

유연성 매니퓰레이터의 최적제어를 위한 STOCHASTIC 관측기의 설계

Design of Stochastic Observer for The Optimal Control of A Flexible Manipulator

南 浩 法* · 朴 鍾 國**
(Ho-Bub Nam · Chong-Kug Park)

요 약

단일 링크 유연성 매니퓰레이터의 최적 제어를 위한 상태 추정기로서 Stochastic 관측기의 설계 방법을 제시하였다. 최적 제어의 상태 추정 문제에 있어서 시스템의 출력 상태 변수 측정시 측정 잡음이 존재하지 않는 Deterministic 시스템과 측정에 잡음이 발생하는 Stochastic 시스템 각각에 대하여 서로 다른 상태 추정기가 이용되지만 본 논문에서는 Deterministic 관측기 이론과 Kalman 필터링 이론의 결합으로 설계된 Stochastic 관측기를 도입하여 두 시스템의 상태 변수 추정에 공통으로 이용될 수 있게 하였다. Stochastic 관측기를 상태 추정기로 이용한 제어 시스템과 모든 상태가 직접 측정될 수 있다고 가정하여 설계된 제어 시스템을 비교한 결과 그들의 동작 특성이 근접함을 확인하였다.

Abstract- A method is suggested to design a stochastic observer which can be used as a state estimator for the optimal control of a one link flexible manipulator. This stochastic observer is derived from unifying the two concepts of reduced-state deterministic observer theory and optimal Kalman filtering theory. In estimating state variables for the optimal control, instead of using the two different state estimators for the deterministic system with noise free measurements and stochastic system with noise measurements, only one stochastic observer is designed which is to be used in both systems commonly. Through the simulation, it has been shown that the flexible system with the stochastic observer is similar in characteristics to the flexible system assuming that all states can be measured.

1. 서 론

*正 會 員 : 慶熙大 工大 電子工學科 博士過程
 **正 會 員 : 慶熙大 工大 電子工學科 教授 · 工博
 接受日字 : 1989年 3月 13日
 1次修正 : 1989年 8月 25日

최근의 로봇 시스템 개발에 있어서 중요한 연구 과제 중의 하나는 매니퓰레이터 구동의 정확성

과 부하 용량은 기준값 이상으로 유지시키면서 가능한 한 매니퓰레이터의 생산가를 낮추는 것인데 이를 위하여는 강체 대신 무게가 가볍고 또한 가격이 저렴한 유연성 재료를 매니퓰레이터의 제작에 이용하는 것이다. 이는 매니퓰레이터의 생산가를 낮출 뿐만 아니라 더 큰 운동 속도, 에너지의 효율적인 이용 및 시스템의 자유로운 이동등의 효과를 얻을 수 있다. 그러나 재료의 유연성은 필연적으로 시스템의 동 특성을 복잡하게 해주며 실제적으로 매니퓰레이터의 구동시 나타나는 유연성 진동은 심각한 문제를 제시하기 때문에 경량의 재료를 이용한 유연성 로봇 매니퓰레이터에서는 보다 정교한 제어기의 설계를 요구하게 된다. 1975년 Book, Neto, Whitney[1]가 유연성 매니퓰레이터를 모델링하고 Simon 알고리즘을 사용하여 제어기를 설계한 이후 관련 연구가 활발하게 수행되고 있다. [2][3~6]

본 논문에서는 Lagrange 방정식과 가정 모드 방법에 의하여 단일 링크 유연성 매니퓰레이터를 모델링 하고 여기에 Quadratic 최적 제어 이론을 적용하였으며 또한 측정할 수 없는 상태의 추정을 위한 효율적인 상태 추정기로서 Stochastic 관측기를 설계하여 출력 상태의 측정이 정확한 Deterministic 시스템과 시스템에 외란이 존재하고 측정에 잡음이 발생하는 Stochastic 시스템에 대하여 공통으로 이용할 수 있게 하였다.

2. 유연성 매니퓰레이터의 모델링

유연성 매니퓰레이터에 대한 운동 방정식은 Lagrange 방정식과 가정 모드 방법에 의하여 유도된다. 그림 (2.1)의 단일 링크 유연성 매니퓰레이터에서 변형되지 않은 링크 위의 한 점을 X, 그 점에서 링크의 유연성 횡 변위만을 고려하여

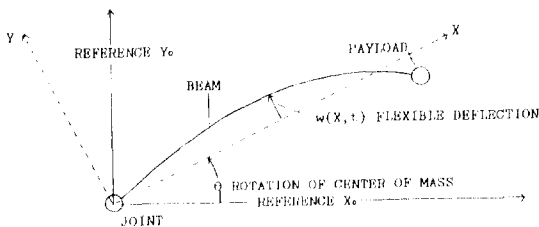


그림 2.1 단일 링크 유연성 매니퓰레이터
Fig. 2.1 One link flexible manipulator

$w(X, t)$ 라고 하면 $\omega(X, t)$ 는 시간에 종속적인 일반화된 좌표계에 허용함수를 곱한 항들의 선형조합으로 가정하여 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.

