          | 13.0      | 5.38   | 3.50  | 287. | .81    | 1.00  | 175. |        |
| 12          | 15.0      | 1.38   | .80   | 176. | 38.43  | 14.50 | 315. |        |
| 13          | 16.0      | 6.79   | 4.20  | 155. | 4.60   | 3.40  | 115. |        |
| 14          | 17.5      | 2.77   | 2.15  | 222. | 49.83  | 12.50 | 220. |        |
| 15          | 20.0      | 1.45   | 1.00  | 213. | 3.41   | 2.30  | 256. |        |
| 16          | 22.0      | 26.84  | 9.15  | 197. | 2.86   | 2.80  | 200. |        |
| 17          | 24.0      | 14.42  | 8.25  | 237. | 53.93  | 16.60 | 350. |        |
| 18          | 25.0      | 1.77   | 2.25  | 98.  | .77    | .80   | 46.  |        |
| 19          | 27.0      | .94    | 4.40  | 141. | 4.00   | 2.70  | 98.  |        |
| 20          | 28.0      | .87    | 1.25  | 120. | 257.05 | 54.00 | 400. |        |
| 21          | 29.0      | .86    | 1.00  | 39.  | .80    | .90   | 120. |        |
| 22          | 31.0      | 18.93  | 7.65  | 201. | 4.89   | 3.80  | 160. |        |
| 23          | 31.8      | 1.77   | 2.00  | 100. | 3.54   | 3.20  | 160. |        |
| 24          | 33.0      | .74    | 1.25  | 19.  | 67.60  | 18.00 | 320. |        |
| 25          | 34.0      | 1.94   | 2.80  | 99.  | 1.00   | 1.00  | 47.  |        |
| 26          | 35.2      | 2.77   | 3.00  | 101. | 6.38   | 3.60  | 30.  |        |
| 27          | 36.4      | 2.34   | 3.00  | 99.  | 163.22 | 27.50 | 540. |        |
| 28          | 37.6      | 1.64   | 1.75  | 39.  | 2.12   | 1.80  | 120. |        |
| 29          | 40.0      | 12.77  | 6.75  | 200  | 5.47   | 4.50  | 165. |        |
| 30          | 42.4      | 3.86   | 1.75  | 161. | 4.12   | 4.00  | 125. |        |
| 31          | 44.8      | 3.48   | 2.50  | 141. | 9.27   | 5.50  | 169. |        |
| 32          | 46.6      | 1.19   | 1.50  | 43.  | 4.64   | 4.00  | 102  |        |
| 33          | 48.4      | 156.33 | 25.00 | 161. | 3.09   | 2.30  | 91.  |        |
| 34          | 49.6      | 1.58   | 1.75  | 42.  | 1.86   | 1.60  | 42.  |        |
| 35          | 50.8      | 2.45   | 2.75  | 42.  | 1.35   | 1.40  | 40.  |        |
| 36          | 52.0      | 634.73 | 52.50 | 704. | .97    | 1.80  | 38.  |        |
| 37          | 53.2      | 4.83   | 4.00  | 42.  | 1.48   | 2.50  | 38.  |        |
| 38          | 54.4      | 6.60   | 3.00  | 32.  | 1.55   | 2.60  | 37.  |        |
| 39          | 56.8      | 6.66   | 3.00  | 44.  | 8.12   | 3.50  | 92.  |        |
| 40          | 58.0      | 2.15   | 3.00  | 45.  | 5.73   | 5.00  | 62.  |        |
| 41          | 59.2      | 1.55   | 2.25  | 34.  | 22.76  | 14.20 | 195. |        |
| 42          | 60.4      | 4.70   | 2.75  | 63.  | .00    | 1.00  | 1.   |        |
| 43          | 61.6      | 109.12 | 22.00 | 335. | .00    | 1.00  | 1.   |        |
| 44          | 64.0      | 2.03   | 1.50  | 62.  | 50.93  | 15.80 | 232. |        |
| 45          | 65.2      | 1.03   | 1.25  | 43.  | 15.19  | 7.20  | 145. |        |
| 46          | 66.4      | 1.09   | 1.25  | 45.  | .00    | 1.00  | 1.   |        |
| 47          | 68.8      | 10.18  | 3.75  | 134. | .8.27  | 11.70 | 162. |        |
| 48          | 70.0      | 1.55   | 1.00  | 84.  | .00    | 1.00  | 1.   |        |
| 49          | 72.4      | 11.72  | 4.50  | 154. | 5.47   | 3.00  | 102. |        |
| 50          | 74.8      | 8.50   | 3.00  | 185. | 41.65  | 10.50 | 245  |        |
| 51          | 77.2      | 10.82  | 4.25  | 124. | 26.00  | 10.80 | 185. |        |
| 52          | 79.6      | 6.31   | 2.75  | 235. | 17.19  | 9.30  | 140. |        |
| 53          | 80.8      | 17.77  | 5.40  | 146. | .00    | 1.00  | 1.   |        |
| 54          | 82.0      | 2.00   | 1.25  | 205. | 5.57   | 4.50  | 105. |        |
| 55          | 83.2      | 2.51   | 1.75  | 205. | .00    | 1.00  | 1.   |        |
| 56          | 84.4      | 3.15   | 1.50  | 105. | 116.52 | 22.00 | 24.  |        |
| 57          | 86.2      | 4.45   | 1.50  | 96.  | .00    | 1.00  | 1.   |        |
| 58          | 87.2      | 14.42  | 7.25  | 116. | .00    | 1.00  | 1.   |        |
| 59          | 88.2      | 3.73   | 1.25  | 36.  | 9.59   | 6.70  | 45.  |        |
| 60          | 89.2      | 2.38   | 1.50  | 26.  | .77    | 1.30  | 4.   |        |

