
 論 文

大韓造船學會誌
 第26卷 第4號 1989年 12月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 26, No. 4, December 1989

제한수로에서 임계속도로 항진하는 선박의 조파저항, 침하 및
 종경사에 대한 비선형 해석

최 항 순*

A Nonlinear Theory for Wave Resistance and Squat of a Slender Ship
 Advancing Near the Critical Speed in Restricted Water

by

Hang S. Choi*

Abstract

In recent towing tank experiments, it has been observed that a ship moving near the critical speed \sqrt{gh} (g =gravitational acceleration, h =water depth) radiates solitons upstream in an almost periodic manner. As a consequence, the ship experiences considerable changes in resistance, trim and sinkage, or better known as squat. Mei and Choi(1987) developed a nonlinear theory for a slender ship by using the method of matched asymptotic expansions. For a certain class of channel width and ship slenderness, they found that the waves generated can be described by an inhomogeneous Korteweg-de Vries (KdV) equation. The leading-order solution properly predicts solitons propagating upstream, but it fails to render three-dimensional waves in the wake. In this paper a new approach has been made by choosing a different class of channel width and ship slenderness. The wave equation in the farfield turns out to be a homogeneous Kadomtsev-Petviashvili(KP) equation, which predicts solitons upstream and three-dimensional waves in the wake. Numerical results for the wave resistance, sinkage and trim reflect the experimentally identified phenomena.

요 약

선박이 제한수로에서 임계속도로 항진하면 solitons라는 특이한 파가 발생하여 선속보다 빠른 속도로 앞으로 전파되어 나간다. 이로인하여 선박은 급격히 증가된 조파저항을 받게되며, 또한 심한 침하와 종경사가 발생하여 때로는 수로바닥에 좌초하기도 한다. 이 문제는 선형이론으로 설명할 수 없는 비선형현상으로, 본 논문에서는 포텐셜이론에 근거하여 세장선에 대한 Matched Asymptotic Expansion 기법을 적용하여 파는 Kadomtsev-Petviashvili 방정식으로 표시할 수 있음을 보였다. 이 방정식은 선수부의 soliton 발생과 전파를, 그리고 선미부의 3차원 파를 예측하여 실험에서 발견한 현상을 반영한다. 수치계산은 soliton 발생과정을 잘 보여주고 있으며, 실험치에 유사한 조파저항, 침하 및 종경사를 제공한다.

• 본 논문은 1989년도 대한조선학회 춘계연구발표회에서 발표된 논문임

• 접수일자 : 1989년 4월 21일, 게재수일자 : 1989년 6월 7일

* 정회원, 서울대학교 공과대학 조선공학과

1. 서 론

제한수로에서 선박이 임계속도로 항진하면 종래의 이론으로 설명할 수 없는 다음과 같은 3가지 특이한 현상이 나타난다.

i) 선미방향에 나타나는 3차원파외에 선수방향으로 soliton이 거의 주기적으로 발생하여 앞으로 전파되어 나간다.

ii) 3차원 교란체의 형상에 관계없이 soliton은 거의 2차원 평면파가 된다.

iii) 일정한 선속으로 움직이는 이동좌표계에서 관찰한 유동도 비정상류이다.

선박에 관련된 이와같은 현상은 Thews & Landweber (1935)가 처음 수조실험에서 관측한 것으로 알려져 있다. 이 밖에도 일본에서는 Izubuchi & Nagasawa (1937) 등이, 독일에서는 Graff(1962) 등이 서로 독립적으로 이 현상에 대한 실험적 연구를 수행하였다. 그러나 이들 연구는 50년 내지 20여년간 학계의 주목을 받지 못하고 잊혀져 있었다. 이들 연구를 인지하지 못한 상황에서 Huang(1982), Ertekin(1984) 등이 일련의 실험을 체계적으로 수행함으로써 이 문제는 최근에 다시 중요한 미션형파 연구과제의 하나가 되었다.

이론적 연구로는 처음으로 Wu & Wu(1982)가 2차원 교란에 의하여 발생되어 전파되는 solitons를 일반화된 Boussinesq 방정식을 이용하여 수치계산하였다. Akylas(1984)는 동일한 문제를 Korteweg-de Vries (KdV) 방정식으로 해결할 수 있으며, 이 문제의 물리적 특성은 비선형성과 분산성(dispersion)의 균형에 있음을 밝혔다. Lee(1985)는 2차원 수조에서 solitons 실험을 수행하고, 그 결과를 Boussinesq 방정식과 KdV 방정식을 이용하여 계산한 결과와 비교하였다. 이상의 2차원 해법으로 soliton의 발생과 전파는 규명되었으나 Huang과 Ertekin의 실험에서 관측된 선미부의 3차원 유동을 밝힐 수는 없다. 이를 위하여 Ertekin은 Green-Naghdi directed-sheet 모형을 이용하였고, Wu & Wu (1987)는 일반화된 Boussinesq 방정식을 그리고 Katsis & Akylas(1987)는 Kadomtsev-Petviashvili(KP) 방정식을 이용하여 임의 분포된 압력에 대한 계산을 수행하였다. 이들 계산 결과는 각각 정도의 차이는 있으나 모두 앞에 열거한 3가지 현상을 잘 설명하고 있다.

한편 조선공학의 관점에서는 임의 분포된 압력이 아닌 실제로 제시된 실험에 의한 교란과 solitons 발생으로 야기되는 저항의 급증, 종경사 및 침하의 변화에

더 많은 관심이 있다. 이러한 관점에서 Mei & Choi (1987)는 수로폭이 배의 길이와 같거나 조금 큰 조건에서 세장선에 대한 비선형이론을 전개하였다. 그 결과 파는 1차원 inhomogeneous KdV 방정식으로 표현될 수 있으며, 임계속도에서 조파저항과 침하 및 종경사가 급격히 변함을 보였다. 그러나 이 이론은 선미부에 발생하는 3차원 파를 설명하지 못하는 약점을 지니고 있다. 본 논문에서는 이를 보완하기 위하여 수로폭이 배의 길이보다 크다는 가정하에서 Mei & Choi의 해석을 다시 수행하였다. 그 결과 파는 2차원 homogeneous KP 방정식으로 표시되어 선미부의 3차원 유동을 설명할 수 있게 되었다.

2. 문제의 특성

Fig. 1에 도시한 바와 같이 길이가 $2L$ 인 선박이 일정한 속도 U 로 길이가 h 이고 폭이 $2W$ 인 제한수로를 항진하는 문제를 생각한다. 문제를 간단히 하기 위하여 선박은 좌우 대칭이며 수로의 중심선상을 항진한다고 가정한다. 유체는 이상 유체이며 유체 입자는 비회전 운동을 한다고 가정하여, 속도 포텐셜 ϕ^* 을 도입하면 기본방정식과 경계조건 및 초기조건은 다음과 같다.

