

유동가시화와 화상처리기법

이 승 희*

Flow Visualization and Image Processing Techniques

by

S.H. Lee*

1. 서 론

어떤 물리적인 현상을 이해하기 위한 가장 좋은 방법은 직접 눈으로 관찰하는 것일 것이다. 그러나 유체는 대개 투명하기(transparent) 때문에 유동현상을 육안으로는 관찰하기 어려운 경우가 많다. 따라서 빛과 물질간의 상호작용을 적절하게 이용하여 유동현상을 가시화할 수 있는 기법이 요구되는데 이러한 기법들을 총칭하여 '유동 가시화 기법(flow visualization techniques)'이라고 부른다.

유동 가시화 기법에는 이물질(foreign material)을 투입하는 방법, 유체밀도의 불균일성에 의한 빛의 굴절률 변화를 이용하는 광학적인(optical)방법, 앞의 두 방법을 혼용한 방법, 얇은 판상의 빛을 유동장 내에 조사하여 이물질이나 유체분자에 의하여 산란되는 빛을 가시화하는 분산법(scattering), 빛의 세기 뿐만 아니라 위상까지 기록하는 holography 등의 고전적인 방법들과, 여러 방향에서의 이차원 화상(image)을 이용하여 새로운 화상을 구성하는 단층촬영법(tomography), 자장의 세기의 변화를 이용하는 gradient imaging, 적차원의 화상들을 조합하여 고차원의 화상을 구성하기 위한 화상합성법(image synthesis) 등 비교적 최근에 개발된 기법들이 포함된다. 또한 Navier-Stokes 방정식의 수치해를 가시화하는 것도 이 범주에 포함될 수 있을 것이다(Table 1 참조).

Pitot tube나 온도계등과 같이 압력이나 온도를 측정하기 위한 장치들은 probe를 유동장 내에 직접 투입하여야 하므로 유동장을 교란시키며, 한번에 한점만을 측정할 수 있기 때문에 유동장 전체를 측정하려면 막대한 시간과 경비가 소요된다. LDV(laser doppler

velocimetry)를 사용하면 유동장을 교란 시키지는 않으나 역시 한번에 한 점씩 만을 측정할 수 있을 뿐이다. 유동가시화 기법에서는 probe를 유동장 내에 직접 투입하지 않으므로 유동장을 교란시키지 않아 보다 정확한 정보를 제공하며 유동장 전체의 특성을 한꺼번에 측정할 수 있으므로 소요 시간과 경비를 절약할 수 있다.

유동가시화 기법은 일반적으로 유동장의 정상적인 특성만을 알려주기 때문에 주로 probe를 이용한 실험을 계획하거나 실험 결과를 해석하기 위한 하나의 보조 수단으로 이용되어 왔다. Interferogram을 광학적으로 처리하면 이차원 유동의 정량적인 정보를 얻을 수도 있으나[6], 과거의 유동가시화는 대개 유동을 정상적으로 관찰하거나 난류유동의 거시구조적 특성을 규명하기 위하여 사용되어 왔다[7].

수치적인 화상처리 기법이 유동가시화에 도입된 것은 비교적 최근의 일로써 인공위성이나 항공기에 의한 탐사사진을 해석하기 위하여 개발된 화상처리 기법[8,9,10]을 이용하여 유동가시화에 의하여 얻어진 화상으로 부터 전체의 유동장에 대한 정량적인 정보를 구하여 유동의 거시구조를 탐지하고 규명하기 위한 것이다. 유동가시화 분야에 수치 화상처리 기법이 뒤늦게 도입된 이유는 주로 유동장은 점성에 의한 확산(diffusion) 현상 때문에 지형(scene)이나 인체내부의 구조와 같이 명확한 경계를 가지지 않으며 화상 자체도 이들과 같은 scalar 화상이 아니라 vector화상이어서 처리기법이 더욱 복잡하여지기 때문으로 보인다.

어떤 가시화 방법으로 화상을 얻었던 간에 일단 화상이 얻어지면 수치화상 처리기법을 이용하기 위하여는 화상을 수치적으로 표현하여야 (digitize) 하는데 그 정보량이 막대하므로 이것을 수치적으로 처리하기 위

