

LS Prony에 의한 시간영역에서의 배경뇌파 특징추출

주 대 성* · 황 수 용** · 최 갑 석*

The Feature Extraction of Background EEG in the Time Domain by LS Prony Method.

Kap-seok Choi, Soo-young Hwang, Dae-sung Joo

— Abstract —

In this paper the feature of background EEG is extracted by LS Prony Method for the analysis of background EEG in the time domain.

Autocorrelation lag estimates are not required with the LS Prony method. The Prony method is required any the solution of two sets of simultaneous linear equation and a polynomial rooting. That the optimal order of this model is the 6-th order is determined by using Akaike's Information Criterial test.

From the experimental results the alpha band amplitude is the largest among alpha band beta band theta band delta band and beta band amplitude is larger than that of the delta band and theta band. The sustained time for the alpha band, the beta band, the delta band and the theta band is 2,3461(sec), 0,6490(sec), 0,3120(sec), 0,7046(sec) respectively.

Consequently the alpha band is maintained in the whole subjects, the beta band, the delta band, the theta band are existed intermittently in each subjects.

1. 서 론

뇌의 신경세포의 활동을 전기장치를 이용하여 전기적인 신호로 측정된 것을 뇌파(Electroencephalogram: EEG)라 한다.

정상인의 각성 안정 폐안상태에서 도출한 배경 뇌

<접수: 1989년 6월27일>

*명지대학교 전자공학과

**서울산업대학 전자공학과

*Myong Ji Univ., Dept. Electronics

**Seoul Industrial Univ., Dept. Electronics

파의 크기는 수십 마이크로볼트이며, 주파수는 대체로 30[Hz] 미만으로서 δ -대역(~ 3.99 Hz), θ -대역(4 ~ 7.99 Hz), α -대역(8 ~ 12.99 Hz), β -대역(13 ~ 30 Hz)으로 구분한다.¹⁾

이러한 뇌파의 특징분석법에는 뇌파의 시계열 데이터에 대해서 선형예측모델을 가정하고 모델의 극에 따라 뇌파의 특징을 나타내는 방법과 모델의 파라미터를 얻은후 그 파라미터로 뇌파의 특징을 나타내는 방법등 여러방법이 연구 되고 있다.

뇌파는 피검자의 나이, 피검사의 정신상태, 뇌의 크기등에 따라 영향을 받으며 완전한 의미에서 복합주기파가 아니므로 뇌는 선형진동자의 집합체가 아닌 비선형진동자의 집합체로 볼 수 있다. 즉 뇌파는

비선형진동자에서 출력이 되는 합성파로 볼 수 있다.

본 연구에서는 비선형진동자의 출력들이 크기가 서로 다르고 출력지속시간이 각기 다르다고 가정하여, 뇌파의 발생과정을 모델링할때 뇌파는 감쇄지수가 있는 지수함수들의 합으로 이루어졌다고 가정하였다. 이러한 가정하에서 LS Prony 방법에 의해 배경뇌파의 각 대역별 신호의크기와 지속시간을 구하므로써 배경뇌파의 특징을 시간영역에서 검출 하려 한다.

2. LS Prony Method에 의한 배경뇌파의 특징추출

1. LS Prony Method

배경뇌파를 시간영역에서 분석하기 위해서 배경뇌파의 시계열 데이터를 감쇄지수가 있는 즉 복소지수함수들의 선형결합과 백색잡음으로 이루어졌다고 가정하면 뇌파의 관측치는 진폭크기, 위상, 주파수, 감쇄상수를 갖는 복소지수 합으로 놓을 수 있다.