\* A : Watershed Area (km<sup>2</sup>)

\* L : Channel Length(km)

\* H : Difference of Height in Watershed(m)

### 1. 模型의 補正

模型의 補正에 使用된 區間은 公州水位標地點에서 群山內港의 檢潮所까지의 89.2km이며 河川 縱橫斷에 따라 公州水位標地點을 上流側 境界로 하여 斷面 No. 1로, 群山內港 檢潮所를 下流側 境界로 하여 No. 60으로 하였으며 各 區間의 距離는 0.8km~2.5km로 하였다. 各 地點別 距離는 Table-1과 같다.

#### 가. 境界條件 및 其他條件

適用期間은 1985年 8月 17日 9時부터 1985年 8月 19日 15時까지의 54時間으로 公州地點의 水位資料를 上流側 境界條件으로, 群山內港의 潮位資料를 下流側 境界條件으로 使用하였으며 平均海面基準 水位 記錄은 各기 Fig. 3, 4와

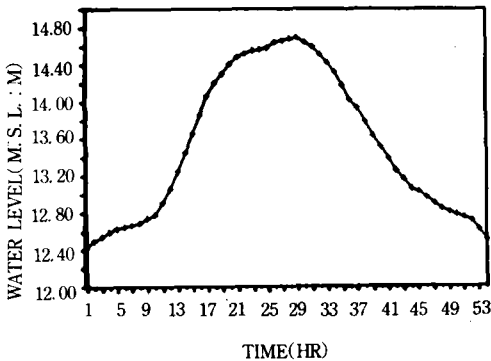


Fig. 3. Water level (M. S. L.) at GONGJU ('85. 8. 17. 9 : 00~8. 19. 15 : 00).

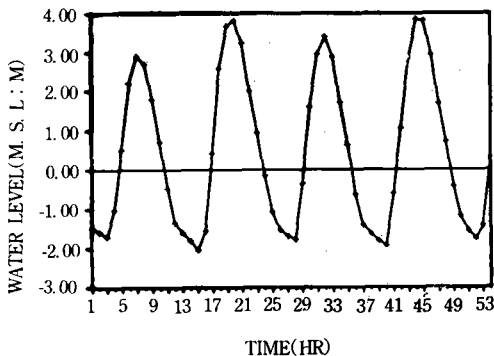


Fig. 4. Tidal level (M. S. L.) at GUNSAN ('85. 8. 17. 9 : 00~8. 19. 15 : 00).

같다.

또한 適用區間의 縱斷 및 橫斷資料는 1932年 農業振興公社에서 實測한 資料를 利用하였으며 橫斷面上의 水面幅의 變化에 따른 水位對水面幅을 8個의 節點으로 表示, 入力하였다.

初期水位는 推定值로 入力하였고 水位, 流量의 計算許容誤差는 적게할수록 計算時間이 增加하는 반면에 크게할수록 誤差가 커지기 때문에 각기 0.03m, 3m<sup>3</sup>/sec로 하였으며 計算時間單位는 陰函數法이 時間間幅에 구애받지 않고 또 潮位, 水位, 降雨 等의 資料가 1時間單位이기 때문에 1時間 間隔으로 模型을 運轉하였다.

#### 나. 橫流入量의 算定

流域內의 論山川, 錦江川, 維鳩川 等 流域面積이 큰 河川은 背水現象을 考慮할 수 있도록 樹枝形河川組織으로 處理하여야 하나 同河川들 에 대한 縱橫斷資料를 구할 수 없어서 各 支川 모두를 橫流入量으로 處理하였다. 流出特性이 各기 다른 118個의 小流域에 대하여 降雨資料 및 流域의 地形 特性만을 가지고 流出量을 算定할 수 있는 사또(佐藤)流出函數法을<sup>17)</sup> 利用하여 計算하여 橫流入量 資料로 利用하였다.

各 流域의 洪水到達時間  $t_b$ 를 Rziha公式으로 구하였으며 流出率은 農業振興公社에서 算定한 公州 地點의 流出率이 0.69인 바<sup>3)</sup> 118個의 流域이 比較적 低地帶인 平野地域이므로 0.6으로 하였다. 到達時間을 算定하기 위한 流路長 및 高低差, 그리고 流域面積은 Table-1과 같으며 時間別 降雨資料는 流域內 觀測所인 裡里, 扶餘, 群山, 大田 測候所資料를 Thiessen方法으로 區分, 0.095, 0.724, 0.069, 0.112의 面積化로 하여 流域內 平均 降雨量을 算出, 使用하였다.

