
 論 文

大韓造船學會誌
 第26卷第4號 1989年12月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 26, No. 4, December 1989

양력판 이론에 의한 2차원 수중익의 부분 캐비티 문제 해석

이 창 섭*

 A Potential-Based Panel Method for the Analysis of a
 2-Dimensional Partially Cavitating Hydrofoil

by

Chang-Sup Lee*

Abstract

A potential-based panel method is formulated for the analysis of a partially cavitating 2-dimensional hydrofoil. The method employs dipoles and sources distributed on the foil surface to represent the lifting and cavity problems, respectively. The kinematic boundary condition on the wetted portion of the foil surface is satisfied by requiring that the total potential vanish in the inner flow region of the foil. The dynamic boundary condition on the cavity surface is satisfied by requiring that the potential vary linearly, i.e., the velocity be constant. Green's theorem then results in a potential-based boundary value problem rather than a usual velocity-based formulation. With the singularities distributed on the exact hydrofoil surface, the pressure distributions are predicted with more improved accuracy than the zero-thickness hydrofoil theory, especially near the leading edge. The theory then predicts the cavity shape and cavitation number for an assumed cavity length. To improve the accuracy, the sources and dipoles on the cavity surface are moved to the newly computed cavity surface, where the boundary conditions are satisfied again. It was found that five iterations are necessary to obtain converged values, while only two iterations are sufficient for engineering purpose.

요 약

부분 캐비티가 발생한 2차원 수중익 문제를 해석하기 위하여 포텐셜을 기저로 한 양력판 이론이 정식화 되었다. 본 이론은 수중익 표면에 다이폴과 소스를 분포함으로써 각각 양력 및 캐비티 문제를 표현하고 있다. 날개표면의 점수부에서의 운동학적 경계조건은 날개의 내부유동에서의 전체 포텐셜이 영이 된다는 대등한 조건으로 만족되었다. 캐비티 표면에서의 역학적 경계조건은 압력이 일정하다는 즉 속도가 일정하다는 조건을 거쳐 포텐셜이 선형적으로 변한다는 조건으로 대체되었으며, 운동학적 조건은 특이함수의 세기가 결정된 후에 적분에 의하여 캐비티의 형상을 구하는데에 사용되었다. 따라서 Green 정리를 사용하면, 속도를 기저로 하는 통상적인 정식화가 아닌, 포텐셜을 기저로 한 경계치 문제가 완성된다. 또한 수중익의 정확한 표면에 특이함수를 분포함으로써, 난

접수일자 : 1989년 6월 26일, 재접수일자 : 1989년 8월 22일

* 정회원, 충남대학교 공과대학

개두께가 영인 수중익 신경 이론에 비하여, 날개표면에서의 압력분포의 정도를 (특히 날개 앞날부근에서) 향상시켰다. 본 이론에서는 캐비티 길이를 가정하고 이에 대응하는 캐비티의 모양과 캐비테이션수를 계산한다. 계산정도의 향상을 위하여 약 5회정도의 반복계산이 필요하지만 공학적 목적을 위해서는 2회의 반복계산이 충분함을 보였다.

1. 서 언

선박프로펠러 날개 표면에서 캐비티가 발생하게 되면 소음이 증가하고, 효율이 저하되며, 선진진동이 크게 증가하기 때문에, 캐비테이션에 의한 이러한 피해를 최소화 하기 위하여는 우선 캐비티의 생성과정 및 그 거동을 잘 이해하여야 한다.

프로펠러 날개에 발생하는 캐비테이션 현상은 실험적으로 많이 규명되어 왔으나, 이론적 방법에 의한 연구는 이에 미치지 못하고 있는 실정이다. 캐비티의 형상에 따라 여러가지 종류의 분류가 가능하나 선미주위 진동에 가장 큰 영향을 주는 것으로 얇은층 캐비테이션을 들 수 있다. 이러한 얇은층 캐비티는 비교적 이론적 접근이 용이한 것으로 알려져서, 프로펠러 날개의 기본 형상인 2차원 단면에 대하여는 선형이론이 이미 많이 적용된 바 있다.

지금까지 널리 쓰여지고 있는 양력면이론은 선형이론에 입각하여 두께문제와 양력문제를 분리함으로써 쓰오스와 보오텍스를 도입하여 비행날개 또는 프로펠러 날개주위의 유동을 기술하는데 실용적 가치를 인정받아 왔다. 그러나 양력면이론의 경우, 날개두께의 영향을 무시하였기 때문에 날개 앞날에서 실제현상과는 거리가 먼 음의 무한대의 압력 peak를 얻게되며, 특히 캐비티가 발생하는 문제에서는 앞날부근에서의 캐비티의 초기발생과 압력 peak가 긴밀한 관계가 있음을 생각하면, 앞날 부근에서의 계산 정도의 향상이 없이는 정확한 캐비티 유동의 해석이 불가능함을 알 수 있다.