즉,

$$w(X, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(X) q_i(t) \tag{2.1}$$

여기서 $\phi_i(X)$ 는 기하학적 경계조건을 만족하는 허용함수이며 $q_i(t)$ 는 일반화된 좌표계이다. 더우기 유연성 링크의 고차 모드의 진폭이 1차 모드의 진폭에 비하여 매우 작다고 가정하면 2차 모드 까지만 취하여도 시스템을 충분히 정확하게 나타낼 수 있을 것이다. 그러면 유연성 횡 변위는

$$w(X, t) = \phi_1(X) q_1(t) + \phi_2(X) q_2(t) \tag{2.2}$$

이고 회전 거리를 포함한 변위는 $y = \theta(t)X + w(X, t)$ 이다. 시스템의 위치 에너지와 운동 에너지를 Lagrange 방정식에 대입하고 식 (2.2)를 이용하면 시스템의 운동 방정식은 다음의 모양으로 표시된다. [2]

$$M\ddot{z} = f(z, \dot{z}) + \tau \tag{2.3}$$

여기서 z 는 일반화된 좌표계의 벡터, $Z = [\theta, q_1, q_2]^T$, M 은 관성 행렬, f 는 각속도와 횡변위의 상호 관계를 나타내는 비 선형 벡터이며 τ 는 입력 토크이다. 모든 상태 벡터를

$$\underline{x}^T = (z^T : \dot{z}^T) \tag{2.4}$$

로 정의하고 식 (2.3)의 벡터 f 를 다음과 같이 분리한다.

$$\underline{f}(x) = \underline{k}(x)z + \underline{c}(x)\dot{z} \tag{2.5}$$

여기서 $\underline{k}(x)$ 는 유효 탄성 행렬이고 $\underline{c}(x)$ 는 유효 감쇠 행렬이다. 그러면 그림 (2.1)의 모양을 갖는 유연성 매니퓰레이터의 역학적 모델은 다음과 같이 상태 변수의 식으로 표시된다.

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}(x)\underline{x}(t) + \underline{B}(x)\underline{u}(t) \tag{2.6}$$

여기서

$$\underline{A}(x) = \begin{bmatrix} 0 & \dots & I \\ M^{-1}k & \dots & M^{-1}c \end{bmatrix}$$

$$\underline{B}(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \underline{M}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad \underline{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ q_1 \\ q_2 \\ \dot{\theta} \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

팔이 미리 정해진 상태에 도달하는 것이 제어의 목표인 최적 레귤레이터 문제에 있어서는 식 (2.6)으로 부터 축의 길이에 비하여 무시할 수 있는 θ, q_1, q_2 의 고차항을 제거함으로써 선형화된 시스템의 상태 방정식을 얻을 수 있다.

3. 레귤레이터 및 관측기의 설계

Quadratic 최적 제어 기법을 적용하기 위해서는 모든 상태의 값이 피이드백 되어야 한다. 그러나 제안된 시스템 구성은 단지 조인트의 위치(θ), 조인트의 속도($\dot{\theta}$) 및 모드 형태의 시 종속 변수(q_1, q_2)만 출력으로 부터 직접 측정 될 수 있고 시 종속 변수의 변화율(\dot{q}_1, \dot{q}_2)은 직접 측정 될 수 없기 때문에 상태 추정기를 필요로 한다. 본 논문에서는 상태 추정기의 설계에 앞서 제어 루우프 구성에 필요한 모든 상태 변수 값이 출력으로 부터 직접 피이드 백 된다는 가정하에 최적 레귤레이터를 설계하고 다음 단계로 일부 측정된 상태 변수로 부터 모든 상태를 추정하기 위한 최적 상태 추정기를 설계한다.

3.1 최적 레귤레이터

운동 방정식 (2.6)으로 부터 선형화된 시 불변 시스템의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{B}\underline{u}(t) \quad (3.1)$$

여기서 $\underline{x}(t)$ 는 상태 벡터, \underline{A} 는 $n * n$ 시스템 행렬, \underline{B} 는 $n * r$ 이득 행렬이고 $\underline{u}(t)$ 는 제어 벡터, n 은 상태의 차수, r 은 제어 입력의 수이며 초기 값은 $\underline{x}(t_0)$ 로 주어진다. 선형 최적 레귤레이터 문제에 있어서는 자승 평균 입력이 최대 허용치를 넘지 않는 범위 내에서 자승 평균 추적 오차를 최소로 하는 것이 설계의 기본 목표이며 또한 최종 상태 제어 목표는 과도한 제어 에너지 지출 없이 그 상태 $\underline{x}(t_f)$ 를 0가까이로 근사화 시키는 것이다.

따라서 평가함수는 아래와 같이 표시된다.