#### 다. 補正結果

模型의 補正은 同 水系에서 同 期間동안의 水位資料 記錄이 있는 津頭, 窺岩, 江景地點의 水位資料 및 公州地點에서의 水位-流量 關係式을 利用하여 行하였다.

模型의 媒介變數인 粗度係數,  $n$ 의 값을 變化 시키며 運轉하여 津頭, 窺岩, 江景 地點의 水位 觀測值와 計算值를 比較함으로써 各 時間別 水位의 R. M. S. (Root Mean Square) 및 最高洪

水位의 差異를 檢討하였으며 1956~1980年間の 實測資料에서 얻어진 公州地點의 水位-流量曲線式<sup>1)</sup>

$$Q = 102.369 (h-9.902)^2 \dots\dots\dots(7)$$

이때 Q : 流量(m<sup>3</sup>/sec)  
h : 海水面基準 水位(m)

에서 구해진 水位別 流量과 計算值의 流量에 대한 R. M. S. 를 檢討하였다. 이때  $\theta$ 를 0.55로 하였고 Table-2와같은 粗度係數의 變化에 따른 觀測值과 計算值의 比較는 Table-3 및 Fig 5, 6, 7, 8에서와 같이 粗度係數가 增加할수록 水位가 上昇하는 傾向을 보이고 있고 CASE b, c, d 중 에서 CASE c의 경우가 비교적 R. M. S. 및 最高洪水位의 差異가 적었으나 公州地點의 水位-流量關係에 따른 誤差가 크게 나타나므로 CASE a의 값으로 調整하여 粗度係數를 決定하였다.

加重因子  $\theta$ 의 값에 따른 影響을 檢討하기 위해서 補正된 粗度係數는 同一하게 使用하고  $\theta$ 의 값을 變化시켜서 運轉하여  $\theta$ 가 0.55인 경우와 比較하였으며 그 結果는 Table-4 및 Fig. 9와 같이  $\theta$ 의 값이 커질수록 潮汐의 影響을 심하게 받는 江景地點의 경우 低水位에서는 별 差異가 없었으나 高水位에서는 현저히 水位가 減少하는 傾

**Table-2. Estimated roughness coefficients for each case(Manning's n).**

| STATION | CASE | ITEM | Manning's n |       |       |       |       |
|---------|------|------|-------------|-------|-------|-------|-------|
|         |      |      | 1~14        | 14~24 | 24~36 | 36~45 | 45~60 |
| JINDU   | a    | Q    | 800         | 800   | 1000  | 1000  | 10    |
|         |      | n    | 0.041       | 0.037 | 0.040 | 0.035 | 0.032 |
|         | b    | Q    | 1800        | 1800  | 2200  | 1800  | 5000  |
|         |      | n    | 0.035       | 0.032 | 0.033 | 0.031 | 0.030 |
|         | c    | Q    | 2500        | 2500  | 2800  | 7000  | 9000  |
|         |      | n    | 0.031       | 0.030 | 0.031 | 0.029 | 0.029 |
| d       |      |      | n = 0.030   |       |       |       |       |
| e       |      |      | n = 0.035   |       |       |       |       |
| f       |      |      | n = 0.040   |       |       |       |       |

Q : m<sup>3</sup>/sec

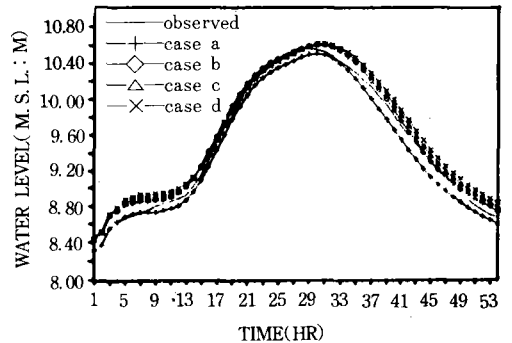
向을 보이고 있으며 그 외의 地點에서는 별 差異를 보이지 않았다. 또한  $\theta$ 가 0.51일 때는 水位의 變化가 적은 低水位에서 뚜렷한 擬似不安定을 보이고 있어  $\theta$ 의 값을 0.55로 하는 것이 妥當하다고 思料된다.

Table-3에서 보는 바와 같이 感潮區間인 江景地點의 R. M. S. 가 比較의 크게 나타나고 있는 것은 流域面積이 큰 支川을 橫流入量으로 處理하였고 流入量의 推定과 實際와의 差異때문인 것으로 생각되며 最高洪水位의 差異는 比較的