선형화에 따르는 앞날 근처에서의 부정확한 해석을 해결하기 위하여는 날개두께의 영향을 정확히 고려해 주어야하며, 따라서 수중익 표면에 직접 특이함수를 분포하는 방법이 고려되어야 한다. 이에 대한 연구는 항공분야에서 널리 발표되고 있으며(예를들면, Moran [10]), 최근에는 Lee[8]에 의해 프로펠러 문제의 해석에도 표면 양력판이론(surface panel method)이 성공적으로 적용된바 있다.

양력이 발생하는 물체주위의 유동해석을 위하여 보오텍스 또는 다이폴을 분포하여 경계치 문제를 해석하는 것은 이미 잘 알려져 있다. 그러나 날개 주위에 캐

비티가 발생한 경우의 해석은 날개두께가 0인 선형이론의 경우에만 성공적으로 수행되고 있는 실정이다. 캐비티의 형상은 본질적으로 양력의 발생과는 무관하고 주위 유체를 배제하는 두께 영향만을 나타내므로 쓰오스의 도입에 의해 해석될 수 있으리라 이해된다.

선형이론을 처음으로 이론적으로 해석한 것으로는 Geurst[3] 등을 들수있으며, 수치해석을 적용한 예로는 Golden[4] 이 호시이다. 그는 두께가 없는 날개주위에 캐비티가 발생된 문제를 보오텍스와 쓰오스를 분포하여 해석하는데 성공한 바 있으며, 이는 Jiang[6]에 의해 3차원 양력면의 비정상 문제의 해석에 까지 확대되었고, Lee[7]에 의해 선박용 프로펠러의 캐비티 추정치가 가능하도록 발전된 바 있다.

선형이론에서의 연구와는 달리 날개두께를 정확히 고려하는 해석은 Uhlman[11]에 의해 발표된 것이 유일하다. Uhlman은 2차원 날개표면에 보오텍스를 분포하고 캐비티가 발생할 경우에는 캐비티 표면에도 보오텍스를 분포하여, 상당한 반복적 계산에 의해 캐비티의 형상을 찾아가는 비선형 이론을 제시하였는바, 프로펠러에의 응용을 예상하고 현재의 컴퓨터 능력을 고려할 때 Uhlman의 방식은 실용화될 가능성이 없어 새로운 이론의 개발이 요구되는 상황이다.

본 연구에서는 날개표면에 다이폴을 분포함으로써 양력을 생성할 수 있도록하고, 캐비티의 발생범위에 쓰오스를 분포하여 캐비티의 두께효과를 표현함으로써 경계치문제를 정식화 하였으며, 주어진 경계조건을 이용하여 다이폴 및 쓰오스의 세기를 결정하면 캐비티의 형상 및 주위 유동이 구하여 질 수 있음을 보였다. Uhlman의 이론에서는 캐비티의 형상을 찾는 반복작업(약 10회 이상)이 필연적이었으나, 본 연구에서 제시된 방안은 최소한(2회)의 반복계산으로 결정될 수 있으므로, 더욱 방대한 계산을 요하는 선박용 프로펠러에의 확장이 용이하리라 여겨진다.

2. 경계치 문제의 정식화

2차원 수중익이 비점성, 비압축성, 비회전성인 무한 영역의 유체중에 놓여 있다고 하자. 유체중에서의 전속도 vector \vec{V} 는 유입유동 \vec{U}_∞ 와 전제 포텐시얼 Φ 로

서 표현될 수 있다. 즉,

$$\vec{V} = F\phi \tag{1}$$

유체 내부에서는 질량보존의 법칙이 성립하여야 하며, 이로부터 포텐셜의 제어방정식을 얻는다. 즉,

$$\nabla^2\phi = 0 \tag{2}$$

유체내부의 유동은 유체를 둘러싸고 있는 경계면에서의 조건을 기술함으로써 유일하게 정의된다. 즉,

(i) 무한 원방에서의 교란속도 경지조건 :

$$F\phi \rightarrow \vec{U}_\infty, \text{ at } \infty \tag{3}$$

(ii) 수중익 표면에서의 비침투조건 : 수중익 표면의 법선 vector를 \hat{n} 이라하면,

$$\hat{n} \cdot \vec{V} = \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0, \text{ on body surface } (S_B) \tag{4}$$

(iii) 수중익 뒷날에서의 Kutta 조건 :

$$|F\phi| < \infty, \text{ at T.E.} \tag{5}$$

이상의 경계조건은 무한한 이상 유체중에 놓여 있는 수중익의 정상상태 양력문제 해석에 충분한 조건이 된다. 그러나 수중익 주위에 캐비티가 발생할 경우에는 캐비티 표면에 운동학적 및 역학적 경계조건을 새로 부과해야하며, 캐비티의 가장자리 두께를 지정하는 조건이 필요하게 된다. 캐비티가 발생한 부위의 내부 압력을 p_v , 캐비티표면의 식 $F(x, y) = 0$ 을 도입하면 (x, y) 좌표는 제 4 절의 Fig. 1에서 정의하기로 한다)