만약 뇌파가 p개의 복소지수 합으로 이루어졌다면 뇌파에 대한 추정치는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.^{2, 3)}

$$X_n = \sum_{m=1}^p B_m Z_m^n, n=0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

여기서

$$B_m = A_m \exp(j\theta_m) \quad (2)$$

$$Z_m = \exp[(\alpha_m + j2\pi f_m) \Delta t] \quad (3)$$

이고 A_m 은 크기, θ_m 은 위상(radian), α_m 은 감쇄상수 f_m 은 Hz단위의 주파수이다. 그리고 t 는 샘플링 간격이다. 그리고 $A_m, \theta_m, \alpha_m, f_m$ 을 LS Prony 파라미터라 한다.

파라미터 추정치는 추정치 \hat{X}_n 을 관측데이터인 $X_0 \dots X_{N-1}$ 에 근사 시키므로써 얻을 수 있다. 이를 위하여 식(1)이 상계수(constant coefficient)선형 차분방정식의 제차해(homogeneous solution)이라면 식(1)의 해를 갖는 다항식은 다음과 같은 다항식 $\psi(Z)$ 로 정의할 수 있다.

$$\psi(Z) = \prod_{k=1}^p (Z - Z_k) = \sum_{i=0}^p a_i Z_i^{p-1}, a_0 = 1 \quad (4)$$

식(4)의 $\psi(Z)$ 는 근이 Z_k 이고 다항식으로 표시할 때 복소계수 a_i 를 갖는다.

식(1)에 의하면 \hat{X}_{n-m} 는

$$\hat{X}_{n-m} = \sum_{i=1}^p B_i Z_i^{n-m}, 0 \leq n-m \leq N-1 \quad (5)$$

이고 식(5)에 a_i 를 곱하고 $p+1$ 이전의 데이터를 더하면

$$\begin{aligned} \sum_{m=0}^p a_m X_{n-m} &= \sum_{m=0}^p a_m \sum_{i=1}^p B_i Z_i^{n-m} \\ &= \sum_{i=1}^p B_i \sum_{m=0}^p a_m Z_i^{n-m}, p \leq n \leq N-1 \end{aligned} \quad (6)$$

이고, 식(6)의 Z_i^{n-p} 을 $Z^{n-p} Z^{p-m}$ 으로 하면

$$\sum_{m=0}^p a_m X_{n-m} = \sum_{i=1}^p B_i Z_i^{n-p} \sum_{m=0}^p a_m Z_i^{p-m} \quad (7)$$

이다. 왜냐하면 식(7)이 영인 것은 합의 결과가 식(4)의 다항식 $\psi(Z)$ 의 근중에 하나로 되기 때문이다. 따라서 LS Prony 파라미터를 구하기 위해서 식(7)은 식(8)과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{X}_n = - \sum_{m=1}^p a_m \hat{X}_{n-m}, p \leq n \leq N-1 \quad (8)$$

우선 실제 측정된 뇌파의 데이터와 근사값 X_n 의 차 E_n 을 정의 하면

$$X_n = \hat{X}_n + E_n, 0 \leq n \leq N-1 \quad (9)$$

이고 식(8)을 식(9)에 대입하면 다음식은

$$\begin{aligned} X_n &= - \sum_{m=1}^p a_m \hat{X}_{n-m} + E_n \\ &= - \sum_{m=1}^p a_m X_{n-m} + \sum_{m=0}^p a_m E_{n-m}, \\ p \leq n \leq N-1 \end{aligned} \quad (10)$$

이다. 왜냐하면 $\hat{X}_{n-m} = X_{n-m} = -E_{n-m}$ 이기 때문이다. 식(10)은 백색 잡음 E_n 를 입력으로 하였을 때 AR파라미터 추정은 E_n 를 최소로 하므로 얻을 수 있다. 이것은 비선형 방정식 문제가 되므로 LS Prony 접근으로 다음과 같은 식을 정의하여 이를 쉽게 풀 수 있다. 만약