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [\underline{x}(t)^T \underline{Q}\underline{x}(t) + \underline{u}(t)^T \underline{R}\underline{u}(t)] dt + \frac{1}{2} \underline{x}(t_f)^T \underline{S}\underline{x}(t_f) \quad (3.2)$$

여기서 $\underline{Q}, \underline{R}, \underline{S}$ 은 $t_0 \leq t \leq t_f$ 에서 Positive definite대칭 가중 행렬이다. 페루우프 시스템이 최소 a 의 안정도를 갖는 레귤레이터를 설계하기 위하여 상태 벡터와 제어 입력에 e^{at} 을 곱하여 수 정한다. [4]

$$\hat{\underline{x}}(t) = e^{at}\underline{x}(t) \quad (3.3)$$

$$\hat{\underline{u}}(t) = e^{at}\underline{u}(t) \quad (3.4)$$

그러면 시스템의 상태 방정식은 다음과 같이 표시 된다.

$$\dot{\hat{\underline{x}}}(t) = (\underline{A} + a\underline{I})\hat{\underline{x}}(t) + \underline{B}\hat{\underline{u}}(t) \quad (3.5)$$

여기서 $\hat{\underline{x}}(t_0) = \underline{x}(t_0)$

따라서 수정된 시스템의 평가 함수는

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\hat{\underline{x}}^T \underline{Q}\hat{\underline{x}} + \hat{\underline{u}}^T \underline{R}\hat{\underline{u}}) dt \quad (3.6)$$

여기서 $\underline{Q} \geq 0, \underline{R} \geq 0$

이고 이때 제어 입력 $\hat{\underline{u}}(t)$ 는 상태 $\hat{\underline{x}}(t)$ 의 선형함수로 표시된다.

$$\hat{\underline{u}}(t) = \underline{K}\hat{\underline{x}}(t) \quad (3.7)$$

시 불변 시스템에 대한 최적 레귤레이터 이득 \underline{K} 의 정상상태 해는

$$\underline{K} = -\underline{R}^{-1}\underline{B}^T \underline{G} \quad (3.8)$$

이며 여기서 \underline{G} 는 다음 Riccati방정식의 해이다. [5]

$$\underline{G}(\underline{A} + a\underline{I}) + (\underline{A} + a\underline{I})^T \underline{G} - \underline{G}\underline{B}\underline{R}^{-1}\underline{B}^T \underline{G} + \underline{Q} = 0 \quad (3.9)$$

식 (3.3), (3.4), (3.7)로 부터

$$\underline{u}(t) = e^{-at}\hat{\underline{u}}(t) = e^{-at}\underline{K}(e^{at}\underline{x}(t)) = \underline{K}\underline{x}(t) \quad (3.10)$$

따라서 수정된 레귤레이터의 최적 피이드 백 이득은 원 문제의 제어 법칙에 그대로 적용되고 또한 원 문제의 페루우프 시스템은 최소한 a 의 안정도를 갖게 된다. Quadratic 최적 제어를 설계하기

위하여는 대각 행렬 \underline{Q} , \underline{R} 을 택하여야 하는데 \underline{Q} , \underline{R} 의 각 대각선 요소는 각기 대응하는 상태 변수와 제어 변수의 Cost와 같다. Cost가 높으면 높을수록 평가함수를 최소로 하는데 필요한 평형점으로 부터의 대응하는 상태 편이와 대응하는 제어 변수는 더욱 더 적게된다.

3.2 상태 추정기

상태 추정 문제에 있어서 시스템 출력을 잡음 없이 정확히 측정하는 경우에는 Deterministic관측기를, 측정에 잡음이 있는 경우에는 Kalman필터를 이용하여 시스템의 상태 변수를 복원할 수 있는데 여기서는 Stochastic관측기 이론을 도입하여 두 경우에 대하여 공통으로 사용할 수 있게 하였다.

3.2.1. Deterministic시스템 상태 추정기

선형 Deterministic n차 시스템의 상태 방정식과 잡음 없이 측정된 m개의 상태 변수 출력 ($m < n$)을 다음과 같이 나타낸다.

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{B}\underline{u}(t) \tag{3.11}$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C}\underline{x}(t) \tag{3.12}$$

여기서 \underline{C} 는 $m * n$ 측정 행렬이며 full rank로 가정한다.

측정된 출력 $\underline{y}(t)$ 로 부터 현재의 모든 상태를 추정하기 위한 상태 추정기로서 아래의 Luenberger 관측기가 이용되며

$$\dot{\underline{z}}(t) = \underline{F}\underline{z}(t) - \underline{G}_1\underline{y}(t) + \underline{G}_2\underline{u}(t)$$

이 때 제어 법칙은

$$\underline{u}(t) = \underline{U}\underline{R} - \underline{H}^T\underline{z}(t) - \underline{G}^T\underline{y}(t) \tag{3.14}$$

로 주어진다. 여기서 행렬 \underline{F} , \underline{T} , \underline{G}_1 , \underline{G}_2 , \underline{H} , \underline{G} 의 값은 시스템에서 주어진 행렬 \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} , \underline{K} 와 관측기의 고유값을 선택하므로써 구해진다.