(iv) 캐비티표면에서의 역학적 조건 :

$$p = p_v \text{ on cavity surface } (S_c) \tag{6}$$

(v) 캐비티표면에서의 운동학적 조건 :

$$\frac{DF}{Dt} = 0, \text{ on cavity surface } (S_c) \tag{7}$$

(vi) 캐비티의 닫힘 조건 :

$$t^c(x) = 0, \text{ on cavity boundary} \tag{8}$$

Breslin[2] 등의 논문에서 잘 알려진 바와 같이 물체 표면에서의 비침투조건 Eq. (4)는 다음과 같이 날개 내부의 유동이 영이라는 조건으로 치환될 수 있다. 즉, 내부유동 함수를 ϕ^- 라 표시하면,

$$\phi^-(x) = 0, \text{ inside the boundary } (S_B^-) \tag{9}$$

Bernoulli의 방정식에 의하면 날개 표면에서의 압력, p ,와 접선방향 속도, V_t , 및 캐비테이션 수, σ , 압력 계수, C_p , 사이에는 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} = 1 - \left(\frac{V_t}{U_\infty}\right)^2, \tag{10}$$

on foil/cavity surface

$$\sigma_v = -C_{p_v} = \left(\frac{V_t}{U_\infty}\right)^2 - 1, \text{ on cavity surface} \tag{11}$$

캐비티 표면에서의 역학적조건 Eq. (6)은 Eq. (10)

과 (11)에 의해 V_t 가 일정하다는 운동학적 조건으로 치환될 수 있다. 즉,

$$V_t = \text{const.} \tag{12}$$

본 연구에서는 캐비티 내부의 압력 p 를 계산하는 대신에 캐비티 표면에서의 접선방향 속도 성분 V_t 를 구함으로써 캐비티 내의 압력을 계산하게 된다.

특이점을 분포하여 캐비티를 표현하기 위하여는 캐비티의 범위를 미리 알 필요가 있다. 그러나 캐비티의 범위는 전체 경계치 문제의 일부로 결정되어야 함으로 미리 알 수 없다. 따라서 본 연구에서는 캐비티의 범위, l 를 가정하고, 이에 대응하는 캐비티 표면에서의 접선방향 속도 성분, V_t , 즉 캐비테이션 수, σ 를 계산하기로 한다.

3. 특이함수 분포법

경계치 문제의 해석을 위하여 수중익의 표면에 소오스 혹은 법선 다이폴을 분포하기로 한다.

수중익 표면에 소오스 혹은 법선다이폴을 분포하면 유기되는 포텐셜은 다음과 같다.

$$\phi_s = \int \frac{q(\xi)}{2\pi} \log r ds \tag{13}$$

$$\phi_d = \int \frac{\mu(\xi)}{2\pi} \frac{\partial}{\partial n_\xi} \log r ds \tag{14}$$

여기에서 $\vec{r} = \vec{x} - \vec{\xi}$, $r = |\vec{r}|$ 이며, $q(\xi)$, $\mu(\xi)$ 는 각 소오스와 다이폴의 세기를 표현한다.

특이함수의 특성에 의해 특이함수가 분포된 표면을 벗어나면 제어방정식 Eq. (2)와 무한원방조건 Eq. (3)이 자동적으로 만족된다. 따라서 물체표면 경계조건 Eq. (4)를 대치한 내부유동의 조건식 Eq. (9)를 소오스와 다이폴의 분포를 사용하여 표현하기로 하자.

$$0 = \phi_x^- = \vec{U}_\infty \cdot \vec{x} + \int_{S_c} \frac{q}{2\pi} \log r ds + \int_{S_t} \frac{\mu}{2\pi} \frac{\partial}{\partial n} \log r ds + \Delta\phi \int_{S_w} \frac{\partial}{\partial n} \log r ds \tag{15}$$

여기에서 $\Delta\phi$ 는 날개 뒷날에서의 포텐셜의 점프를 표시한다. 캐비티 표면에서의 역학적조건 Eq. (6)으로부터 유도해낸 Eq. (12)는 캐비티 표면에서의 포텐셜의 변화가 선형관계임을 보여준다. 즉,

$$\phi' = \phi'_{cic} + V_t \int_0^s ds \tag{16}$$

이 Eq. (16)은 캐비티 표면에서의 접선방향 속도 성분 V_t 와 포텐셜 ϕ' 의 관계를 직접 보여주는 것으로, 간단하면서도 매우 유용한 관계식이다. 여기에서 ϕ'_{cic}

는 캐비티 앞날 위치에서의 속도 포텐셜 값을 의미한다.

캐비티를 표현하는 쏘오스의 새기 $q(s)$ 는 얇은 비행의 이론에서와 마찬가지로 Eq. (7)에 의하여 캐비티 표면($F(x, y) = y - g(x) = 0$, $g(x)$ 는 캐비티의 위치)에서의 속도 vector의 기울기와 캐비티 두께사이의 선형화한 관계식으로부터 얻는다. 즉,