**Table-3. R. M. S. and difference of peak flood between observed and simulated water level and flowrate(85. 8. 17-8.19)**

| STATION    | ITEM     | UNIT                | CASE a | CASE b | CASE c | CASE d |
|------------|----------|---------------------|--------|--------|--------|--------|
| JINDU      | R. M. S. | m                   | 0.100  | 0.075  | 0.102  | 0.131  |
|            | D. P.    | 〃                   | -0.07  | 0.03   | 0.04   | 0.04   |
| GYUAM      | R. M. S. | 〃                   | 0.105  | 0.114  | 0.072  | 0.067  |
|            | D. P.    | 〃                   | 0.02   | -0.05  | -0.04  | -0.04  |
| GANGGYEUNG | R. M. S. | 〃                   | 0.258  | 0.234  | 0.255  | 0.282  |
|            | D. P.    | 〃                   | 0.07   | 0.13   | 0.05   | -0.05  |
| Average    | R. M. S. | 〃                   | 0.163  | 0.141  | 0.143  | 0.160  |
| GONGJU     | R. M. S. | m <sup>3</sup> /sec | 48     | 278    | 123    | 298    |

D. P. : Difference between observed and simulated peak flood level.  
R. M. S. : Root Mean Square



**Fig. 5. Comparison between observed and simulated water level for each case at JINDU(85. 8. 17. 9 : 00~8. 19. 15 : 00)**



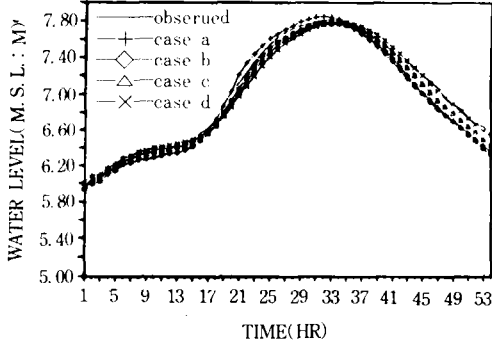


Fig. 6. Comparison between observed and simulated water level for each case at GYUAM('85. 8. 17. 9: 00~8. 19. 15: 00).

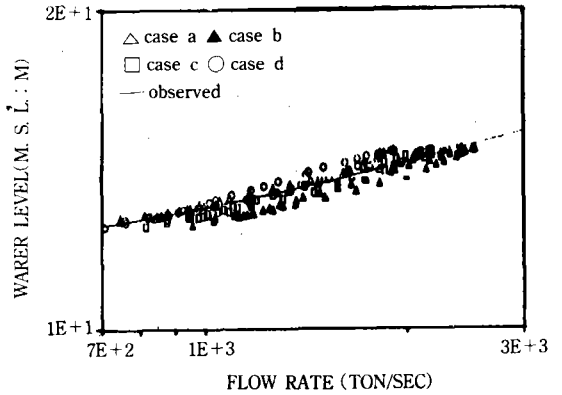


Fig. 8. Comparison between observed and simulated stage-discharge relationship for each case at GONGJU('85. 8. 17. 9: 00~8. 19. 15: 00).

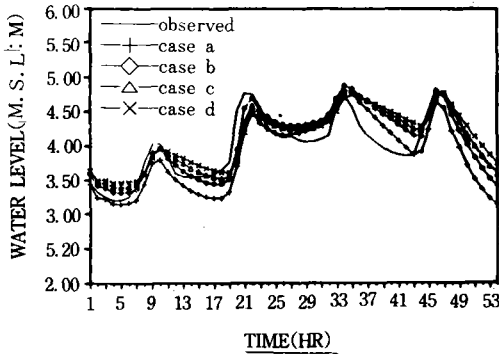


Fig. 7. Comparison between observed and simulated water level for each case at GANGGYEUNG ('85. 8. 9: 00~8. 19. 15: 00).

Table-4. R. M. S. and difference of peak flood between each case due to different weighted factor, theta.

Unit : m

| STATION     | ITEM   | $\theta=0.51$ | $\theta=0.6$ | $\theta=0.7$ | $\theta=0.8$ | $\theta=0.9$ | $\theta=1.0$ |
|-------------|--------|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| JINDU       | R.M.S. | 0.006         | 0.005        | 0.010        | 0.016        | 0.023        | 0.023        |
|             | D.P.   | 0.00          | 0.00         | -0.01        | -0.01        | -0.01        | -0.02        |
| GYUAM       | R.M.S. | 0.007         | 0.005        | 0.010        | 0.014        | 0.017        | 0.024        |
|             | D.P.   | 0.00          | -0.01        | -0.01        | -0.01        | -0.02        | -0.03        |
| GANGG-YEUNG | R.M.S. | 0.020         | 0.024        | 0.054        | 0.082        | 0.106        | 0.126        |
|             | D.P.   | 0.04          | -0.04        | -0.11        | -0.16        | -0.19        | -0.22        |

적기 때문에 洪水追跡에 適用性이 있는 것으로 思料되며 粗度係數의 값이 比較的 現實的이므로 補正할 수 있는 水位資料가 없는 未計測 流域에서도 適用될 수 있음을 보여주고 있다.

## 2. 模型의 檢證

### 가. 入力資料

補正된 模型의 檢證을 위하여 1985年 9月 19日 03時부터 1985年 9月 21日 12時까지 57時間 동안의 公州地點의 水位資料 및 群山內港의 潮位資料를 Fig. 10 및 11과 같이 境界條件으로 使用하여 模型을 運轉하였다.

橫流入量 算定을 위한 降雨資料는 1985年 9月

17日에서 9月 21日까지의 降雨記錄을 使用하였고 補正 結果 얻어진 Table-2의 CASE a의 粗度係數를 그대로 使用하였으며 其他條件도 補正시와 같이 하였다.