(i) 연속 방정식

$$\phi_{x^*x^*}^* + \phi_{y^*y^*}^* + \phi_{z^*z^*}^* = 0 \quad (-h < z^* < \zeta^*), \quad (1)$$

(ii) 자유표면 경계조건

$$\phi_{z^*}^* = \zeta_{z^*}^* + (U + \phi_{x^*}^*)\zeta_{x^*}^* + \phi_{y^*}^*\zeta_{y^*}^* \quad (z^* = \zeta^*), \quad (2)$$

$$g\zeta^* + \phi_{t^*}^* + U\phi_{x^*}^* + 1/2[(\phi_{x^*}^*)^2 + (\phi_{y^*}^*)^2 + (\phi_{z^*}^*)^2] = 0, \quad (3)$$

(iii) 수로면 경계조건

$$\phi_{z^*}^* = 0 \quad (z^* = -h), \quad (4)$$

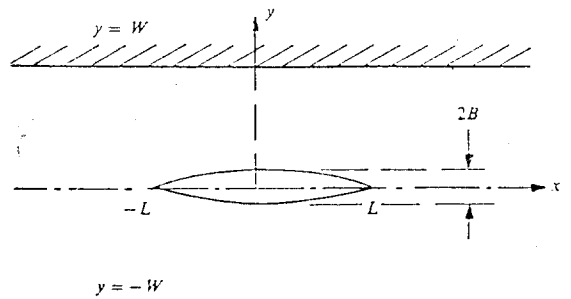


Fig. 1 Definition sketch of a slender ship advancing in a canal

(iv) 수로벽 경계조건

$$\phi_{y^*}^* = 0 \quad (y^* = W), \tag{5}$$

(v) 선체 표면 경계조건

$$\frac{\partial \phi^*}{\partial n^*} = (U + \phi_{x^*}^*) R_{x^*}^* \left[1 + \left(\frac{R_{\theta^*}^*}{R^*} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (r^* = R^*) \tag{6}$$

여기서 $R^*(x^*, \theta)$ 는 실린더 좌표로 표시한 선체 표면식이며, n^* 은 일정한 x^* 에서 선체 단면에 대한 법선 벡터이다.

식(6)은 선박을 세장체로 가정하여 실제 선체표면을 통한 유량이 0이 되어야 하는 조건을 2차원 단면으로 근사화시킨 것이다.

(vi) 초기 조건

$$\zeta^* = 0, \quad \phi^* = 0 \quad (t^* = 0). \tag{7}$$

근사해를 구하기 위하여 2개의 작은 파라미터를 정의한다.

$$\epsilon = A/h, \quad \mu = h/L, \tag{8}$$

여기서 A 는 파고란 표시하는 대표길이를 ϵ 은 비선형성을, 그리고 μ 는 분산성을 나타내는 파라미터들이다.

이제 문제의 특성을 밝히기 위하여 임계속도 근처에서 선형분산관계식의 물리적 의미를 고찰하자. 수면상에서 x 축과 맺는 파각이 γ 인 정상파 성분의 위상속도는 $U \cos \gamma$ 이며 이 파성분에 대한 선형분산관계식은 아래와 같다.

$$F \cos \gamma = [\tanh \mu k / \mu k]^{1/2}, \tag{9}$$

여기서 F 는 수심에 대한 Froude수(= U / \sqrt{gh})이며, k 는 파장을 L 로 무차원시킨 파수이다.

만약 선속이 임계속도에 접근하면 ($F \approx 1.0$), $\gamma = 0$ 근처에서 $k \ll 1$ 인 장파만 식(9)를 만족시킨다. 즉, 파는 거의 2차원적으로 되며 군속도는 선속과 같아져 파는 분산하지 못하고 정체된다. 따라서 비록 파고가 매우 작더라도 비선형효과가 중요해지며, 위상은 시간에 따라 매우 느리게 변화한다(Katsis & Akylas, 1987). 따라서 0(1)의 시간축에서 선형이론을 전개하면 속도 포텐셜은 $0(1/\mu)$ 이 되어 특이점으로 남게 된다. 선형이론을 이용한 Tuck(1966)의 해석이 $F = 1.0$ 근처에서 무한대의 침하와 종경사를 결과한 것은 이에 연유한다. 이러한 특이점을 제거하고 임계속도 근처의 유동을 해석하려면 다음과 같은 가정들이 필요하다.

$$\epsilon = \mu^2, \quad t^* = Lt / \mu^2 \sqrt{gh}, \tag{10}$$

$$F^2 = 1 - 2\alpha \mu^2 \quad \text{with } \alpha = 0(1).$$

또한 수면과 포텐셜은 다음과 같이 무차원화시키고

$$\zeta^* = L \mu^2 \zeta, \quad \phi^* = \frac{gL^2}{U} \mu^3 \phi, \tag{11}$$

포텐셜을 수로바닥에 대한 Taylor 급수전개시키면

$$\phi = \phi_0 - 1/2 \mu^2 (z+1)^2 \nabla^2 \phi_0 + 1/(4!) \mu^4 (z+1)^4 \nabla^4 \phi_0 + \dots \tag{12}$$

상기한 경계치문제는 Boussinesq 방정식이 된다. 한편 수심에 걸친 평균 포텐셜을 다음과 같이 정의하고

$$\bar{\phi} = \frac{1}{(1+\mu^2 \zeta)} \int_{-1}^{\mu^2 \zeta} \phi \, dz, \tag{13}$$

수로폭과 배길이의 비를

$$L/W = 0(\mu^{-m}) \tag{14}$$

로 정의하여 Boussinesq 방정식에 대입하면 $m=1$ 일 때 KP 방정식이, 그리고 $0 \leq m \leq 1/2$ 일 때 KdV 방정식이 유도됨을 밝히며, Mei & Choi(1987)는 $m=0$ 로 가정하고 세장선 근사해법을 이용하여 파형, 조파저항 그리고 침하 및 종경사를 계산하였다. 그러나 전술한 바와 같이 이 해석은 선수부 solitons는 규명할 수 있으나, 선미부 3차원 유동을 설명하지 못하는 단점을 지니고 있다. 따라서 본 논문에서는 수로폭을 다음과 같이 가정한다.

$$\frac{W}{L} = \frac{1}{\mu b} \quad \text{with } b = 0(1). \tag{15}$$

Mei & Choi(1987)에서 지적된 바와 같이 비선형성과 분산성이 균형을 이루며 선수부에 2차원파가 발생하기 위하여는 교란체의 단면적과 수로단면적의 비로 정의되는 blockage 계수는 $0(\mu^4)$ 의 크기를 지녀야 한다. 즉, 선체단면의 특성길이를 R_0 라하면 blockage계수는

$$S_B = \frac{R_0^2}{2Wh} = 0(\mu^4) \tag{16}$$

이 되어 세장비가

$$\delta = \frac{R_0}{L} = 0(\mu^2) \tag{17}$$

인 세장선을 의미한다.

이 문제에 나타나는 특성길이는 L, W, h, R_0 등 4가지가 되어 유체영역을 다음과 같이 3가지 구간으로 구분한다(Fig. 2 참조).

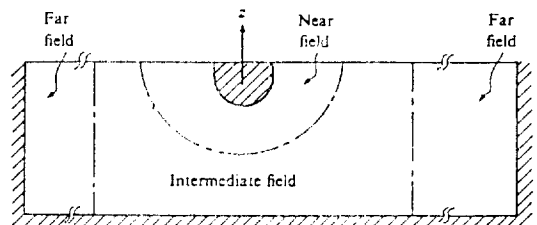


Fig. 2 Three different fluid regions

i) 외부영역 : $|x^*| < \infty, y^* = 0(W) = 0(L/\mu)$ (18)
 $z^* = 0(h) = 0(\mu L);$

ii) 중간영역 : $x^* = 0(L), (y^*, z^*) = 0(h) = 0(\mu L);$ (19)

iii) 내부영역 : $x^* = 0(L), (y^*, z^*) = 0(R_0) = 0(\mu^2 L).$ (20)

즉, 내부영역에서는 선체의 자세한 형상이 중요하나 수로바닥이나 수로벽은 아무런 영향을 끼치지 못한다. 중간영역에서는 수로바닥의 영향은 나타나지만 수로벽을 느끼지 못하고, 선체는 유량을 방출하는 용출선(line source)으로 표시된다. 외부영역에서는 교란이 수로형상의 영향을 받으며 전파되는 파형이 나타나게 된다. 본 논문에서는 matched asymptotic expansion 법에 따라 Mei & Choi(1987)에서 전개한 방식을 그대로 답습한다. 따라서 자세한 전개과정은 생략하고 기본가정의 차이인 $W/L = 0(1/\mu)$ 과 $R_0/L = 0(\mu^2)$ 에 따라 문제의 성격이 어떻게 변화하였는지에 초점을 맞추어 기술토록 한다.