3.2.2. Stochastic시스템 상태 추정기

시스템에 외란이 존재하고 측정에 잡음이 발생하는 Stochastic시스템의 상태 방정식과 측정 출력은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x} + \underline{B}\underline{u}(t) + \underline{w}_1(t) \tag{3.15}$$

$$\underline{y}(t) = \underline{C}\underline{x}(t) + \underline{w}_2(t) \tag{3.16}$$

여기서 $\underline{w}_1(t)$ 는 상태 여기 잡음, $\underline{w}_2(t)$ 는 측정 잡음으로서 평균이 0이고 분산이 각각 $\underline{V}_1(t)$, $\underline{V}_2(t)$ 인 백색 잡음으로서 상관 관계가 없다. 측정된 시스템의 일부 출력 상태 값으로 부터 모든 상태 값을 추정하기 위한 상태 추정기로서 full상태 관측기인 아래의 Kalman필터가 이용된다.

$$\dot{\hat{\underline{x}}}(t) = \underline{A}\hat{\underline{x}}(t) + \underline{B}\underline{u}(t) + \underline{L}(t)[\underline{y}(t) - \underline{C}\hat{\underline{x}}(t)] \tag{3.17}$$

$$\hat{\underline{x}}(t_0) = \underline{x}(t_0)$$

여기서 $\underline{L}(t)$ 는 Kalman필터 이득으로서 상태의 평균 자승 추정 오차가 최소가 되도록 다음과 같이 선택되며

$$\underline{L}(t) = \underline{Q}(t)^T \underline{C}^T \underline{V}_2^{-1}(t) \tag{3.18}$$

$\underline{Q}(t)$ 는 아래 Riccati방정식의 해이다.

$$\dot{\underline{Q}}(t) = \underline{A}\underline{Q}(t) + \underline{Q}(t)\underline{A}^T + \underline{V}_1(t) - \underline{Q}(t)\underline{C}^T \underline{V}_2^{-1} \underline{C} \underline{Q}(t) \tag{3.19}$$

$$\underline{Q}(t_0) = \underline{Q}_0$$

3.2.3. Stochastic 관측기

Stochastic관측기 이론은 Deterministic 관측기와 최적 Kalman필터링 이론을 연결하여 얻을 수 있으며 이 관측기의 설계 목표는 모든 측정에 잡음이 없을 때는 Luenberger 관측기로, 측정에 잡음이 발생할 때는 Kalman필터로 전환되도록 구성하는 것이다. 제어할 다음의 시스템에 있어서

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{B}\underline{u}(t) + \underline{w}_1(t) \tag{3.20}$$

$$\underline{w}_1(t) \sim N(0, \underline{V}_1)$$

측정된 출력의 일부분은 Deterministic이고 다른 부분은 Stochastic이라고 가정하면 출력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\underline{y}(t) = \begin{bmatrix} \underline{y}_1(t) \\ \underline{y}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{C}_1 \\ \underline{C}_2 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} \underline{w}_2(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{w}_2(t) \sim N(0, \underline{V}_2) \tag{3.21}$$

여기서 $\underline{y}_1(t)$ 와 $\underline{y}_2(t)$ 는 m개의 상태 변수 측정 중 m_1 개의 잡음이 있는 측정과 m_2 개의 잡음이 없는 측정으로 가정하고($m_2 = m - m_1$), \underline{C} 는 full rank로 한다. Stochastic관측기를 설계하기 위하여 $[\underline{T} : \underline{C}_2]^T$ 가 비 특이 행렬이 되도록 다음과 같이 $(n - m_2)$ 차 벡터 $\underline{z}(t)$ 를 도입하면

$$\underline{z}(t) = \underline{T}\underline{x}(t) \quad (3.22)$$

$\underline{z}(t)$ 는 측정 $y_2(t)$ 와는 독립인 $(n - m_2)$ 개의 상태의 선형 조합으로 나타내어 진다.

$$\begin{bmatrix} \underline{T} \\ \underline{C}_2 \end{bmatrix}^{-1} = [\underline{F} : \underline{L}_2] \text{을 정의하면} \quad (3.23)$$

시스템 상태는

$$\underline{x}(t) = \underline{F}\underline{z}(t) + \underline{L}_2 y_2(t) \quad (3.24)$$

와 같이 표시되고 \underline{T} , \underline{C}_2 , \underline{F} , \underline{L}_2 사이에는

$$\underline{F}\underline{T} + \underline{L}_2 \underline{C}_2 = \underline{I} \quad (3.25)$$

인 관계가 있다.