접수일자 : 1989년 9월 15일

* 정희원, 인하대학교 공대 선박해양공학과

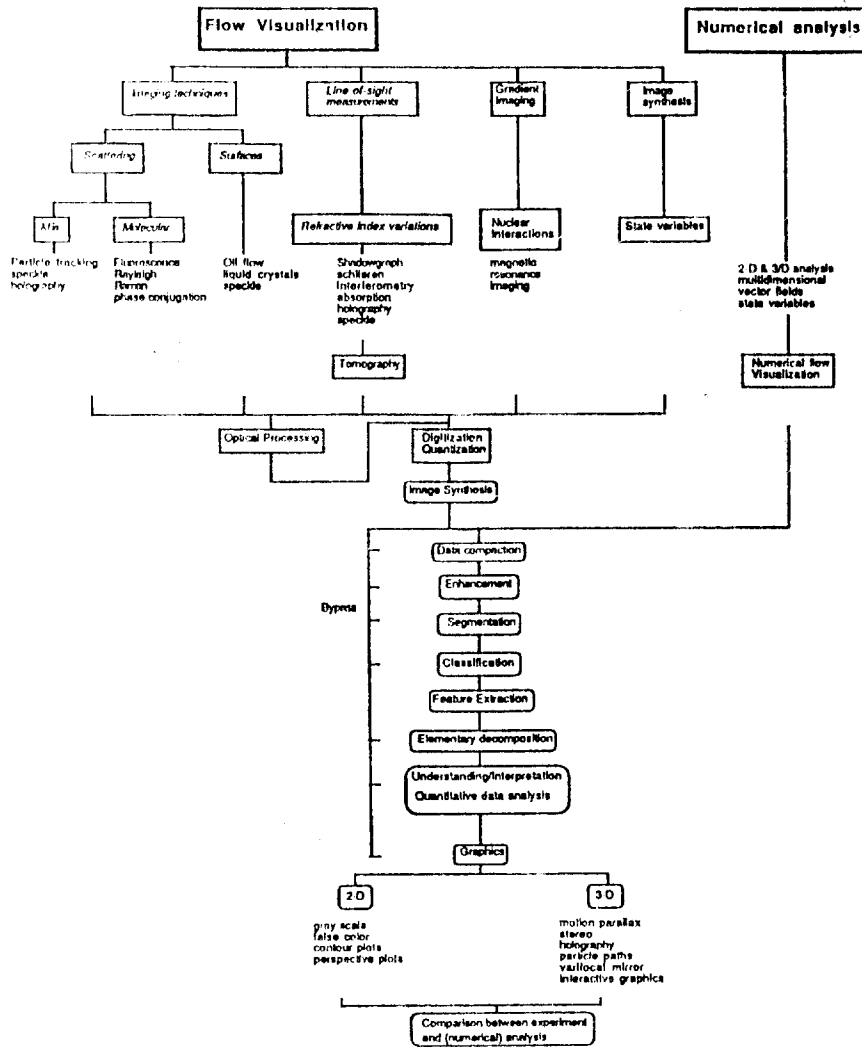


Table 1 Classification of digital image-processing and flow-visualization techniques

하여는 대형 고속전산기의 이용이 불가피하다. 국부적인 미세한 덩압의 변화 등 화상을 인식하는 기능은 인간의 시각능력이 훨씬 우수하므로 현 단계에서의 수치화상처리 기법은 단지 우리의 시각능력의 보조적 역할을 할 뿐이다. 더우기 수치 화상처리 기법에서는 화상을 화소(pixel) 별로 처리할 뿐이기 때문에 유동장의 전체적인 구조특성을 파악하기 위하여는 시각능력의 도움이 절대적으로 요구된다.

3차원 유동장의 경우, 극히 단순한 경우를 제외하고는 속도장이나 유선형상이 매우 복잡하기 때문에 입자의 궤적이나 속도장의 2차원 단면형상 등을 그대로 화

상화한 것을 육안으로 관찰하여 유동현상을 직접 이해하고 개념화하는 것은 매우 어렵다. 최근 고속의 광학적 자료취득장치와 3차원 Navier-Stokes 방정식의 해를 구할 수 있는 초고속 대형 전산기의 급격한 발달에 따라 다중차원의 복잡하고 방대한 실험 또는 수치계산 자료를 신속히 처리하여 인간이 인식하고 개념화할 수 있는 화상으로 제구성 하기 위한 수치화상처리 기법의 적극적인 개발과 이용이 절실히 요구되고 있다.

유동가시화 기법들에 대한 자세한 설명은 Merzkirch [1], Lauterborn & Vogel[2], Hesslink[3] 등에서, Van Dyke[4]와 National Committee for Fluid Me-



Arid salt lake in East Africa (Afar). (Copyright G. Gerster, Zumikon-Zürich, Switzerland.) Visualization by Sun (Bénard cells)

chanics Films[5] 등에서는 유동가시화 기법에 의한 훌륭한 사진들을 찾아 볼 수 있으며 수치 화상처리 기법들에 대하여는 Castleman[8], Andrew & Hunt[9], 그리고 Pratt[10] 등에 상세히 설명되어 있는데 본고에서 이들의 내용은 출전을 적시하지 않고 자주 인용된다.

2. 유동 가시화(Flow Visualization)

2.1. 고전적 유동가시화 기법

(Line-of-Sight Measurements)

고전적인 유동가시화 기법들은 대략 세가지로 분류할 수 있는데 첫째로 유동장내에 이물질(foreign material)을 투입하여 가시화하는 방법을 들 수 있다. 염료(dye), 연기(smoke), 증기(vapor), 또는 tuft 등

을 이용하여 유동방향을 가시화하는 방법, 전기분해시 발생하는 수소기포(hydrogen bubble)을 이용하는 방법, 그리고 PH농도나 빛의 밝기에 따라 변색되는 염