3. 외부 영역

배에서 멀리 떨어진 외부영역에서는 좌표틀 식(18)에 제시한 특성길이를 무차원화 시킨다.

$$x^* = Lx, y^* = Wy, z^* = hz. \tag{21}$$

무차원화시킨 지배방정식과 경계조건은 다음과 같다.

$$\mu^2(\phi_{xx} + \mu^2 b^2 \phi_{yy}) + \phi_{zz} = 0 \quad (-1 < z < \mu^2 \zeta), \tag{22}$$

$$\phi_z = \mu^2[(1 - 2\alpha\mu^2)\zeta_x + \mu^2 \sqrt{1 - 2\alpha\mu^2} \zeta_z + \mu^2(\phi_x \zeta_x + \mu^2 b^2 \phi_y \zeta_y)] \quad (z = \mu^2 \zeta), \tag{23}$$

$$(1 - 2\alpha\mu^2)(\zeta + \phi_x) + \mu^2 \sqrt{1 - 2\alpha\mu^2} \phi_z + 1/2[\mu^2(\phi_x^2 + \mu^2 b^2 \phi_y^2) + \phi_z^2] = 0 \quad (z = \mu^2 \zeta), \tag{24}$$

$$\phi_x = 0 \quad (x = -1), \tag{25}$$

$$\phi_y = 0 \quad (y = 1). \tag{26}$$

이제 포텐셜과 수면식을

$$\phi = \phi^{(0)} + \mu^2 \phi^{(2)} + \mu^2 \phi^{(4)} + \dots, \tag{27}$$

$$\zeta = \zeta^{(0)} + \mu^2 \zeta^{(2)} + \mu^4 \zeta^{(4)} + \dots \tag{28}$$

와 같이 점근전개하여 식 (22)~(26)에 대입한 다음 μ 에 대한 차수가 같은 항끼리 모아 Laplace방정식을 만족시키는 일반해를 구하던 다음과 같다.

$$\phi^{(0)} = f^{(0)}(x, y, t),$$

$$\phi^{(2)} = f^{(2)}(x, y, t) - 1/2(x+1)^2 f_{xx}^{(0)},$$

$$\phi^{(4)} = f^{(4)}(x, y, t) - 1/2(x+1)^2 (f_{xx}^{(2)} + b^2 f_{yy}^{(0)})$$

$$+ \frac{1}{4}!(z+1)^4 f_{xxxx}^{(0)}, \tag{29}$$

여기서 일반해 $f^{(n)}$ 은 아직 미지의 함수이며 추후 내부영역해와의 정합(matching)을 통하여 구하게 된다. 자유표면식은 동역학적 경계조건(식 24)으로 부터 얻는다.

$$\zeta^{(0)} = -f_x^{(0)}(z=0),$$

$$\zeta^{(2)} = -f_x^{(2)} - f_x^{(0)} + \frac{1}{2}f_{xxx}^{(0)} - \frac{1}{2}(f_x^{(0)})^2. \tag{30}$$

운동학적 자유표면 경계조건(식 23)을 μ 의 차수에 따라 정리하면 $0(\mu^4)$ 에서 다음의 결과를 얻는다.

$$\phi_z^{(4)} = \zeta_x^{(2)} + \zeta_x^{(0)} + 2\alpha\zeta_x^{(0)} - 2\zeta^{(0)}\zeta_{xx}^{(0)} \tag{31}$$

이제 식 (29)와 (30)을 식 (31)에 대입하여 정리하면

$$\zeta_{xx}^{(0)} - \alpha\zeta_{xx}^{(0)} - \frac{3}{4}(\zeta^{(0)})_{xx}^2 - \frac{1}{6}\zeta_{xxxx}^{(0)} - \frac{1}{2}b^2\zeta_{yy}^{(0)} = 0 \tag{32}$$

와 같은 homogeneous KP 방정식을 얻는다. 뒷식에서 볼 수 있듯이 첫 두항은 일계 속도 근처에서 나타나는 비정상유동을, 셋째항은 미선형성을, 넷째항은 선형분산을 그리고 마지막 항은 3차원파를 의미한다. 만약 $\zeta_{yy}^{(0)} = 0$ 이면 식(32)를 x 에 대하여 적분함으로써 KdV 방정식을 얻는다.

외부영역은 교란체인 선박에서 너무 멀리 떨어져 있기 때문에 교란원이 직접 나타나지 않는 homogeneous KP 방정식이 되며 KdV 방정식과는 달리 y 에 따른 변화를 포함하고 있기 때문에 3차원 유동을 기술할 수 있으나, 계산량은 크게 증가하게 된다. 내부영역에서의 교란의 효과와 연결하기 위하여 식 (27)을 $y \ll 1$ 에 대한 전개를 하면 다음과 같다.

$$\phi \sim f^{(0)}(x, 0, t) + y f_y^{(0)}(x, 0, t) + \mu^2 [f^{(2)}(x, 0, t) - \frac{1}{2}(x+1)^2 f_{xx}^{(0)}(x, 0, t)] + \dots \tag{33}$$

미지의 일반해 $f^{(n)}$ 은 내부영역의 해를 외부전개하여 이를 뒷식과 정합시켜 정한다.

4. 내부 영역

이 영역에서는 선체 주위의 유동을 자세히 관찰하여야 하므로 좌표틀 다음과 같이 무차원화 시킨다.

$$y^* = R_0 \bar{y}, z^* = R_0 \bar{z}, r^* = R_0 \bar{r}, R^* = R_0 \bar{R}. \tag{34}$$

이에 따라 연속 방정식과 경계 조건은 다음과 같이 쓰여진다.

$$\delta^2 \phi_{xx} + \phi_{y\bar{y}} + \phi_{z\bar{z}} = 0 \quad \left(-\infty < \bar{z} < \frac{\mu^3}{\delta} \bar{\zeta}\right), \tag{35}$$

$$\phi_x = \mu^3 \delta \sqrt{1 - 2\alpha\mu^2} \zeta_x + \mu \delta (1 - 2\alpha\mu^2) \zeta_x + \mu^3 \delta \phi_x \zeta_x + \left(\frac{\mu^3}{\delta}\right) \phi_y \zeta_y \left(\bar{z} = \frac{\mu^3}{\delta} \zeta\right), \quad (36)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \bar{n}} = \left(\frac{\delta}{\mu}\right)^2 (1 - 2\alpha\mu^2 + \mu^2 \phi_x) \bar{R}_x \left[1 + \left(\frac{\bar{R}_\theta}{\bar{R}}\right)^2\right]^{-1/2} (\bar{z} = \bar{R}(x, \theta)). \quad (37)$$

식 (17)에 제시한 바와 같이 $\delta = 0(\mu^2)$ 이므로 내부영역에서 수면은 $O(\mu)$ 의 크기를 갖게 되어 포텐셜과 자유표면을 다음과 같이 접근전개한다.

$$\phi = \bar{\phi}^{(0)} + \mu \bar{\phi}^{(1)} + \mu^2 \bar{\phi}^{(2)} + \dots \quad (38)$$

$$\zeta = \bar{\zeta}^{(0)} + \mu \bar{\zeta}^{(1)} + \mu^2 \bar{\zeta}^{(2)} + \dots \quad (39)$$