$$\epsilon_n = \sum_{m=0}^p a_m \epsilon_{n-m}, n=p, \dots, N-1 \quad (11)$$

이라면

$$X_n = -\sum_{m=1}^p a_m X_{n-m} + \epsilon_n \quad (12)$$

이다. 여기서 $\sum_{m=p}^{N-1} |\epsilon_n|^2$ 를 최소화 하기 위해서 LS Prony 방법은 $X^H |X|$ 값을 갖는 $\sum_{k=0}^p A p_k (\sum_n X_{n-k} X_{n-k}^*) = 0, 1 \leq k \leq p$ 식의 최소자승 covariance 알고리즘으로 $\sum_{m=p}^{N-1} |\epsilon_n|^2$ 를 최소로 하는 파라미터를 구할 수 있다. 일단 Z_i 가 다중 근으로 부터 구해지면 식 (1)은 미지의 B_m 상수를 가지는 선형방정식으로 간략화 된다. 행렬 형식은 다음과 같다.⁴⁾

$$\Phi B = \hat{X} \quad (13)$$

이다. 여기서

$$= \begin{bmatrix} 1, 1, \dots, \dots, 1 \\ Z_1^1, Z_2^2, \dots, Z_{PN}^{N-1} \\ \vdots \\ \vdots \\ Z_1^1, Z_2^2, \dots, Z_{PN}^{N-1} \end{bmatrix} \quad B = [B_1, \dots, B_p]^T$$

$$\hat{X} = [X_0, \dots, X_{N-1}]^T$$

$(X - \hat{X})^2$ 를 최소로 하기 위한 B는 다음과 같다.

$$B = [\Phi^H \cdot \Phi]^{-1} \cdot \Phi^H X \quad (14)$$

식(14)의 $\Phi^H \Phi$ 는

$$\Phi^H \Phi = \begin{bmatrix} R_{11} & \dots & R_{1p} \\ \vdots & & \vdots \\ R_{p1} & \dots & R_{pp} \end{bmatrix}$$

이고 여기서

$$R_{ij} = (Z_i Z_j^*)^N - 1 / (Z_i Z_j - 1) \quad (15)$$

이다. 따라서 진폭 A_i 와 위상 θ_i , 감쇄상수 α_i 그리고 주파수 f_i 는 다음과 같다.

$$A_i = |B_i|$$

$$\theta_i = \tan^{-1} [\text{Im}(B_i) / \text{Re}(B_i)]$$

$$\alpha_i = \ln |Z_i| / \Delta t$$

$$f_i = \tan^{-1} [\text{Im}(Z_i) / \text{Re}(Z_i)] / (2\pi \Delta t) \quad (16)$$

LS Prony 분석에서는 Process의 모델이 감쇄된 실수 정현파 곡선으로 묘사된 것으로서 대칭성을 가지고 있다고 가정을 세운다. 그리고 가정된 뇌파의 시계열 데이터 근사치 $X(t)$ 는

$$X(t) = \sum_{m=1}^p A_m \exp(\alpha_m |t|) \exp(j[2\pi F_m t + \theta_m]) \quad (17)$$

단, $-\infty < t < \infty$

식(17)에서 실수 $x(t)$ 를 구하기 위해서는 $\exp j(2\pi F_m t + \theta_m)$ 에 대한 공액복소쌍이 필요하다. $\alpha = 0$ 에서는 $X(t)$ 는 $-\infty < t < \infty$ 구간에서 비감쇄정현 곡선이 된다. 따라서 식(17)에서와 같이 LS Prony 방법은 데이터에 알맞은 주파수, 위상, 크기, 감쇄 지수 즉 파라미터를 조정 할 수 있다. 식(17)에 의해서 뇌파는 비선형진동자에서 출력이 되는 합성파로 보고 배경뇌파의 시계열 데이터에 대해서 각 대역별로 시계열 데이터에 대한 신호를 분리하여 특징을 검출 할 수 있다. 따라서 본연구에서는 시간영역에서 배경뇌파의 각 delta, theta, alpha, beta대역의 특징을 추정 하려한다.