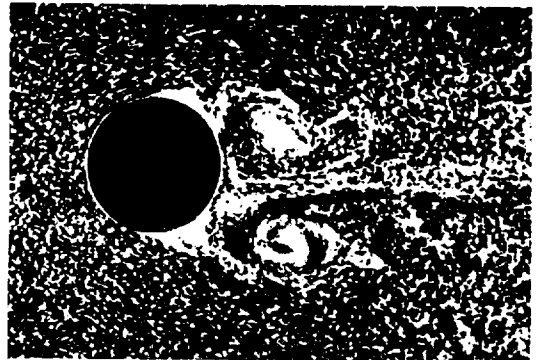


Fig. 1 The wake of a cylinder visualized by surface powder

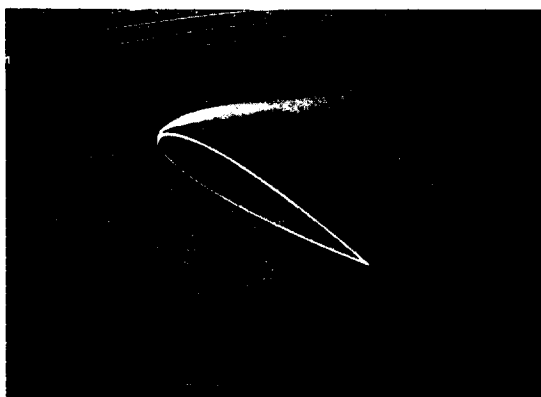


Fig. 2 Smoke airfoil at large angle of attack with flow separation

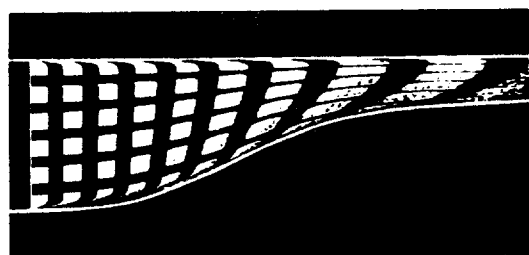


Fig. 3 Combined-time-streak markers in converging channel (hydrogen bubbles)

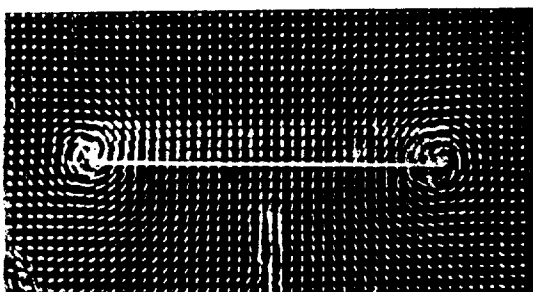


Fig. 4 Trailing Vortex behind the wing (dim white region), wool tuft [5]

료를 이용하는 방법 등이 여기에 포함된다. 이 방법의 장점은 다른 방법들에 비하여 상대적으로 간편하다는 점이다. 그러나 유동장에 투입된 이물질의 크기가 충분히 작으면 그 운동은 유동과 일치할 것이라는 가정을 기초로 하고 있으므로 비정상 유동(unsteady flow)의 경우에는 적합하지 않으며, 압축성 유동(compressible flow)의 경우에도 이물질과 유체의 열역학적 특성이 다르기 때문에 이 방법들을 사용할 수 없는 경우가 많다.

두 번째로는 압축성 유동 계측에 사용할 수 있는 광

학적인 방법(optical techniques) 들을 꼽을 수 있다. 즉, 유동장의 압력, 밀도, 또는 온도 등의 분포가 균일하지 않으면 유동장을 투과하는 빛의 굴절률(index of refraction) 역시 공간상의 위치에 따라 차이가 나게 되는데 이 현상을 그대로 육안이나 사진으로 관찰하거나(shadowgraphy), 광학 lens의 초점면에서 knife edge를 이용하여 적절한 광학적인 처리를 하거나(schlieren photography) 또는 미리 설정된 기준파와의 간섭현상을 이용(interferometry)하기도 한다. 이 방법들에서는 첫번째 방법들에서와는 달리 유동장을 전혀 교란하지 않는 반면에 밀도분포가 빛의 진행방향을 따라 적분된 형태로 계측되기 때문에 하나의 화상으로

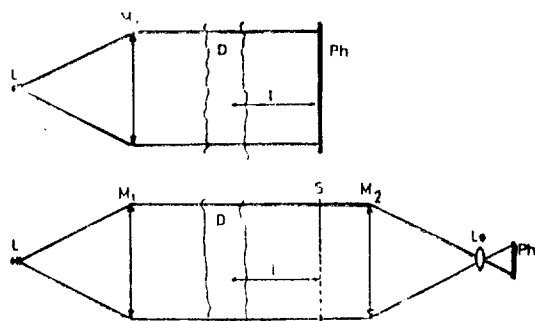


Fig. 5 Schematic arrangement of two shadowgraph systems[1]; L=light source, M₁, M₂=spherical mirrors or lenses, D=optical disturbance, Le=Camera, Ph=photographic plane, S=screen

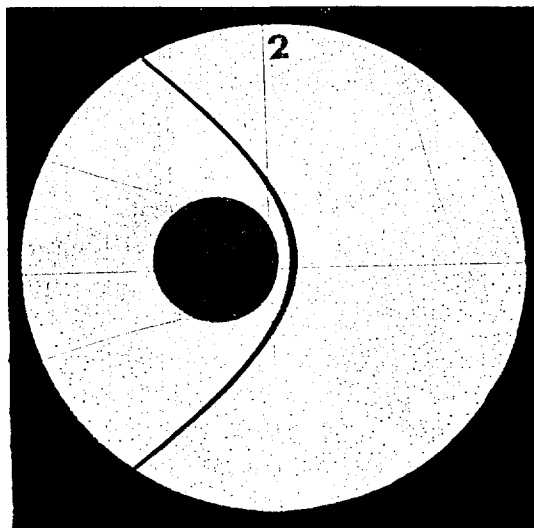


Fig. 6 Shadow graph of a sphere (M=1.7) [1]



Fig. 7 Vortex generation at the edges of a block after a shock wave from the left hits the block(Mach-Zehnder interferogram by H.U. Hassenpflug, Aerodynamisches Institut, Aachen)

는 유동의 공간적인 구조를 파악할 수 없다(tomography 참조)

세번째로는 앞의 두 방법을 혼합한 방법들로서 유동장내의 밀도분포가 매우 낮은 저밀도(rarefied) 유동을 측정할 때 이용된다. 이 때 투입되는 이물질은 열(heat)이나 전기방전(electric discharge)의 형태를 가지며 유동은 광학적인 방법으로 측정된다.