(3.20), (3.22), (3.24) 식에서 $\underline{z}(t)$ 의 미분 방정식을 구하면

$$\begin{aligned} \dot{\underline{z}}(t) = & (\underline{T}\underline{A}\underline{F} - \underline{T}\underline{F})\underline{z}(t) + (\underline{T}\underline{A}\underline{L}_2 \\ & - \underline{T}\underline{L}_2)\underline{y}_2(t) + \underline{T}\underline{B}u(t) + \underline{T}w_1(t) \end{aligned} \quad (3.26)$$

식 (3.26)에 Kalman 이득 행렬 \underline{L}_1 을 삽입하고 (3.24)식을 결합하면 잡을 없는 측정 $y_2(t)$ 에 대하여는 Luenberger관측기 (3.11)식으로 한편 잡음이 있는 측정 $y_1(t)$ 에 대하여는 Kalman필터 (3.15)식으로 전환되어 처리할 수 있는 다음과 같은 형태의 Stochastic관측기가 구성된다.

$$\hat{\underline{x}}(t) = \underline{F}\hat{\underline{z}}(t) + \underline{L}_2(t)y_2(t) \quad (3.27)$$

$$\dot{\hat{\underline{z}}}(t) = (\underline{T}\underline{A}\underline{F} - \underline{T}\underline{F})\hat{\underline{z}}(t) + (\underline{T}\underline{A}\underline{L}_2 - \underline{T}\underline{L}_2)\underline{y}_2(t) + \underline{T}\underline{L}_1[y_1(t) - \underline{C}_2\hat{\underline{x}}(t)] + \underline{T}\underline{B}u(t) \quad (3.28)$$

관측기의 식 (3.28)에서 $m_2=0$ 일 때는 (3.25)식

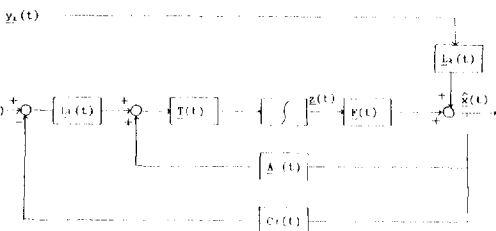


그림 3.1 Stochastic관측기의 블록 다이어그램
Fig. 3.1 Stochastic observer block diagram

에 의하여 $\underline{T} = \underline{F} = \underline{I}$, $\underline{F} = 0$ 이므로 n 차 Kalman 필터로, $m_1=0$ 일 때는 Deterministic관측기로 변환된다.

Stochastic관측기의 설계는 상태 추정 오차의 자승 평균치를 최소화 하는 \underline{L}_1 , \underline{L}_2 을 선택함으로써 최적화 되므로 식 (3.26)~(3.28)으로 부터 상태 추정 오차 $\hat{\underline{x}}(t)$ 와 오차 Covariance에 대한 미분 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\underline{x}}}(t) = & (\underline{A} - \underline{L}_2 \underline{C}_2 \underline{A} - \underline{L}_2 \dot{\underline{C}}_2 - \underline{L}_1 \underline{C}_1)\hat{\underline{x}}(t) \\ & + \underline{L}_1 w_2(t) - (\underline{I} - \underline{L}_2 \underline{C}_2)w_1(t) \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} \dot{P} = & (\underline{A} - \underline{L}_2 \underline{C}_2 \underline{A} - \underline{L}_2 \dot{\underline{C}}_2 - \underline{L}_1 \underline{C}_1)P \\ & + P(\underline{A} - \underline{L}_2 \underline{C}_2 \underline{A} - \underline{L}_2 \dot{\underline{C}}_2 - \underline{L}_1 \underline{C}_1)^T \\ & + \underline{L}_1 \underline{V}_2 \underline{L}_1^T + (\underline{I} - \underline{L}_2 \underline{C}_2) \underline{V}_1 (\underline{I} - \underline{L}_2 \underline{C}_2)^T \end{aligned} \quad (3.30)$$

(3.28)식의 P 의 trace를 최소화 하기 위한 최적 이득은

$$\underline{L}_1 = \underline{P}\underline{C}_1^T \underline{V}_2^{-1} \quad (3.31)$$

$$\underline{L}_2 = [\underline{P}\underline{A}^T \underline{C}_2^T + \underline{V}_1 \underline{C}_2^T + \underline{P}\dot{\underline{C}}_2^T][\underline{C}_2 \underline{V}_1 \underline{C}_2^T]^{-1} \quad (3.22)$$

이고 특히 시 불변 시스템에 대한 정상 상태의 경우 최적 관측기의 이득 \underline{L}_1 , \underline{L}_2 의 최적 값은

$$\underline{L}_1 = \underline{P}\underline{C}_1^T \underline{V}_2^{-1} \quad (3.33)$$

$$\underline{L}_2 = [\underline{P}\underline{A}^T \underline{C}_2^T + \underline{V}_1 \underline{C}_2^T][\underline{C}_2 \underline{V}_1 \underline{C}_2^T]^{-1} \quad (3.34)$$