3. 실험 및 결과

3-1 실험

본 연구의 배경뇌파 특징추출을 위하여 정상성인 10명(남자 24~27세)에 대해 1일 1회, 10회동안 도출한 배경뇌파의 데이터를 1초에 128개씩 샘플링하여 한 세그먼트로 하였다. 또한 배경뇌파를 도출하기 위하여 국제표준 전극 배치법인 10/20전극배치법에 준하여 단극도출법으로 도출하였으며 전극과 두 파간의 접촉저항을 줄이기 위하여 전극몰을 사용하였다. 전극은 전기적으로 불분극성인 염화은(AgCl2)으로 제조된 원판형 전극(disk electrode)를 사용하였으며, 증폭기는 4채널 생체신호기록기 360시스템

Table-1 Values of AIC in accordance with the model order for the 10 subjects

Subject order	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	2.3047	4.1466	2.0856	2.1096	3.0225	2.3055	2.5137	1.2510	1.5336	3.0730
2	3.3431	5.0558	1.7242	2.9887	1.8175	1.7655	8.0235	3.4505	2.3115	2.9469
3	2.8614	2.7896	3.3651	3.3651	2.9680	3.2437	5.3174	1.2854	1.5823	2.9414
4	2.5331	1.9092	1.8668	3.0073	4.4830	6.0539	3.2296	2.0728	3.1854	2.0541
5	1.5259	1.9156	2.4734	2.5339	2.5089	4.4177	2.1056	1.4282	2.7661	1.6259
6	1.4392	1.7426	1.6060	1.3672	1.4722	1.4648	1.4462	1.1565	0.9468	0.6600
7	1.9486	2.6493	2.7972	3.1763	2.6621	1.9415	1.7604	1.8488	4.3520	2.9475
8	2.1543	1.9251	3.0198	1.7683	2.5448	2.1723	1.5978	4.6741	2.2513	2.8406
9	4.0231	4.2334	3.2393	1.3758	3.3434	1.8391	3.9090	3.2402	1.8559	1.7370
10	2.9335	2.4124	3.0089	2.0842	2.2710	4.6742	3.0719	3.3329	2.0411	3.6274
11	4.4798	3.6292	2.6523	3.9482	2.4185	3.7988	3.7699	2.9625	1.7087	2.0888
12	2.3928	2.5306	2.1665	1.6295	3.3983	2.1101	3.2262	2.0709	3.9707	2.0814
13	3.3690	1.9458	3.0983	1.3541	4.1721	1.9719	1.5062	3.0232	4.3936	2.1355
14	3.9012	1.9896	4.0372	1.7636	1.9921	3.3450	1.5832	3.3106	2.7611	3.1494
15	2.2627	5.0561	3.6374	3.2403	1.8389	6.6812	2.2824	2.2654	1.5336	2.3342

을 사용하였다.

데이터 표본화는 12비트 A/D 컨버터 MD574A를 사용하여 배경뇌파를 샘플링주기 $7.85 \times 10^{-2} \text{sec}$ 로 표본화 하였다. 그리고 IBM-PC/AT 호환기종을 사용하여 데이터를 처리하였고 프린터기는 LQ-850를 사용하였다.¹⁾

3-2 LS Prony 모델의 최적차수

LS Prony 모델에 대한 최적차수를 얻기 위하여 AIC(Akaike Information Criterion) 방법을 사용하였다.^{5, 6)} $AIC_p = \ln(E_p) + 2(p+1)/N$ 즉 AIC_p 의 가장 적은값을 최적차수로 결정하는 방법으로 다음 표1은 피검자 10명에 대한 배경뇌파 데이터의 각 차수에 대한 AIC 값을 나타내었다.

표1에서와 같이 차수6일 때에 AIC값은 평균적으로 가장 적게 나타났으며 다른 피검자의 데이터에 대한 AIC값에 대하여도 같은 결과를 얻었으므로 LS Prony 모델에 대한 최적차수는 6차로 결정하였다.