이에 따라 식 (35)~(37)을 정리하면

$$\bar{\phi}_{\bar{y}\bar{y}}^{(n)} + \bar{\phi}_{\bar{z}\bar{z}}^{(n)} = 0 \quad (n=0, 1, 2; -\infty < \bar{z} < 0), \quad (40)$$

$$\bar{\phi}_{\bar{z}}^{(0)} = 0, \quad \bar{\phi}_{\bar{z}}^{(1)} = \bar{\phi}_{\bar{y}}^{(0)} \zeta_{\bar{y}}^{(0)} \quad (\bar{z} = 0), \quad (41)$$

$$\frac{\partial \bar{\phi}^{(n)}}{\partial \bar{n}} = 0 \quad (n=0, 1),$$

$$\frac{\partial \bar{\phi}^{(2)}}{\partial \bar{n}} = \bar{R}_x \left[1 + \left(\frac{\bar{R}_\theta}{\bar{R}}\right)^2\right]^{-1/2} \quad (\bar{r} = \bar{R}(x, \theta)) \quad (42)$$

와 같이 되고 식 (40)과 (41)로부터 $\bar{\phi}^{(1)} = 0$ 을 얻게 되므로 전개식에서 $O(\mu)$ 항은 생략하여도 무방하다. $\bar{\phi}^{(0)}$ 는 homogeneous Neumann 경계치문제가 되므로

$$\bar{\phi}^{(0)} = \bar{f}^{(0)}(x, t) \quad (43)$$

와 같은 형태의 해를 갖고 $\bar{\phi}^{(2)}$ 는 식 (42)에 제시된 inhomogeneous항이 있으므로 특수해를 갖는다.

$$\bar{\phi}^{(2)} = \bar{f}^{(2)}(x, t) + \bar{\phi}_p(x, \bar{y}, \bar{z}, t). \quad (44)$$

특수해는 선체에 의한 교란을 의미하며 선체에서 멀리 떨어진 영역에서는 2차원 용출선으로 표시될 수 있다.

$$\bar{\phi}_p = \frac{1}{\pi} \bar{q}(x, t) \ln \bar{r} + c(x, t) \quad (\bar{r} \rightarrow \infty), \quad (45)$$

여기서 \bar{q} 는 특이점의 세기이며 c 는 $\bar{f}^{(2)}$ 에 포함하여 표시할 수도 있다. 이제 선체에서 멀리 떨어진 곳에 임의의 control volume을 설정하여 질량보존법칙을 적용하면 특이점의 세기는 다음과 같다.

$$\bar{q} = \frac{2}{b} \frac{F^2}{\delta^2} S_B S_x(x), \quad (46)$$

여기서 S_B 는 blockage계수, $S(x)$ 는 길이 방향으로의 선체 단면 분포식을 뜻한다.

임계속도근처에서는 식 (10)에서 가정한 바와 같이 $F = 1 + O(\mu^2)$ 이므로 blockage 계수는 $S_B = O(\mu^4)$ 의 크기가 된다. 한편 내부영역에서 얻은 포텐셜을 $\bar{r} \rightarrow \infty$ 에 대한 외부전개를 시키면 다음과 같다.

$$\phi \sim \bar{f}^{(0)}(x, t) + \mu^2 \left[\bar{f}^{(2)}(x, t) + \frac{\bar{q}}{\pi} \ln \frac{\delta \bar{r}}{\mu} \right] + \dots \quad (47)$$

미지인 일반해 $\bar{f}^{(n)}(x, t)$ 는 경합을 통하여 결정한다.

5. 중간 영역

이 영역에서 y^* 와 r^* 은 다음과 같이 무차원화시키고 $y^* = h \bar{y}$ and $r^* = h \bar{r}$, (48)

나머지 좌표는 식 (21)에 표시된 외부영역에서의 정의를 그대로 택한다. 연속방정식과 경계조건을 이들 무차원 좌표로 대치하고 속도포텐셜과 자유표면식을 내부영역에서와 같은 형태를 취하면 첫 두차수의 해는 쉽사리 얻게된다.

$$\bar{\phi}^{(0)} = \bar{f}^{(0)}(x, t),$$

$$\bar{\phi}^{(2)} = \bar{f}^{(2)}(x, t) - \frac{1}{2}(x+1)^2 \bar{f}_{xx}^{(0)} + \bar{\phi}_p. \quad (49)$$

윗식에서 $\bar{\phi}_p$ 는 역시 특수해로 선체의 존재를 나타낸다. 이 영역에서 선체는 선수에서 선미까지 직선으로 나타나므로 $\bar{\phi}_p$ 는 소오스와 같은 특이점을 해로 갖는다. 위의 결과를 $\bar{r} \rightarrow 0$ 에 대한 전개를 하면

$$\phi \sim \bar{f}^{(0)}(x, t) + \mu^2 \left[\bar{f}^{(2)}(x, t) - \frac{1}{2} \bar{f}_{xx}^{(0)} + \frac{q}{\pi} \ln \bar{r} \right] + \dots \quad (50)$$

을 얻게 되어 식 (47)과 정합시키면

$$\bar{f}^{(0)}(x, t) = \bar{f}^{(0)}(x, t),$$

$$\bar{f}^{(2)}(x, t) = \bar{f}^{(2)}(x, t) - \frac{1}{2} \bar{f}_{xx}^{(0)}, \quad \bar{q} = q \quad (51)$$

이 된다. 즉, 내부영역에서 구한 용출선의 세기는 중간영역에서 나타나는 용출선의 선밀도와 같아진다. 한편 $\bar{y} \rightarrow \infty$ 가 되는 control volume을 설정하여 질량보존법칙을 적용하면

$$\bar{\phi}_p \rightarrow \frac{1}{2} q \bar{y}^2 \quad \bar{y} \gg 1 \quad (52)$$

이 되므로 식 (49)의 외부전개식은 다음과 같다.

$$\phi \sim \bar{f}^{(0)}(x, t) + \mu^2 \left[\bar{f}^{(2)}(x, t) - \frac{1}{2}(x+1)^2 \bar{f}_{xx}^{(2)} + \frac{q}{2} \frac{y}{\mu^2 b} \right] + \dots \quad (53)$$

외부영역해의 $y \rightarrow 0$ 에 대한 전개식 식 (33)과 정합시키면

$$\bar{f}^{(0)}(x, 0, t) = \bar{f}^{(0)}(x, t) = \bar{f}^{(0)}(x, t), \quad (54)$$

$$\bar{f}^{(0)}y(x, 0, t) = \frac{q}{2b} = \frac{1}{b^2} \frac{S_B}{\mu^4} S_x(x) \quad (55)$$

와 같은 관계를 얻게된다. 이제 식 (55)를 x 에 대하여 미분하고 식 (30)에서 얻은 결과에 대입하면 최종 결과식을 얻는다.

$$\zeta^{(0)}y(x, 0, t) = \frac{-\beta}{b^2} S_{xx}(x), \quad \beta = \frac{S_B}{\mu^4}. \quad (56)$$

이 결과는 임의 압력분포에 대하여 유도한 Katsis & Akylas(1987)의 결과와 사실상 일치하는 내용이다.

6. 동유체력과 침하 및 종경사

속도 포텐셜을 Bernoulli 방정식에 대입하여 첫항만을 취하면

$$p = -\mu^2 \bar{\phi}_x^{(0)} + O(\mu^3) \quad (57)$$

와 같은 무차원화된 동압을 얻는다.