$$q = v = U \frac{dt^c}{ds} \tag{17}$$

윗식을 캐비티를 따라 적분하면 캐비티의 두께를 나타내는 식,

$$t^c(s) = \int_0^s \frac{q}{U} ds \tag{18}$$

을 얻게되며, 캐비티의 닫힘조건 Eq. (8)에 의해 캐비티의 뒷 끝 위치에서 캐비티의 두께가 0이되는 조건을 적용하면,

$$\int_0^l q ds = 0 \tag{19}$$

4. 날개표면 요소 분할

Fig. 1에서 보는 바와 같이 수중익이 받음각 α 인 유입유동 중에 놓여 있다고 하자. 수치해석을 위하여 날개표면을 유한한 길이의 요소로 분할하고자 한다. 날개의 앞날과 뒷날 근처에서 보다 정밀한 계산을 필요로 할 경우에는 x 축을 cosine 분할하는 것이 적합하다. 즉,

$$x = \frac{c}{2}(1 + \cos\theta), \quad 0 \leq \theta \leq \pi \tag{20}$$

윗식에 의해 θ 를 등간격으로 나누고 이에 대응되는 x 값을 구한후, 해당 x 위치에서의 날개표면 위치를 판 요소의 경계점으로 잡는다.

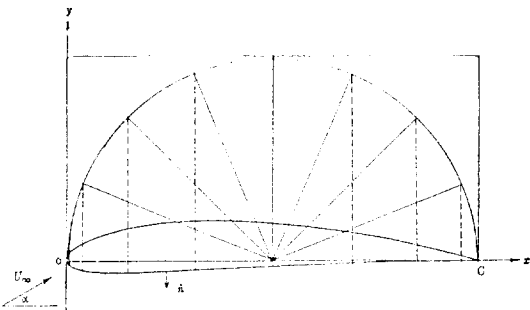


Fig. 1 Foil section and discretization

5. Kutta 조건의 표현

Kutta 조건식 (5)는 수학적 표현으로는 간결하고 의미가 있으나 수치해석에는 적당하지가 않다. 날개뒷날의 내각이 0도인 이상적인 날개의 경우에는 날개윗쪽 및 아랫쪽의 속도가 동일하다는 조건이 성립하지만, 뒷날의 각이 0도가 아닌 경우는 원칙적으로 뒷날에 정제점이 형성되므로 이러한 조건을 쓰기에는 곤란한 점이다. 그러나 실제 유동의 경우 이범위는 아주 적어 무시할 정도이므로 아래위 양쪽의 접선방향 속도가 동일하다는 조건을 써서 Kutta 조건을 만족시킬수 있으며, Bai[1], Hess[5] 등에 의해 입증된 바 있다.

본 연구에서는 속도대신 포텐셜을 사용하여 경계치문제를 정식화하므로, 날개뒷날 위아래의 이웃한 양력판요소(Fig. 2 참조)에 따라 속도를 적분하여 날개 뒷날에서의 포텐셜 점프를 표현하기로 한다. 교란 포텐셜 ϕ 를 쓰고, 날개 끝에서 상하면에 각각 $|\vec{r}^+|$, $|\vec{r}^-|$ 만큼 떨어진 곳의 포텐셜을 ϕ_N, ϕ_1 이라 하고, 상하면을 표시하는 상첨자 +, -를 쓰면,

$$\begin{aligned} \phi_{T,E}^+ &= \phi_N + \vec{r}^+ \cdot (\vec{U}_\infty + \vec{r}\phi^+) \\ \phi_{T,E}^- &= \phi_1 + \vec{r}^- \cdot (\vec{U}_\infty + \vec{r}\phi^-) \end{aligned} \tag{21}$$

날개주위의 순환 Γ 는 Eq. (21)의 차이로 구할 수 있다. 보통의 비행날개의 경우, 판요소의 갯수가 무한히 증가될 때에는 Morino[10]에 의해 제안된 대로

$$\Gamma = \Delta\phi = \phi_{T,E}^+ - \phi_{T,E}^- \cong \phi_N - \phi_1 \tag{22}$$

으로 단순화하여 $\Delta\phi$ 를 표현하여도 무방하지만, 본 논문에서는 Lee[8]에 의해 제안된 좀더 개선된 형태의 표현을 사용하였다. 즉,

$$\begin{aligned} \Gamma = \Delta\phi &= \phi_{T,E}^+ - \phi_{T,E}^- \cong \phi_N - \phi_1 + (\vec{r}^+ - \vec{r}^-) \cdot \vec{U}_\infty \\ &\cong \phi_N - \phi_1 + \vec{r}_{T,E} \cdot \vec{U}_\infty \end{aligned} \tag{23}$$

여기에서 $\vec{r}_{T,E}$ 는 ϕ_N 이 계산된 위치에서 ϕ_1 이 계산된 점까지 잇는 vector이며 $\vec{r}_{T,E} \cdot \vec{U}_\infty$ 는 유입유동에 의한 두점 사이의 포텐셜 차이를 나타낸다. 이 수정량은

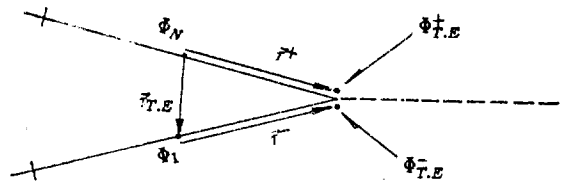


Fig. 2 Potential variation on upper/lower surfaces near T.E.