이고 여기서 P 는 다음 Riccati방정식의 해이다. [5]

$$\begin{aligned} 0 = & [\underline{A} - \underline{V}_1 \underline{C}_2^T (\underline{C}_2 \underline{V}_1 \underline{C}_2^T)^{-1} \underline{C}_2 \underline{A}]P \\ & + P[\underline{A} - \underline{V}_1 \underline{C}_2^T (\underline{C}_2 \underline{V}_1 \underline{C}_2^T)^{-1} \underline{C}_2 \underline{A}]^T \\ & - P[\underline{A}^T \underline{C}_2^T (\underline{C}_2 \underline{V}_1 \underline{C}_2^T)^{-1} \underline{C}_2 \underline{A} \\ & + \underline{C}_1^T \underline{V}_2^{-1} \underline{C}_1]P \\ & + \underline{V}_1 - \underline{V}_1 \underline{C}_2^T (\underline{C}_2 \underline{V}_1 \underline{C}_2^T)^{-1} \underline{C}_2 \underline{V}_1 \end{aligned} \quad (3.35)$$

최적 이득 \underline{L}_2 는 process 잡음 \underline{V}_1 에 관계되어 있고 \underline{L}_2 을 구하기 위해서는 $\underline{C}_2 \underline{V}_1 \underline{C}_2^T$ 의 역 행렬이 존재 해야 하므로 역 행렬이 존재 하지 않는 경우에는 적절한 오차 수렴 특성을 제공하도록 \underline{L}_2 의 값을 선택해야 한다.

그림 (3.1)은 Stochastic관측기의 블록 다이어그램이다.

4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

시뮬레이션은 모든 상태 변수가 정확히 측정 될 수 있다고 가정한 시스템과 Stochastic 관측기를 사용한 시스템에 대하여 행하고 그 결과를 비교하였으며 매니퓰레이터로서는 역학적 모델이 [2]에 기술되어 있는 실험용 단일 링크를 사용하였다. 그림 (4.1)은 시스템, 제어기 및 상태 추정기로 이루어진 제어 시스템 구성도이다. 매니퓰레이터는 그림 (4.2)와 같은 최대 속도가 $\dot{\theta}=2\text{rad/sec}$ 인 표준 삼각 속도 profile을 따르면서 $\theta=90^\circ$ 로 부터 출발하여 $\theta=0^\circ$ 로 2초 이내에 이동하는 것으로 한다. 시스템의 최소 안정도를 미리 정하기 위한 a 의 값은 5로 선택하였고 최적 레귤레이터 평가 함수의 가중 행렬 값은 $Q=\text{diag}[100 \ 100 \ 100 \ 100 \ 1 \ 10]$, $R=5$ 로 선택하였다.

시스템의 상태 여기 잡음과 측정 잡음의 분산 행렬은 $V_1=\text{diag}[0 \ 0 \ 0 \ 50 \ 25000 \ 1000]$, $V_2=\text{diag}[10^{-6} \ 10^{-4} \ 10^{-4} \ 10^{-4}]$ 로 가정하였다.

그림 (4.3)은 모든 상태($\theta, q_1, q_2, \dot{\theta}, \dot{q}_1, \dot{q}_2$)가 직접 측정될 수 있다고 가정한 시스템의 시뮬레이션 결과이고 그림 (4.4), (4.5)는 출력 중 ($\theta, q_1, q_2, \dot{\theta}$)의 일부 상태만이 측정되어 Stochastic 관측기를 상태 추정기로 사용한 시스템의 시뮬레이션 결과이다. 그림 (4.4)는 $m_1=0$ 즉, Deterministic 시스템의 경우이고 그림 (4.5)는 $m_2=0$ 인 Stoch-

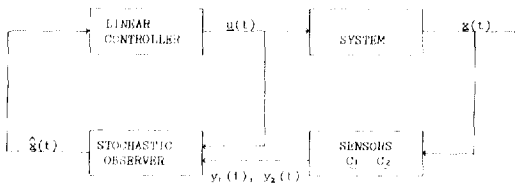


그림 4.1 제어 시스템 구성도
Fig. 4.1 Optimal control system configuration

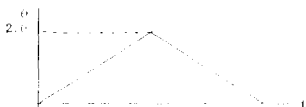
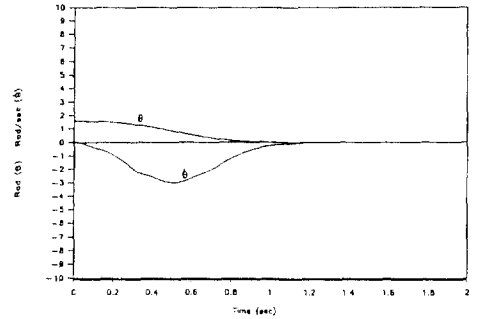
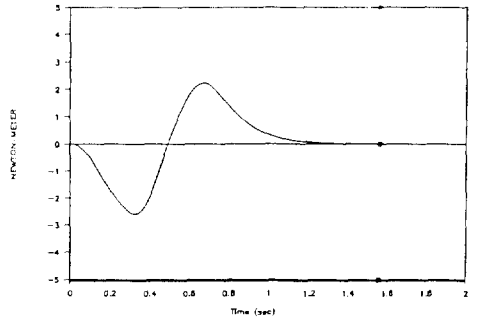