이제 세장계근사법을 적용하면(Newman and Tuck, 1964) 무차원 조파저항, 수직력 및 종경사 모우먼트는 아래와 같다.

$$R_w = \frac{R_w^*}{\rho g V} = \frac{1}{\rho g V} \int_{-L}^L p^* \frac{\partial S^*}{\partial x^*} dx^* \\ = \frac{\mu^3}{2C_p} \int_{-1}^1 \zeta^{(0)} S_x dx, \quad (58)$$

여기서 $C_p = \frac{V}{2LS_0}$ (S_0 =중양단면적)는 prismatic 계수를 뜻한다.

$$F_x = \frac{F_x^*}{\rho g L A_w} = \frac{2}{\rho g L A_w} \int_{-L}^L p^* Y^* dx^* \\ = -\frac{\mu^3}{2C_w} \int_{-1}^1 \zeta^{(0)} Y dx, \quad (59)$$

여기서 $C_w = \frac{A_w}{4BL}$ (A_w =수선면면적)은 수선면계수를 뜻한다.

$$M = \frac{M^*}{\rho g L^2 A_w} = -\frac{\mu^3}{2C_w} \int_{-1}^1 \zeta^{(0)} Y dx. \quad (60)$$

이제 유체정역학적 관계식을 이용하여 수직력 및 종경사 모우먼트를 침하 s 와 종경사 θ 로 표시하면

$$-F_x = s + l\theta \quad (61)$$

$$M = ls + r_c\theta \quad (62)$$

와 같은 관계식을 얻으므로, 이로부터 침하와 종경사를 얻게 된다.

$$s = -\frac{r_c F_x + lM}{r_c - l^2}, \quad (63)$$

$$\theta = -\frac{lF_x + M}{r_c - l^2}, \quad (64)$$

여기서 l 과 r_c 는 부침된 거리와 중방향 곡률반경으로 다음과 같이 정의된다.

$$l = \frac{2}{A_w L} \int_{-L}^L x^* Y^* dx^*, \\ r_c = \frac{2}{A_w L^2} \int_{-L}^L x^{*2} Y^* dx^* \quad (65)$$

7. 수치계산

식 (32)로 유도된 Kadomtsev-Petviashvili 방정식은 전술한 바와 같이 제한수로에서 임계속도로 항진하는 선박이 발생하는 파를 일반적으로 기술하고 있으므로 많은 계산예를 보일 수 있다. 이 방정식에 대한 수치계산은 KdV 방정식의 경우와는 달리 잘 알려져 있지 못하다. 정규분포된 압력에 대한 계산을 수행한 Katsis & Akylas(1987)가 지금까지 문헌에 소개된 유일한 예이다. 본 논문에서는 KdV 방정식과의 유사성을 살리기 위하여 식 (31)를 x 에 대하여 적분한 형태를 택하였다.

$$\zeta_x^{(0)} = \alpha \zeta_x^{(0)} + \frac{3}{2} \zeta^{(0)} \zeta_x^{(0)} + \frac{1}{6} \zeta_{xxx}^{(0)} + \frac{b^2}{2} \int_{-\infty}^x \zeta_y^{(0)} dx, \quad (66)$$

여기서 $x = -\infty$ 에서 $\zeta^{(0)}$ 는 물론 y 의 미분치는 모두 0이라는 경계조건을 이용하였다.

수치계산은 가장 단순한 Forward-time & centered-space 유한차분법을 이용하였으나, $y^* = 0$ 과 $y^* = W$ 에서는 경계조건 식 (26)과 (56)을 처리하기 위하여 One-sided space difference를 사용하였으며, x 에 대한 적분은 Trapezoidal 공식으로 처리하였다. 선형수치안정해석 결과는 $\Delta t / (\Delta x)^3 < 1/4\pi^2$ 이지만, 본 논문에서는 수치실험을 통하여 모든 계산에 다음과 같은 길이와 시간간격을 적용하였다.

$$\Delta x = 0.1, \quad \Delta y = 0.1, \quad \Delta t = 0.00002.$$

우선 solitons와 3차원파가 어떻게 발생되어 전파되는지를 고찰하면서 다른 결과와 비교하기 위하여 $W/L = 1.0$, $S_B = 0.105$, $\mu = 0.25$, $F = 1.0$ 을 택했다. 이는 Ertekin et al.이 수행한 실험의 한 경우로 이들은 이에 대응하는 사각형 압력분포를 추정하여 Green-Naghdi 공식으로 계산하였다(1984, 1986). 본 논문에서는 이에 대응하는 선박으로 단면적이 포물선으로 변화하는 세장선을 택하였다.

$$S(x) = 1 - x^2 \quad (|x| \leq 1).$$

대칭성 때문에 수로의 오른쪽 반면만을 보였으며, y 축은 외부영역 변수로 수로반쪽으로 무차원화시켜 $y = 1$ 이 수로벽에 해당한다. 한편 선박의 길이는 반장 L 로 무차원화하여 2.0의 값을 갖으며, y 축과 파는 길이방향에 비하여 각각 22배와 160배로 확대하였다. 한편 시간척도는 $\Delta t = 1.0$ 동안 선박이 선장의 8배에 해당하는 거리를 항진한 시간에 대응한다. $t = 0.2$ 일때(Fig. 3a), 첫 soliton이 이미 발생하여 전파되고 있는 데, 초기에는 3차원파지만 벽에 도달하여 반사되면서 벽쪽의