날개 뒷날의 내각이 큰 경우에 영향을 주게 된다.

6. 적분 방정식의 이산화

이산화된 수중익 표면에 소오스와 다이폴을 분포 하였을때 전체 포텐셜 Φ^+ 혹은 Φ^- 는 다음과 같이 표현된다. 각 판요소에서의 특이함수의 세기가 일정하다고 하면, 즉,

$$\mu(s) = \mu_j, \text{ on the } j\text{-th panel} \quad (24)$$

$$q(s) = q_k, \text{ on the } k\text{-th panel} \quad (25)$$

제 i 번째 제어점에서의 전체 포텐셜은

$$\begin{aligned} \Phi_i^- = & \vec{U}_\infty \cdot \vec{x}_i + \sum_{j=1}^{N^s} \frac{q_j}{2\pi} \int_{panel_j} \log r \, ds \\ & + \sum_{j=1}^{N^p} \frac{\mu_j}{2\pi} \int_{panel_j} \frac{\partial}{\partial n_j} \log r \, ds \\ & + \frac{\Delta\Phi}{2\pi} \int_{wake} \frac{\partial}{\partial n} \log r \, ds, \quad i=1, \dots, N_D \end{aligned} \quad (26)$$

Kutta 조건식 (23)을 사용하여 Eq. (26)을 다시 정리하면

$$\begin{aligned} 0 = \Phi_i^- = & \vec{U}_\infty \cdot \vec{x}_i + \sum_{j=1}^{N^s} \frac{q_j}{2\pi} \int_{panel_j} \log r \, ds \\ & + \sum_{j=1}^{N^p} \frac{\mu_j}{2\pi} \int_{panel_j} \frac{\partial}{\partial n_j} \log r \, ds \\ & + \frac{(\Phi_N - \Phi_1 + \vec{r}_{TE} \cdot \vec{U}_\infty)}{2\pi} \int_{wake} \frac{\partial}{\partial n} \log r \, ds \end{aligned} \quad (27)$$

제 i 번째 캐비티 표면에 있는 제어점에서의 전체포텐셜, Φ_i^+ 는

$$\Phi_i^+ = \Phi_{cle}^+ + V_i \cdot \sum_{j=1}^i \Delta s_j, \quad i=1, \dots, N^s \quad (28)$$

혹은 $\Phi_i^+ = \Phi_i^- - \mu_i = -\mu_i$ 라는 관계식을 이용하면,

$$-\mu_{cle} + \mu_i + V_i \cdot \mathbf{g}_i = 0, \quad i=1, \dots, N^s \quad (29)$$

여기에서 $\mathbf{g}_i = \sum_{j=1}^i \Delta s_j$ 로 캐비티 앞날에서부터 i 번째 요소까지의 캐비티 표면의 길이이다. 캐비티 단협조건은,

$$\sum_{j=1}^{N^s} q_j \Delta s_j = 0 \quad (30)$$

Eq. (27), (29), (30)은 N^D 개의 다이폴요소의 세기, N^S 개의 소오스요소의 세기와 캐비티 표면에서의 접선방향 속도 성분 V_i 등 모두 $N^T = N^D + N^S + 1$ 개의

미지수를 결정하는 식이 되어야 하며, 방정식의 수도 정확히 N^T 개이므로 연립 방정식이 완벽하게 이루어지므로 해석이 가능하게 된다.

7. 캐비티의 반복계산

앞절에서 정식화한 연립방정식을 해석함으로써 특이함수의 세기를 결정할 수 있다. 이중에서 소오스의 세기를 갖고 Eq. (18)에 대입하면 캐비티의 두께를 계산할 수 있으며, 따라서 캐비티의 형상은 날개 흡입면에 수직인 방향으로 캐비티의 두께를 놓음으로써 결정될 수 있다.

대부분의 공학적 목적을 위하여는 이러한 계산만으로도 충분히 원하는 정도를 갖는 캐비티 체적을 얻을 수 있으나, 새로 얻어진 캐비티의 표면에 새로이 다이폴과 소오스를 분포시키므로써 계산의 정도를 향상시킬 수 있다. 이러한 계산은 원하는 수렴정도가 얻어질 때까지 반복된다.

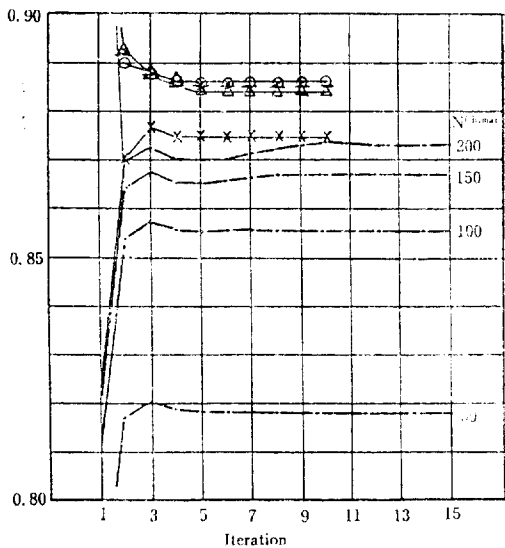
예제계산 결과 캐비티의 형상은 계산된 두께의 75%만 이동시키는 under-relaxation 방법에 의해 2회의 반복계산만으로도 수렴이 잘된다는 사실이 발견되었다.