Holography는 유동을 통과한 광파(light wave)를 기록하고 재구성하는 방법이다. 이 방법에서는 다른 방법에서와는 달리 표적파(object wave)인 광파의 진폭 뿐만이 아니라 위상도 기록하므로 기준파(reference wave)를 이용하여 화상을 재구성 할 수 있다. 주어진 표적파의 모든 정보가 기록되므로 서로 다른 순간에 기록된 광파를 재구성시 서로 비교하거나(double-exposure interferometr) 어떤 한 순간에 기록된 광파를 이용하여 그 때의 유동현상과 현재의 유동현상을 연속적으로 비교할 수 있다(real-time interferometry). 이때 사용되는 광원은 ruby 등과 같은 pulsed-laser이며 재구성시에는 동일한 파장을 갖는 He-Ne등의 연속적인 laser를 사용한다. Holography에 대한 상세한 내용은 Ostrovsky et al.[13], pulsed-laser에 대한 설명은 Koechner[14] 등에서 찾아 볼 수 있다.

2.2. 분산법(Scattering)

분산법은 유체분자나 종자(seed particle)가 빛을 분산시키는 현상을 이용하는 방법으로 PIV(particle imaging velocimetry), LSV(laser speckle velocimetry) 그리고 LIF(laser induced fluorescense) 등이 이 범주

에 해당된다. 이들 중에서 LIF는 제트 엔진이나 내연기관 등의 연소실험에 적합한 방법이므로 아직은 주로 일점계측(point measurment)에만 이용되므로 여기에서는 상세한 언급을 피한다. LSV와 PIV는 모두 Laser 광을 원주형(cylindrical)의 lens에 투과시켜 얻은 얇은 판상의 빛(laser sheet)을 유동장의 필요한 위치에 조사하여 분산된 빛을 사진 film이나 photo detector를 이용하여 화상화하는 방법이다. 보통의 경우 유체입자는 빛을 분산시키는 능력이 매우 약하므로 유동장내에 종자를 투입하게 되는데 이 경우 빛의 분산효과는 종자의 크기에 따라 약 10**24배까지 증가한다[11]. 그러나 굴절에 의한 Gaussian beam이 같은 방향으로 전파되기 때문에 laser광의 크기와 세기가 위치에 따라 변하여 종자를 매우 균일하게 분포시킨 경우에도 분산된 빛의 세기는 위치에 따라 다르게 된다.

화상의 해상도는 화상취득을 위한 광학장치에 달려 있다. 화상으로 부터 구별할 수 있는 최소면적을 해상면적(resolution cell)이라고 하면 투입된 종자의 크기

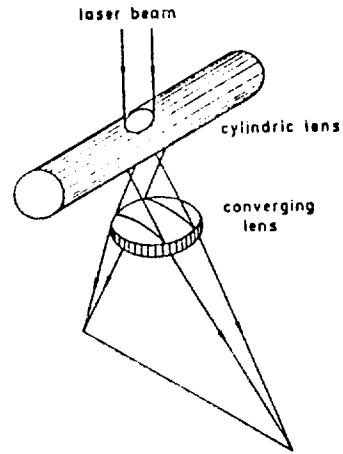


Fig. 8 Generation of laser sheet[1]

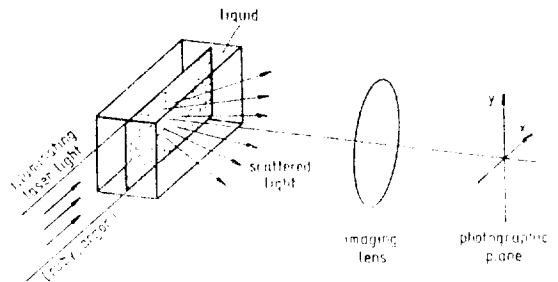


Fig. 9 Experimental setup for scattering[2]

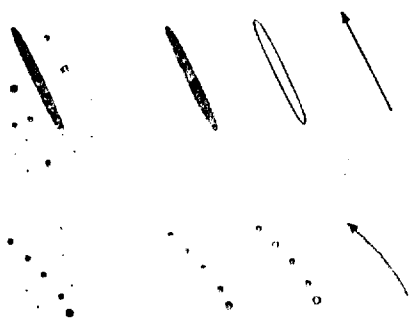
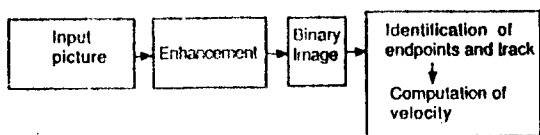


Fig. 10 Two examples of particle tracking[3]