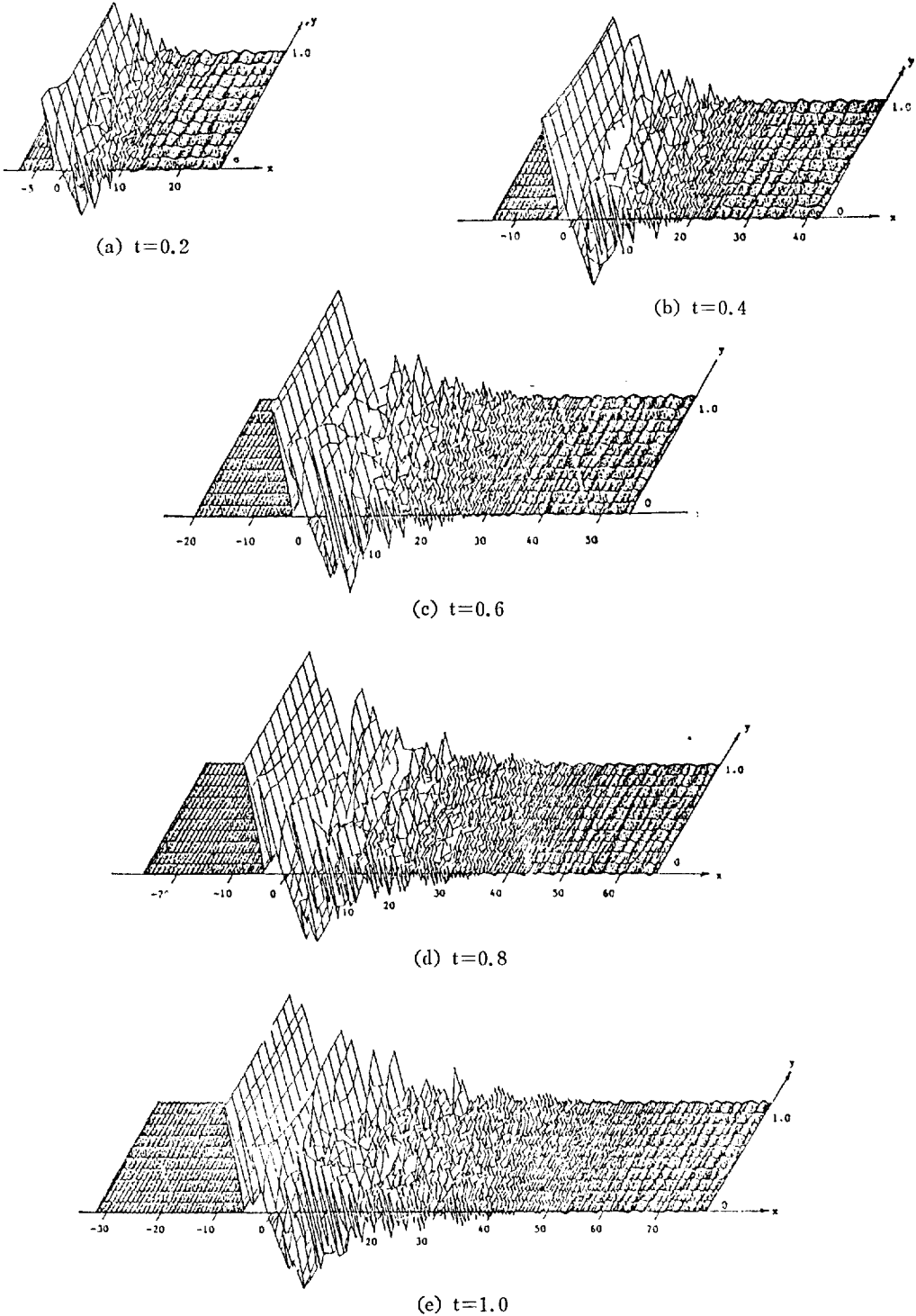


Fig. 3 Evolution of wave field generated by a slender ship ($\alpha=0.0$, $\beta=26.88$, $b=4.0$, $\mu=0.25$)

위상속도가 빨라져 일직선을 이루며 2차원파로 변환되고 있다. Soliton으로 이송된 질량때문에 선미부의 수면이 낮아지면서 선박은 부력을 잃게되어 침하와 선미 종경사를 하게된다. 그 후방에는 매우 복잡한 3차원 파가 형성되며, 또한 수로벽에서 반사된 횡파가 뚜렷히 보인다. $t=0.4$ 일때 (Fig. 3b), 첫 soliton은 거의 일직선을 이루어 선수쪽으로 전파되어 나가고, 그 뒤에 2번째 soliton이 형성되기 시작한다. Fig. 3c에는 $t=0.6$ 에서의 파형을 보이고 있다. 2번째 soliton의 형상이 뚜렷해졌으며 선미부는 더욱 복잡한 양상을 보이고 있다. $t=0.8$ (Fig. 3d)에 이르면 2번째 soliton은 첫번째 soliton이 $t=0.2$ 에서 보였던 모습을 갖게 되어 soliton 발생이 거의 주기적임을 확인할 수 있다. 여기서 마지막 그림인 Fig. 3e($t=1.0$)에는 2개의 완성된 solitons와 3번째 soliton의 초기 모습이 나타나 있다. Ertekin의 계산결과와 비교하면 대체로 일치하는 파형을 보이고 있다. 즉, soliton의 형상은 거의 일치하지만 선미부 파형은 본 계산결과가 한결 복잡한 양상을 보이고 있다. 이는 물론 계산방법의 차이에 기인할 수도 있으나 Ertekin이 사각형 압력분포를 이용한 반면, 본 논문에서는 세장선에 대한 계산을 수행한 점에 더 큰 원인이 있으리라 사료된다.

Fig. 4에는 $t=1.0$ 일 때, $y=0$ 와 $y=1(y^*=W)$ 에서 계산된 파형의 길이방향에 따른 변화를 도시하였다. 일단 완성된 soliton은 2차원 파동이므로 첫 2개의 solitons 모양은 같지만, 생성되고 있는 soliton의 경우 아직 3차원 성분이 남아 있으므로 수로중심선과 수로벽에서 다른 모습을 보이고 있다. 선미에 가까운 영역에서는 파형에 커다란 차이를 보이고 있으나, 그 뒤

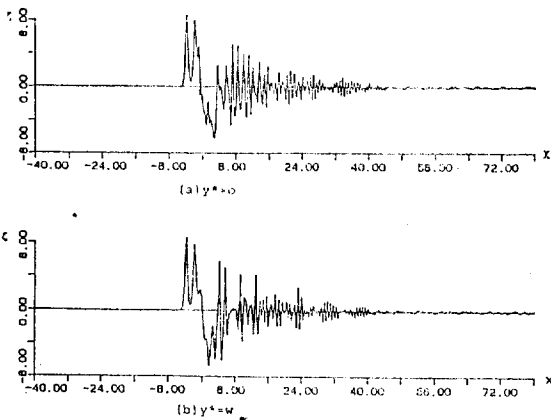


Fig. 4 Wave profiles along the center & the wall of a canal at $t=1.0$

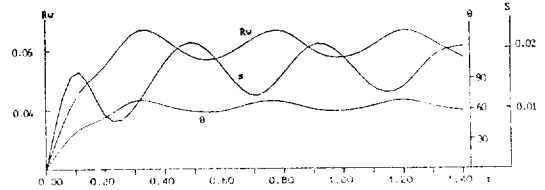


Fig. 5 Evolution of wave resistance, sinkage & trim on a slender ship ($\alpha=0.0, \beta=26.88, b=4.0, \mu=0.25$)

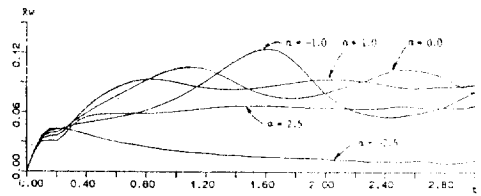


Fig. 6 Evolution of wave resistance on a slender ship for different speeds ($\beta=5.0, b=3.0, \mu=0.333$)

후방의 파형은 위상의 차이만 지니고 있다.

선박에 작용하는 저항과 침하 및 종경사를 Fig. 5에 함께 도시하였다. 여기서 R_w 는 식 (58)에 정의한 저항 계수(specific resistance coefficient)이며, 양의 s 는 배 길이의 반(L)으로 무차원화시킨 침하를 의미한다. 한편 종경사 θ 는 각(degree)으로 표시한 종경사로 선미 종경사는 양의 값을 갖는다. 저항, 침하 및 종경사 모두 처음 0에서 시작하여 첫 최대치에 이른 다음 시간에 따라 계속 변동하고 있으므로 유동은 결코 정상상태에 도달할 수 없음을 확인할 수 있다. $t=1.4$ 에 이르기까지 침하는 양이며 선미종경사가 발생한다. 특히 조파저항과 종경사는 같은 위상으로 변동하고 있으나, 침하는 이들과는 반대의 위상을 갖는다. 변동주기는 대략 $T=0.45$ 이며, 이는 soliton의 발생주기와 같다. 따라서 동유체력은 soliton에 의하여 지배되며 선미부 3차원 파동의 영향은 상대적으로 작음을 알 수 있다.