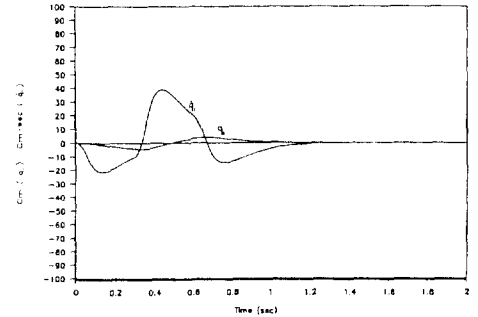
그림 4.2 삼각 속도 profile
Fig. 4.2 Triangular velocity profile



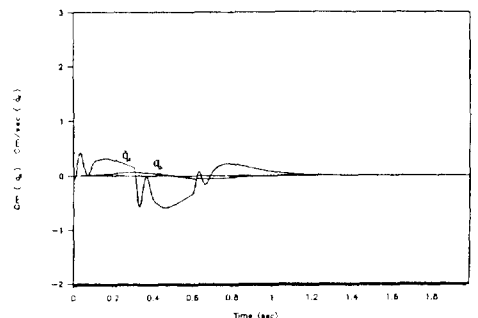
(a) 조인트의 위치(θ) 및 속도($\dot{\theta}$)



(b) 제어 입력(u)



(c) 1차 모드 변수(q_1) 및 변화율(\dot{q}_1)



(d) 2차 모드 변수(q_2) 및 변화율(\dot{q}_2)

그림 4.3 모든 상태가 측정될 수 있다고 가정한 시스템의 시뮬레이션
Fig. 4.3 The simulation of the system assuming that all the states can be measured

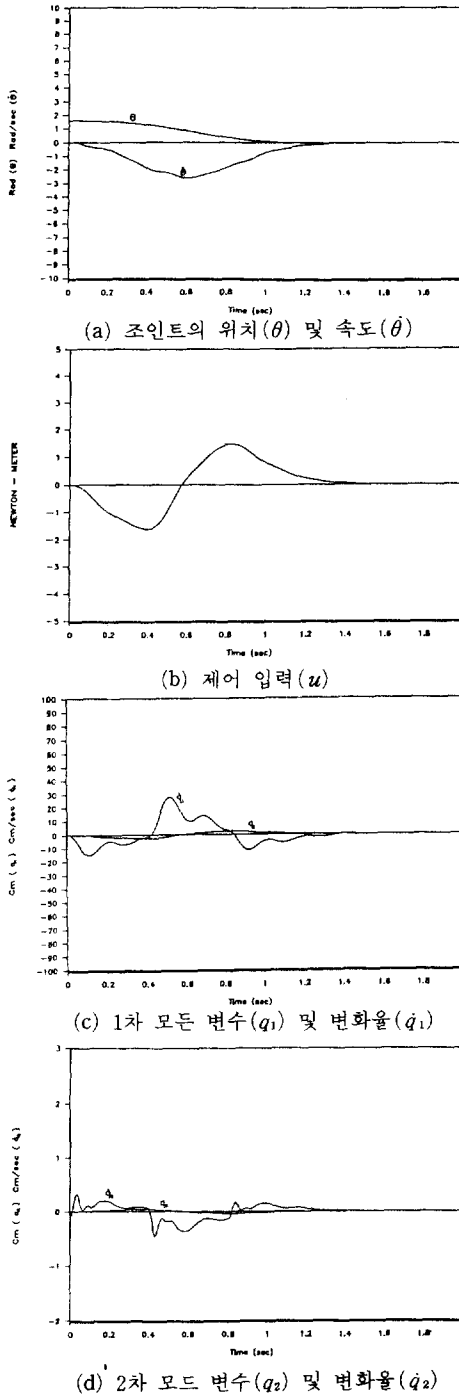


그림 4.4 측정 잡음이 존재하지 않을 때 ($m_1=0$), Stochastic 관측기를 이용한 시스템의 시뮬레이션
Fig. 4.4 The simulation of the system with stochastic observer in the case of noise free measurements($m_1=0$)