는 반드시 조사된 laser sheet의 두께보다는 작아야 하지만 해상면적 보다는 큰 속도(PIV) 작은 속도(LSV) 있다. LSV에서는 작은 크기의 종자를 조밀하게 분포시키기 때문에 임의의 점에서의 속도 vector를 구할 수 있으나 PIV에서는 큰 종자 들을 상대적으로 저밀도로 분포시켰기 때문에 빛이 조사된 종자의 위치에서의 속도 vector만을 계측할 수 있다. 수치적인 처리를 위하여는 일반적으로 등간격의 격자(grid)에서의 속도 분포를 필요로 하기 때문에 높은 정도를 필요로 하는 계측에는 어려움이 따르는 경우가 있다. laser를 단속식으로 여러번 조사하면 해상면적당 여러개의 종자가 들어있는 LSV의 경우 사진 film에 기록된 화상은 반문형상(speckle pattern)을 나타내게 되는데 그 특성은 수학적으로 잘 정의되어 있다[12]. PIV의 경우에는 해상면적당 하나 이하의 종자 만이 들어 있으므로 다중 노출 화상으로 부터 속도 vector를 구하는 것은 종자를 서로 구별할 수만 있다면 큰 어려움이 따르지 않는다.

2.3. 단층 촬영법(Tomography)

단층촬영법은 여러 각도에서의 line-of-sight 계측(projection)으로 부터 화상을 재구성하는 방법을 말한다. 이 방법은 이미 의학이나 우주, 해양분야에서 널리 사용되어 왔으나 유체역학 분야에서는 고전적인 광학적 방법들을 이용하여 밀도 등 물리적 변수들의 3차원 분포를 계측할 수 있다는 장점에도 불구하고 극히 최근에 이르러서야 도입되었다. Fig. 11에서 보듯이 화상을 재구성하기 위하여는 projection (R.)로 부터 특정한 수 $n(x,y)$ 를 역으로 구하여야 하며 엄밀해

는 이론적으로 무한히 많은 projection을 필요로 한다. 이때 가장 많이 사용되는 방법은 'filtered backprojection'이며 Herman[15]에 다른 역변환법들도 포함되어 자세히 설명되어 있다. 이 방법이 난류유동 계측 등의 유체역학 분야에 성공적으로 응용된 사례들은 Hesslink[3]등에서 찾아 볼 수 있다.

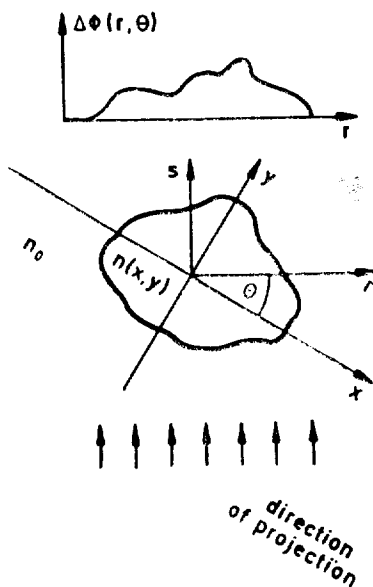


Fig. 11 Diagram of a projection as used in tomography[2]

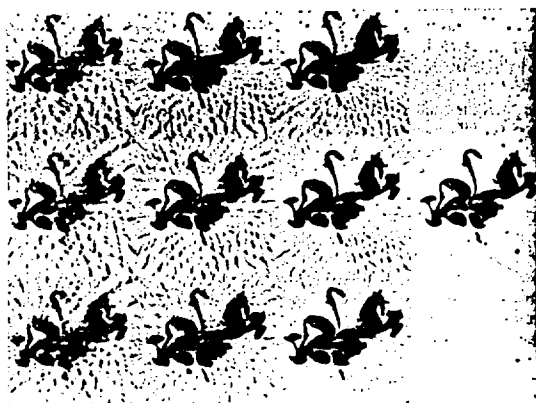


Fig. 12 Effect of number of projectives on quality of the reconstructed image. The three rows show reconstructions for noise levels of 5, 2 and 5% (with median filtering), respectively; the columns represent reconstructions with 20, 30 and 40 viewing angles

3. 수치 화상처리(Digital Image Processing)

여러가지 수치화상처리 기법을 설명하기 위하여 자료들은 이미 수치화 되어 규칙적인 형태로 정리되어 있다고 상정한다. 자료들의 출처는 실험일 수도 수치 해석일 수도 있다. 예를 들면 수치해석 결과를 이용하여 유동가시화 결과를 simulate하는 것은 실험과 수치 해석을 비교하기 위한 강력한 수단이 될 수 있을 것이다. 수치 화상처리 기법은 원칙적으로 화상을 수치적으로 처리하기 위한 방법이지만 그 결과를 수치로 나열하는 것 보다는 인간의 시각능력이 가장 잘 발휘될 수 있는 화상으로 표현하여 주어야 한다. 화상합성(image synthesis), 예를 들면 한점 한점 계측한 자료들을 2차원 화상으로 구성하는 방법이 유동장의 압력, 온도, 속도장을 표현하기 위하여 사용되고 있는 것도 그러한 맥락에서 이해되어야 한다. 수치화상처리의 일반적인 구성은 Table 2와 같으나 구체적인 순서와 방법은 경우에 따라 변경될 수 있다.