3. 실험결과

시간영역에서의 배경뇌파 특징 추출을 위하여 피

검자 10명에 대하여 앞의 실험방법에 따라 얻는 배경뇌파의 시계열 데이터중 피검자 한 사람에 대한 관측치 $X_n(t)$ 를 Fig.1에 나타내었다.

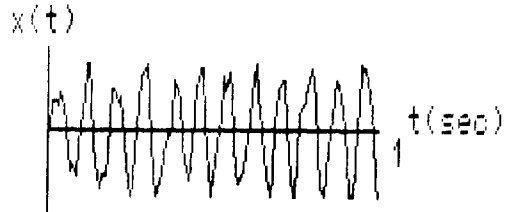


Fig. 1. The observed background EEG

관측치 $X_n(t)$ 를 앞에서 설명된 LS Prony에 의해 그 진폭의 크기, 위상, 감쇄상수등을 구하여 Table-2에 제시 하였으며 AMP는 크기, PHASE는 위상, DAMP는 감쇄상수, FRQ는 주파수이고 TIME는 지속시간이며 지속시간은 파형의 크기가 최대치의 10%가 되는 시간으로 하여 계산하였다.

Table-2에서 보면 NO. 1, 2, 3인 경우는 주파수가 각각 28.16Hz, 15.32Hz, 23.7Hz로서 beta대역 성분을 나타내고 있다.

Table-2. Estimated Parameter of LS Prony Method

NO.	AMP	PHASE	DAMP	FRQ	TIME
1	0.3609	2.9976	-0.0049	0.2220	3.6000
2	0.7251	0.3736	-0.1500	0.1433	0.1197
3	1.0548	2.3596	-0.0034	0.1856	5.1664
4	0.1239	2.9962	-0.1927	0.0292	0.0932
5	2.9051	0.1506	-0.0048	0.0972	3.6882
6	0.5234	2.2628	-0.0560	0.0520	0.3203

그러나 NO.4인 경우는 주파수가 3.72Hz로서 delta 대역의 성분이며 NO.6은 6.6Hz로서 theta 대역의 성분이고 NO.5는 alpha 대역의 성분이다.

이러한 NO.1, 2, 3, 4, 5, 6에 대한 시간영역에서의 신호를 Fig.2, 3, 4, 5, 6, 7에 나타내었다. 크기를 고려 할때에 Fig. 6의 alpha대역 신호를 보면 크기가 매우 크며, Fig.2, 3, 4, 5, 7의 다른 대역의 경우는 상대적으로 매우작다.

지속시간에 있어서 Fig.6의 alpha 대역과 Fig.2, Fig.4의 beta대역 신호일때는 전시간에 걸쳐 지속적으로 출현하고 있는 것으로 나타났다. 그러나 Fig.3, 5, 7인 경우에는 지속시간이 매우 짧은 것으로 나타났다. 즉 Table-2와 Fig.2~7에서 알 수 있듯이 배

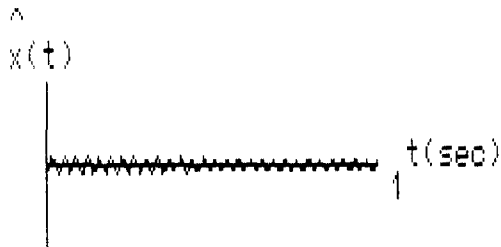


Fig. 2. The Estimated beta band(β_1)

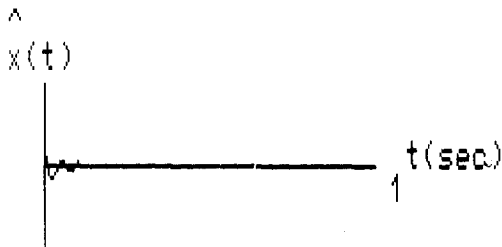


Fig. 3. The Estimated beta band(β_2)