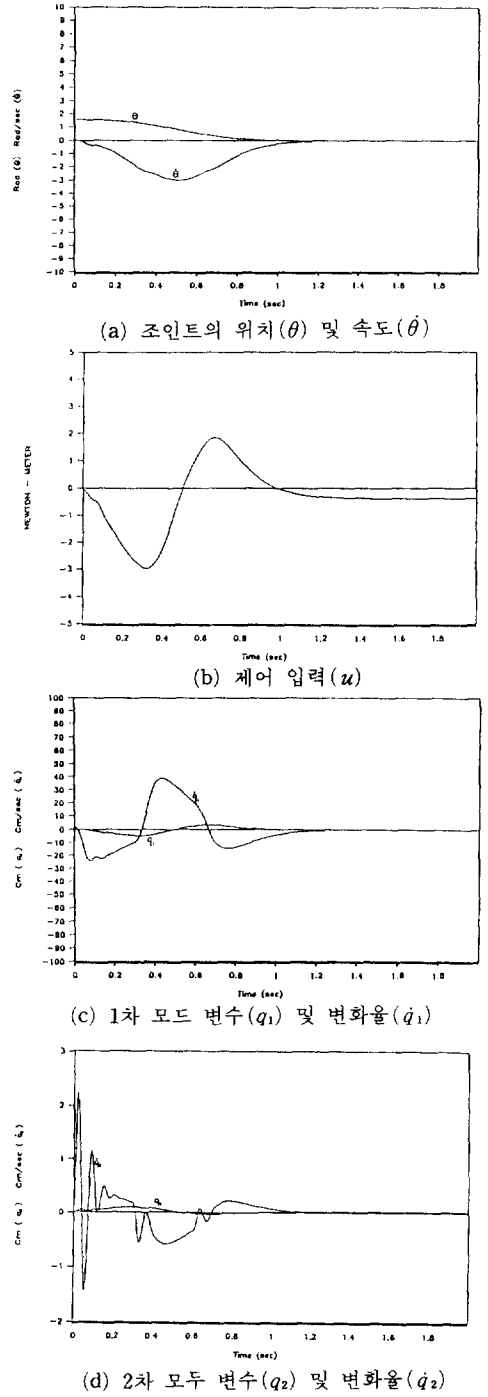


그림 4.5 측정 잡음이 존재할 때 ($m_2=0$), Stochastic 관측기를 이용한 시스템의 시뮬레이션
Fig. 4.5 The simulation of the system with stochastic observer in the case of noisy measurements($m_2=0$)

astic시스템의 경우이다. 샘플링 주기는 1 msec로 하였다. 시뮬레이션 결과 Stochastic관측기를 이용한 Quadratic최적 제어기는 측정에 잡음이 있는 경우와 없는 경우에 대하여 모두 만족할 만한 결과를 보여주었다.

5. 결 론

단일 링크 유연성 매니퓰레이터의 최적 제어를 위하여 Lagrange방정식과 가정 모드 방법으로 유도된 동특성 모델링에 Quadratic최적 제어 이론을 적용 하였으며 또한 시스템의 출력으로 부터 매니퓰레이터의 횡변위에 대한 변화율 \dot{q}_1 \dot{q}_2 는 직접 측정될 수 없기 때문에 상태추정을 위하여 Stochastic관측기를 설계하였다. 이 관측기는 측정에 포함되는 잡음의 유무에 따라 Deterministic시스템과 Stochastic시스템으로 전환되면서 상태를 추정할 수 있고 또 이를 이용해서 설계한 제어 시스템의 수렴 속도 및 제어 입력 범위는 모든 상태가 직접 측정될 수 있다고 가정한 경우와 그접한 결과를 나타내었기 때문에 단일 링크 유연성 매니퓰레이터의 최적 제어기 설계에 이용될 수 있을 것이다. 그러나 시스템 잡음 V_1 에 관계된 $C_2 V_1 C_2^T$ 의 역 행렬이 존재하지 않을 때는 관측기의 이득 L_2 의 해가 유일하지 않으므로 적절한 오차수렴 특성을 제공하는 관측기의 고유값을 선택하여 L_2 의 값을 구해야 한다.

참 고 문 헌

- [1] Book, W.J., Maizza—Neto, O., and Whitney, D.E., "Feedback Control of Two Beam, Two Joint System with Distributed Flexibility," Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 97, no. 4, December 1975.
- [2] G.G. Hastings and W.J. Book, "Verification of a Linear Dynamic Model for Flexible Robot Manipulators," IEEE Conf. Robotics Automation, Sanfransisco, April 1986.
- [3] Balas, M.J., "Feedback Control of Flexible Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-23, no. 4, August 1978.
- [4] Anderson, B.O.D., and Moore, J.B., "Linear System Optimization With Prescribed Degree of Stability," Proc. IEEE, vol. 116, no. 12, December 1969.
- [5] Laub, A.J., "A Schur Method for Solving Algebraic Riccati Equations," IEEE, Transaction on Automatic Control, vol. AC-24, no. 6, december 1979.
- [6] Bruno Sisiliano, Book, W.J., Giuseppe De Maria, "An Integral Manifold Approach to Control of a One Link Flexible Arm," IEEE Conf.Decision and Control, Athene Greece, December 1986.
- [7] Kwakernaak, H., Sivan, R., "Linear Optimal Control System," Wiley-Interscience, 1972.
- [8] Gelb, A., "Applied optimal estimation," The M.I.T Press, 1974.
- [9] Anderson, B.O.D., moore, J.B., "Linear Optimal Control," Edited by Robert W. Newcomb, Prentice-Hall, 1971.

[1] Book, W.J., Maizza—Neto, O., and Whitney,