조파저항과 침하 및 종경사가 선속에 따라 어떻게 변화하는지를 고찰하기 위하여 $\mu(=h/L)=0.333, b=3.0(W/L=1.0)$ 인 수로에서 $S_b=0.0617(\beta=5.0)$ 인 세장선이 임계속도 부근의 선속으로 항진하는 경우를 살펴보자. 선속은 subcritical인 $\alpha=2.5(F=0.667)$ 와 $\alpha=1.0(F=0.882)$, 임계속도인 $\alpha=0.0(F=1.0)$ 그리고 supercritical인 $\alpha=-1.0(F=1.106)$ 과 $\alpha=-2.5(F=1.247)$ 등 모두 5개를 택하였다. Fig. 6은 조파저항 계수의 시간에 따른 변화를 보이고 있다. $\alpha=2.5$ 인 경우

저항이 증가하여 $R_w=0.065$ 에 이르던 시간에 따라 별 다른 변화를 보이지 않는다. 그러나 속도가 증가하면서 시간에 따른 변화가 커지지만 아주 빠른 선속의 경우($\alpha=-2.5$)에는 조파저항계수가 최대치 $R_w=0.044$ 에 이른 다음 시간에 따라 단조롭게 감소한다. 임계속도에 가까운 선속인 $\alpha=1.0, 0.0, -1.0$ 의 3경우 장시간에 걸친 평균조파 저항계수는 서로 비슷하지만 변동주기와 위상 그리고 진폭은 서로 다르다. 특히, $\alpha=-1.0$ ($F=1.106$)에서 변동최대치는 0.124 그리고 변동최소치는 0.056이어서 그 차이가 2배 이상이나 된다.

침하의 시간에 따른 변화는 대체로 보아 조파저항의 경우와 같다. 즉, 임계속도 부근에서는 심한 변동을 보이나 임계속도에서 멀어지면 변동의 폭이 크지 않다. 선속이 임계속도보다 느리다면 항상 침하가 발생하지만, 임계속도보다 빠른 영역에서는 반대의 경향을 보이고 있으며, 임계속도에서는 침하와 상승이 반복된다(Fig. 7).

종경사의 시간에 따른 변화는 위의 2가지 경우와 같으나 선속에 관계없이 항상 선미종경사가 발생함을 Fig. 8에서 관찰할 수 있다. 변동이 가장 심한 $\alpha=-1.0$ 의 경우 최대선미종경사는 $t=1.5$ 에서 무려 10.5° 에 이르러 좌초의 위험성을 지니고 있다.

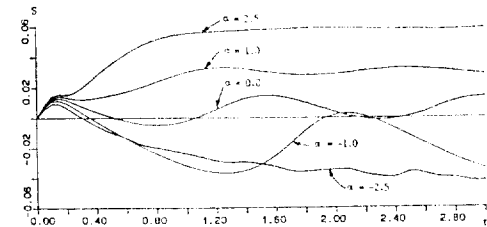


Fig. 7 Evolution of sinkage on a slender ship for different speeds ($\beta=5.0, b=3.0, \mu=0.333$)

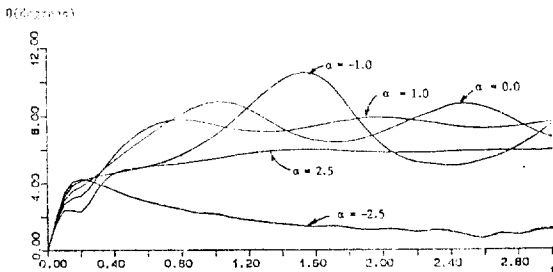
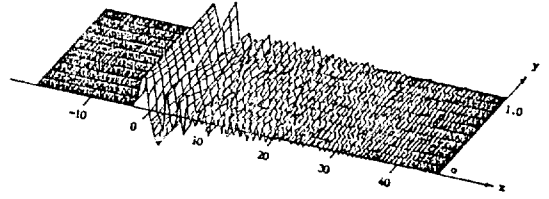
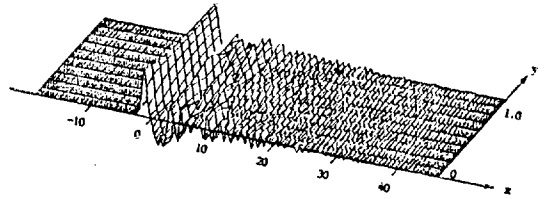


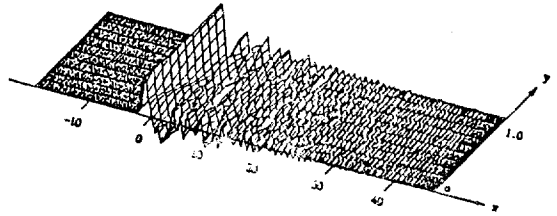
Fig. 8 Evolution of trim on a slender ship for different speeds ($\beta=5.0, b=3.0, \mu=0.333$)



(a) $\alpha = 1.0$ ($F = 0.882$)



(b) $\alpha = 0.0$ ($F = 1.0$)



(c) $\alpha = -1.0$ ($F = 1.106$)

Fig. 9 Wave fields generated by a slender ship for different speeds ($t=1.0, \beta=5.0, b=3.0, \mu=0.333$)

Fig. 9에는 $t=1.0$ 에서의 파형을 보이고 있다. 이 그림과 다음 그림인 Fig. 10에서 $\mu(=h/L)=0.333$ 이므로 y 축과 파고는 각각 16.67배와 67.5배로 확대하였다. $\alpha=1.0$ (Fig.9a)의 경우 선수쪽으로 soliton이 발생되어있으며 그 뒤 수로벽쪽에는 매우 높은 파가 관측된다. 임계속도에서는(Fig. 9b) 더 큰 soliton이 보이나 그 크기가 수로벽에 향하여 약하게 감소하고 있으며 그 뒤에는 앞에서 관측되었던 파가 보이지 않는다. 한편 $\alpha=-1.0$ (Fig.9c)에서는 첫 soliton이 완성되어 앞으로 전파하면서 동시에 선수쪽에서부터 2번째 soliton이 형성되어가는 모습을 볼 수 있다.

마지막 그림인 Fig. 10에는 수로폭의 차이에 기인한 파형의 변화를 도시하였다. 위에서 논의한 세장선이

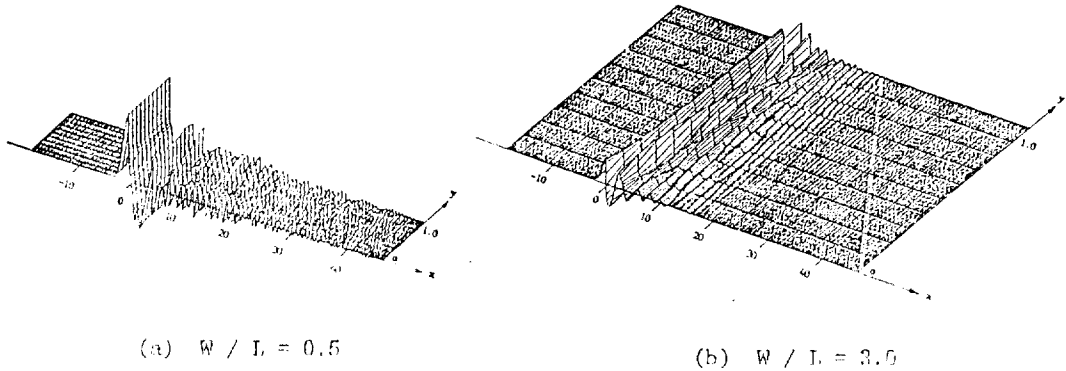


Fig. 10 Wave fields generated by a slender ship for different canal widths ($t=1.0, \alpha=0.0, \mu=0.333$)

폭이 더 좁은 수로($b=6.0, W/L=0.5$)와 더 넓은 수로 ($b=1.0, W/L=3.0$)에서 일제속도로 항진할 때 시간 $t=1.0$ 에서 나타나는 파형을 각각 Fig. 10a와 Fig. 10b에 제시하였다. 이들 그림과 Fig. 9b에 도시한 수로폭 $b=3.0(W/L=1.0)$ 인 경우를 서로 비교하면 수로폭이 파형에 미치는 영향을 쉽사리 파악할 수 있다. 즉, 수로폭이 상대적으로 작을 때에는 높은 크기의 soliton과 선미 3차원파가 빨리 발생하여 빠른 속도로 전파되지만, 수로폭이 넓어지면 soliton의 발생 및 전파속도가 느려지며 또한 높이도 현격하게 줄어들며 선미부 3차원파도 같은 경향을 보인다.