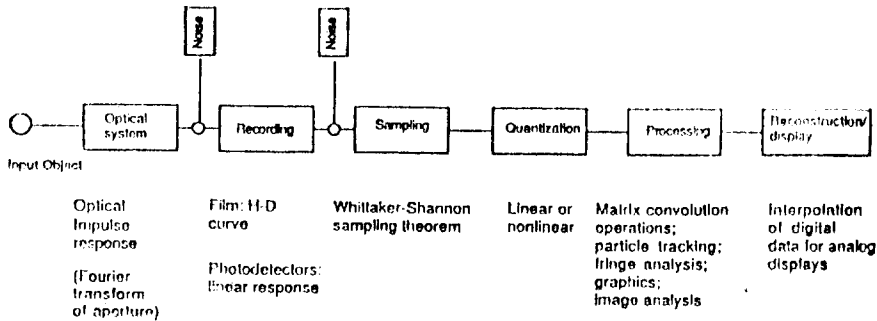


Table 2 Block diagram of linear image-processing steps

3.1. 자료 압축(data compaction)

수치 화상처리를 위한 정보량은 방대하다. 예를 들면 100 linepairs/mm의 정도를 갖는 20*25cm 규격의 보통 흑백사진 한장이 갖는 정보는 명암도(gray level)를 256 단계로 하여 수치화 하면 약 40억 bit, 즉, 약 20만 page에 상당하는 방대한 정보량이 된다. 따라서 처리속도를 증가시키고 기억용량을 감소 시키기 위하여 자료압축 기법은 수치화상처리에 항상 수반되는 기법이다. 가장 단순한 기법으로는 2원화 기법(binanzation)이 있는데 여기에서는 edge detection이나 thresholding 등의 방법으로 명암도를 흑과 백 두 단계로 단순화한다. 이때 화상은 대개 noise로 오염되어 있으므로 기준이 되는 명암도(threshold value)를 어떻게

선택하는가가 매우 중요한데 보통 화상의 명암도를 histogram으로 표현하고 이로부터 극부적이거나 전체적인 기준값을 선택하는 방법이 사용된다. 다른 방법으로는 화상을 Fourier 변환 등을 이용하여 eigenimage의 조합으로 표현하고 가장 큰 eigenvalue를 갖는 eigenimage만을 사용하기도 한다.

3.2. 화질 개선을 위한 기법

(image enhancement techniques)

화질을 개선하기 위한 기법들로는 contrast stretching, histogram modification, noise cleaning, filtering, edge crispning, image restoration, false-color representation 등이 있다. Noise를 제거하는 것은 특히 edge detection에 필수적이다. 화상이 강한 noise로 오염되어 있으면 2원화기법을 성공적으로 적용 하기가 어려우며 이때 low-pass filtering은 경계(edge)를 분명하게 만드는 경향이 있다. 결론적으로 noise를 제거하거나 불확실하거나 훼손된 화상을 선명하게 하거나, 또는 인위적으로 색깔을 부여하여 시각효과를 높이거나 하는 등의 화질을 개선하기 위한 모든 방법들은 일

반적으로 적용될 수는 있지만 그 결과가 항상 성공적이지는 못하다. 따라서 이 방법을 성공적으로 적용하기 위하여는 경험과 반복적인 시행착오에 의존할 수밖에 없다.

3.3. 화상 분할 및 분류(image segmentation & classification)

화상분할은 화상을 형상, 형질, 절대값, 또는 통계학적 특성 등의 성질이 비슷한 화소들로 이루어진 영역들로 분할하는 방법으로 이미 형상, 형질, 경계면, 확장역, 구배 등에 근거한 기법들이 탐사사진 관독 등에 이용되고 있다. 그러나 유동가시화 분야에서는 일반적으로 유동의 형질에 큰 변화가 없고 경계는 불확실하며 구배는 계산하기가 까다롭기 때문에 널리 이용

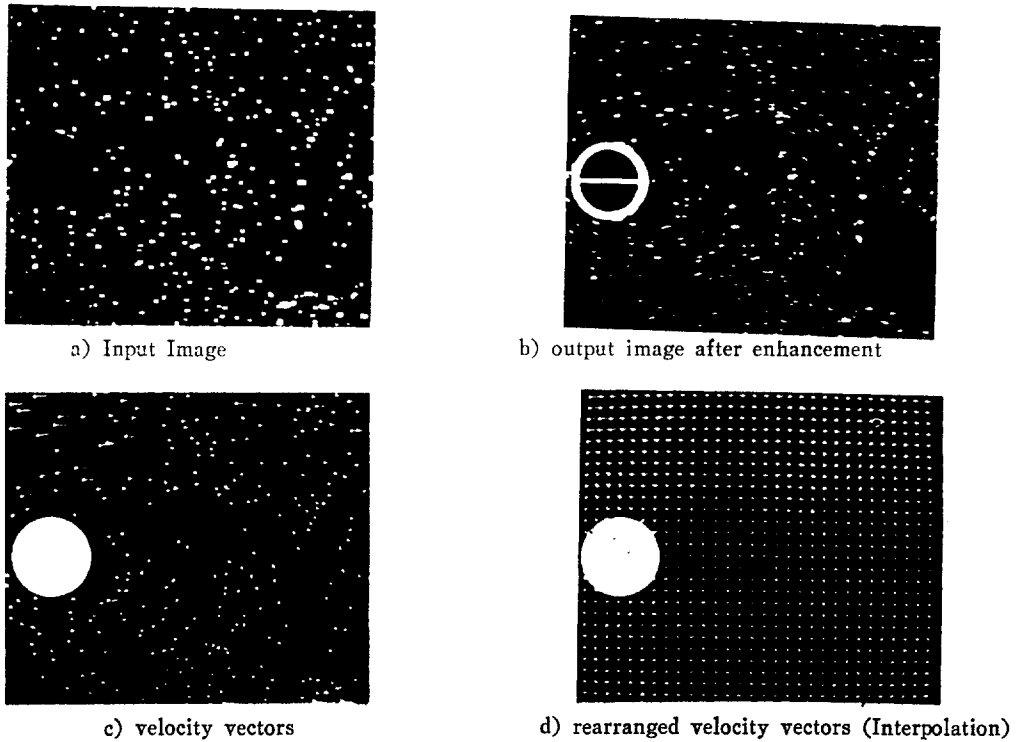


Fig. 13 Example of digital Image Processing

되지 못하고 있다. 일단 화상이 비슷한 성질을 갖는 영역들로 분할되면 이 영역들을 특성에 따라 분류할 (classify) 필요가 있다. 따라서 궁극적으로는 화상을 묘사하는 즉, 유체역학적 관점에서 보면 vortice critical point 등을 발견하는데 이르게 된다.