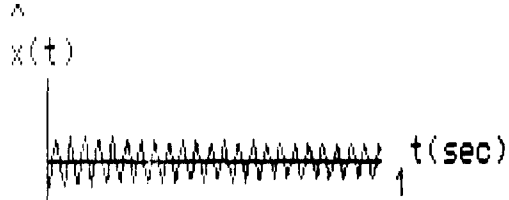


Fig. 4. The Estimated beta band(β_3)

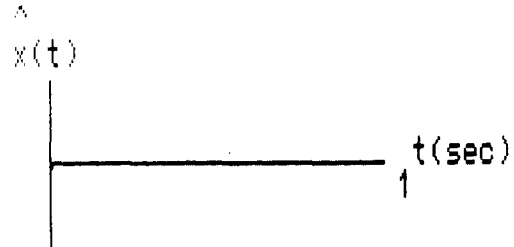


Fig. 5. The Estimated delta band(δ)

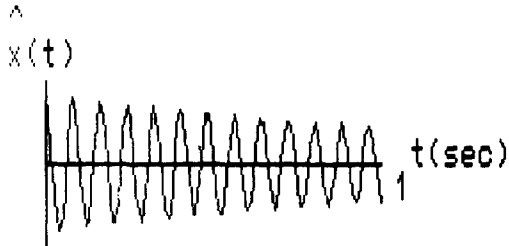


Fig. 6. The Estimated alpha band(α)

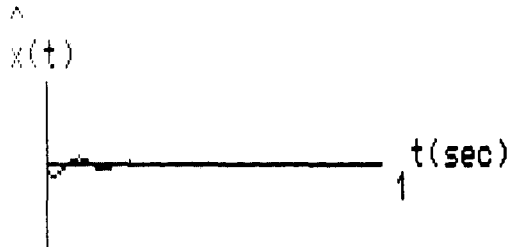


Fig. 7. The Estimated theta band(θ)

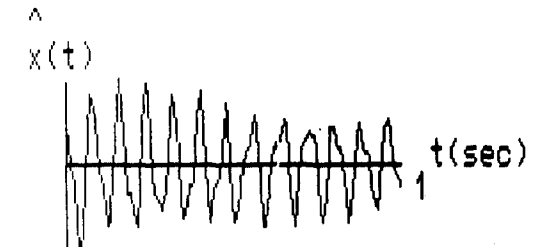


Fig. 8. The Estimated background EEG

경뇌파의 alpha 대역 성분은 그 진폭의 크기도 매우 크고 지속적으로 출현하며 beta대역 성분에 있어서는 진폭의 크기는 alpha대역 성분에 비하여 상대적으로 작으나 지속적으로 유지되고 있음을 알 수 있고 다른 delta 대역과 theta 대역인 경우에는 진폭의 크기도 작고 짧은시간 동안만 나타난 것을 알 수 있다. NO. 1, 2, 3, 4, 5, 6 일때의 $X(t)$ 의 합성으로 추정

된 추정치 $\hat{X}_n(t)$ 를 그림. 3에 나타냈으며 Fig.1의 배경뇌파의 원신호와 비슷함을 확인하였다.

다음 Table-3은 피검자 10명에 대한 각 대역별 파형에서 지속시간과 크기를 구한 결과이다. Table-3의 각 피검자에서 beta대역의 성분 주파수가 약 3 개정도 검출 되었으며 theta 대역의 주파수성분이 검출되지 않는 피검자도 있었다.

Table-3 Time and Amplitude of the delta, theta, alpha, beta band for the 10 subjects