이러한 파형의 차이가 동유체력 및 선체자세에 미치는 영향을 분석하기 위하여 Table 1에는 각각의 경우에서 나타나는 조파저항과 침하 및 종경사의 첫 최대치와 인접한 최소치를 발생시각과 함께 정리하였다.

Table 1 First two extreme values of wave resistance, sinkage & trim on a slender ship in a canal with different widths ($\alpha=0.0$ and $\mu=0.333$)

W/L	0.5	1.0	3.0
R_w max	0.140(0.7)	0.105(1.1)	0.085(2.1)
min	0.101(1.0)	0.074(1.8)	0.082(2.8)
s max	0.013(0.9)	0.014(1.5)	0.017(0.5)
min	-0.008(0.5)	-0.005(0.8)	0.011(1.9)
θ max	12.082(0.6)	8.827(1.0)	7.900(1.7)
min	8.334(1.0)	6.456(1.7)	5.894(3.9)

The number in parenthesis means the nondimensional time the extreme occurs.

조파저항은 수로폭이 좁아지면서 최대치와 최소치가 모두 증가하고 또한 그 차이도 증가한다. 침하의 경우 반대로 수로폭이 넓어지면서 침하량이 증가한다. 또한 특이한 현상으로 수로폭이 상대적으로 좁을 때에는 ($W/L=0.5$ 와 1.0) 최대 상승이 최대침하보다 먼저 나타나지만, 수로폭이 넓은 경우에는 상승이 나타나지 않는다. 종경사는 조파저항과 같은 경향을 보인다. 한편 발생하는 시간을 살펴보면 수로폭이 상대적으로 좁을 때에는 위에서 지적한 바와 같이 거의 주기적으로 나타나 $W/L=0.5$ 인 경우에는 대략 $T=0.35$ 의 주기를 그리고 $W/L=1.0$ 일 때에는 대략 $T=0.7$ 의 주기를 나타내어 수로폭에 비례한다. 조파저항과 종경사는 Fig. 5~Fig. 8에서 보인 바와 같이 같은 시각에서 침하는 그 중간시각에서 최대 및 최소치를 갖는다. 그러나 수로폭이 넓은 경우에는 조파저항, 침하 및 종경사의 주기가 모두 서로 다르다. 이는 Fig. 10b에서 유추할 수 있듯이 수로폭이 넓어지면 soliton발생이 미약해지므로 이제는 3차원 파의 영향이 상대적으로 커져 soliton에 의한 뚜렷한 주기성이 약하게 나타나기 때문이다.

결 론

본 논문에서는 제한수로에서 일제속도로 항진하는 선박이 발생시키는 soliton과 선미부 3차원 유동을 포텐셜이론에 근거하여 matched asymptotic expansion 기법으로 해석하였다. 수로폭이 배의 길이보다 크다는 가정에서 파는 Kadomtsev-Petviashvili(KV) 방정식으로 표시할 수 있음을 보였다.

수치계산결과 KP방정식은 상당히 넓은 범위에서 유

효하며 soliton 발생과 전파는 물론 선미부 3차원파를 잘 기술하고 있음을 보였다. 임계속도 근처에서는 선수쪽으로 soliton이 발생하여 선속보다 빠른 위상속도로 전파되면서 선체주위의 유체가 앞으로 이동되어 선박은 부력을 잃고 침하와 종경사를 하게 된다. 또한 soliton 발생으로 조파저항이 급격하게 증가된다. 이들은 시간에 따라 변동하여 선체주위의 유동은 정상상태에 이르지 못한다. Soliton이 강하게 발생하는 협수로의 경우 동유체력과 이로인한 선체자세의 변화는 soliton과 같은 주기를 갖게 되며, 특히 조파저항과 종경사는 같은 위상에서 그러나 침하는 180°의 위상차를 갖고 극값을 갖는다. 수로폭이 넓어지면 soliton 발생이 늦어지면서 약화되어 조파저항과 종경사의 값이 감소하지만 침하는 오히려 약간 증가한다.

본 논문은 한국과학재단에서 지원하는 1987년도 목적기초연구과제 “선박의 유체동역학적 특성 규명을 위한 기초연구—비선형해석—”(관리번호 870207)의 제 2세부과제 “쇄파현상과 쇄파중에서의 부유체의 운동해석”의 일환으로 수행한 연구결과의 일부분을 밝히면서 상기 재단에 심심한 사의를 표합니다. 또한 본 논문에 수록한 그림들을 그려 준 서울대학교 대학원에 재학중인 조일형군에게 감사드립니다.

참 고 문 헌

[1] Alylas, T.B., “On the excitation of long nonlinear waves by a moving pressure distribution”, *J. Fluid Mech.*, 141, 455-466, 1984.

[2] Ertekin, R.C., Webster, W.C. & Wehausen, J.V., “Ship-generated solitons”, Proc. 15th Symp. on Naval Hydrodyn., Hamburg. 34-364, 1984.

[3] Ertekin, R.C., Webster, W.C. & Wehausen, J.V., “Waves caused by a moving disturbance in a shallow channel of finite width”, *J. Fluid Mech.*, 169, 275-292, 1986.

[4] Graff, W., “Untersuchungen ueber die Ausbildung des Wellenwiderstandes im Bereich der Stauwellengeschwindigkeit im flachem, seitlich beschaenktem Fahrwasser”, *Schifftechnik Bd.*

9, Heft 47, 110-122, 1962.

[5] Huang, D.B., Sibul, O.J., Webster, W.C., Wehausen, J.V., Wu, D.M. & Wu, T.Y., “Ships moving in the transcritical range”, Proc. Conf. on Behavior of Ships in Restricted Waters. (Varna, Bulgaria) Vol.2, 26-1-26-10, 1982.

[6] Izubuchi, T. & Nagasawa, S., “Experimental investigation on the influence of water depth upon the resistance of ships”, (In Japanese) *Jap. Soc. Nav. Arch.* 61, 165-206, 1937.

[7] Katsis, C. & Akylas, T.R., “On the excitation of long nonlinear water waves by a moving pressure distribution. Part 2. Three-dimensional effects”, *J. Fluid Mech.*, 177, 49-65, 1987.

[8] Lee, S.J., “Generation of long water waves by moving disturbances.”, Doctoral Dissertation, California Institute of Technology, 1985.

[9] Mei, C.C. & Choi, H.S., “Forces on a slender ship advancing near the critical speed in a wide canal”, *J. Fluid Mech.*, 179, 59-76, 1987.

[10] Newman, J.N. & Tuck, E.O., “Current progress in the slender-body theory of ship motions”, Proc. 5th Symp. Naval Hydrodyn., Washington, 126-166, 1964.

[11] Thews, J.G. & Landweber, L., “The influence of shallow water on the resistance of a cruiser model”, US Exp. Model Basin, Navy Yard, Washington DC. Rep. no.408, 1935.

[12] Tuck, E.O., “Shallow water flows past slender bodies”, *J. Fluid Mech.*, 26, 81-95, 1966.

[13] Wu, D.M. & Wu, T.Y., “Three dimensional nonlinear long waves due to moving surface pressure”, Proc. 14th Symp. Naval Hydrodyn. AnnArbor. 103-129, 1982.

[14] Wu, D.M. & Wu, T.Y., “Precursor solitons generated by three-dimensional disturbances moving in a channel”, IUTAM Symposium on Nonlinear Water Waves, August 25-28, Tokyo, Japan, 1987.