3.4. 화상 분해 (image decomposition)

화상분해는 2차원 화상의 pattern 인식에 유용한 기법임이 이미 증명된 바 있다[16]. 즉, 화상을 비슷한 성질을 갖는 영역들로 분할(segmentation)하고, 이 영역들을 특성에 따라 분류(classification)하면 이로부터 화상이 나타내고 있는 특정한 대상물체들을 확인 (identification)할 수 있으므로 복잡한 화상을 대상물체와 그들 사이의 관계로 간략하게 표현(decomposition)할 수 있게 된다. 따라서 복잡한 자료를 손쉽게 처리하고 서로 비교할 수 있으며, 이 때 다루고 있는 자료에 대한 사전지식, 즉 유동장은 Navier-Stokes 방정식의 해라는 등의 정보가 큰 도움이 된다.

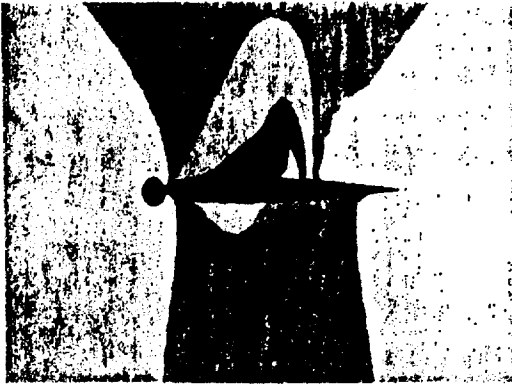
3.5. 3차원 도법(three-dimensional graphics)

유동가시화는 graphic에 크게 의존하고 있다. 화상 처리된 2차원 화상 자료는 contour map, shading, false-color representation 등의 방법으로 쉽게 표현할

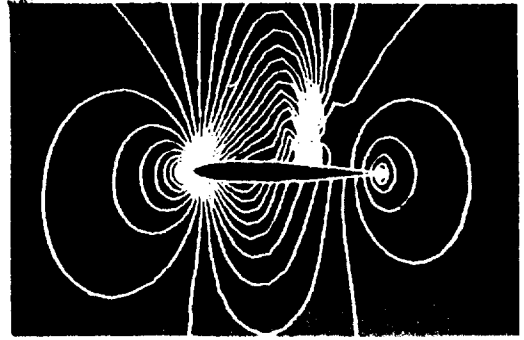
수 있으나, 3차원 자료를 2차원 평면에 표현하는 것은 용이하지가 않으므로 다음과 같은 기법들이 이용되고 있다. 즉, 원근법(perspective projection), 먼곳의 물체를 더욱 길게 표현하는 intensity 또는 color depth-encoding, 약간의 차이가 나는 두 화상을 이용하여 입체감을 느끼게 하는 stereopsis, 서로 다른 시점에서 구성한 여러 화상을 빠르게 보여주는 동화법, 불투명체를 표현하는 hidden surface removal, 또는 불투명한 물체표면을 제거하여 내부를 보여주는 surface peeling, 그림자를 묘사하여 입체감을 주는 surface shading, 3차원 영상을 표현하는 holograph 등의 기법들이 3차원을 표출하기 위하여 흔히 사용되고 있다.

4. 결 언

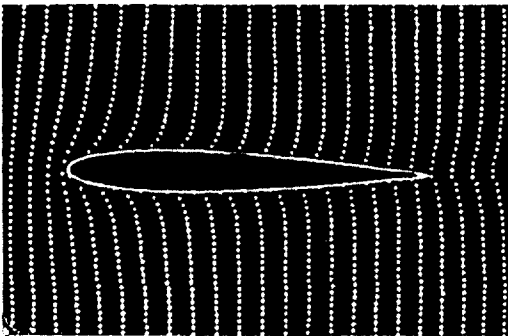
본고에서는 유동가시화와 수치 화상처리 기법에 대하여 간략하게 살펴 보았다. 최근 고속전산기의 발달과 수치 화상처리 기법의 발전에 따라 고전적인 유동가시화 기법의 유용성이 더욱 증대되고 있다. 또한 PIV나 LSV 등은 gradient imaging, 단층촬영법 등과 더불어 유동장의 내부를 가시화할 수 있는 강력한 수



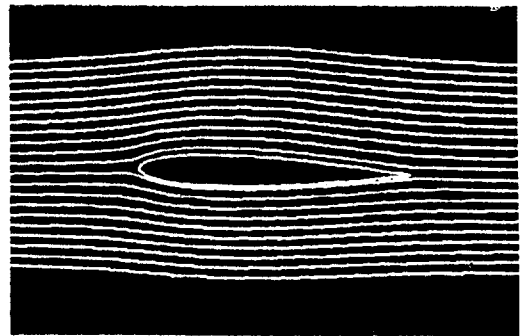
a) Pressure contours



b) Mach contours (Shading)



c) time line



d) Particle path line

Fig. 14 2-Dimensional Graphics of Numerical Solutions of Euler eqn.