### 나. 檢證結果

補正時와 같이 津頭, 窺岩, 江景地點에서의 水位觀測值와 計算值를 比較하였으며 그 結果는 Fig. 12, 13, 14와 같이 각 地點에서의 最高洪水 水位의 時刻이 잘 一致되고 있으며 式(7)과 模型의 運轉에서 얻어진 水位-流量 關係는 Table-5 및 Fig. 15와 같이 R. M. S. 가 110m<sup>3</sup>/sec로 補正시 보다 커졌으나 이는 適用된 最大流量이 補正시

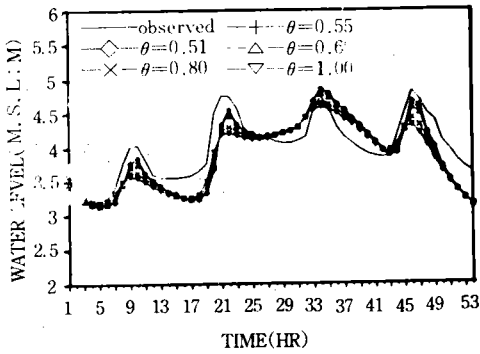


Fig. 9. Comparison between each case due to different weighted factor, theta at GANNGYEUNG('85. 8. 17. 9:00~8. 19. 15:00).

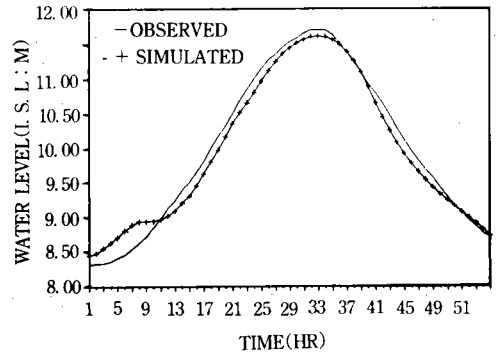


Fig. 12. Comparison between observed and simulated water level at JINDU('85. 9. 19. 3:00~9. 21. 12:00).

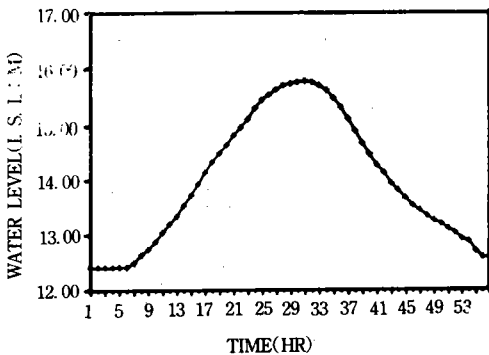


Fig. 10. Water level(M. S. L.) at GONGJU('85. 9. 19. 3:00~9. 21. 12:00).

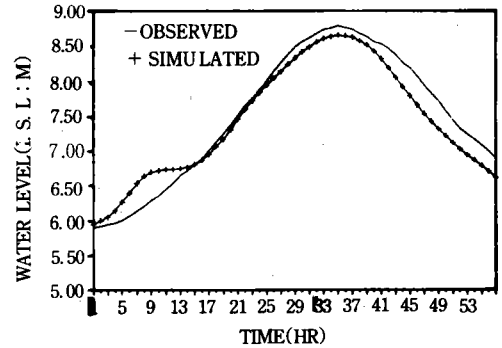


Fig. 13. Comparison between observed and simulated water level at GYUAM('85. 9. 19. 3:00~9. 21. 12:00).

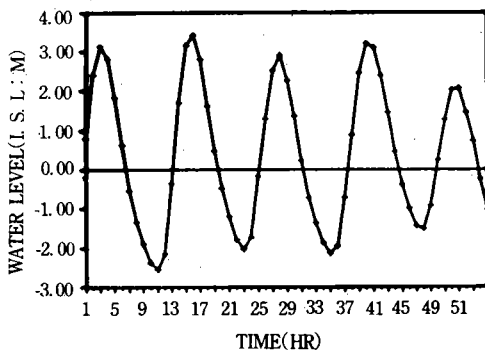


Fig. 11. Tidal level(M. S. L.) at GUNSAN('85. 9. 19. 3:00~9. 21. 12:00).

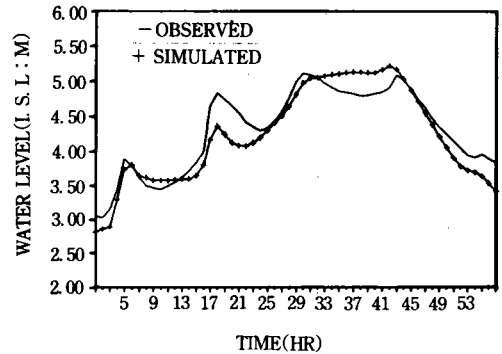


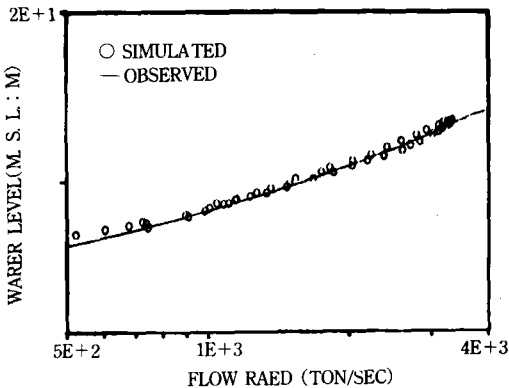
Fig. 14. Comparison between observed and simulated water level at GANNGYEUNG('85. 9. 19. 3:00~9. 21. 12:00).