8. 수렴시험

수치계산의 첫 단계로 날개표면을 분할하는 요소의 수(N^p , 부분캐비티 문제에서는 $N^p = N^D$ 임)가 계산정도에 미치는 영향을 조사하여야 한다. 본 연구에서는 Uhlman[11]이 사용하였던 NACA 16-006단면을 사용하여 받음각 $\alpha = 4^\circ$ 이며, 캐비티의 길이가 코드의 50%에 해당되는 경우를 가지고 수렴시험을 실시하였다.

Fig. 3은 날개요소의 수 $N^p = 48, 100, 148, 200$ 에 대하여, 캐비티의 정확한 위치를 찾기 위해 반복계산하는 경우 계산된 캐비테이션 수의 수렴성을 보여주고 있다. 이때 relaxation인자로 75%를 사용하였다. Fig. 3은 동시에 Uhlman의 계산 결과도 보여준다. 두 방법이 판 요소의 수를 증가시키고 반복계산회수(N^{iter})를 늘일 경우, 안정된 값으로 수렴하는 것을 보이지만 최종 캐비테이션수에 약 1.3%($\sigma(\text{Uhlman}) = 0.867$, $\sigma(\text{Lee}) = 0.885$)의 차이가 있다.

본 연구의 이론은 포텐셜을 사용하여 정식화되었으나 Uhlman의 이론은 속도에 의해 정식화되어 그 과정이 서로 다르지만, 최종 수렴결과는 거의 비슷한 결과를 주는 것을 알 수 있다. 다만 현재의 결과는 $N^p = 100, 148, 200$ 의 경우 σ 는 0.2%이하의 오차 범위를 줄



× 48 ○ 100 - 148 △ 200

Fig. 3 Convergence, σ versus number of iteration, NACA 16-006 section, $\alpha=4$ deg, $l/c=0.50$, for $N^p=48, 100, 148, 200$ (Comparison with Uhlman)

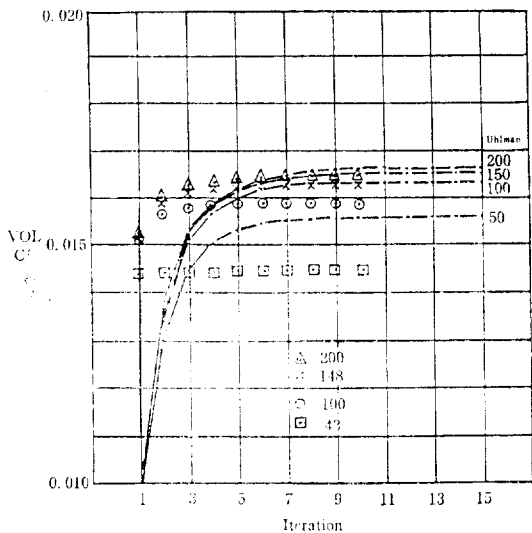


Fig. 4 Convergence, VOL/C^2 versus number of iterations, NACA 16-006 section, $\alpha=4$ deg, $l/c=0.50$, for $N^p=48, 100, 148, 200$, comparison with Uhlman

정도로 그 수렴성이 우수하다. 공학적 목적을 위하여는 $N^p=48$ 일때 단 2회의 반복 계산만으로도 충분히 수렴된 값을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 그러나 엄밀

한 계산 결과를 주기 위하여 이후의 대부분의 예제 계산은 특별한 언급이 없는 한 $N^p=100$ 을 사용하였으며 5회의 반복에 의해 캐비티의 형상, 캐비테이션수 등을 결정하였다.

Fig. 4는 앞의 계산과 동일한 조건에서 계산한 캐비티 체적의 수렴과정을 보여준다. 캐비테이션수를 비교한 앞의 그림에서와 같이 수렴성이 우수함이 입증되었다.

판요소의 갯수 $N^p=100$ 개이며, 나머지 조건은 위와 동일한 경우에 계산된 캐비티의 모양을 Fig. 5에 보였다. 여기에는 1차 계산과 5차 반복 계산에서 얻은 캐비티의 모양이 함께 도시되었으며, 구별하기 어려운 만큼 가까운 캐비티의 모양으로 부터 현재 이론의 빠른 수렴성을 이해할 수 있다.