subject	delta band		theta band		alpha band		beta band	
	TIME	AMP	TIME	AMP	TIME	AMP	TIME	AMP
A	0.3240	0.2485	0.7211	0.2547	1.1751	2.8002	0.6784	0.4526
							0.2515	0.5567
							7.4128	0.7962
B	0.0694	0.0966	0.3640	0.8353	1.9783	2.6172	0.4433	2.1002
							1.5962	0.6706
							0.2411	0.9120
C	0.0572	0.5665	0.4756	0.7395	1.5294	2.9088	1.4847	0.8342
							0.2188	1.1449
							1.4688	0.5184
D	0.4145	0.0825	0.6782	0.0321	3.0347	0.3243	0.3135	0.0626
							0.3787	0.1185
							1.0970	0.0839
E	0.2037	0.4932			2.1538	1.8585	0.0558	0.4450
							0.3690	0.2163
							0.1163	0.0282
F	0.1806	0.4670	1.0727	0.8509	3.4194	2.8448	0.1263	0.2017
							1.2660	0.4233
							0.3027	2.1929
G	0.3153	0.0658	0.2464	0.0616	3.5295	0.5420	1.0130	0.8636
							0.1564	0.0347
							0.0969	0.0744
H	0.5520	0.0298	1.3375	0.0588	1.6625	0.7712	0.0843	0.0301
							0.1657	0.0647
							0.3028	0.0390
I	0.1008	0.1178	0.1496	0.0610	1.3865	0.5700	0.5081	0.0654
							0.5104	0.1100
							0.1798	0.0614
J	0.0887	0.3882	1.2993	0.2397	1.0657	2.1160	0.1197	0.1446
							0.1658	0.1961
							0.0936	0.0426
							2.7017	0.3147

그러나 α 대역이 다른 대역보다 상대적으로 크기가 그 지속시간이 피검자 10 사람에 대해 평균 2.0935 sec로서 δ 대역의 0.2248 sec, θ 대역의 0.7046sec, β 대역의 0.6499보다 매우 크므로 지속적으로 신호의 출현이 이뤄져 있는 것으로 나타났으며 각 피검자에 따라 정도의 차이는 있으나 θ 대역과 β 대역의 지속시간과 크기를 비교해 보면 평균적으로 크기는 β 대역이 큰 반면 지속시간은 θ 대역이 큰 것으로 알 수 있었다. δ 대역은 진폭의 크기도 작고 신호의 지속시간이 매우 적음을 알 수 있었다.

4. 결 론

LS Prony 방법을 이용하여 배경뇌파를 시간영역에서 각 대역별로 분리한 결과 다음과 같은 특징을 검출할 수 있었다.

1) 배경뇌파 α 대역의 신호는 그 진폭의 크기가 다른 대역 신호에 비하여 매우 큰 값을 가지고 있었으며 지속시간이 평균 2.0935(sec)로서 그 신호가 지속적으로 유지 되고 있음을 알 수 있었다.

2) 배경뇌파의 β 대역의 신호는 그 진폭의 크기와 지속시간이 α 대역신호 보다는 작은 값을 가지고 있었으나 지속시간은 평균 0.6499(sec)로 δ 대역의 0.3120(sec) 보다 상대적으로 큰 값을 가지

고 있었으나 θ 대역이 0.7046(sec) 이므로 θ 대역의 지속시간 보다 작다는 것을 알 수 있었다.

3) β 대역의 진폭의 크기는 평균 0.3914로 δ 대역의 0.2248, θ 대역의 0.3482보다 큰 것으로 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- 1) L.G.Kiloh, A.J.Mc Comas, Clinical Electroencephalography, pp.64-87, Butterworth LTD. 1981.
- 2) S. M. Kay, S.L.Marple, "Spectrum Analysis A Modern Perspective", IEEE, VOL. 69, NO. 11, pp. 1380-1413, Nov, 1983.
- 3) S. Lawrence Marple, Jr., Digital Spectral Analysis with Application, Prentice-Hall Inc., 1987.
- 4) Zohar, "The Solution of a Toeplitz Set of Linear Equation", J. A. Soc. Comput. Mach. 21 pp.272-276 (1974).
- 5) K. Inomoto, S.Hattori, "Prony's method applied to estimation noise source locations and their sound powers", Journal of Sound and Vibration (1983) 89(4), pp. 509-517.
- 6) I. Makhoul "Spectral Linear Prediction, Properties and Application", IEEE Trans. ASSP-23 pp. 283-296 (1975).