보다 약 1.5배 커졌음을 감안할 때 잘 一致된다고 볼 수 있다.

Table-5에서 보는 바와 같이 R. M. S.가 0.16 m~0.24m의 값을 나타내고 있는 바 이는 初期條件의 推定에 따른 初期의 誤差가 있으며 橫流入量의 算定이 각 流域에서의 實際 流入形態와 다를 것이므로 이에따른 誤差가 있을 것이며 특히 流域面積이 각기 288km<sup>2</sup>, 257km<sup>2</sup> 및 635km<sup>2</sup>에 달하는 維鳩川, 錦江川, 論山川 等の 流入量 算定에 따른 誤差 및 同 河川에서의 流入을 越流

**Table-5. R. M. S. and difference of peak flood between observed and simulated water level and flowrate('85. 9. 19-9. 21)**

| STATION     | ITEM     | UNIT                | VALUE |
|-------------|----------|---------------------|-------|
| JINDU       | R. M. S. | m                   | 0.163 |
|             | D. P.    | 〃                   | 0.17  |
| GYUAM       | R. M. S. | 〃                   | 0.238 |
|             | D. P.    | 〃                   | 0.13  |
| GANGG-YEUNG | R. M. S. | 〃                   | 0.239 |
|             | D. P.    | 〃                   | 0.08  |
| Average     | R. M. S. | 〃                   | 0.213 |
| GONGJU      | R. M. S. | m <sup>3</sup> /sec | 110   |



**Fig. 15. Comparison between observed and simulated stage-discharge relationship at GONGJU('85. 9. 19. 3 : 00-9. 21. 12 : 00)**

形態로서 처리되는 橫流入量으로 看做하였기 때문에 背水現象에 의한 支川에서의 貯留效果가 감안되지 않아 생기는 誤差가 큰 것으로 생각 된다. 이러한 影響이 比較的 적게 미치는 最高 洪水位의 差異는 0.08m~0.13m로 比較的 良好한 結果를 나타내고 있어 本 模型이 錦江에서의 洪水追跡에 利用될 수 있을 것으로 判斷되며 支川에 대한 地形資料 및 流入量推定이 補完되어 適用될 때 더욱 正確한 結果를 얻을 수 있을 것으로 思料된다.

또한 模型의 運轉에서 얻어진 公州地點의 流入量을 上流側境界條件으로하여 運轉한 結果, 當初와 같은 結果를 얻을 수 있었으며 公州地點의 水位-流量關係가 實測値와 잘 一致되므로 上流側境界條件을 流入量으로 할 수 있음을 確認하였다.

#### IV. 模型의 適用

本 模型을 利用하여 錦江에서의 河口堰 設置에 따른 洪水位의 變化를 推定하였다.

##### 1. 適用對象

洪水에 對한 河口堰의 影響을 究明하기 위해 河口堰 設置前의 條件 및 河口堰 設置後의 排水閘門의 操作에 따른 條件에 따라 模型을 運轉하였다. 上流境界條件으로는 農業振興公社에서 算定한 50年頻度洪水量을<sup>3)</sup> Fig. 16과 같이 使用하였고 本 模型을 内部境界條件을 計算토록 構成하지 않았기 때문에 河口堰 設置後의 條件으로 嘸마(本間)의 排水閘門 流量式을 排水閘門 幅 600m로, 바닥高를 -5.0m로 하여 下流側 境界條件으로 하였다. 排水閘門 外水位로는 農業振興公社에서 算定한 群山內港의 大潮 및 小潮의 資料를<sup>3)</sup> Fig. 17과 같이 使用하였으며 河口堰 設置前의 條件으로는 同群山內港의 資料를 河口堰 位置의 下流側 境界條件으로 하여 模型을 運轉하였으며 橫流入量은 考慮하지 않았다.

이러한 入力資料로서 大潮(CASE A)와 小潮(CASE B)의 각 경우에 대하여 河口堰 設置前(CASE 1), 河口湖에서의 初期水位를 2m로 할때

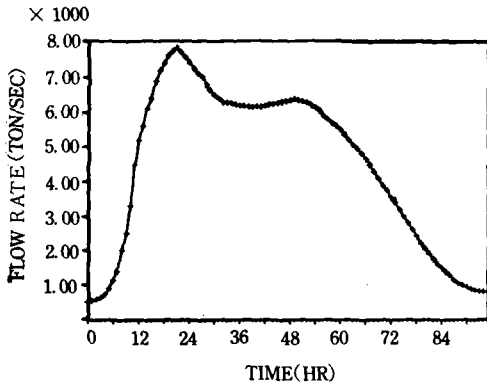


Fig. 16. Flow rate(ton/sec) at GONJU(Upstream condition).