Fig. 6은 앞에서 계산한 조건을 사용하고 $N^p=100, 200$ 에 대하여 계산된 날개표면에서의 압력을 비교하여

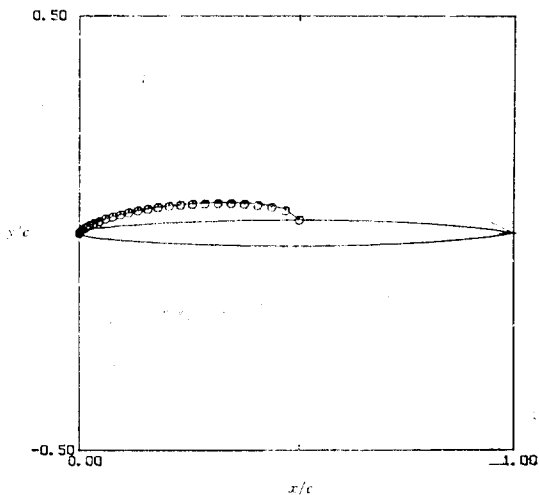


Fig. 5 Cavitating NACA 16-006 section, $\alpha=4$ deg, $l/c=0.50$, cavity shape after 5 iteration(-) and 2 iteration(○)

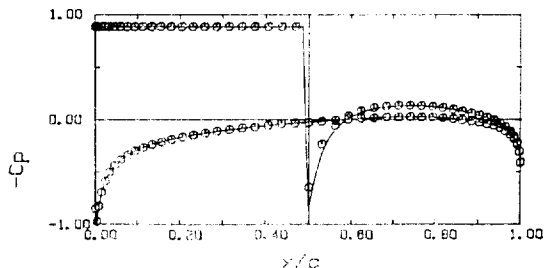


Fig. 6 Pressure distribution, NACA 16-006 section, $\alpha=4$ deg, $l/c=0.50$, panel number $N^p=200$ (-) and $N^p=100$ (○)

보여주고 있다. 여기에서 실선은 $N^2=200$ 인 경우에 대응하는 압력분포이고, 점은 $N^2=100$ 에 대한 압력분포이다. 캐비티의 뒷날 부근을 제외한 전체 날개표면에서의 압력분포는 수렴된 값을 주는 것을 알 수 있다. 특히 캐비티의 뒷날 부근에서의 정체압이 거의 추정되는 것을 관찰할 수 있다. 다만 Uhlman의 경우는 캐비티 마감벽(cavity termination wall)을 인위적으로 주었기 때문에 정체압을 강제로 주는 것과 마찬가지로, 본 연구에서는 캐비티 단함조건만을 썼기 때문에 정체압이 계산 결과로 얻어지는 것이 다르다.

9. 날개두께가 캐비테이션에 미치는 영향

동일한 α/σ 값을 유지할 경우 $l/c < 0.75$ 의 범위에서는, 날개두께가 두꺼워질수록 캐비티의 길이가 짧아진다는 사실이 Uhlman에 의해 발표된 바 있다. 이는 선형 이론의 예측과는 반대되는 것으로 비선형이론의 필요성을 제기해준 중요한 결과이다. 본 연구에서도 NACA 16 날개단면을 가지고 날개두께비 $t/c=0.06, 0.09, 0.12$ 에 대하여 날개두께비가 캐비티의 길이와 α/σ 사이의 관계에 어떤 영향을 미치는가 조사하였으며, Fig. 7에 그 결과를 정리하였다. 계산결과는 Uhlman의 예측을 재확인하여 주었다. 즉, 선형이론과는 반대되는 결과를 얻게됨으로써, 선형이론 혹은 (예를 들면 Lighthill의 이론에 의한 선형이론 결과의 수정과 같은) 수정된 선형이론에 의해 추정된 캐비티의 범위 및 체적이 부정확하리라는 것을 보였다.

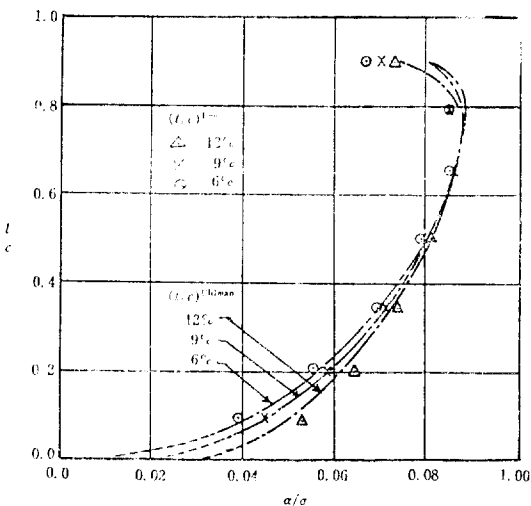


Fig. 7 l/c versus α/σ , NACA 16 series sections, $\alpha=4\text{deg}$, comparison with Uhlman[11]

10. 실험과의 비교

부분캐비테이션이 발생한 경우에 캐비티의 범위를 체계적으로 계측한 실험 자료가 많지 않아 이론의 검증이 쉽지 않다. Fig. 8은 최대두께비 $t/c=4\%$ 인 bi-convex (날개단면의 양쪽이 2차식으로 표현되는) 날개에 대하여 캐비티의 범위와 α/σ 사이의 관련을 보여주는 그림이다. 현재의 이론에 의한 결과는 $\alpha=2^\circ$ 의 경우에 대하여 도시되었다. 원래의 실험은 Geurst[3]의 이론을 검증하기 위하여 Meijer[9]에 의해 수행되었던 것이며, 본 그림에는 $\alpha=2^\circ, 4^\circ, 6^\circ$ 에 대하여 Uhlman의 비선형이론에 의한 결과가 함께 주어지고 있다. $l/c < 75\%$ 의 범위에서 현재의 이론이 실험치와 좋은 상관관계를 보이는 것을 알 수 있다,