($M=0.8$, $\alpha=2^\circ$, NA(A0012) [17])

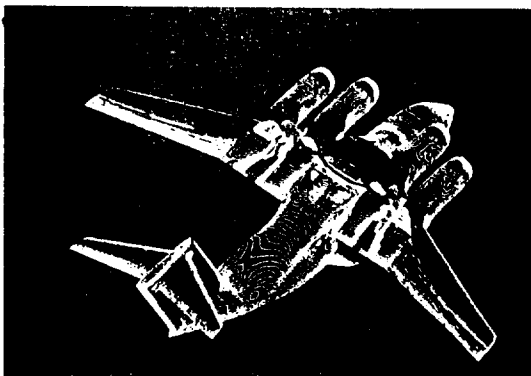


Fig. 15 3-Dimensional Graphics, STOL ASKA [18] Original in Color

단으로 보이며 따라서 3차원 유동장을 가시화할 때 요긴하게 사용될 수 있을 것이다.

수치화상처리기법은 실험과 수치해석 결과를 해석하

고 비교하는데 유용하게 사용될 수 있다. 아직은 인간의 시각능력의 보조적인 수단에 불과한 실정이나 현재와 같은 추세로 고속전산기와 자료취득장치 및 수치해석법의 발달이 계속된다면 가까운 장래에 매우 복잡한 3차원 유동현상 일 지라도 전자동화된 방법으로 해석하고 이해할 수 있게 될 것이다. 현 수준에서도 Personal computer를 이용하여 유동장의 이차원 단면에 대한 속도 vector장 등의 정량적인 정보를 얻는 것은 그리 어려운 일이 아닐 것이다.

현재 선박, 해양분야에서는 전반적으로 실험과 그 방법들에 대한 연구가 이론이나 수치해석 분야에 비하여 상대적으로 충실하지 못한 실정으로 보인다. 이론과 실험 그리고 수치해석분야가 공히 발전되어 서로 비교 검증, 개선되어야만 진정한 학문의 발전이 이루어진다고 볼 때에 실험분야에 대한 보다 큰 관심이 결실히 요구되며 이러한 관점에서 유동가시화와 수치 화상처리 기법의 적극적인 도입이 시급하다 할 것이다.

References

- [1] Merzkiirch, W., "Flow Visualization", Academic Press, New York, 1974.
- [2] Lauterborn W. & Vogel, A., "Modern Optical Techniques in Fluid Mechanics", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 16, 1984.
- [3] Hesslink, L., "Digital Image Processing in Flow Visualization", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 20, 1988.
- [4] Van Dyke, M., "An Album of Fluid Motion", The Parabolic Press, Stanford, 1982.
- [5] National Committee for Fluid Mechanics Films, "Illustrated Experiments in Fluid Mechanics", MIT Press, 1972.
- [6] Uberoi, M.S., Kovaszny, L.S.G., "Analysis of Turbulent Density Fluctuations by the Shadow Method", *J. Appl. Phys.*, Vol. 26, 1955.
- [7] Brown, G.L., Roshko, A., "On Density Effect and Large Structure in Turbulent Mixing Layers", *J. Fluid Mech.* Vol. 64, 1974.
- [8] Castleman, K.R., "Digital Image Processing", Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1979.
- [9] Andrew, H.C., Hunt, B.R., "Image Restoration", New York, Academic, 1978.
- [10] Pratt, W.K., "Digital Image Processing", New York, Wiley-Interscience, 1978.
- [11] Goulard, R., "Optical Measurements of Thermodynamic Properties in Flow Fields", AGARD-CP-193, Pap. 13, 1976.
- [12] Goodman, J.W., "Statistical Optics", New York, Wiley-Interscience, 1985.
- [13] Ostrovsky, Y.I., Butusov, M.M., Ostrovskaya, G.V., "Interferometry by Holography", Berlin/Heidelberg/New York, Springer, 1980.
- [14] Koechner, W., "Solid State Laser Engineering", Berlin/Heidelberg/New York, Springer, 1976.
- [15] Herman, G.T., ed., "Image Reconstruction from Projections, The Fundamentals of Computerized Tomopology", New York, Academic, 1980.
- [16] Young, T.Y., Fu, K.S., "Handbook of Pattern Recognition & Image Processing", New York, Academic, 1986.
- [17] Matsuo, Y., et al., "Transonic Flow Analysis and Its Visualization Using PC", *Jour. of Flow Visualization Society of Japan*, Vol. 7, No. 26, 1987.
- [18] 高梨進, et al., "STOL機 ASKA数値シミュレーションの画像表示", *Jour. of Flow Visualization Society of Japan*, Vol. 7, No. 25, 1987.
- [19] Cho, Y.C., McLachlan, B.G., "PC Based Image Processing Applied to Fluid Mechanics Research", *Proc. of SPIE*, San Diego, CA, 1987.
- [20] Mori, K.H., et al., "Development of a Method to Measure Flow Field by Flow Visualization and Image Processing Techniques", *Jour. of SNAJ*, 1987.
- [21] 浅沼強, '流れの視化パノドプシク', 朝倉書店, 1981.