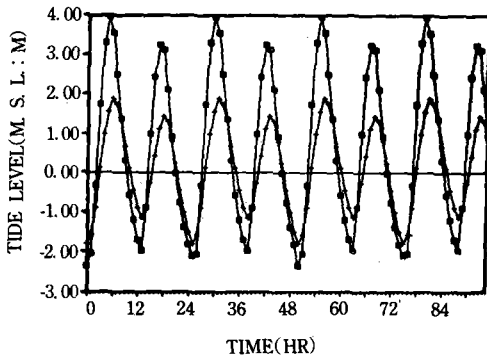


Fig. 17. Spring and neap tide level at GUNSAN (Downstream condition).

Table-6. Difference of peak flood level between CASE 1 and CASE 2, 3, 4

Unit : m

| STATION |         | No. 30 | No. 40 | No. 45 | No. 50 | No. 56 |
|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|
| CASE    |         |        |        |        |        |        |
| CASE    | CASE 2  | -0.01  | 0.04   | 0.13   | 0.18   | 0.10   |
|         | CASE 3  | -0.01  | 0.05   | 0.13   | 0.18   | 0.12   |
|         | CASE 4  | -0.01  | 0.07   | 0.19   | 0.28   | 0.27   |
| A       | Average | -0.01  | 0.05   | 0.15   | 0.21   | 0.16   |
| CASE    | CASE 2  | 0.00   | 0.01   | 0.05   | 0.23   | 0.25   |
|         | CASE 3  | 0.00   | 0.01   | 0.05   | 0.23   | 0.25   |
|         | CASE 4  | 0.00   | 0.01   | 0.05   | 0.23   | 0.24   |
| A       | Average | 0.00   | 0.01   | 0.05   | 0.23   | 0.24   |
| Average |         | 0.00   | 0.03   | 0.10   | 0.22   | 0.20   |

(CASE 2), 初期水位 2m에서 12時間 後부터 排水閘門을 操作할 때(CASE 3), 初期水位를 0m로 할 때(CASE 4)의 각 경우에 대하여 模型을 計算時間 1時間 單位로 運轉하여 각 水位를 比較하였다.

## 2. 適用結果

河口堰으로부터 上流側으로 각기 42km, 26.4 km, 19.2km, 9.6km 및 河口堰 位置인 No. 30, No. 40, No. 45, No. 50, No. 56地點의 水位計算值를 大潮, 小潮의 각 경우에 대해 河口堰 設置前과 河口堰 設置後의 경우를 Table-6과 같이 比較하였다. No. 40 地點以上の 上流에서는 河口堰 設置에 따른 影響이 거의 없었으며 No. 40 地點以下에서는 排水閘門 操作에 따라 洪水初期에서의 水位變化가 나타나고 있는 바 排水閘門 操作에 따라 河口堰 設置前보다 洪水持續, 時間을 減少시킬 수 있음을 보여주고 있다.

각 地點에서의 河口堰 設置前의 경우를 基準으로 한 最高洪水位의 變化는 Table-6과 같으며 河口堰 上流 26.4km地點인 No. 40以上の 上流에서는 最高洪水位의 變化가 극히 微微하였으며 河口堰에서 河口堰上流 9.6km地點인 No. 50까지의 區間에서는 약 0.20m의 水位上昇을 보여주고 있으나 河口堰의 位置가 河口로부터 약 10 km上流에 位置하므로 河口堰 設置前의 實際 潮位는 洪水의 流下量의 影響을 받아 上昇될 것이므로 이러한 影響을 勘案하지 않은 同 適用 結果보다 河口堰 上流部의 水位가 上昇할 것이며 또한 江景 以下の 下流部의 低地帶 流域에서의 低水效果를 考慮하지 않았기 때문에 最高洪水位가 實際보다 크게 나타나는 것으로 思料되므로 實際 洪水位의 差異는 극히 적을 것으로 判斷된다. 또한 Fig. 16에서와 같이 適用된 洪水量 曲線이 初期에 급격히 上昇하는 傾向을 보이고 있어 初期放流의 效果가 적게 나타나므로 洪水 初期에 급격히 上昇하지 않는 경우에는 水位上昇이 더욱 적게 나타날 것으로 判斷된다.

## V. 摘要 및 結論

河川에서의 洪水의 追跡은 河川의 效率의인 利用 및 效果의인 防災를 위하여 必須의이다. 특히 感潮區間에서의 河川構造物의 設置가 增加하고 있는 時點에서 背水現象을 表現할 수 있는 水理學的 洪水追跡模型은 物理的 模型으로는 經濟的, 時間的으로 不利한 경우에 많이 利用될 수 있다.

本 研究에서는 錦江에서의 같이 長期間의 洪水에 대하여 適用하는데 있어서 經濟的인 陰函數法중에서 4點加重差分法을 利用한 數值解析模型을 構成하였으며 同 模型을 錦江에 適用하여 公州에서 群山內港의 區間에 대하여 媒介變數補正 및 檢證을 行하여 適用可能性을 檢討하고 河口堰의 設置에 따른 洪水波에 대한 影響을 推定하였다.