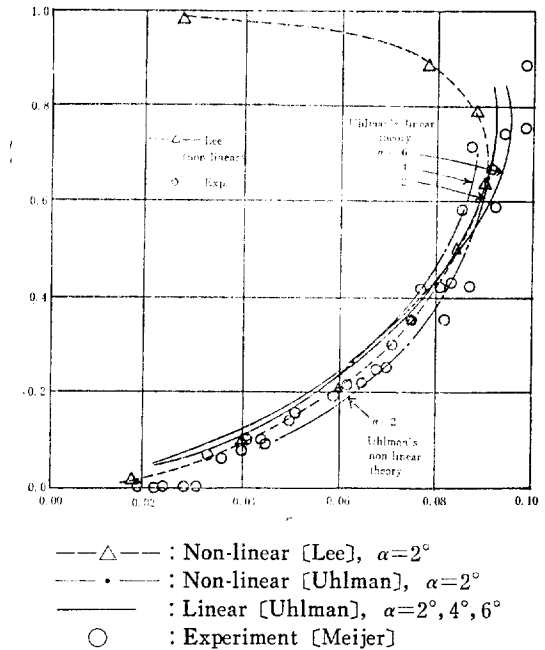


Fig. 8 Meijer's experimental data for a 4 percent bi-convex foil, $\alpha=2, 4, 6$ deg versus non-linear and linear theories, comparison with Uhlman[11]

11. 결 언

본 연구의 결과로 캐비테이션이 발생된 수증익의 문제를 해석할 수 있는 이론이 개발되었다.

지금까지 수증익 날개 두께의 영향을 정확히 표현하

지 못하여 캐비티의 발생범위를 정확히 추정하지 못하였는데, 날개표면에 다이폴과 소오스를 분포하고 포텐셜을 기저로 하여 정식화하는 경계치문제를 완성함으로써 이 문제를 해결하였다.

본 연구의 결과를 정리하면 다음과 같다.

1) 최초로 포텐셜을 기저로하여 캐비티의 유동을 정식화하는 과정을 보였다. 속도를 기저로한 정식화과정보다 수치적으로 안정되고 빠른 수렴도를 보여주는 것이 확인되었다.

2) 비선형 캐비티 형상을 찾는 반복 계산과정은 매우 빠른 수렴성을 보인다.

3) 날개두께 표면에 특이함수를 분포함으로써 날개 앞날 부근에서의 해석정도를 향상하였다.

4) 날개두께 증가가 캐비티 길이를 감소시키는 비선형효과를 확인하였다.

5) 앞뒷면이 2차식인 bi-convex 날개의 경우, 실험과의 상관관계가 우수함이 입증되었다.

본 연구는 현대 중공업(주)의 지원으로 수행되었다. 본 논문을 통하여 심심한 감사의 뜻을 표한다.

References

- [1] Bai, K.J., "A Linearized Finite Element Method for Two-Dimensional Steady Potential Flows with a Free Surface", *J. of Ship Research*, Vol. 22, No. 4, Dec. 1978 pp.216-230.
- [2] Breslin, J.P., van Houten, R.J., Kerwin, J.E. and Johnsson, C.-A., "Theoretical and Experimental Propeller-Induced Hull Pressures Arising from intermittent Blade Cavitation, Loading, and Thickness", *SNAME Trans.*, Vol. 90, 1982.
- [3] Geurst, J.A., "Linearized Theory of Two-Dimensional Cavity Flows", Thesis, Delft Technical Institute, The Netherlands, 1961.
- [4] Golden, D.W., "A Numerical Method for Two-Dimensional, Cavitating, Lifting Flow", MIT, Department of Ocean Engineering, 1975.
- [5] Hess J.L., "Calculation of Potential Flow about Arbitrary Three-Dimensional Lifting Bodies", Douglas Aircraft Company, MDC J567901, 1972.
- [6] Jiang, C.W., "Experimental and Theoretical Investigation of Unsteady Supercavitating Hydrofoils of Finite Span", Ph.D. Thesis, MIT, Department of Ocean Engineering, 1977.
- [7] Lee, C.-S., "Prediction of Transient Cavitation on Marine Propellers by Numerical Lifting-Surface Theory", 13th Symp. on Naval Hydrodynamics, Japan, 1980.
- [8] Lee, J.-T., "A Potential-based Panel Method for the Analysis of Marine Propellers in Steady Flow", Ph.D. Thesis, MIT, July 1987.
- [9] Meijer, M.C., "Some Experiments on Partly Cavitating Hydrofoils", *International Shipbuilding Progress*, Vol. 6, No. 60, Aug. 1959.
- [10] Moran, J., "An Introduction to Theoretical and Computational Aerodynamics", John Wiley and Sons, 1984.
- [11] Uhlman, J., "The Surface Singularity Method Applied to Partially Cavitating Hydrofoils", *J. of Ship Research*, Vol. 31, No. 2, June 1987, pp.107-124.