그 結果는 다음과 같이 要約할 수 있다.

1. 1985年 8月 17日 9時부터 54時間의 洪水追跡結果 津頭, 窺岩, 江景水位標 地點에서의 水位觀測值와 計算值를 比較하여 媒介變數인 粗度係數를 調整하였으며 水位의 R. M. S.가 0.10, 0.11, 0.29m로, 最高洪水位의 差異가 0.07, 0.02, 0.07m로 나타났다. 補正된 粗度係數는 區間 및 流量에 따라 0.029~0.041의 값을 보여 現實的인 값을 나타내주고 있다.

2. 補正된 係數를 使用하여 1985年 9月 19日 3時부터 57時間동안의 洪水에 對하여 適用하여 觀測值와 比較한 結果 각기 R. M. S.가 0.16, 0.24, 0.24m로, 最高洪水位의 差異가 0.17, 0.13, 0.08m로 나타났으며 尖頭洪水位의 發生時刻이 잘 一致되고 公州地點의 水位-流量關係가 觀測值와 잘 附合되어 同 模型이 錦江에 適用될 수 있음을 보여주고 있다.

3. 同 模型을 尖頭洪水量 7,800m<sup>3</sup>/sec인 50年 頻度 洪水量에 對하여 大潮와 小潮때를 각기 河口堰 設置以前과 設置以後에 對하여 適用하여 比較한 結果 河口堰 上流 19.2km以上에서는 最高洪水位의 變化가 거의 없었으며 河口堰에서 上流 9.6km정도의 區間에서는 最高洪水位가 약 0.2m정도 높게 나타나고 있으나 模型에 適用된

流域에서의 貯水效果의 無視, 下流境界條件等の 假定을 勘案할 때 實際의 最高洪水位의 差異는 극히 적을것으로 判斷된다.

4. 排水閘門의 操作에 따라 洪水 初期 管理水位를 調整하여 洪水持續時間을 減少시킬 수 있으므로 排水閘門의 操作을 爲한 細密한 管理指針이 必要한 것으로 생각된다.

5. 流域面積이 큰 支川에 대한 資料의 不足으로 樹枝形河川組織으로 處理하지 못하고 橫流入으로만 處理하였고 下流流域의 低地帶에서의 貯留效果를 處理하지 못하였으며 江景水位標 以下の 水位標地點에서의 觀測資料가 不足한 狀態로 補正을 行하여 正確도가 떨어졌으므로 이를 補完하면 錦江에서의 洪水防災 및 水資源 利用에 效率的으로 利用될 수 있을 것이다.

## 參 考 文 獻

1. 建設部, 1981, 韓國水文調查年報
2. 建設部, 1985, 韓國水文調查年報
3. 農業振興公私, 1983, 錦江(I)地區 河口堰
4. 朴成宇, 權純國, 徐承德, 安秉基, 李淳赫, 崔禮煥, 1984, 應用水文學, 鄉文社, p. 173, p. 245
5. Abbott, M. B., and A. Verwey, 1970, Four point method of characteristics, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 96, HY 12, p. 2549-2564.
6. Amein, M., and C. S. Fang, 1970, Implicit flood routing in natural channels, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 96, HY12, p. 2481-2500
7. Cunge, J., F. Holly, and A. Verwey, 1981, Practical Aspects of Computational River Hydraulics, Pitman Advanced Publishing Program, London, p. 7-52
8. Fread, D. L., 1973, Technique for implicit dynamic routing in rivers with tributaries, Water Resources Res., Vol. 9, No. 4, p. 918-926
9. \_\_\_\_\_, and G. F. Smith, 1978, Calibration technique for 1-D unsteady flow models.,

- Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 104, HY7, p. 1027-1044
10. \_\_\_\_\_, 1985, Channel routing, Hydrological Forecasting, M. G. Anderson and T. P. Burt, eds., John Wiley and Sons Ltd., p. 437-503
  11. Henderson, F. M., 1966, Open Channel Flow, Macmillan Co., New York, p. 285-404
  12. Liggett, J. A., and J. A. Cunge, 1975, Numerical methods of solution of the unsteady flow equations, K. Mahmood and V. Yevjevich, eds., Vol. I, Water Resources Publications, Fort Collins, Colo., p. 183-258
  13. Miller, W. A., and J. A. Cunge, 1975, Simplified Equations of Unsteady Flow in Open Channels, K. Mahmood and V. Yevjevich, eds., Vol. I, Water Resources Publications, Fort Collins, Colo., p. 183-258
  14. Sridharan, K., and M. S. Mohan Dumar, 1981, Parametric study of flood wave propagation, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 107, HY9, p. 1061-1076
  15. Viessman, W. Jr., J. W. Knapp, G. L. Lewis, and T. L. Harbaugh, 1972, Introduction to Hydrology, Haper and Row, New York, p. 231-290
  16. 本間仁, 石原藤次郎, 1958, 應用水理學, 丸善, p. 154-156
  17. 佐藤勝夫, 1982, 洪水流出計算法, 山海堂, p. 143-168